الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

ثانوية العربي عبد القادر - بوقيرات

امتحان بكالوريا التجريبي التعليم الثانوي — دورة: 2024

الشعبة: تقني رياضي

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 04 سا و30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول:(04 نقاط)

1. نعتبر في $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ المعادلة (E) ذات المجهول $(x;y)$ حيث : $63x+5y=159...(E)$.

أ- تحقق أنّ $p\gcd(5;63)=1$ ثم بيّن أنّ المعادلة (E) تقبل حلولا في $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$.

ب-عيّن الحل الخاص $(x_0;y_0)$ حلا للمعادلة (E)الذي يحقق $x_0+y_0=-3$ ثم استنتج حلول المعادلة (E) .

ج- عيّن الثنائيات $(x;y)$ حلول المعادلة (E) والتي تحقق $\ln|13x+y-33|<2\ln 2$.

2. N عدد طبيعي يكتب $\overline{5\alpha0\alpha}$ في نظام التعداد ذو الأساس 7 ويكتب $\overline{\beta10\beta0}$ في نظام التعداد ذو الأساس 5 .

– جد العددين الطبيعيين α و β ثم أكتب العدد $N+\alpha+\beta$ في النظام العشري .

3. أ- أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 5 .

ب- جد الثنائيات $(x;y)$ حلول المعادلة (E) والتي تحقق : $3^{x+1}+3^{-3y-2}+2024^{1445}\equiv 0[5]$

التمرين الثاني : (04 نقاط)

يحتوي كيس على خمس كريات حمراء تحمل الأرقام 1- ، 0 ، 1 ، 1 ، 2 وأربع كريات بيضاء تحمل الأرقام 1- ، 0 ، 1، 2 وكرتين خضراوين تحملا الرقمين 2، 4 (جميع الكريات متماثلة لانفرق بينها عند اللمس)

نسحب من الكيس ثلاث كريات في آن واحد.

1) نعتبر الأحداث التالية :

A "الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون " ، B " الحصول على ثلاث كريات جداء أرقامها سالب تماما "

C " الحصول على ثلاث كريات أرقامها هي حدود متتابعة من متتالية حسابية "

أ- أحسب $P(A)$ و$P(B)$ ثمّ بيّن أنّ $P(C)=\frac{12}{55}$.

ب- بيّن أن : $P(A\cap B)=\frac{4}{165}$ ثم استنتج $P(\overline{A\cup B})$.

2) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب أصغر الأرقام المحصل عليها .

أ- عيّن القيم الممكنة للمتغير المتغير العشوائي X ثمّ عرّف قانون إحتماله .

ب- أحسب الأمل الرياضياتي $E(X)$ واستنتج قيمة العدد الطبيعي a حيث $E(-55X+a)=2038$.

3) نعيد الكيس إلى وضعه الأول ثم نسحب منه ثلاث كرات على التوالي دون إرجاع .

– أحسب إحتمال الحصول على ثلاث كريات أرقامها هي حدود متتابعة من متتالية هندسية غير معدومة "

التمرين الثالث : (05 نقاط)

(u_n) متتالية عددية معرفة على بحدها الأول $u_0=4$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=4-\frac{8}{u_n+2}$

1. برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $2<u_n\leq 4$.
2. أدرس إتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم استنتج أنّها متقاربة.
3. أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $0<u_{n+1}-2\leq\frac{2}{3}(u_n-2)$

ب) بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 < u_n - 2 \leq 2\left(\frac{2}{3}\right)^n$ ثم استنتج $\lim\limits_{x \to +\infty} u_n$.

4. لتكن (v_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = \ln\left(\frac{u_n}{u_n - 2}\right)$

أ- بيّن أنّ المتتالية (v_n) حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول v_0 .

ب- أكتب v_n بدلالة n ثم بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = \frac{2}{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}$ و أحسب $\lim\limits_{x \to +\infty} u_n$.

5. أحسب بدلالة n المجموعين S_n و S'_n

حيث : $S_n = \frac{2}{u_n - 2} + \frac{2}{u_{n+1} - 2} + \dots + \frac{2}{u_{n+2023} - 2}$ و $S'_n = \ln\left(\frac{u_0}{u_1}\right) + \ln\left(\frac{u_1}{u_2}\right) + \dots + \ln\left(\frac{u_{n-1}}{u_n}\right)$

التمرين الرابع : (07 نقاط)

I. لتكن الدالة g المعرفة على $\Re$ بـ : $g(x) = 2 - (x+2)e^{x+2}$

1) أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α يحقق : $-1.15 \prec \alpha \prec -1.14$ ثم حدد حسب قيم x إشارة $g(x)$.

II. لتكن الدالة f المعرفة على $\Re$ بـ : $f(x) = 2x - 1 - (x-1)e^{-x+2}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$.

1) أحسب $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $f'(x) = g(-x)$

ب) ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها

ج) بين أن : $f(-\alpha) = -2\alpha + 1 - \frac{2}{\alpha + 2}$ ثم عين حصرا لـ $f(\alpha)$.

3) أ) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = 2x - 1$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

ب) أدرس الوضع النسبي بين المنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) .

جـ) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماس (T) موازي للمستقيم (Δ) يطلب تعيين معادلته .

د) عين نقاط تقاطع المنحنى (C_f) مع حامل محور الفواصل .

4) أرسم المنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) والمماس (T) . ($-\alpha = 1.14$ ، $f(-\alpha) = 0.94$)

5) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x) = -2x + m$.

