الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية غليزان — ثانوية :سيدي سعادة–موحد مع بعض ولايات–

بكالوريا تجريبي — يوم : 15 ماي 2023

المستوى : 03 علوم تجريبية

يفتح رابط التصحيح QR بعد إنتهاء الإمتحان

اختبار في مادة : الرياضيات — المدة : 03 ساعات ونصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأوّل :

التمرين الأول: (04 نقاط)

I) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z الأتية : $z^2-2z+4=0$

II) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$

نعتبر النقط A ، B و C التي لاحقاتها $z_A=1+i\sqrt{3}$ ، $z_B=1-i\sqrt{3}$ و $z_C=z_Ae^{i\frac{5\pi}{6}}$

1) أكتب z_C على الشكل الجبري ثم أكتب z_B و z_A على الشكل الأسي

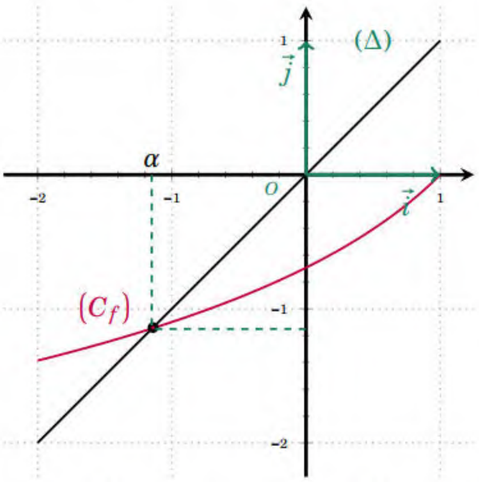
2) إستنتج الشكل الأسي للعدد $\frac{z_A}{z_B}$.ثم عين طبيعة المثلث OAB

3) عين لاحقة النقطة D حتى يكون الرباعي $OADB$ متوازي أضلاع

4) عين قيم عدد طبيعي n حتى يكون $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^{3n}$ حقيقي موجب تماما .ثم أكتب على الشكل الجبري العدد $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^{2023}$

5) عين (E) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z التي من أجلها يكون: $z=z_A+2e^{i\theta}$ حيث $\theta\in\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$

التمرين الثاني: (05 نقاط)



I) f الدالة المعرفة على $[-2,0]$ بـ: $f(x)=-\ln(2-x)$ و (C_f) تمثيلهاالبياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ و (Δ) مستقيم ذا المعادلة $y=x$ حيث $f(\alpha)=\alpha$ كماهو موضح في الشكل المقابل:

1) تحقق أن الدالة f متزايدة تماما على المجال $[-2;0]$

2) بين أنه من أجل كل $x\in[-2;0]$ فإن: $f(x)\in[-2;0]$

II) نعتبر المتتاليتين (u_n) و (v_n) المعرفتين على $\mathbb{N}$ كمايلي: $\begin{cases}u_0=-2\\u_{n+1}=f(u_n)\end{cases}$ و $\begin{cases}v_0=0\\v_{n+1}=f(v_n)\end{cases}$

1) أ) برر وجود متتاليتين (u_n) و (v_n)

ب) مثل على محور الفواصل الحدود : u_0 ، u_1 و u_2 ، v_0 ، v_1 و v_2 دون حسابها مبرزا خطوط الإنشاء

ج) خمن إتجاه و تقارب كل من المتتاليتين (u_n) و (v_n)

2) أ) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم: $-2 \le u_{n-1} \le u_n \le v_n \le v_{n-1} \le 0$

ب) إستنتج إتجاه تغير و تقارب كل من المتتاليتين (u_n) و (v_n)

3) أ) نقبل أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $v_{n+1}-u_{n+1} \le \dfrac{v_n-u_n}{2-v_n}$. بين أن $0 \le v_{n+1}-u_{n+1} \le \dfrac{1}{2}(v_n-u_n)$

ب) إستنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \le v_n-u_n \le 2\left(\dfrac{1}{2}\right)^n$

د) أثبت أن: $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \lim\limits_{n\to+\infty} v_n = \alpha$. ماذا يمكن القول عن المتتاليتين (u_n) و (v_n) ؟

