الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — مديرية التربية لولاية أم البواقي

امتحان البكالوريا التجريبي — دورة مـــــــاي 2024

الشعبة : تقني رياضي — ثانوية الطيب العقبي – العامرية -

اختبار في مادة : الرياضيات — أستاذ المادة : طويجيني حسام الدين — المدة : 04 ساعات و 30 د

أستاذ مادة الرياضيات
طويجيني حسام الدين

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأول :

التمرين الأول :(04.50 نقاط)

بالتوفيق في شهادة البكالوريا

I. $P(z)$ كثير حدود للمتغير المركب z حيث : $P(z) = z^3 - 3z^2 + 3z + 7$

1- احسب $P(-1)$ ثم عين العددين الحقيقيين a و b حتى يكون :

$$P(z) = (z+1)(z^2 + az + b)$$

2- حل في المعادلة : $P(z) = 0$

II. في المستوي المركب المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(o, \vec{u}, \vec{v})$ تعتبر النقط D, C, B, A التي لواحقها على الترتيب :

1- عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون : $(z_B - z_A)^n$ عددا حقيقيا سالبا .

2- عين طبيعة المثلث ABC .

3- أكتب $\frac{z_A - z_C}{z_D - z_C}$ على الشكل الأسي ثم استنتج أن A صورة D بتحويل نقطي يطلب تعيينه وتعيين عناصره المميزة .

4- جد مركز ونصف قطر الدائرة المحيطية بالمثلث ACD .

6- عين مجموعة النقط M من المستوي حيث : $\|-\overrightarrow{AM} + 2\overrightarrow{BM} + 2\overrightarrow{CM}\| = \|\overrightarrow{BM} - \overrightarrow{CM}\|$

7- أنشئ دون حساب النقطة H والتي لاحقتها : $Z_H = 1 + e^{i\frac{\pi}{6}}$, ثم عيّن بطريقة هندسية عمدة العدد المركب Z_H .

التمرين الثاني :(04.50 نقاط)

I- حل في R المعادلة التفاضلية : $(E): \acute{y} + y\ln 2 = 0$

ثم عين f الحل الخاص لها الذي يحقق : $f(0) = 1$

- نضع من أجل كل x من R : $f(x) = e^{-x\ln 2}$، عين دالة أصلية للدالة f على .

II- لتكن (U_n) متتالية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $U_n = \int_n^{n+1} f(x)dx$

- بين أن (U_n) متتالية هندسية ثم استنتج أن : $U_n = -\frac{1}{2^{n+1}\ln 2}$, ثم ادرس تقاربها .

- أحسب بدلالة n المجموع : $S_n = \frac{1}{U_0} + \frac{1}{U_1} + \cdots + \frac{1}{U_n}$

III- نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $v_n = \ln(|U_n|)$

- بين أن (v_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها وحدّها الأول .
- ادرس اتجاه تغير المتتالية (v_n).

- اكتب v_n بدلالة n ثم أحسب المجموع : $\acute{S}_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$

التمرين الثالث :(04 نقاط)

1) أ) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعدد 3^n على 7 .

ب) ما هو باقي القسمة الاقليدية للعدد $2017^{4n+2} + 2\times 2019^{6n+4}$ على 7 .

2) نعتبر المعادلة ذات المجهولين الصحيحين x و y : (E)..... $343x - 648y = 76$.

أ) بين أن المعادلة (E) تقبل حلولا في $\mathbb{Z}^2$.

ب) حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E).

3) ليكن d القاسم المشترك الأكبر للعددين الطبيعيين غير المعدومين x و y حلول المعادلة (E).

أ) ما هي القيم الممكنة للعدد d ؟ .

ب) عين الثنائيات $(x;y)$ من الأعداد الطبيعية بحيث يكون $d = 76$.

4) λ عدد طبيعي يكتب $\overline{\beta 1\alpha\beta}$ في نظام التعداد ذي الأساس 7 ، ويكتب $\overline{\alpha 1\alpha\alpha\beta}$ في نظام التعداد ذي الأساس 5.

جد العددين الطبيعيين α و β ، ثم أكتب λ في نظام التعداد ذي الأساس 6 .

التمرين الرابع : (07 نقاط)

I- نعتبر الدالتين f و g المعرفتين على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي: $f(x) = -x + 1 + \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$

$g(x) = -[2(x\sqrt{x} - 1) + \ln x]$ و (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$.

1- تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]1;+\infty[$: $x\sqrt{x} - 1 > 0$.

2- أحسب $g(1)$ ثم عين إشارة $g(x)$ لما : $0 < x < 1$.

3- أحسب نهايتي f عند 0 و $+\infty$.

4- بين أن (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (d) يطلب تعيين معادلة له. ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى (d).

5- أحسب $f\acute{}(x)$ على المجال $]0;+\infty[$ ثم تحقق أن: $f\acute{}(x) = \frac{g(x)}{2x\sqrt{x}}$.

6- استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

7- أنشئ (d) و (C_f).

II - باستعمال المكاملة بالتجزئة بين ان الدالة : $x \to 2\sqrt{x}\ln x - 4\sqrt{x} + 4$ هي الدالة الأصلية للدالة $x \to \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$ على المجال $]0;+\infty[$ والتي تنعدم عند 1.

