MELINA PRIVATE SCHOOL
ثانوية ميلينا الخاصة

الموسم الدراسي :1445 هـ/ 23 -2024 م

البكالوريا التجريبي في مادةالرياضيات

للسنة الثالثة ثانوي شعبة علوم تجريبية

المدة :3 ساعات ونصف — **أستاذ المادة: مزروح يوسف** — **التاريخ : 2024/05/13**

على المترشح إختيار احد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

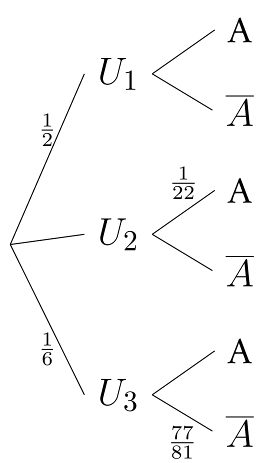
التمرين الأول:05 نقاط

ثلاث صناديق غير شفافة U_1 ، U_2 و U_3 يحتوي الصندوق U_1 على 6 كرات بيضاء و 5 كرات خضراء و 4 كرات حمراء ويحتوي الصندوق U_2 على 5 كرات بيضاء و 4 كرات خضراء و 3 كرات حمراء ويحتوي الصندوق U_3 على 4 كرات بيضاء و 3 كرات خضراء و 2 كرات حمراء (كل الكرات متشابهة ولانفرق بينها عند اللمس)

نرمي زهرة نرد غير مزيف ذات 6 اوجه مرقم من 1 إلى 6

إذا ظهر رقم زوجي فإننا نسحب عشوائيا وفي آن واحد كرتين من U_1 وإذا ظهر رقم فردي اكبر من 2 فإننا نسحب عشوائيا كرتين على التوالي دون إرجاع من U_2 وفي بقية الحالات نسحب كرتين على التوالي مع الإرجاع من U_3

نعتبر الأحداث : : A "سحب كرتين حمراوين " ، B : "سحب كرتين من نفس اللون "



1. بين أن $P_{U_1}(A)=\dfrac{2}{35}$
2. أكمل شجرة الإحتمالات المرفقة مبررا خطوات الحساب
3. بين أن $P(A)=\dfrac{9721}{187110}$ ثم أحسب $P_{U_3}(B)$.
4. علما أن الكرتين حمراوان،مإحتمال أن تكونا من نفس الصندوق U_1

نفرغ الآن جميع الكرات من الصناديق الثلاثة ونضعها في صندوق واحد ونسحب عشوائيا 3 كرات بدون إرجاع

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات الحمراء المسحوبة

1. عين قانون إحتمال المتغير العشوائي x ثم أحسب امله الرياضي

2 إستنتج $P(\ln(\sqrt{x+1})-\frac{1}{2}>0)$

التمرين الثاني:04 نقاط لكل سؤال إجابة واحدة فقط صحيحة عينها مع التعليل:

1 القيمة المتوسطة للدالة $(x-2)e^{x^2-4x+1}$ على المجال $[0;4]$ هي

(ا) $m=\frac{1-e}{4}$ (ب) $m=0$ (ج) $m=\frac{e^2-e}{4}$.

2 العدد المركب A حيث : $A=\left(\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{1445}+\left(-\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{2024}$ يساوي:

(ا) $A=-i\sqrt{3}$ (ب) $A=-1$ (ج) $A=i\sqrt{3}$.

3 المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_n=8\times 3^{2n}-2n+1$

نضع $S_n=u_0+u_1+....+u_n$ S_n يساوي:

(ا) $9^{n+1}-n^2$ (ب) $9^{n+1}-(n+1)^2$ (ج) $9^{n+1}+n^2$

4 نعتبر المعادلة التفاضلية : $-y'+2y-2=0$ الحل الخاص لها والذي يحقق $y(0)=2024$ هو:

(ا) $y=2023e^{-2x}+1$ (ب) $y=-2023e^{2x}+1$ (ج) $y=2023e^{2x}+1$.

