الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية مستغانم **ثانوية ولد قابلية صليحة**

امتحان بكالوريا تجريبي **دورة ماي 2024**

الشعبة: علوم تجريبية

اختبار في مادة: الرياضيات **المدة: 03 ساو 30د**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول:(04نقاط)

المتتالية العددية (u_n) المعرفة بـ: $u_0 = 2$, و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{1}{2}(u_n - n) - 1$.

1- أحسب كلا من u_1 و u_2.

2- أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n + n > 0$.

ب) بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما .

3- المتتالية العددية (v_n) معرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $v_n = u_n + n$

أ) بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب) أكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n .

ج) أحسب $\lim_{n \to +\infty} u_n$.

4- من أجل كل عدد طبيعي n نضع : $S_n = \ln u_0 + \ln(u_1 + 1) + \ln(u_2 + 2) + ... + \ln(u_n + n)$

- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $S_n = (n+1)(2-n)\ln\sqrt{2}$

التمرين الثاني:(04نقاط)

يحتوي كيس U_1 على: ثلاث كريات تحمل الرقم 1 و أربع كريات تحمل الرقم 2 , و يحتوي كيس U_2 على: ست كريات بيضاء و أربع كريات حمراء , كل الكريات متماثلة و لا يمكن التمييز بينها عند اللمس

1- نسحب عشوائيا من U_2 كرتين على التوالي وبإرجاع, أحسب احتمال كل من الحدثين الآتيين :

- الحدث A :"الحصول على كرتين من نفس اللون"
- الحدث B:"الحصول على كرية حمراء على الأكثر "

2- نسحب عشوائيا كرية من U_1, إذا كانت تحمل الرقم 1 نسحب عشوائيا من U_2 كرتين على التوالي بدون بإرجاع, و إذا كانت تحمل الرقم 2 نسحب عشوائيا من U_2 : ثلاث كريات في آن واحد

نعتبر X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب من U_2 عدد الكريات البيضاء المسحوبة

أ) عين قيم المتغير العشوائي X

ب)بين أن $P(X=1) = \frac{2}{5}$ و $P(X=2) = \frac{3}{7}$.

ج) عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم أحسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

التمرين الثالث:(05نقاط)

I) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $(z-2i)(z^2+2z+4)=0$.

II) في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{u},\vec{v})$ نعتبر النقط A, B, C وD التي لاحقاتها z_A , z_B , z_C و z_D

على الترتيب حيث: $z_A=-1+i\sqrt{3}$, $z_B=\overline{z_A}$, $z_C=2i$ و $z_D=2$.

1- أ) أكتب كلا من z_A , z_B و z_C على الشكل الأسي .

ب) بين استنتج أن النقط C, B, A تنتمي إلى نفس الدائرة يطلب تعيين مركزها نصف قطرها .

2- أ) أكتب العدد المركب $\dfrac{z_D-z_A}{z_B-z_A}$ على الشكل الجبري ثم على الشكل الأسي .

ب) استنتج طبيعة المثلث ABD .

3- لتكن نقطة من المستوي لاحقتها z

أ) عين (Γ_1) مجموعة النقط M حيث: $z=2i+e^{i\theta}$ و θ يمسح $\mathbb{R}$.

ب) عين (Γ_2) مجموعة النقط M حيث: $\left|\overline{z}+2i\right|=\left|iz+\sqrt{3}+i\right|$

التمرين الرابع:(07نقاط)

I) الدالة العددية g معرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=x^3-1+2\ln x$

1-أدرس اتجاه تغير الدالة g على $]0;+\infty[$

2-أحسب $g(1)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $]0;+\infty[$.

II) الدالة العددية f معرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=x-1-\dfrac{\ln x}{x^2}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب

إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$.

1- أ) أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0 \\ >}} f(x)$ وفسر النتيجة هندسيا ثم أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب) - بين أنه أجل كل عدد x من $]0;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^3}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

2- أ) بين أن للمستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x-1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

ب) - ادرس الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ).

3- أنشئ كلا من (C_f) و (Δ).

4- أ) باستعمال التكامل بالتجزئة أحسب $\displaystyle\int_1^e \frac{\ln x}{x^2}dx$.

ب) – أحسب S مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات ذات المعادلات $y=x-1$, $x=1$ و $x=e$.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(04نقاط)

نعتبر المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{u},\vec{v})$ النقط A, B وC التي لواحقها: $z_A = -\sqrt{3}i$, $z_B = 1+\sqrt{3}i$ و $z_C = \overline{z_B}$ على الترتيب .

1- حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $\left(\bar{z}-\sqrt{3}i\right)\left(z^2-2z+4\right)=0$.