- أحسب $A(\alpha)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها:

$x = 1$ ، $x = \alpha$ و $y = -x + 1$,حيث : $0 < \alpha < 1$

ثم احسب : $\lim_{\alpha\to+\infty} A(\alpha)$

الموضوع الثاني :

التمرين الأول :(05 نقاط)

1- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $(z-i)(z^2+2z+2)=0$

2- المستوي منسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(o\,,\vec{u}\,,\vec{v})$ النقط $A\,,B\,,C\,,D$ لواحقها على الترتيب:

$$z_D=1-2i\ ,\quad z_C=-1-i\quad ,\ z_B=2\ ,\quad z_A=i$$

أ- تحقق أن النقطة D مرجح للجملة $\{(A,1),(B,-1),(C,-1)\}$.

ب - أكتب العدد المركب $\frac{z_D-z_A}{z_B-z_C}$ على الشكل الأسي ثم فسر النتيجة هندسيا و برر طبيعة الرباعي $ABCD$.

ج – أكتب العدد المركب $-4+4i$ عل الشكل الأسي ثم أحسب $(-4+4i)^{2018}$.

3- من أجل كل نقطة $M(z)$ من المستوي تختلف عن B نرفق النقطة $M'(z')$ حيث : $z'=\frac{iZ-4+2i}{Z-2}$

أ - تحقق أن : $z'-i=\frac{-4+4i}{Z-2}$

ب - بين أن : $AM'\times BM=4\sqrt{2}$ و $\left(\vec{u};\overrightarrow{AM'}\right)+\left(\vec{u};\overrightarrow{BM}\right)=\frac{3\pi}{4}+2k\pi$ / $k\in\mathbb{Z}$

4/ (μ) هي مجموعة النقط M من المستوي حيث : $\arg(z-i)=\frac{\pi}{4}$

- هل النقطة E ذات اللاحقة $z_E=2+i$ تنتمي الى (μ)

- عين طبيعة المجموعة (μ) .

التمرين الثاني :(04 نقاط)

(U_n) المتتالية العددية المعرفة بـ : $U_0=2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1}=\frac{1}{2}U_n+2n$

1- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $U_n\ge n$ ثم استنتج $\lim_{n\to+\infty}U_n$.

2 - (V_n)المتتالية المعرفة بـ : $V_n=U_n-4n+b$, حيث b عدد حقيقي .

- عين قيمة b حتى تكون (V_n) متتالية هندسية يطلب تعين أساسها وحدها الأول .

- أكتب V_n بدلالة n ثم إستنتج U_n بدلالة n .

- أحسب $\lim_{n\to+\infty}U_n$.

3- نضع : $S_n=V_0+V_1+\cdots+V_n$ و $S'_n=U_0+U_1+\cdots+U_n$

- أحسب S_n بدلالة n ثم بين أن : $S'_n=S_n+(n+1)(2n-8)$

التمرين الثالث :(04 نقاط)

يحتوي كيس على أربع كرات بيضاء تحمل الأرقام 0، 1، 1، 2 وأربع كرات حمراء تحمل الأرقام 1، 1، 2، 2 .

نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كرات من هذا الكيس.

1) أحسب احتمال الحصول على :

أ) ثلاث كرات من نفس اللون .

ب) ثلاث كرات تحمل نفس الرقم .

ج) ثلاث كرات أرقامها مختلفة مثنى مثنى .

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة عدد الكرات المسحوبة التي تحمل الرقم 1 .

أ) عين قانون احتمال المتغير العشوائي X .

ب) أحسب الأمل الرياضي $E(X)$ والانحراف المعياري $\sigma(X)$.

التمرين الرابع :(07 نقاط)

I- لتكن الدالة العددية g المعرفة على R بالشكل: $g(x) = 1 + x + e^x$

1 - أدرس تغيرات الدالة g .

2 - برهن أن المعادلة : $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α فى R حيث :$\alpha \in]-1{,}3\ ,\ -1{,}2[$

3 - حدد تبعا لقيم x إشارة $g(x)$ ثم إستنتج إشارة $g(-x)$.

II - نعتبر الدالة العددية f المعرفة على R كما يلي : $f(x) = \frac{xe^x}{1+e^x}$ وليكن (C) تمثيلها البياني فى معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$.

1- أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها.

2- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي : $f'(x) = \frac{e^x}{(1+e^x)^2} . g(x)$

3- استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

4- برهن أن : $f(\alpha) = 1 + \alpha$.

5- برهن أن المنحنى (C) يقبل مستقيما مقاربا (Δ) معادلته : $y = x$.

6- أكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C)عند النقطة O مبدأ المعلم ثم أدرس وضعية (C) بالنسبة للمماس (T) .

7- أرسم (C) و(T) .

III- H نقطة فاصلتها x (حيث $x > 0$) وترتيبها معدوم , المستقيم الموازي للمحور (yy') والمار من H يقطع (C) فى النقطة M و يقطع المقارب (Δ) فى النقطة N , نضع : $\varphi(x) = MN$.

1- بين أن : $\varphi(x) = \frac{x}{1+e^x}$, ثم برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا : $\varphi'(x) = \frac{e^x}{(1+e^x)^2} . g(-x)$

2- استنتج أن MN يكون أكبر ما يمكن عندما: $x = -\alpha$

3- بين أن : $f(-\alpha) = 1$

4- برهن أن المماس (T') عند النقطة A ذات الفاصلة $(-\alpha)$ يوازي المستقيم (Δ) , أكتب معادلته و أرسمه فى نفس المعلم السابق .

5- برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x حيث $x \geq 1$: $\frac{e^x}{1+e^x} \leq f(x) \leq x$ ثم إستنتج حصرا لمساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C) و المستقيمات التى معادلاتها : $x = -\alpha\ ,\ x = 1\ ,\ y = 0$