وزارة التربية الوطنية
امتحان بكالوريا التجريبي
الشعبة 3 تقني رياضي
اختبار في مادة الرياضيات

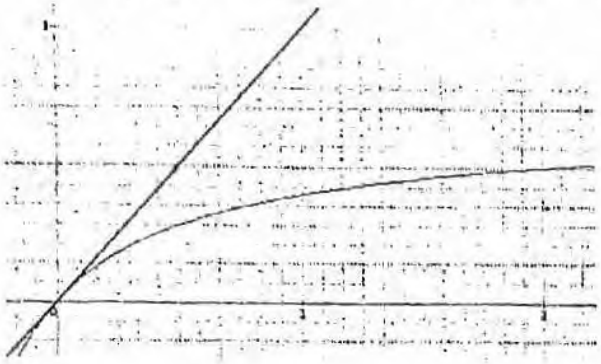
مديرية التربية لولاية عين تموشنت
ثانوية داودي محمد المالح
دورة ماي 2023
المدة : 3 ساعات ونصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين: الموضوع الاول

التمرين الأول: (05نقاط)

في المستوي منسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ و (C_f) المنحنى البياني الممثل للدالة f المعرفة كما يلي: $f(x)=\frac{2x}{2+3x}$

والمستقيم ذو المعادلة $y=x$ كما هو موضح في الشكل.



لتكن (u_n) المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $\begin{cases} u_0=2 \\ u_{n+1}=\frac{2u_n}{2+3u_n} \end{cases}$

1- مثل بيانيا على محور الفواصل الحدود u_0 ; u_1 ; u_2 موضحا الخطوط (دون حسابها).

2- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $0<u_n\leq 2$

3- بيّن أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما على $\mathbb{N}$.

- استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة ويطلب حساب نهايتها.

لتكن (v_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=\frac{\alpha}{u_n}$ حيث α عدد حقيقي غير معدوم.

1- عين قيمة α بحيث تكون (v_n) متتالية حسابية واساسها $r=\frac{3}{2}$ ثم احسب حدها الأول.

2- نضع $\alpha=1$ عبّر عن v_n بدلالة n

3- بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n=\frac{2}{1+3n}$

4- لتكن المتتالية (w_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $w_n=e^{v_n}$

5- عين طبيعة المتتالية (w_n).

6- احسب الجداء: $P_n=w_0\times w_1\times....\times w_n$

التمرين الثاني: (04نقاط)

يحتوي كيس 4 كرات حمراء مرقمة 2 ,2 ,1 ,1 وأربع كرات بيضاء مرقمة 0 ,0 ,2 ,1 وكرتين خضراوين مرقمة 2- ,1-

لا يمكن التمييز بينها باللمس نسحب عشوائيا وفي آن واحد كرتين من الكيس.

1- احسب احتمال الحوادث التالية: - الحادثة A سحب كرتين من نفس اللون. - الحادثة B سحب كرتين مجموع ارقامهما يساوي 0.

- الحادثة C سحب كرتين مختلفتي اللون.

2- بيّن أن $P(B\cap C)=\frac{6}{45}$.

3- ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة مجموع الرقمين المتحصل عليهما.

4- عيّن قيم المتغير العشوائي X ثم قانون الاحتمال.

- احسب الامل الرياضياتي $E(X)$.

التمرين الثالث: (04نقاط)

1- حل في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^2-6z+10=0$

- استنتج حلول المعادلة ذات المجهول z حيث: $(\bar{z}+2)^2-6(\bar{z}+2)+10=0$

2- في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$، النقط $A;B;C$ و D نقط من المستوي لواحقها على الترتيب: $z_A=3-i,\ z_B=3+i,\ z_C=1+i,\ z_D=1-i$

3- اكتب كلا من z_C و z_D على الشكل الاسي؛ ثم عيّن قيمة العدد الطبيعي n بحيث يكون: $\left(\frac{z_C}{z_D}\right)^n=i$

4- عيّن عبارة المركبة للدوران R الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

5- E النقطة التي لاحقتها $z_E=7-3i$ و F صورتها بالدوران R

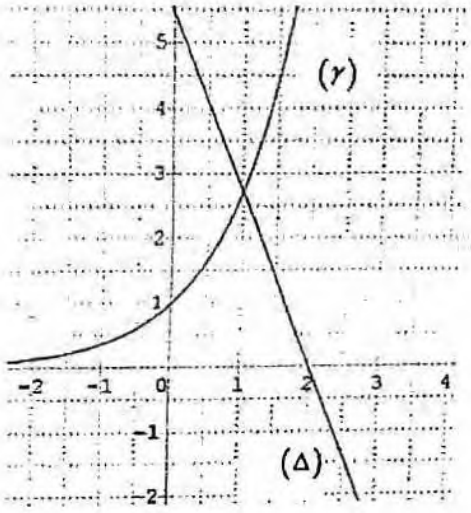
- تحقق ان لاحقة F هي: $z_F=5+3i$

- استنتج طبيعة المثلث AFE مع التبرير.

6-أ- عيّن المجموعة (Γ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث: $z=1-i+ke^{-i\frac{\pi}{4}}$ مع $k\in\mathbb{R}_+^*$

ب- عيّن المجموعة (E) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث: $|z-1-i|=|z-1+i|$

التمرين الرابع: (07نقاط)



ليكن (γ) التمثيل البياني للدالة $x\mapsto e^x$ و (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y=-ex+2e$

ولتكن g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=e^x+ex-2e$

أ- احسب $g(1)$؛ ثم بيّن أن $e^x-y=g(x)$

ب- بقراءة بيانية حدد وضعية المنحنى (γ) بالنسبة للمستقيم (Δ) على $\mathbb{R}$

ت- استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=-x+2+(x-1)e^{-x+1}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ $\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=2cm$

1- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم بيّن أن $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$.

2- بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x)=-e^{-x}g(x)$

- ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3- بيّن أن المستقيم (T) ذو المعادلة $y=-x+2$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

- ادرس الوضع النسبي بين المنحنى (C_f) والمستقيم (T).

4- جد (T') معادلة المماس الموازي للمستقيم المقارب المائل (T).

5- نقبل أن $f(\alpha)=f(\beta)=0$ بحيث $0,1<\alpha<0,3$ و $2,4<\beta<2,3$.

- احسب $f\left(\frac{-1}{2}\right)$ ثم أنشئ المستقيمين (T) و (T') ثم المنحنى (C_f).

6- ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $(x-1)e^{-x+1}=m-2$

انتهى الموضوع الاول

الموضوع الثاني

التمرين الاول: (04نقاط)

يحتوي كيس على ثلاث كريات بيضاء تحمل العدد 0وخمس كريات سوداء تحمل العدد (-3) و كرتين حمراوتين تحملان العدد α (حيث $\alpha \in \mathbb{N}^*$) كل الكريات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس .

نسحب عشوائيا كرتين من الكيس في آن واحد.

1- احسب احتمال الحوادث الأتية:

A "الحصول على كريتين من نفس اللون".

B " الحصول على كريتين جداء الأعداد المسجلة عليها معدوم".

C " سحب كريتين حمراوين على الأكثر".

2- نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب مجموع العددين المسجلين على الكرتين.

3- عرّف قانون احتمال للمتغير العشوائي. X

4- بيّن أن : $E(X)=\frac{2}{5}\alpha-3$.

5- عيّن أصغر قيمة للعدد الطبيعي α حتي يكون $E(X)>0$.

التمرين الثاني: (04نقاط)

I- حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التالية: $z^2-2\sqrt{3}z+4=0$

II- في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط A ، B و C لاحقاتها على الترتيب:

$z_A=\sqrt{3}+i$ و $z_B=\overline{z_A}$ $z_C=z_A-z_B$

1- أكتب كلا من z_A ؛ z_B و z_C على شكل الاسي ثم استنتج أن النقط A ، B و C تنتمي إلى نفس الدائرة يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها.

2- تحقق أن : $z_C=e^{i\frac{\pi}{3}}z_A$ ، ثم استنتج طبيعة المثلث OAC .

3- عيّن بدقة طبيعة الرباعي $OBAC$.

4- ليكن r الدوران الذي مركزه O و يحول النقطة C إلى النقطة A .

أ- عيّن العبارت المركبة للدوران r ، ثم تحقق أن $r(A)=B$

ب- عيّن صورة الرباعي $OBAC$ بواسطة الدوران r.

5- عيّن (E) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z بحيث: $|z-z_A|=|z-z_B|$

التمرين الثالث: (04نقاط)

1- لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $\begin{cases} u_0=\alpha \\ u_{n+1}=\frac{3}{2}u_n^2 \end{cases}$ (حيث α عدد حقيقي موجب تماما)

أ- عيّن قيمة α حتى تكون (u_n) متتالية ثابتة .

2- في كل ما يأتي نفرض أن $\alpha \neq \frac{2}{3}$

لتكن (v_n) المتتالية العددية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n: $v_n = \ln(u_n) + \ln\frac{3}{2}$.

أ- بيّن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول بدلالة α.

ب- عبّر عن v_n بدلالة n و α.

ج- بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n = \frac{2}{3}\left(\frac{3}{2}\alpha\right)^{2^n}$.

3- لتكن (w_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $w_0 = 0$ من أجل كل عدد طبيعي n: $w_{n+1} = 2w_n + v_n$.

و لتكن (t_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $t_n = \frac{w_n}{v_n}$

أ- بيّن أن (t_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.

ب- اكتب عبارة الحد العام t_n بدلالة n ثم استنتج عبارة w_n بدلالة n

التمرين الرابع: (07نقاط)

I- نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]-e;+\infty[$ بـ: $g(x) = 2x + e + (x+e)\ln(x+e)$

1- بيّن أن $\lim\limits_{x\to-e} g(x) = -e$ ، ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

2- ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3- بيّن أن للمعادلة: $g(x) = 0$ حل وحيد α وأن $-1,50 < \alpha < -1,48$.

4- استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]-e;+\infty[$.

II- نعتبر الدالة f المعرفة على المجال بـ $]-e;+\infty[$: $f(x) = x + x\ln(x+e)$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1- أ- احسب $\lim\limits_{x\to-e} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.

ب- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2- أ- بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-e;+\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x+e}$

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

ج- عيّن دون حساب $\lim\limits_{x\to\alpha}\frac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.

3- عيّن نقاط تقاطع المنحنى (C_f) قطع حامل محور الفواصل.

4- أنشئ (C_f) على المجال $]-e;+e[$

III- نعتبر الدالة h المعرفة على المجال بـ $]0;+\infty[$: $h(x) = x(1+\ln(x)) - e\ln(x)$

(C_h) المنحنى الممثل للدالة في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

أ- بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x موجب تماما: $h(x) = f(x-e) + e$.

ب- اشرح كيفية رسم (C_h) انطلاقا من التمثيل البياني (C_f) (ملاحظة: لا يطلب إنشاء (C_h)).

بالتوفيق والتميّز في امتحان شهادة البكالوريا

انتهى الموضوع الثاني