2- أ) أكتب العدد المركب $\frac{z_B}{z_A}$ على الشكل الجبري ثم على الشكل الأسي .

ب) استنتج القيمة المضبوطةلـ $\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right)$ و $\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right)$.

3- أكتب العدد $\frac{z_B-z_C}{z_A-z_C}$ على الشكل المثلثي, ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

4- بين أن: $\frac{z_B}{z_C} = \left(\frac{z_B}{z_C}\right)^{1444} = \left(\frac{z_B}{z_C}\right)^{2023}$.

5- عين (E) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z التي من أجلها يكون: $\frac{z-z_A}{z-z_B}$ عددا تخيليا صرفا .

التمرين الثاني:(05نقاط)

نعتبر (u_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $u_0=1$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=\frac{4}{\alpha}u_n+1$ حيث α عدد حقيقي غير معدوم.

1- عين قيمة α حتى تكون المتتالية (u_n) حسابية.

⊗ فيما يلي نأخذ $\alpha=9$.

2- أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n<\frac{9}{5}$.

3- أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n), ثم استنتج أنها متقاربة.

4- نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=\sqrt{u_{n+1}-u_n}$

أ) بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $q=\frac{2}{3}$ يطلب تعيين حدها الأول v_0 .

ب) أكتب عبارة v_n بدلالة n .

5- أ) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=v_0^2+v_1^2+...+v_n^2$.

ب) استنتج عبارة u_n بدلالة n, ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.

التمرين الثالث:(04نقاط)

يحتوي صندوق على n كرة حمراء و 3 كرات بيضاء و كرتين سوداويتين (الكرات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس) و n عدد طبيعي

1- نسحب من الصندوق كرتين على التوالي مع إرجاع الكرة المسحوبة

- عين قيمة n حتى يكون احتمال الحصول على كرتين حمراوتين يساوي $\frac{1}{4}$

2- نضع $n = 5$ و نسحب من الصندوق ثلاث كرات على التوالي بدون إرجاع الكرة المسحوبة

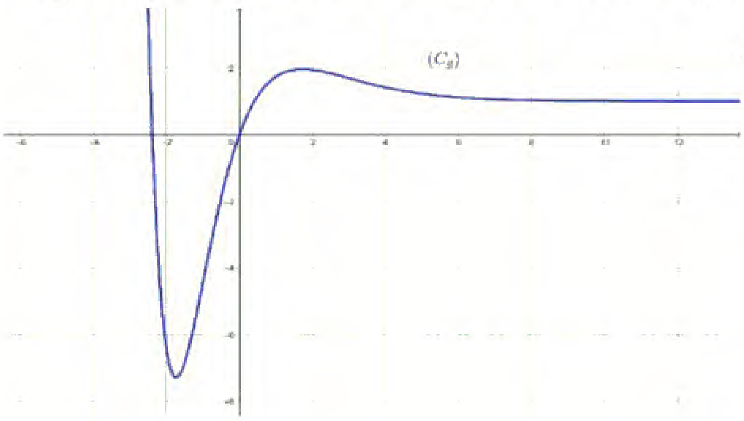
- علما أن الكرة الأولى المسحوبة حمراء أحسب احتمال الحصول على آخر كرتين من نفس اللون

3- نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحبة عدد الكرات البيضاء المتبقية في الصندوق

- عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم أحسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

التمرين الرابع:(07نقاط)

I) الشكل المقابل هو (C_g) المنحنى الممثل للدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = a + (x^2 + 2x - b)e^{-x}$ في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.



1) عين a و b حتى يقبل (C_g) مستقيم مقارب معادلته $y = 1$ بجوار $(+\infty)$ و يقبل مماسا معامل توجيهه 3 عند المبدأ.

فيما يلي نضع $a = b = 1$:

2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين أحدهما معدوم و الثاني α حيث: $-2.5 < \alpha < -2$.

3) بقراءة بيانية عين إشارة $g(x)$ حسب قيم x.

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x - \dfrac{x^2 + 4x + 3}{e^x}$ و ليكن (C_f) منحناها البياني.

1) احسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$.

2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x) = g(x)$.

ب) استنتج إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3) بين أن المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في ثلاث نقاط فواصلها x_0 و x_1 و x_2 بحيث: $-3 < x_0 < -2.9$. $-1.3 < x_1 < -1.1$ $2 < x_2 < 2.1$.

4) أ) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب (Δ) معادلته $y = x$.

ب) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ).

5) أنشئ كلا من (Δ) و (C_f). نأخذ $(f(\alpha) = 6)$

6) احسب مساحة الحيز المحدد بـ (C_g) و (Δ) و المستقيمات ذات المعادلات التالية: $x = -2$ ، $x = 2$.

انتهى الموضوع الثاني.