π

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

متقن المجاهد بن حود محمد ولاية المنيعة

امتحان بكالوريا تجريبية التعليم الثانوي

الشعبة:تقني رياضي | دورة:2024

اختبار في مادة: الرياضيات | المدة: 4 سا و30د

على المترشح ان يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول:(04 نقاط)

يحتوي كيس على خمس كريات حمراء مرقمة 1، 2، 3، 4، 5 وأربع كريات سوداء مرقمة 6، 7، 8، 9 (الكريات متشابهة لا نفرق بينها عند اللمس). نسحب عشوائيا ثلاث كريات على التوالي مع إعادة الكرية إلى الكيس في كل مرة.

نعتبر الحادثين التاليتين:

A " الحصول على ثلاثة أرقام زوجية " و B " الحصول على ثلاث كريات مختلفة الألوان ".

1) احسب $P(A)$ ثم بين أن: $P(B)=\frac{20}{27}$.

2) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب لثلاث كريات عدد الأرقام الزوجية المسحوبة.

أ ـ عين مجموعة قيم المتغير العشوائي $X(\Omega)$ مع التوضيح.

ب ـ عرِّف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X .

3) احسب $P(\log|X|\leq 0,25)$.

التمرين الثاني:(04 نقاط)

(u_n) متتالية عددية معرفة بحدها الأول $u_0=0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=3u_n+2n+7$.

1) أحسب u_1، u_2 و u_3 ثم ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n).

2) أ– برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n\geq 0$.

ب– حدد اتجاه تغير المتتالية (u_n).

3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=\ln(u_n+n+4)$.

أ– أثبت أن المتتالية (v_n) حسابية أساسها $\ln 3$.

ب–أكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n، ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n.

ت– هل المتتالية (u_n) متقاربة؟ برر اجابتك.

أحسب S_n و T_n بدلالة n حيث $S_n=v_0+v_1+\ldots+v_n$ و $T_n=u_0+u_1+\ldots+u_n$.

التمرين الثاني:(04 نقاط)

1) أ ـ ادرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 13.

ب ـ بين أن العدد $5 \times 2024^{1445} + 10 \times 1962^{1954} + 2025^{1446}$ مضاعف للعدد 13.

ج ـ ماهو باقي قسمة العدد $2024^{2026^{2027}}$ على 13؟

2) نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E) ... $5x - 2y = 13$.

تحقق أن الثنائية $(3;1)$ حل للمعادلة (E). ثم استنتج مجموعة حلولها.

عين مجموعة قيم العدد الطبيعي n التي تحقق : $\begin{cases} n + 3^{2n} + 2 \equiv 2025[4] \\ n \equiv 1445[3] \end{cases}$

التمرين الرابع:(08 نقاط)

I. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = x - (x^2+1)e^{-x+1}$

نسمي (C_f) المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1- أ) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ثم بيَن أنَ : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

ب) بين أنَه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = 1 + (x-1)^2 e^{-x+1}$

ج) استنتج اتجاه تغير الدالة f .ثم شكل جدول تغيراتها .

2- بين أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = x$ مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $+\infty$ ثم أدرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) بالنسبة إلى (Δ).

3- بيَن أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث ، $1.8 < \alpha < 1.9$.

4- أكتب معادلة ديكارتية للمماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

5- بيَن أنه من أجل كل عدد حقيقي x، $f''(x) = -(x-1)(x-3)e^{-x+1}$ ثم استنتج أنَ (C_f) يقبل نقطتي انعطاف يطلب تعيينهما .

6- أحسب $f(3), f(0)$ ثم أرسم (Δ)، (T) و (C_f).

7- ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التالية :

$$(E) : f(x) = x + m$$

II. نضع من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n، $I_n = \int_0^1 x^n e^{-x+1} dx$.

1- أ) بيَن أنَ الدالة G المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $G(x) = -(x+1)e^{-x+1}$ هي دالة أصلية للدالة $x \mapsto xe^{-x+1}$

ب) أحسب I_1.

2- أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة بين أنَ : $I_{n+1} = -1 + (n+1)I_n$ لكل عدد طبيعي غير معدوم n.

ب) أحسب I_2.

3- أحسب بـ cm^2 مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) و المستقيم (Δ) والمستقيمين الذين معادلتيهما : $x = 0$ و $x = 1$.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(04 نقاط)

عين الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات الأتية مع التبرير .

1) صندوق U_1 يحتوي على 6 كريات حمراء و4 سوداء و صندوق U_2 يحتوي على 3 كريات حمراء و1 زرقاء جميع الكرات متماثلة.نسحب كرية واحد من صندوق U_1 وكرية واحدة من الصندوق U_2.وليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات السوداء المسحوبة فان أمله الرياضياتي هو:

أ) $\frac{3}{5}$ ب) $\frac{2}{5}$ ج) 1.

