الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

مقاطعة البويرة رقم 02 — مديرية التربية لولاية البويرة

إمتحان البكالوريا التجريبي — الاثنين 15ماي 2023

المستوي :السنة الثالثة علوم تجريبية

إختبار في مادة : الرياضيات — المدة: 03 سا و 30 دقيقة

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

يحتوي صندوق على 10 كريات متماثلة لا نفرق بينهما عند اللمس منها 5 بيضاء تحمل الارقام $-1;0;1;2;3$ و ثلاث حمراء تحمل الارقام $3;-4;0$ و كرتين خضراء تحملان الرقمين $0;4$

نسحب عشوائيا و في آن واحد ثلاث كرات من الصندوق

1) أحسب احتمال الحوادث التالية: A " سحب ثلاث كرات مختلفة اللون "

B " الحصول على ثلاث كرات مجموع أرقامها معدوم.

2) أ) أحسب احتمال الحادثة، $\overline{A}\cap B$

ب) استنتج ان احتمال الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون او ثلاث كرات مجموع أرقامها معدوم هو $\frac{19}{120}$

3) ليكن X المتغير العشواني الذي يرفق بكل سحب لثلاث كرات عدد الكرات المتبقية التي تحمل الرقم 0

أ)عين القيم الممكنة لـ X ثم عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X

ب) حساب احتمال الحادثة: $e^{-X}-\ln(X+1)\geq 0$

التمرين الثاني : (05 نقاط)

(u_n)متتالية عددية معرفة بحدها الاول $u_0=\frac{1}{2}$ و من اجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}=\frac{2u_n^2}{4u_n+1}$

1) برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n، $0\leq u_n\leq\frac{1}{2}$

2) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n)ثم استنتج انها متقاربة

3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من اجل كل عدد طبيعي n، $v_n=\ln\left(1+\frac{1}{2u_n}\right)$

أ) بين ان المتتالية (v_n) هندسية اساسها 2، يطلب تعيين حدها الاول

ب) أكتب v_nبدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n.

ج) احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.

4) نضع من اجل كل عدد طبيعي n، $P_n=\left(\frac{2u_0+1}{2u_0}\right)\times\left(\frac{2u_1+1}{2u_1}\right)\times\ldots\times\left(\frac{2u_n+1}{2u_n}\right)$.

- بين ان $P_n=2^{\left(2^{n+1}-1\right)}$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

عين الاجابة الصحيحة في كل حالة مع التعليل

1) (u_n) متتالية هندسية معرفة على $\mathbb{N}$ حدودها موجبة تماما اساسها q حيث: $\ln u_{15} - \ln u_5 = 5$ فان:

أ) $q = e$ ب) $q = \sqrt{e}$ ج) $q = e\sqrt{e}$

2) مجموعة حلول المعادلة $x^2 - 2x = e^{\ln(x-2)}$ في $\mathbb{R}$ هي :

أ) $S = \{1\}$ ب) $S = \{1;2\}$ ج) $S = \varnothing$

3) نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x) = (x^3 - 7x^2 + 22x - 30)e^x$ فان (C_h) تمثيلها البياني يقبل:

أ) نقطة انعطاف واحدة ب) نقطتي انعطاف ج) لا يقبل نقط انعطاف

4) في قسم نهائي 30% يمارسون رياضية كرة القدم و 35% يمارسون رياضية السباحة و 10% يمارسون الرياضتين معا .احتمال أن يكون التلميذ يمارس رياضية كرة القدم علما انه يمارس رياضة السباحة

هو: أ) $\frac{2}{7}$ ب) $\frac{1}{3}$ ج) $\frac{6}{7}$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

لتكن الدالة العددية f المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي: $f(x) = 1 + 2\left(\frac{1+\ln x}{x}\right)$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = 2cm$

1) بين ان $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 1$ ثم احسب $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ ، فسر النتيجتين هندسيا.

2) أ) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من $]0;+\infty[$ ، $f'(x) = \frac{-2\ln x}{x^2}$

ب) أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3) أدرس الوضع النسبي بين (C_f) و المستقيم (d) ذو المعادلة $y = 1$.

4) بين ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,31 < \alpha < 0,32$.

5) (T) مماس لـ (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة $\frac{1}{\sqrt{e}}$. بين ان $y = ex + 1$ معادلة ديكارتية لـ (T).

6) أنشئ المماس (T) و المنحنى (C_f).

7) (Δ_m) المستقيم المعرف بالمعادلة $y = mx + 1$ حيث m وسيط حقيقي

أ) بين ان المستقيم (Δ_m) يشمل نقطة ثابتة يطلب تعيين احداثياتها .

ب) عين قيم الوسيط الحقيقي m الت من اجلها يكون للمعادلة $f(x) = mx + 1$ حلين مختلفين.

