اختبار الفصل الثالث في مادة الرياضيات — ثانوية الشهيد بلعروسي بن يحي

المستوى :سنة 2 علوم تجريبية ، تقني رياضي — يوم : 20 /05/ 2024

المدة : 2 سا — الأستاذ: سي محمد لوط ، غول أمال

## التمرين الأول ⁎ ( 06 نقاط ) ⁎

1. علما أن قيس الزاوية الموجهة $(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ هو $\frac{\pi}{6}$ ، عيّن قيس الزاوية الموجهة : $(-2\overrightarrow{u}, -3\overrightarrow{v})$ .
2. ليكن $x = \frac{67\pi}{12}$ و $y = -\frac{5\pi}{12}$ ، تحقّق أن $x$ و $y$ قيسان لنفس الزاوية .
3. أوجد القيس الرئيسي للزاوية الموجهة $(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ التي قيسها $\alpha = \frac{2024\pi}{3}$ .
4. عيّن القيمة المضبوطة لـ $\sin\left(\frac{59\pi}{6}\right)$
5. أ) حل في المجال $I = [0, 2\pi]$ المعادلة ذات المجهول $x$ : $2\sin x - \sqrt{3} = 0$ .

   ب) حل في المجال $I \quad [0, 2\pi]$ المتراجحة التالية : $2\sin x - \sqrt{3} < 0$ .

## التمرين الثاني ⁎ ( 06 نقاط ) ⁎ ❖ خاص بشعبة علوم تجريبية ❖

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$ . نعتبر النقط $A(-2; 2)$ ، $B(2; 2)$ و $C(-2; 4)$

1. أنشئ النقط $A$ ، $B$ و $C$ ثم بيّن أن المثلث $ABC$ قائم في $A$ .
2. لتكن $(\Gamma)$ الدائرة التي مركزها $A$ ونصف قطرها $AC$ .

   أ) أكتب معادلة للدائرة $(\Gamma)$

   ب) أرسم $(\Gamma')$ صورة الدائرة $(\Gamma)$ بالتحاكي $h$ الذي مركزه $A$ ونسبته $\frac{1}{2}$

   ج) أكتب معادلة للدائرة $(\Gamma')$ صورة الدائرة $(\Gamma)$ بواسطة $h$ .

## التمرين الثالث ⁎ ( 06 نقاط ) ⁎ ❖ خاص بشعبة تقني رياضي ❖

$(U_n)$ متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي $n$ بـ : $\begin{cases} U_0 = 5 \\ U_{n+1} = 3U_n + 1 \end{cases}$ .

1. أحسب الحدود $U_1$ ، $U_2$ و $U_3$ .
2. نعتبر المتتالية $(V_n)$ المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $V_n = U_n + \frac{1}{2}$

   أ) أثبت أن $(V_n)$ متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

   ب) عبّر عن $V_n$ بدلالة $n$ ثم استنتج عبارة $U_n$ بدلالة $n$ .

   ج) أحسب بدلالة $n$ المجموع : $S_n = V_0 + V_1 + \cdots + V_n$ .

**التمرين الرابع ⁎ ( 08 نقاط ) ⁎**

نعتبر المتتاليتين العدديتين $(U_n)$ و $(V_n)$ المعرفتين بحديهما الأولين $U_0 = 2$ و $V_0 = -1$ ومن أجل كل عدد طبيعي $n$ بالعلاقتين التراجعيتين : $\begin{cases} U_{n+1} = (1+\alpha)U_n - \alpha V_n \\ V_{n+1} = (1-\alpha)U_n + \alpha V_n \end{cases}$ بحيث $\alpha$ وسيط حقيقي غير معدوم .

1. برهن باستعمال العلاقتين التراجعيتين أنه إذا كانت المتتالية $(U_n)$ متقاربة نحو $l$ فإن المتتالية $(V_n)$ متقاربة كذلك نحو النهاية نفسها $l$ .

2. نفرض أن $\alpha = \dfrac{1}{2}$ ومن أجل كل عدد طبيعي $n$ نضع : $U_n - V_n = 3$

أ) استنتج أن المتتالية $(U_n)$ حسابية أساسها $r = \frac{3}{}$ .

ب) أحسب بدلالة $n$ المجموع $S_n$ بحيث : $S_n = U_0 + U_1 + \cdots + U_n$

3. نفرض أن $\alpha \neq \dfrac{1}{2}$ ونعرف المتتالية $(W_n)$ بـ : $W_n = U_n - V_n$

أ) بيّن باستعمال العلاقتين التراجعيتين أن $(W_n)$ متتالية هندسية أساسها $q = 2\alpha$

ب) أكتب بدلالة $n$ و $\alpha$ عبارة $W_n$ ثم احسب بدلالة $n$ و $\alpha$ المجموع : $T_n = W_0 + W_1 + \cdots + W_n$

ج) بيّن باستعمال العلاقتين التراجعيتين أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N}$ : $U_{n+1} - U_n = \alpha W_n$

د) استنتج أن الحد العام للمتتالية $(U_n)$ يعطى بـ : $U_n = \dfrac{3 \times 2^n \times \alpha^{n+1} + \alpha - 2}{2\alpha - 1}$

هـ) عيّن قيم $\alpha$ التي من أجلها تكون المتتالية $(U_n)$ متقاربة ثم احسب نهايتها .

**✪✪ بالتوفيق ✪✪**