

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

ثانويات المقاطعة التفتيشية غرداية 02
دورة: ماي 2023

مديرية التربية لولاية غرداية
امتحان البكالوريا التجريبي
الشعبة: تسيير واقتصاد

المدة: 03 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

عين الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات التالية مع التبرير:

$$(1) \quad (u_n) \text{ متتالية هندسية معرفة على } \mathbb{N}^* \text{ وحدودها موجبة تماما حيث: } \begin{cases} u_1 + u_3 = 30e \\ \ln u_2 - \ln u_4 + 2 \ln 3 = 0 \end{cases}$$

حدها الأول u_1 وأساسها q هما:

$$(أ) \quad u_1 = 3e \quad q = -3 \quad (ب) \quad u_1 = e \quad q = 3 \quad (ج) \quad u_1 = 3e \quad q = 3$$

(2) الكتابة المبسطة للعدد A المعرف بـ $A = \ln(e + e^{-1} + 2) - 2 \ln(e + 1)$ هي:

$$(أ) \quad A = -1 \quad (ب) \quad A = 1 \quad (ج) \quad A = 0$$

(3) دالة عددية معرفة على \mathbb{R} و (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب الى معلم متعامد ومتجانس. من أجل كل عدد حقيقي x من \mathbb{R} ، إذا كان: $f(-x) + f(x) = 2$ فإن (C_f) يقبل Ω كمركز تناظر.

$$(أ) \quad \Omega(0; 2) \quad (ب) \quad \Omega(-1; 2) \quad (ج) \quad \Omega(0; 1)$$

(4) دالة عددية معرفة على \mathbb{R} بـ: $g(x) = (x^2 - 3)e^{-x}$ و (C_g) تمثيلها البياني في مستو منسوب الى معلم متعامد

متجانس. معادلة المماس لـ (C_g) في النقطة ذات الفاصلة 0 هي:

$$(أ) \quad y = -3x + 3 \quad (ب) \quad y = 3x - 3 \quad (ج) \quad y = -3x - 3$$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

في سنة 2021، كان عدد المشتركين في نادي رياضي 200 منخرط، في السنة الموالية (سنة 2022) لوحظ أن 70% من المشتركين يواصلون انخراطهم مع التحاق 90 منخرطاً جديداً. يفترض أن تطور عدد المنخرطين يتواصل بنفس الكيفية في السنوات القادمة. نرمل u_n إلى عدد المنخرطين في النادي سنة $2021 + n$ حيث n عدد طبيعي.

(1) (أ) عين u_0 ، ثم أحسب u_1 و u_2 .

(ب) استنتج أن المتتالية (u_n) ليست حسابية وليست هندسية، برر إجابتك.

(2) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = 0,70u_n + 90$

(3) لتكن المتتالية العددية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = 300 - u_n$

(أ) بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها q وحدها الأول v_0 .

(ب) أكتب v_n بدلالة n ، ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n .

(4) (أ) قدر عدد المنخرطين في هذا النادي في سنة 2024 (تدور النتائج إلى الوحدة).

(ب) أحسب نهاية المتتالية (u_n) ، هل يمكن أن يصل عدد المنخرطين إلى 300؟

اختبار في مادة: الرياضيات/الشعبة: تسيير واقتصاد /البكالوريا التجريبي 2023

التمرين الثالث: (04 نقاط)

يمثل الجدول التالي تطور عدد السياح في الجزائر (مقدر بالآلاف)، وهذا من شهر مارس الى غاية شهر أوت من سنة 2020.

الشهر	مارس	أفريل	ماي	جوان	جويلية	أوت
الرتبة x_i	1	2	3	4	5	6
عدد السياح بالآلاف y_i	1,4	2,8	3,5	6	9	12

- (1) مل حابة النقط $M_i(x_i; y_i)$ في معلم متعامد $(O; \bar{i}, \bar{j})$
- (حيث $1cm$ لكل شهر على محور الفواصل و 1000 لكل $1cm$ سائح على محور الترتيب)
- (2) أحسب $(\bar{x}; \bar{y})$ اح ائبي G النقطة المتوسطة لسحابة النقط $M_i(x_i; y_i)$ ، ثم مثلها في المعلم السابق.
- (3) بين أن معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا هي من الشكل: $y = 2,12x - 1,64$ (النتائج تدور الى 10^{-2})
- (4) باستعمال هذا التعديل:
- أ - ما توقعك لعدد السياح في شهر سبتمبر 2020؟
- ب - ابتداء من أي شهر يتجاوز عدد السياح 20000 سائح لو بقي التزايد بنفس الوتيرة؟

التمرين الرابع: (08 نقاط)

- I. g الدالة العددية المعرّفة على المجال $]0, +\infty[$ بـ: $g(x) = x^2 - 2 + \ln x$
- (1) أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكّل جدول تغيراتها.
- (2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $1,3 < \alpha < 1,4$.
- (3) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0, +\infty[$.
- II. f الدالة العددية المعرّفة على المجال $]0, +\infty[$ بـ: $f(x) = x + \frac{1}{x} \frac{\ln x}{x}$
- (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \bar{i}, \bar{j})$ حيث: $\|\bar{i}\| = 2cm$
- (1) أحسب كلا من $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$.
- (2) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0, +\infty[$ بـ: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$
- ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.
- (3) أ- بين أن المستقيم (d) ذو المعادلة $y = x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.
- ب- أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (d) .
- (4) أنشئ كلا من (d) و (C_f) . (يعطى: $f(\alpha) \approx 1,9$)
- (5) F الدالة العددية المعرّفة على المجال $]0, +\infty[$ بـ: $F(x) = \frac{1}{2}x^2 + \ln x - \frac{1}{2}(\ln x)^2$
- أ- بين أن F دالة أصلية للدالة f على المجال $]0, +\infty[$.
- ب- أحسب بـ cm^2 مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) وحامل محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتاهما: $x = 1$ و $x = e$.

