الجمهورية الجزائرية الديموقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات — امتحان بكالوريا التعليم الثانوي التجريبي

الشعبة: تقني رياضي — دورة: 2024

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 04 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

إعداد الأستاذ عبد الحميد بوقطوف

التمرين الأول: (05 نقاط)

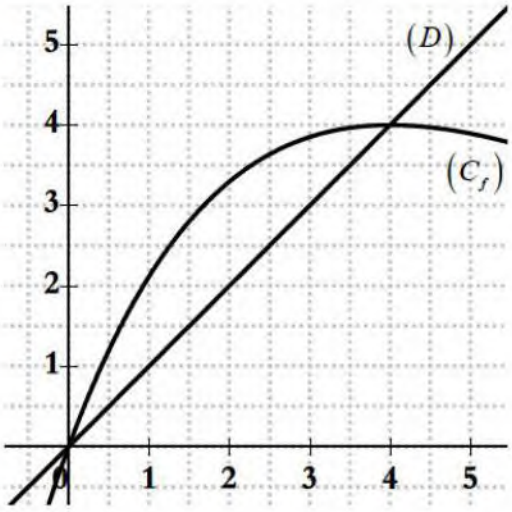
f الدالة العددية المعرفة على $[0;+\infty[$ بـ: $f(x)=xe^{1-\frac{1}{4}x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O,\vec{i};\vec{j})$ و (D) المستقيم ذو المعادلة $y=x$

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بحدها الأول $u_0=1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}=f(u_n)$

1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[0;4]$ فإن $f(x)\in[0;4]$

2) أ- أعد رسم الشكل المقابل ثم مثل على حامل محور الفواصل الحدود u_0، u_1، u_2 و u_3 مبرزا خطوط الإنشاء.



ب- ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها.

3) أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $0<u_n\leq 4$

ب- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $\frac{u_{n+1}}{u_n}\geq 1$

ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n)

جـ- استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة.

4) نضع من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n، $S_n=u_0+u_1+...+u_{n-1}$

أ- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n، $u_n=e^{n-\frac{1}{4}S_n}$

ب- استنتج أن $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{S_n}{n}=4$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

1) أ- أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 5^n على 11

ب- استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد 5^{2024} على 11

2) نعتبر المعادلة $(E)\ldots 5x-3y=11$ ذات المجهولين الصحيحين x و y

أ- تحقق أن الثنائية $(1;-2)$ حل للمعادلة (E)

ب- استنتج حلول المعادلة (E)

3) الثنائية $(x;y)$ حل للمعادلة (E) و $d=PGCD(x;y)$

عين القيم الممكنة لـ d

4) نضع: $n=3\times 16^{2024}+1$

أ- أوجد باقي القسمة الإقليدية للعدد n على 11

ب- أوجد $PGCD\left(3\times 16^{2024}+1\,;5\times 16^{2024}+1\right)$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

يحتوي وعاء غير شفاف على 9 كريات متماثلة لا نفرق بينها باللمس، منها كريتين تحملان الرقم 1 وأربع كريات تحمل الرقم 2 وكرية واحدة تحمل الرقم 3 وكريتين تحملان الرقم 4

نسحب عشوائيا من هذا الوعاء كريتين على التوالي دون إرجاع.

نعتبر الحوادث A، B و C التالية:

A : "الحصول على كريتين مجموع رقميهما يساوي 5"

B : "الحصول على كريتين جداء رقميهما فردي"

C : "الحصول على كريتين رقميهما أوليان فيما بينهما"

1) أ- أحسب $p(A)$ و $p(B)$

ب- بين أن $p(C)=\dfrac{7}{12}$

2) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب لكريتين، القاسم المشترك الأكبر للرقمين المسجلين عليهما.