التمرين الثالث: 04 نقاط

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ:

$$u_n=\int_n^{n+1} e^{1-x}dx$$

1 أحسب u_0 ثم برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $u_n>0$

2 أحسب u_n بدلالة n.

3 برهن أن المتتالية (u_n) هندسية اساسها $\frac{1}{e}$

4 أدرس إتجاه تغير المتتالية (u_n)

5 إستنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة ثم أحسب نهايتها.

6 ليكن المجموع S_n : $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + ... + u_n$

أحسب S_n ثم أحسب $\lim_{n\to+\infty} S_n$

التمرين الرابع: 07 نقاط

I- g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = 2(e^x + e^{-x}) - 3$

1 أدرس إتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها. (لايطلب حساب النهايات)

2 إستنتج أنه من اجل كل عدد حقيقي x: $g(x) > 0$

II- f دالة معرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ : $f(x) = \dfrac{2xe^x - 2x - 1}{e^x - 1}$.

(C_f) منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1 أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها .

2 (ا) بين أن $f'(x) = \dfrac{e^x \times g(x)}{(e^x - 1)^2}$ ثم أدرس إتجاه تغير الدالة f.

(ب) شكل جدول تغيرات الدالة f

3 (ا) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = 2x$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $+\infty$.

(ب) أدرس الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ)

(ج) بين أن المستقيم (Δ') ذو المعادلة $y = 2x + 1$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $-\infty$.

4 بين أن $f(-x) + f(x) = 1$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

5 (ا) ارسم (Δ) ، (Δ') و (C_f) . (يعطى $f(0,6) = f(-0,86) = 0$)

(ب) بين أن جميع المستقيمات ذي المعادلات $y = mx + \dfrac{1}{2}$ تشمل نقطة ثابته يطلب تعيينها. حيث $(m \in \mathbb{R})$

(ج) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x) = mx + \dfrac{1}{2}$

6 (ا) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم : $f(x) = 2x - \dfrac{e^{-x}}{1 - e^{-x}}$

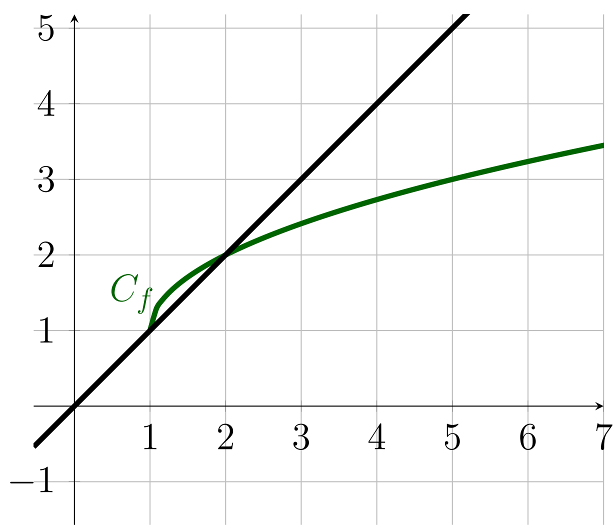
(ب) S مساحة الحيز المستوي المحدد بـ (C_f) و (Δ) والمستقيمات $x = 1$ و $x = 2$

بين أن : $S = (\ln(e+1) - 1)u.a$

الموضوع الثاني

التمرين الأول: 05 نقاط

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بحدها الأول $u_0 = 6$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1} = \sqrt{u_n - 1} + 1$
في الشكل المقابل المنحنى (C_f) الممثل للدالة f المرفقة بالمتتالية (u_n) والمعرفة بالعبارة $f(x) = \sqrt{x-1} + 1$ والمنصف الأول ذي المعادلة $y = x$



1 (ا) أعد رسم الشكل ثم مثل الحدود u_0 ; u_1 ; u_2

(ب) ماهو تخمينك حول إتجاه تغير المتتالية (u_n)

2 برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $2 < u_n \leq 6$

3 تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n:

$$u_{n+1} - u_n = \sqrt{u_n - 1}(1 - \sqrt{u_n - 1})$$

4 إستنتج أن (u_n) متناقصة ثم بين انها متقاربة وعين نهايتها.