نضيف n كرية سوداء الى الصندوق U_1 وn كرية حمراء الى الصندوق U_2.و نسحب كرية من الصندوق U_1 وكرية من الصندوق U_2.فان قيمة n بحيث يكون احتمال الحصول على كرتين من لونين مختلفين $\frac{7}{12}$ هي :

أ) 1 ب) 2 ج) 3

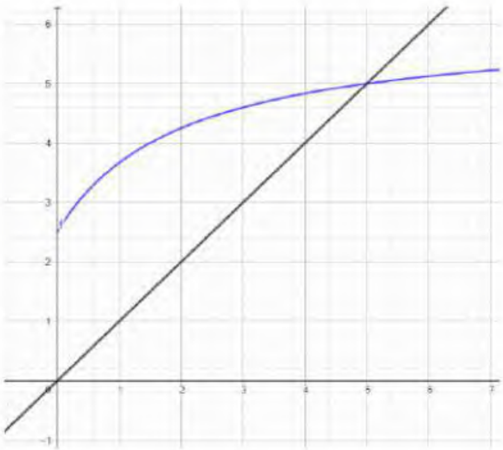
2) حلول المعادلة $(z-2)(z^2+2z+4)=0$ ذات المجهول z في $\mathbb{C}$ هي :

أ) $S=\{2,-1+i\sqrt{3},-1-i\sqrt{3}\}$ ب) $S=\{2,1+i\sqrt{3},1-i\sqrt{3}\}$ ج) $S=\{2,1+i\sqrt{3},-1-i\sqrt{3}\}$

نعتبر في المستوي المركب المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس المباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$ النقط A, B, C لواحقها على الترتيب $z_A=-1+i\sqrt{3}$, $z_B=-1-i\sqrt{3}$ و $z_C=2$. فان $\frac{z_B-z_C}{z_A-z_C}$ تساوي :

أ) $2e^{i\frac{\pi}{3}}$ ب) $e^{i\frac{-\pi}{3}}$ ج) $e^{i\frac{\pi}{3}}$

التمرين الثاني:(05 نقاط)



1) الدالة العددية f معرفة على $[0;+\infty[$ كمايلي : $f(x)=\frac{6x+5}{x+2}$ ،

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$, (D) المستقيم ذو المعادلة $y=x$.

المتتالية العددية (U_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $\begin{cases} U_0=1 \\ U_{n+1}=f(U_n) \end{cases}$.

أ) أعد رسم الشكل على ورقة الاجابة ثم مثل على حامل محور الفواصل الحدود U_0 , U_1 و U_2 (دون حسابها مبررا خطوط التمثيل).

ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (U_n) و تقاربها .

2) أ / برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1\le U_n\le 5$.

ب / ادرس اتجاه تغير (U_n) ثم استنتج أنها متقاربة .

3) المتتالية العددية (V_n) معرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $V_n=\frac{U_n-5}{U_n+1}$.

أ / أثبت أن (V_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

ب / اكتب كلا من V_n و U_n بدلالة n ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$.

4) احسب بدلالة n المجموع : $S_n=\frac{1}{U_0+1}+\frac{1}{U_1+1}+...+\frac{1}{U_n+1}$

التمرين الثالث:(04نقاط)

1)نعتبر المعادلة (E)........$9x+4y=22$ ، ذات المجهولين الصحيحين x و y .

بين أنه إذا كانت الثنائية $(x;y)$ حلا للمعادلة (E)فإن $x\equiv 2[4]$ ثم استنتج حلول المعادلة (E) .

2) Nعدد طبيعي يكتب $\overline{133\alpha\beta 3}$ في نظام التعداد ذو الأساس 4، ويكتب $\overline{56\alpha 0}$ في نظام التعداد ذو الأساس 7

حيث αو β عددان طبيعيان.

عين αو β ثم أكتب N في النظام العشري

3) نضع $a=88n+22$ و $b=198n+44$ حيث n عدد طبيعي .

أ) بين أن الثنائية $(a;-b)$حل للمعادلة (E).

ب) باستعمال مبرهنة بيزو بين أن العددين $4n+1$ و $9n+2$ أوليان فيما بينهما .ثم جد $\text{PGCD}(a;b)$.

التمرين الرابع:(07نقاط)

I. نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي : $g(x)=x^2-2+\ln x$

1) أحسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

2) أدرس اتجاه تغيرالدالة g وشكل جدول تغيراتها.

3) بين أن المعادلة$g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $1.31<\alpha<1.32$ ثم استنتج إشارة $g(x)$.

II. لتكن الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=x-e+\frac{1-\ln x}{x}$, (C_f) المنحني الممثل للدالة f

في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$ (وحدة الطول $2cm$)

1) أحسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ وفسر النتيجة الأولى هندسيا .

2) أثبت أن المنحنى(C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (D) يطلب تعيين معادلته .

3) أدرس الوضعية النسبية للمنحنى(C_f) والمستقيم(D).

4) بين أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$ فان : $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$

5) استنتتج اتجاه تغير الدالة f , ثم شكل جدول تغيراتها.

6) أثبت أن : $f(\alpha)=2\alpha-e-\frac{1}{\alpha}$, ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

7) أ) بين أن المنحني (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي المستقيم (D) في نقطة يطلب تعيين احداثياتها.

ب)أكتب معادلة ديكارتية للمماس (T) .

8) أنشئ (T) والمنحنى (C_f).

9) نسمي $A(\alpha)$ مساحة الحيز من المستوي المحددة بالمنحنى (C_f) والمستقيم (D) والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x=\alpha$ و $x=e$

- بين أن : $A(\alpha)=2(\alpha^2-1)^2\,cm^2$

انتهى الموضوع الثاني