أ- برر أن قيم المتغير العشوائي X هي: $\{1;2;4\}$

ب- عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X واحسب أمله الرياضياتي $E(X)$

3) أحسب $p\left(|X-2024|<2024\right)$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) g الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=2x^2+\ln x$

1) أ- أحسب $\lim\limits_{x\to 0^{>}} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

ب- أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

2) أ- بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,54<\alpha<0,55$

ب- استنتج إشارة $g(x)$ على $]0;+\infty[$

II) f الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=2x-\dfrac{1+\ln x}{x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i};\vec{j})$ (وحدة الطول $2cm$)

1) أ- أحسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

ب- أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) أ- بين أن المنحنى (C_f) يقبل عند $+\infty$ مستقيما مقاربا مائلا (Δ) معادلته $y=2x$

ب- أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)

3) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0;+\infty[$، $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4) بين أن $f(\alpha)=\dfrac{4\alpha^2-1}{\alpha}$ ثم أعط حصرا لـ $f(\alpha)$

5) أكتب معادلة لـ (T) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها $\dfrac{1}{e}$

6) أنشئ (Δ)، (T) و (C_f)

7) أ- أوجد دالة أصلية F للدالة f على $]0;+\infty[$

ب- أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) وحامل محور الفواصل والمستقيمين $x=\dfrac{1}{e}$ و $x=1$

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04,5 نقاط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة (E) ذات المجهول z التالية: $z^2-2\sqrt{3}z+4=0$

2) في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$، نعتبر النقط A، B و C لواحقها $z_A=\sqrt{3}+i$ ، $z_B=\sqrt{3}-i$ و $z_B=4+\sqrt{3}+i$ على الترتيب.

أ- أكتب z_A و z_B على الشكل الأسي.

ب- بين أن: $\left(\frac{z_A}{2}\right)^6+\left(\frac{z_A}{2}\right)^6=-2$

3) أ- أثبت أن: $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}=2e^{i\frac{\pi}{2}}$ ثم استنتج أن النقطة C هي صورة النقطة B بتحويل نقطي يطلب تعيين عناصره المميزة.

ب- ما طبيعة المثلث ABC ؟

جـ- عين لاحقة النقطة I مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC

4) لتكن (E) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z التي تختلف عن $2+i$ حيث: $\arg\left(\overline{z}-2+i\right)=\frac{\pi}{6}+2k\pi$

(k عدد صحيح)

أ- تحقق أن النقطة I تنتمي إلى المجموعة (E)

ب- عين المجموعة (E)

التمرين الثاني: (04,5 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بحدها الأول $u_0=2\ln 2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}=\ln\left(\frac{2}{3}e^{u_n}+1\right)$

1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n>\ln 3$

2) أ- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $e^{u_n}-e^{u_{n+1}}=\frac{1}{3}\left(e^{u_n}-3\right)$ ثم استنتج أن (u_n) متناقصة.

ب- استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة.

3) (v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=e^{u_n}-3$

أ- بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{2}{3}$ يطلب تعيين حدها الأول.

ب- عبر عن v_n بدلالة n ثم استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n=\ln\left(3+\left(\frac{2}{3}\right)^n\right)$

جـ- أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$

4) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=e^{u_0}+e^{u_1}+...+e^{u_n}$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

1) أ- أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 7

ب- استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد 1445^{2024} على 7

2) N عدد طبيعي يكتب $\overline{651\alpha}$ في النظام العشري.

عين α حتى يقبل العدد $1445^{2024}+\overline{651\alpha}$ القسمة على 7

3) أ- أحسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 4590 و 2025

ب- عين مجموعة قيم العدد الصحيح x التي تحقق: $34x\equiv 2[15]$

جـ- حل المعادلة $4590x+2025y=270$ ذات المجهولين الصحيحين x و y

4) ما هو رقم آحاد العدد 7^{2024} المكتوب في النظام العشري؟

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=e^x-x-1$

يعطى جدول تغيراتها كما هو موضح في الشكل المقابل:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	↘	$g(0)$	↗	$+\infty$

1) أحسب $g(0)$

2) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

II) f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=(x+2)e^{-x}+x-2$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i};\vec{j})$

1) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) أ- بين أن المنحنى (C_f) يقبل عند $+\infty$ مستقيما مقاربا مائلا (Δ) معادلته $y=x-2$

ب- أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)

3) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x، $f'(x)=e^{-x}g(x)$

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

4) بين أن O هي نقطة انعطاف للمنحنى (C_f)

5) أنشئ (Δ) و (C_f)

6) λ عدد حقيقي أكبر تماما من -2

$A(\lambda)$ هي مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات (Δ)، $x=-2$ و $x=\lambda$

أ- باستعمال المكاملة بالتجزئة، بين أن: $A(\lambda)=e^2-(\lambda+3)e^{-\lambda}$

ب- أحسب $\lim\limits_{\lambda\to+\infty} A(\lambda)$

انتهى الموضوع الثاني