5 (ا) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n:

$$0 \leq u_{n+1} - 2 \leq \frac{1}{2}(u_n - 2)$$

(ب) إستنتج أن $0 \leq u_n - 2 \leq 4\left(\frac{1}{2}\right)^n$
ثم عين نهاية (u_n)

التمرين الثاني:04 نقاط

1 كيس به 3 كرات بيضاء و5 كرات سوداء نسحب من الكيس 3 كرات على التوالي بدون إرجاع الكرة المسحوبة.

(ا) أحسب إحتمال الحادثتين :

A :" الحصول على 3 كرات من نفس اللون. "

B :" الحصول على كرة سوداء واحدة على الأقل. "

2 في هذا الجزء نفرض ان عدد الكرات السوداء هو n حيث n عدد طبيعي كيفي اكبر تماما من 2
نقوم بسحب كرتين على التوالي بدون إرجاع الكرة المسحوبة
ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات السوداء المسحوبة.

(ا) بين أن $P(x=1)=\dfrac{6n}{(n+3)(n+2)}$

(ب) عرف قانون الإحتمال لـ X ثم بين أن $E(x)=\dfrac{2n}{n+3}$

التمرين الثالث:04 نقاط

في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط $C;B;A$
حيث : $z_A=1+i\sqrt{3}$ ، $z_B=\overline{z_A}$ ، $z_C=z_A\times z_B$

1 حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $z^2-2z+4=0$

2 (ا) بين أن المثلث ABC متقايس الأضلاع

(ب) عين z_G لاحقة النقطة G مركز ثقل المثث ABC

(ج) بين أن G مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC

3 (λ) هي مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث: $z=2+2e^{i\theta}$ و $\theta\in\mathbb{R}$

(ا) تحقق أن النقطة A تنتمي إلى المجموعة (λ)

(ب) إستنتج مجموعة النقط (λ)

4 r دوران مركزه A ويحول B إلى C

(ا) أكتب العبارة المركبة للدوران r

(ب) عين مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث: $|z-1-i\sqrt{3}|=|\overline{z}-1-i\sqrt{3}|$

التمرين الرابع: 07 نقاط

I- f الدالة العددية المعرفة على $D =]-\infty; -1[\cup]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = \ln(1+\frac{1}{x}) + x + 1$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1. أحسب $\lim_{x \overset{>}{\to} -1}$ نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها.

2. (ا) بين أنه من أجل كل x من D فإن: $f'(x) = \frac{x^2+x-1}{x^2+x}$

   (ب) أدرس إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3. (ا) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) معادلته $y = x+1$

   (ب) أدرس وضعية (C_f) بالنسبة لـ (Δ)

4. بين أنه من أجل كل x من D : $f(-1-x) + f(x) = 1$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

5. بين أن (C_f) يقبل مماسان (T_1) و (T_2) يوازيان المستقيم ذو المعادلة $y = \frac{1}{2}x + e$ ثم عين معادلة كل منهما.

6. أرسم (T_1) ، (T_2) ، (Δ) و (C_f)

7. تحقق أن الدالة $x\ln(1+\frac{1}{x}) + \ln(|x+1|)$ اصلية لـ $\ln(1+\frac{1}{x})$

8. نسمي S المساحة للحيز المستوي المحدد بـ (C_f) والمستقيمات $y = x+1$; $x = 1$ و $x = 2$

   بين أن: $S = (3\ln(\frac{3}{2}) - \ln(2))u.a$

II- h دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $h(x) = f(|x|)$

1. بين أن h دالة زوجية.

2. إشرح كيف يمكن إنشاء (C_h) إنطلاقا من (C_f) ثم أرسمه في نفس المعلم.

بالتوفيق في بكالوريا 2024