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط).

أجب بصحيح أو خاطئ مع التعليل في كل حالة من الحالات التالية:

(1) العدد $\ln(4^n) - n \ln(2)$ حيث $n \in \mathbb{N}$ يساوي: $n \ln 2$

(2) المتتالية العددية (u_n) المعرفة على \mathbb{N} بـ: $u_n = \frac{3}{2^{n+1}}$ هي متتالية حسابية.

(3) دالة عددية معرفة على \mathbb{R}^* كما يلي: $f(x) = \frac{1}{x} + e^x$

القيمة المتوسطة m للدالة f على المجال $[1;2]$ هي: $\ln 2 + e^2 + e$

(4) دالة عددية معرفة على \mathbb{R} بـ: $g(x) = \frac{e^x}{e^x + 1}$

الدالة الأصلية G للدالة g على \mathbb{R} والتي تنعدم من أجل $x = 0$ معرفة كما يلي: $G(x) = \ln\left(\frac{e^x + 1}{2}\right)$

التمرين الثاني: (04 نقاط).

I. يمثل الجدول التالي تطور المعدل السنوي لسعر الكيلو غرام الواحد من مادة البصل في الجزائر وهذا للسنوات الخمس الأخيرة.

السنة	2019	2020	2021	2022	2023
الرتبة x_i	1	2	3	4	5
سعر 1 كغ y_i	50	75	175	225	300

(1) مثل سحابة النقط $M_i(x_i; y_i)$ في معلم متعامد $(O; \bar{i}, \bar{j})$ مبدؤه $O(0; 50)$

(حيث $1cm$ على محور الفواصل لكل سنة و $1cm$ على محور الترتيب لكل 50 دج للكيلو الواحد)

(2) أ - أحسب $(\bar{x}; \bar{y})$ احداثيي G النقطة المتوسطة لسحابة النقط $M_i(x_i; y_i)$ ، ثم مثلها في المعلم السابق.

ب - بين أن معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا من الشكل: $y = 65x - 30$ ، ثم ارسمه في نفس المعلم.

II. بوضع: $z_i = \ln y_i$

(1) انطلقا من جدول الجزء I أكمل الجدول التالي: (تدور النتائج الى 10^{-2})

x_i	1	2	3	4	5
$z_i = \ln y_i$					

(2) أ - جد إحداثيي $G'(\bar{x}; \bar{z})$ النقطة المتوسطة.

ب - أكتب معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا $z = ax + b$ (يدور a و b الى 10^{-2})

ج - بين أن: $y = ke^{0.47x}$ حيث k عدد حقيقي يطلب تعيينه.

اختبار في مادة: الرياضيات/الشعبة: تسيير واقتصاد/البكالوريا التجريبي 2023

التمرين الثالث: (04 نقاط).

(u_n) متتالية عددية معرفة بـ: $u_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 1$

(1) أحسب الحدود u_1 , u_2 و u_3

(2) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n > -2$.

ب) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) , ثم استنتج أنها متقاربة .

(3) نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة على \mathbb{N} بـ: $v_n = 2u_n + 4$

(أ) بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ يطلب تعيين حدها الأول v_0 .

ب) أكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n .

ج) أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(4) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n = 2 \left[2 - 3 \left(\frac{1}{2} \right)^{n+1} - n \right]$

التمرين الرابع: (08 نقاط)

I. الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} بـ: $g(x) = 2e^x + 2x - 4$

(1) أدرس اتجاه تغير الدالة g على \mathbb{R} .

(2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $0,4 < \alpha < 0,5$.

(3) استنتج إشارة $g(x)$ على \mathbb{R} .

II. الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = (2x - 2)(1 - e^{-x})$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

(2) أ - بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = e^{-x} \times g(x)$.

ب - استنتج اتجاه تغير الدالة f على \mathbb{R} ، ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) أ - بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) - (2x - 2) = -(2x - 2)e^{-x}$

ب - استنتج أن المستقيم (D) ذو المعادلة $y = 2x - 2$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$

ج - استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (D) .

(4) أ - جد إحداثيات نقطتي تقاطع المنحنى (C_f) مع حامل محور الفواصل.

ب - أنشئ كلا من (D) و (C_f) . (تأخذ $f(\alpha) \approx -0,4$).

(5) الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} بـ: $h(x) = (2|x| - 2)(1 - e^{-|x|})$ ، (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق

أ - بين أن h دالة زوجية وتحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[0, +\infty[$: $h(x) = f(x)$.

ب - اشرح كيف يمكن إنشاء (C_h) انطلاقا من (C_f) ثم أنشئه.

انتهى الموضوع الثاني