8) لتكن S مساحة الحيز للمستوي المحددة بين المنحنى (C_f) والمستقيم (d) و المستقيمين اللذين معالتهما $x = 1$ و $x = e$. بين ان : $S = 12cm^2$.

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (05 نقاط)

يحتوي صندوق U_1 على خمس كريات منها ثلاث كريات خضراء و اثناء حمراء و يحتوي صندوق U_2 على خمس كريات منها إثناء خضراء و ثلاث كريات حمراء (الكريات لا يمكن التمييز بينها عند اللمس)
نسحب عشوائيا كرية واحدة من الصندوق U_1 و نميز حالتين :
إذا كانت الكرة المسحوبة حمراء نسحب في آن واحد كرتين من الصندوق U_2
إذا كانت الكرة المسحوبة خضراء نسحب في كرتين عل التوالي دون ارجاع من الصندوق U_2
نعتبر الحدثين التاليين: A " سحب كرتين حمروابن من الصندوق U_2"
B " سحب كرتين من نفس اللون من الصندوق U_2 "

1) احسب $P(A)$ ثم بين ان : $P(B)=\frac{2}{5}$

2) ليكن X المتغير العشواني الذي يرفق بكل سحبة ، عدد الكريات الحمراء المسحوبة من الصندوق U_2
أ) عين القيم الممكنة لـ X
ب) عين قانون احتمال المتغير العشواني X ثم احسب امله الرياضياتي $E(X)$

3) اللاعب يدفع $50DA$ قبل اجراء السحب و يكسب $25\ DA$ لكل كرة حمراء مسحوبة من الصندوق U_2 .
- هل اللعبة مربحة له؟ علل .

التمرين الثاني: (04 نقاط)

I) f دالة معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=\sqrt{x+6}$
- عين اتجاه تغير الدالة f على $]0;+\infty[$.

II) لتكن المتتالية (u_n) المعرفة بـ $u_0=0$ و من اجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=f(u_n)$

1) أ) برهن انه من اجل كل عدد طبيعي n ، $0\le u_n\le 3$
ب) حدد اتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم استنتج انها متقاربة .

2) أ) بين انه من اجل كل عدد طبيعي n ، $3-u_{n+1}\le\frac{1}{3}(3-u_n)$
ب) استنتج انه من اجل كل عدد طبيعي n ، $0\le 3-u_n\le\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$ ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$

3) ليكن المجموع S_n المعرف بـ : $S_n=u_1+u_2+...+u_n$
- بين انه من اجل كل عدد طبيعي n فان: $3n-\frac{3}{2}+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}\le S_n\le 3n$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

I) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z الاتية: $z^2+4z+8=0$
II) المستوي المركب منسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$.
نعتبر النقط A ، B و C التي لاحقاتها $z_A=-2+2i$ ، $z_B=\overline{z_A}$ و $z_C=-z_B$

1) اكتب العدد z_A على الشكل الاسي ثم استنت[illegible] z_B و z_C

2) أ) عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد $(z_A)^n$ عدد حقيقي موجب

ب) بين ان $\left(\dfrac{z_C}{2\sqrt{2}}\right)^{2022}$ عدد تخيلي صرف

3) اكتب على الشكل الاسي العدد المركب $L=\dfrac{z_B-z_A}{z_C-z_A}$ ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

4) (Γ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث: $\arg\left(\dfrac{z+2-2i}{z+2+2i}\right)=-\dfrac{\pi}{2}$

أ) بين ان النقطة O تنتمي الى (Γ)

ب) عين ثم أنشئ المجموعة (Γ) .

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=\dfrac{1}{2}e^{\frac{1}{2}x+1}+2-x$

1) ادرس اتجاه تغير الدالة g .

2) استنتج انه من اجل كل عدد حقيقي x ، لدينا : $g(x)>0$

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\dfrac{1}{2}x+1+2xe^{-\frac{1}{2}x-1}$

و نرمز بـ(C) الى التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ (يمكن استعمال : $f(x)=\dfrac{1}{2}x+1-\dfrac{4}{e}\left(-\dfrac{1}{2}xe^{-\frac{1}{2}x}\right)$

2) أ) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x ، لدينا: $f'(x)=e^{-\frac{1}{2}x-1}g(x)$

ب) عين اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

3) اثبت ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على $\mathbb{R}$ ثم تحقق ان $-0.7<\alpha<-0.6$

4) أ) اثبت ان المستقيم (Δ) ذو المعادلة : $y=\dfrac{1}{2}x+1$ مقارب مائل للمنحنى (C) عند $+\infty$

ب) ادرس وضعية المنحنى (C) بالنسبة للمستقيم (Δ)

5) بين ان (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) في نقطة يطلب تعيين معادلة له .

6) ارسم (Δ) ، (T) و المنحنى (C)

7) اوجد قيم الوسيط الحقيقي m ، حتى تقبل المعادلة $2f(x)=x-2m+2$ حلين مختلفين .

بالتوفيق بكالوريا 2023