الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية
مديرية التربية الجزائر وسط
الخاصّة -بوزريعة -"الرّجاء والتفوّق"مدرسة

مدرسة "الرّجاء والتفوّق" الخاصّة
Ecole Erradja wa Tafaouk
ÉCOLE PRIVÉE

المادّة: رياضيات
المستوى: 2 ت إ

التوقيت: 2ساعـــة
التاريخ:2023/05/26

اختبار الفصل الثالث

التمرين الأول: (6 نقاط)

(u_n) متتالية عددية معرّفة بحدّها الأوّل $u_0=1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=\frac{1}{2}u_n-1$

1) أحسب الحدود u_1 , u_2 , u_3 .ثم خمن اتجاه تغير المتتالية (u_n).

2) بفرض أنّ: $u_n \geq -2$ ، جد اتجاه تغير المتتالية $(\ _n)$.

3) لتكن (v_n) متتالية معرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=u_n+2$

أ) بيّن أنّ (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين v_0 وأساسها q.

ب) أكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n.

ج) أحسب بدلالة n المجموع: $S_n=v_0+v_1+...+v_n$

د) استنتنج بدلالة n المجموع : $S_n=u_0+u_1+...+u_n$

التمرين الثاني: (6 نقاط)

يتكون هذا التمرين من جزئين منفصلين:

الجزء الأول:

(u_n)متتالية حسابية معرّفة بحدّها الثاني $u_1=3$ وبمجموع حدودها الأربعة الأولى: $u_0+u_1+u_2+u_3=22$

1) عيّن أساس هذه المتتالية وحدّها الأوّل u_0.

2) أكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n، ثم عين أصغر قيمة للعدد الطبيعي n حيث: $u_n \geq 2022$

3) أحسب بدلالة n المجموع: $S_n=u_1+u_2+...+u_n$

4) عيّن قيمة n حيث: $S_n=1974$

الجزء الثاني:

(v_n)متتالية هندسية حدودها موجبة معرّفة على $\mathbb{N}$ بحدّها الأوّل $v_0=18$ والعلاقة: $v_0+v_1+v_2=38$

1) بيّن أنّ أساس المتتالية (v_n) هو $q=\frac{2}{3}$.

2) أكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n.

3) أدرس اتجاه تغير المتتالية (v_n).

4) نضع: $S_n=v_0+v_1+...+v_{n-1}$

- أحسب S_n بدلالة n.

التمرين الثالث: (8 نقاط)

نعتبر الدّالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}-\{-2\}$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{x^2+5x+10}{x+2}$

ليكن (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{i};\vec{j})$.

1) أ- أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

ب- أحسب $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}-2}f(x)$ و $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}-2}f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيًا.

2) أ- عيّن الأعداد الحقيقة a، b، c حيث من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{-2\}$: $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{x+2}$

ب- بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذو المعادلة: $y=x+3$ مستقيم مقارب مائل للمنحني (C).

جـ- أدرس وضعية المنحني (C) بالنسبة للمستقيم (Δ).

3) أ- بيّن أنّه من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{-2\}$ فإنّ: $f'(x)=\dfrac{x^2+4x}{(x+2)^2}$

ب- أدرس اتجاه تغير الدّالة f على مجالي مجموعة تعريفها ، ثم شكّل جدول تغيراتها.

4) أكتب معادلة المماس (T) للمنحني (C) عند النّقطة ذات الفاصلة 2.

5) بيّن أنّ النقطة $\Omega(-2;1)$ هي مركز تناظر للمنحني (C).

6) أنشئ المستقيم (Δ) و المنحني (C).

7) نعتبر الدالة [redacted] المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=\dfrac{x^2+5|x|+10}{|x|+\text{[redacted]}}$ و (C_g) تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق.

أ- بيّن أنّ [redacted] دالة زوجية.

ب- اشرح كيفية انشاء المنحني (C_g) اعتمادا على المنحني (C) ثم أنشئه.

