امتحان بكالوريا تجريبي في مادة الرياضيات

المستوى : 3 ع ت **المدة :03 سا و 30 د**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين
الموضوع الأول

التمرين الأول (04 نقاط) :

عين الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات التالية ، مع التبرير :

1) (U_n) متتالية معرفة بحدها الاول U_0 و من أجل كل عدد طبيعي n ، $U_{n+1}=4+\sqrt{U_n+2}$ و $4\le U_n\le 7$

قيمة U_0 حتى تكون المتتالية ثابتة هي :

أ) 7 ب) 2 ج) 4

2) المتتالية (V_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $V_n=\int_n^{n+1} e^{1-x}dx$ هي متتالية هندسية أساسها q يساوي :

أ) $q=\frac{e-1}{e}$ ب) $q=\frac{1}{e}$ ج) $q=e-1$

3) كيس به 7 كريات متماثلة لانفرق بينها باللمس ، منها 4 كريات بيضاء و 3 كريات سوداء

نسحب من الكيس ثلاث كريات على التوالي دون إرجاع

احتمال سحب الكرية الثانية بيضاء و لأول مرة هو :

أ) $\frac{2}{7}$ ب) $\frac{6}{7}$ ج) $\frac{9}{35}$

4) حلول المعادلة $3^{2x}-3^{x+1}+2=0$ في $\mathbb{R}$ هي :

أ) $S=\{1;2\}$ ب) $S=\left\{\frac{1}{\ln 3};\frac{\ln 2}{\ln 3}\right\}$ ج) $S=\left\{0;\frac{\ln 2}{\ln 3}\right\}$

التمرين الثاني: (05 نقاط)

المتتالية العددية (U_n) معرفة بـ : $U_0=4$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1}=\sqrt{5+\frac{1}{2}U_n^2}$

1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $U_n>\sqrt{10}$

2) بين أن المتتالية (U_n) متناقصة تماما ثم استنتج أنها متقاربة

3) المتتالية العددية (V_n) معرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $V_n=\alpha-U_n^2$ حيث α عدد حقيقي

• عين قيمة α التي من أجلها تكون المتتالية (V_n) هندسية أساسها $\frac{1}{2}$

4) نضع فيما يلي : $\alpha=10$

أ) أكتب V_n بدلالة n ، ثم استنتج عبارة U_n بدلالة n ، ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}U_n$

ب) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n=U_0^2+U_1^2+U_2^2+.....+U_n^2$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

يحتوي صندوق على 10 كريات متماثلة لا نفرق بينها باللمس ، منها كريتان تحملان الرقم 1 و ثلاث كريات تحمل الرقم 0 و خمس كريات تحمل الرقم 2

1) نسحب عشوائيا و في آن واحد 3 كريات من الصندوق و نعتبر الحدثين A و B حيث :

A " الكريات المسحوبة تحمل أرقاما مختلفة " B " الكريات المسحوبة تحمل أرقاما جداؤها معدوما "

أ) احسب $P(A)$ و $P(B)$ احتمال الحدثين A و B على الترتيب

ب) بين أن $P(A\cap B)=\frac{7}{10}$ ، هل الحدثان A و B مستقلان ؟ علل

ج) علما أن جداء أرقام الكريات معدوما ، ما احتمال أن تكون مختلفة

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة عدد الارقام المتساوية المحصل عليها

أ) برر أن مجموعة قيم المتغير العشوائي X هي : $\{0;2;3\}$

ب) عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ثم احسب أمله الرياضياتي $E(X)$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

لتكن f الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=\frac{1+\ln x}{x^2}$

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$

1) أ) احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا

ب) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا

2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x)=\frac{-1-2\ln x}{x^3}$

ب) استنتج إتجاه تغير الدالة f على المجال $]0;+\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها

3) أ) بين أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة يطلب تعيين احداثياها

ب) استنتج اشارة $f(x)$ على المجال $]0;+\infty[$

4) أنشىء (C_f)

5) من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم نرمز بالعدد I_n لمساحة الحيز المحصور بين (C_f) و حامل محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتهما : $x=\frac{1}{\mathrm{e}}$ و $x=n$

أ) بين أن $F:x\longmapsto\frac{-2-\ln x}{x}$ دالة أصلية للدالة f على المجال $]0;+\infty[$

ب) أحسب I_n بدلالة n

ج) احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} I_n$

إنتهى الموضوع الاول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

يراد تشكيل لجنة تضم رئيسا و نائبه الأول و نائبه الثاني من بين 6 ذكور و 4 إناث

1) بين أن عدد اللجان التي يمكن تشكيلها هو : 720

2) أحسب احتمال الأحداث الآتية

A " اللجنة من جنسين مختلفين " B " الرئيس ذكر و النائب الأول أنثى "