التمرين الثالث: (04 نقاط)

في إطار تعيين فريق لكرة القدم يمثل الثانوية ، تم إختيار أربعة لاعبين من القسم S_1 يحملون الأرقام من 1 إلى 4 وستة لاعبين من القسم S_2 يحملون الأرقام من 5 إلى 10 وثلاث لاعبين من القسم S_3 يحملون الأرقام من 11 إلى 13 نختار الآن لاعبين إثنين من الفريق ليبقيا في الإحتياط علما أن كل الإختيارات متساوية الإحتمال

1) أ) أحسب إحتمال الحوادث التالية :

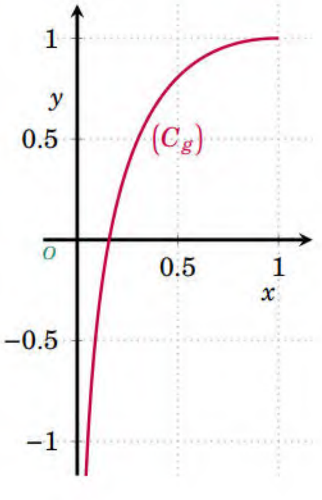
A " اللاعبين الإثنين المختارين يحملان رقمين زوجيين" B " اللاعبين الإثنين المختارين من نفس القسم

ب) هل الحادثتان A و B مستقلتان؟ برر

2) ما إحتمال أن يكون اللاعبين الإثنين المختارين في الإحتياط من قسمين مختلفين و يحملان رقمين زوجيين

3) إذا كان اللاعبين الإثنين المختارين في الإحتياط من قسمين مختلفين .ماإحتمال أن يكون حاملين رقمين زوجيين؟

التمرين الرابع: (07 نقاط)



I) g الدالة المعرفة على $]0;1[$ بـ: $g(x)=2-x+\ln x$ و (C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ كما هو مبين في الشكل المقابل :

1) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $0.15<\alpha<0.16$

2) إستنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;1[$

II) f دالة معرفة على $]1;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{1-2x+\ln x}{x-1}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) أحسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}1} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. ثم فسر النتيجة بيانيا

2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]1;+\infty[$ فإن: $f'(x)=\dfrac{g\left(\frac{1}{x}\right)}{(x-1)^2}$

ب) بين أن f متزايدة تماما على $\left]1;\dfrac{1}{\alpha}\right]$ و متناقصة تماما على $\left[\dfrac{1}{\alpha};+\infty\right[$. ثم شكل جدول تغيراتها .

3) أدرس الوضع النسبي لـ: (C_f) و المستقيم (Δ) ذا المعادلة : $y=-2$

4) أرسم (Δ) ، (C_f) (يعطى $f\left(\frac{1}{\alpha}\right)\approx -1.8$)

5) عين قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة $|f(x)|=m$ حلين متمايزين

6) h الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $h(x)=f(e^x)$. إعتمادا على السؤال 2 .إستنتج إتجاه تغير الدالة h

الموضوع الثّاني :

التمرين الأول: (04 نقاط)

نعتبر في كل مايلي المستوي المركب المنسوب إلى المعلم $(O;\vec{u},\vec{v})$

عين الإقتراح الصحيح الوحيد من بين الإقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات التالية مع التبرير

1) k عدد صحيح و $arg(z)$ عمدة للعدد المركب z حيث $z=-3\left[\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)\right]$ هي:

أ) $arg(z)=\frac{\pi}{3}+2k\pi$ ب) $arg(z)=\frac{4\pi}{3}+2k\pi$ ج) $arg(z)=-\frac{\pi}{3}+2k\pi$

2) (E) مجموعةالنقط M ذات اللاحقة z حيث $|2z-2+4i|=8$ هي دائرة مركزها A ونصف قطرها r حيث:

أ) $A(-2\ 4)$ و $r=8$ ب) $A(1,-2)$ و $r=4$ ج) $A(-2,4)$ و $r=3$

3) ب) A ، B C نقط لاحقاتها $z_A=1+2i$ ، $z_B=1-2i$ و $z_C=i$

Z_D. لاحقة النقطة D بحيث يكون الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع هي :