تصحيح اختبار الفصل الثالث

حل التمرين الأول:

1) حساب الحدود:

$$u_1=\frac{1}{2}u_0-1=\frac{1}{2}(1)-1=-\frac{1}{2}$$

$$u_2=\frac{1}{2}u_1-1=\frac{1}{2}\left(-\frac{1}{2}\right)-1=-\frac{5}{4}$$

$$u_3=\frac{1}{2}u_2-1=\frac{1}{2}\left(-\frac{5}{4}\right)-1=-\frac{13}{8}$$

نخمن أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما لأن:

$$u_0>u_1>u_2>u_3$$

2) دراسة اتجاه التغير:

$$u_{n\cdot 1}\quad u_n\quad \frac{1}{2}u_n\quad 1\text{ -}u_n=\frac{-u_n-2}{2}$$

لدينا $u_n\geq -2$ وبالتالي $\frac{-u_n-\text{[redacted]}}{2}\leq 0$

إذن المتتالية (u_n) متناقصة تماما على $\mathbb{N}$.

3) اثبات أن (v_n) هندسية:

لدينا: $v_{n+1}=u_{n+1}+2$

$$v_{n+1}=\frac{1}{2}u_n-1+2=\frac{1}{2}v_n$$

إذن (v_n) هندسية أساسها $q=\frac{1}{2}$ وحدها الأول $v_0=3$

4) عبارة v_n بدلالة n: $v_n=3\left(\frac{1}{2}\right)^n$

عبارة u_n بدلالة n: $u_n=3\left(\frac{1}{2}\right)^n-2$

5) حساب المجموع S_n: $S_n=6\left[1-\left(\frac{1}{2}\right)^n\right]$

6) استنتاج المجموع S'_n: $S'_n=6\left[1-\left(\frac{1}{2}\right)^n\right]-2n-2$

حل التمرين الثاني:

1) حساب الأساس:

$$u_1-r+u_1+u_1+r+u_1+2r=22$$

$12+2r=22$ ومنه $r=5$ و $u_0=-2$

2) عبارة u_n بدلالة n: $u_n=5n-2$

أصغر قيمة للعدد الطبيعي n:

$u_n\geq 2022$ أي $5n-2\geq 2022$ ومنه $n\geq 404.8$

وبالتالي: $n=405$

3) حساب المجموع S_n: $s_n=\frac{n(5n+1)}{2}$

4) ايجاد قيمة n بحيث $S_n=1974$

$\frac{n(5n+1)}{2}=1974$ أي $5n^2+n=3948$

ومنه $5\ ^2+n-3948=0$ وبالتالي $n=28$

ايجاد الأساس:

$$18+18q+18q^2=38$$

أي $18q^2+18q-20=0$ إذن $q=\frac{2}{3}$

عبارة v_n بدلالة n: $v_n=18\left(\frac{2}{3}\right)^n$

اتجاه التغير:

بما أن $q=\frac{2}{3}<1$ و $v_0=18>0$ اذن (v_n) متناقصة تماما على $\mathbb{N}$.

حساب المجموع S_n: $S_n=54\left[1-\left(\frac{2}{3}\right)^n\right]$

حل التمرين الثالث:

1) النهايات:

$$\lim_{x\to-\infty}f(x)=\lim_{x\to-\infty}\frac{x^2}{x}=\lim_{x\to-\infty}x=-\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty}f(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2}{x}=\lim_{x\to+\infty}x=+\infty$$

$$\lim_{\substack{x\to-2\\ >}}f(x)=+\infty\qquad \lim_{\substack{x\to-2\\ <}}f(x)=-\infty$$

$x=-2$ مستقيم مقارب عمودي.

2) تعيين الثوابت: بعد توحيد المقامات والمطابقة نجد $a=1$ ، $b=3$ ، $c=4$

$$\lim_{|x|\to+\infty} f(x) - y = \lim_{|x|\to+\infty} \frac{4}{x+2} = 0 \quad (3$$

4) دراسة الوضعية:

$x \in]-\infty;-2[$ (C) يقع تحت (Δ).

$x \in]-2;+\infty[$ (C) يقع فوق (Δ).

5) دراسة اتجاه التغير:

x	$-\infty$		-4		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	-3	$\searrow$	$-\infty$ ‖ $+\infty$	$\searrow$	5	$\nearrow$	$+\infty$

6) معادلة المماس:

$$y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$$

$$y = f'(2)(x-2) + f(2)$$

$$y = \frac{3}{4}(x-2) + 6$$

$$y = \frac{3}{4}x + \frac{9}{2}$$

7) مركز تناظر:

$$f(2\alpha - x) + f(x) = 2\beta$$

$$f(-4-x) + f(x) = 2$$

$$f(-4-x) + f(x) = -4 - x + 3 + \frac{4}{-x-2} + x + 3 + \frac{4}{x+2}$$

$$f(-4-x) + f(x) = 2$$