6) لتكن (I_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}^*$ بـ: $I_n = \int_1^2 (x-1)^n e^{-x+2} dx$

- باستعمال المكاملة بالتجزئة أحسب I_1 ثم فسر النتيجة هندسيا .
- باستعمال المكاملة بالتجزئة بيّن أنّ $I_{n+1} = -1 + (n+1) I_n$ ثم استنتج I_2

انتهى الموضوع الأول

الموضـــــوع الثـــاني

التمرين الأول : (04 نقاط)

نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$، النقط A ، B ، C التي لواحقها $z_A = 2+2i$ ، $z_B = 2\sqrt{3}-2i$ و $z_C = \overline{z_B}$ على الترتيب .

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $\left(\bar{z}-2+2i\right)\left(z^2-4z+16\right)=0$.

2) أ- أكتب العدد المركب $\frac{z_A}{z_B}$ على الشكل الجبري ثم الشكل الأسي .

ب- استنتج القيمة المضبوطة لــ $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)$ و $\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)$.

3) أكتب العدد $\frac{z_A - z_C}{z_B - z_C}$ على الشكل الأسي ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

4) n عدد طبيعي ، عيّن قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد $\left(\frac{z_B}{z_A}\right)^n$ حقيقيا .

5) عيّن (E) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z التي يكون من أجلها : $\left|\bar{z}-2+2i\right|=2$

التمرين الثاني : (04 نقاط)

يحتوي كيس على أربع كريات بيضاء تحمل الأرقام 1- ، 0 ، 1 ، 3 وأربع كريات حمراء تحمل الأرقام 1- ، 0 ، 1، 2 وكرتين خضراوين تحملا الرقمين 0، 2 (جميع الكريات متماثلة لانفرق بينها عند اللمس)
نسحب من الكيس ثلاث كريات في آن واحد.

1. نعتبر الأحداث التالية :
A "الحصول على الألوان الثلاثة " ، B " الحصول على ثلاث كريات مجموع أرقامها معدوم "
C " الحصول على ثلاث كريات أرقامها من نظام التعداد ذي الأساس 4 "

أ- أحسب $P(A)$ و$P(B)$ و $P(C)$.

ب- بيّن أن : $P(A\cap B)=\frac{1}{40}$ ثم استنتج $P\left(\overline{A\cup B}\right)$.

2. نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب لثلاث كريات عدد الألوان المتحصل عليها .
أ- عيّن القيم الممكنة للمتغير المتغير العشوائي X ثمّ عرّف قانون إحتماله .
ب- أحسب الأمل الرياضياتي $E(X)$ واستنتج قيمة العدد $E(5X+2013)$.

ج- أحسب $P\left(X=\frac{6}{5-X}\right)$.

التمرين الثالث : (05 نقاط)

لتكن المتتالية (u_n) هندسية متزايدة تماما حدها الأول u_0 و أساسها q حيث : $\begin{cases}\ln(u_1)+\ln(u_5)=20\\ u_0\times u_2=e^8\end{cases}$

1. أ) أحسب u_1 والأساس q للمتتالية (u_n) .

ب) تحقق أنّه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n=e^{3n+1}$.

ج) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n=\ln(u_0)+\ln(u_1)+...+\ln(u_n)$.

2. نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $A_n=n+2$.

أ) بيّن أنّ : $PGCD(2S_n;A_n)=PGCD(A_n;4)$.

ب) عيّ القيم الممكنة لـ $PGCD\left(2S_n;A_n\right)$.

ج) عيّن قيم العدد الطبيعي n حيث : $PGCD\left(2S_n;A_n\right)=2$.

3. أدرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n باقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 7 .

4. نضع : $B_n=3nA_n-2S_n+1445^{2024}+1$

- عيّن قيم العدد الطبيعي n والتي من أجلها يكون : $\begin{cases}B_n\equiv 0[7]\\ n\equiv 0[4]\end{cases}$

التمرين الرابع : (07 نقاط)

I. g دالة عددية معرفة على $]-2;+\infty[$ بـ: $g(x)=2(x+2)^2-1+\ln(2x+4)$.

1. أدرس إتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .
2. بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α من المجال $]-1.38;-1.37[$.
3. استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]-2;+\infty[$.

II. f دالة عددية معرفة على $]-2;+\infty[$ بـ: $f(x)=-2x-4+\dfrac{\ln(2x+4)}{x+2}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ (وحدة الطول $1cm$)

1. أ) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to-2\\ >}} f(x)$ وفسر النتيجة بيانيا .

ب) بيّن أنّ المستقيم (Δ) معادلته $y=-2x-4$ مقارب مائل لـ (C_f) ثم أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

2. أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-2;+\infty[$ أنّ : $f'(x)=\dfrac{-g(x)}{(x+2)^2}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

ج) بيّن أنّ $f(\alpha)=-4\alpha-8+\dfrac{1}{\alpha+2}$ ثم عيّن حصرا له .

3. بيّن أنّ المنحنى (C_f) يقبل مماس (T) ميله -2 يطلب كتابة معادلة له .

4. أ)أرسم المنحنى (C_f) والمماس (T) والمستقيم المقارب (Δ) .

ب) m وسيط حقيقي ، ناقش بيانيا وحسب قيم m عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x)=-2x-m$.

5. أ) أحسب بالسنتمتر المربع A مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) والمستقيمين الذين معادلتيهما $x=\alpha$ و $x=-\dfrac{3}{2}$

ب) تحقق أنّ : $A=\dfrac{1}{2}\left(2\alpha^2+8\alpha+7\right)^2 cm^2$.

انتهى الموضوع الثاني