أ) $z_D=5i$ ب) $z_D=1-i\sqrt{3}$ ج) $z_D=-3i$

4) الجذريين التربيعيين للعدد المركب i هما :

أ) $\frac{1+i}{\sqrt{2}}$ و $-\frac{1+i}{\sqrt{2}}$ ب) $\frac{1-i}{\sqrt{2}}$ و $\frac{1+i}{\sqrt{2}}$ ج) $1+i$ و $1-i$

التمرين الثاني: (05 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0=1+\sqrt{e}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=\frac{u_n^2+e}{2u_n}$

1) أ) تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}-\sqrt{e}=\frac{1}{2u_n}(u_n\quad\sqrt{e})^2$

ب) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n>\sqrt{e}$

ج) أدرس إتجاه تغير المتتالية (u_n) و إستنتج أنها متقاربة

2) (v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=\ln\left(\frac{u_n-\sqrt{e}}{u_n+\sqrt{e}}\right)$

أ) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}+\sqrt{e}=\frac{1}{2u_n}(u_n+\sqrt{e})^2$

ب) أثبت أن (v_n) متتالية هندسية أساسها 2 يطلب تعيين حدها الأول v_0

ج) أكتب v_n بدلالة n ثم إستنتج u_n بدلالة n ، أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

يحتوي صندوق U_1 على كرتين حمراوين تحمل العدد المركب i و ثلاث كرات خضراء تحمل العدد 1 ويحتوي الصندوق U_2 على ثلاث كرات حمراء تحمل العدد المركب $\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$ وكرتين خضراوين تحمل العدد 0 و يحتوي الصندوق U_3 على كرتين حمراوين تحمل العدد المركب $\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$ و كرتين خضراوين تحمل العدد 2

نسحب كرتين على التوالي و بالإرجاع من أحد الصناديق الثلاثة . علما أن إحتمال إختيار أحد الصناديق هي النسبة بين عدد الكريات الموجودة في كل صندوق و العدد الإجمالي للكريات الموجودة في الصناديق الثلاثة معا

نعتبر الحوادث التالية : A " الحصول على كرتين من نفس اللون " B " الحصول على كرتين حمراوين"

C "الحصول على كرة خضراء على الأقل "

1) شكل شجرة الإحتمالات الموافقة لهذه التجربة

2) بين أن $p(A)=\frac{18}{35}$ ثم أحسب $p(B)$ و $p(C)$

3) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب كرتين مجموع طويلة الأعداد مسجلة على الكريات المسحوبة

أ) برر أن قيم المتغير العشوائي X هي : 0 ، 1 ، 2 ، 3 و 4 ثم عرف قانون إحتماله

ب) أحسب الأمل الرياضياتي $E(X)$ ثم أحسب $P\left(C_5^X=5\right)$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) g دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=1-x+e^{x}$

1) ادرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها

2) استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

II) f دالة معرفة لى $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x)=x+1+xe^{-x}$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\overrightarrow{i},\overrightarrow{j})$

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to\ \infty}f(x)$

2) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x+1$ مقارب مائل لـ: (C_f) بجوار $+\infty$

ثم أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ)

3) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=e^{\ x}g(x)$

ب) إستنتج إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

4) بين أن المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $-0.5<\alpha<-0.4$

5) أكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 ثم أدرس الوضع النسبي لـ: (C_f) و (T)

6) أرسم (Δ) ، (T) و (C_f) في نفس المعلم

7) عين قيم m الوسيط الحقيقي حتى تقبل المعادلة $f(x)=mx+1$ حلين متمايزين

III) H دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كمالي : $H(x)=(ax+b)e^{-x}$ حيث a و b عددين حقيقين

1) عين a و b حتى تكون H دالة أصلية للدالة h على $\mathbb{R}$ حيث: $h(x)=xe^{-x}$

2) أحسب A مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و (T) والمستقيمن اللذين معادلتيهما $x=1$ و $x=3$