C " باللجنة أنثى على الأقل " D " اللجنة مشكلة من الذكور فقط "

3) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل لجنة $X=-\alpha y+2z$ حيث (y عدد الاناث المتواجدات باللجنة و z عدد الذكور المتواجدون باللجنة) α عدد حقيقي

أ) عين القيم الممكنة التي ياخذها المتغير العشوائي X و عرف قانون احتماله

ب) أحسب الأمل الرياضياتي $E(X)$ للمتغير العشوائي X بدلالة α

ج) عين قيمة العدد الحقيقي α حتى يكون: $E(X)=-\frac{6}{5}$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(U_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $U_0=\frac{3}{2}$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1}=\frac{6U_n-2}{U_n+3}$

1) عين العددين الحقيقين a و b حيث : $U_{n+1}=a+\frac{b}{U_n+3}$

2) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $\frac{3}{2}\le U_n\le 2$

3) ادرس اتجاه تغير المتتالية (U_n) ، ثم استنتج أنها متقاربة

4) أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0\le 2-U_{n+1}\le\frac{8}{9}(2-U_n)$

ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0\le 2-U_n\le\frac{1}{2}\left(\frac{8}{9}\right)^n$

ج) احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}U_n$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

1) $P(z)$ كثير حدود للمتغير المركب z حيث : $P(z)=z^3-12z^2+48z-72$

أ) تحقق أن 6 هو جذر لكثير الحدود $P(z)$.

ب) جد العددين الحقيقيين α و β بحيث من أجل كل عدد مركب z : $P(z)=(z-6)(z^2+\alpha z+\beta)$

ج) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ ، المعادلة $P(z)=0$

2) المستوي المركب مزود بالمعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$

نعتبر النقط A ، B ، C ذات اللواحق : $z_A=6$ ، $z_B=3+i\sqrt{3}$ ، $z_C=3-i\sqrt{3}$ على الترتيب

أ) أكتب كلا من z_A ، z_B و z_C على الشكل الأسي .

ب) أكتب العدد المركب $\frac{z_A - z_B}{z_A - z_C}$ على الشكل الجبري ، ثم على الشكل الأسي .

ج) استنتج طبيعة المثلث ABC

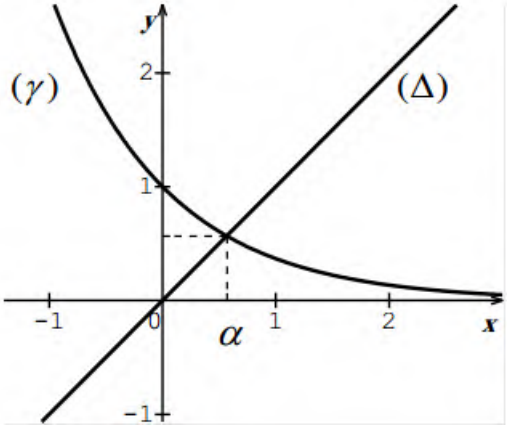
3) ليكن S التشابه المباشر الذي مركزه C نسبته $\sqrt{3}$ و زاويته $\frac{\pi}{2}$.

أ) جد الكتابة المركبة للتشابه S .

ب) عين $z_{A'}$ لاحقة النقطة A' صورة النقطة A بالتشابه S .

ج) بين أن النقط A ، B و A' في استقامية .

التمرين الرابع: (07 نقاط)



المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

I) ليكن (γ) التمثيل البياني للدالة $x \longmapsto e^{-x}$ و (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y = x$ ، α هي فاصلة نقطة تقاطع (γ) و (Δ)

1) بقراءة بيانية حدد وضعية (γ) بالنسبة لـ (Δ) على $\mathbb{R}$

2) g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = e^{-x} - x$

• استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$

3) تحقق أن : $0,56 < \alpha < 0,57$

II) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = x^3 + (3x+3)e^{-x}$

و (C_f) هو تمثيلها البياني

1) أ) احسب $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

ب) ادرس الوضعية النسبية بين المنحنى (C_f) و المنحنى (P) الممثل للدالة مكعب

ج) احسب $\lim\limits_{x \to +\infty} [f(x) - x^3]$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا

2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = -3x\, g(x)$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها

3) أنشىء المنحنى البياني للدالة مكعب و المنحنى (C_f) ، تعطى $f(\alpha) \simeq 2,8$

4) من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما β ، نرمز بـ $S(\beta)$ لمساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنيين (C_f) و (P) و المستقيمين ذا المعادلتين $x = 0$ و $x = \beta$

أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة أحسب $S(\beta)$ ، ثم $\lim\limits_{\beta \to +\infty} S(\beta)$

إنتهى الموضوع الثاني