

**الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية**  
**وزارة التربية الوطنية**

ثانويات المقاطعة التفتيشية غرداية 02  
دورة: ماي 2023

مديرية التربية لولاية غرداية  
امتحان البكالوريا التجريبي  
الشعبة: تسيير واقتصاد

المدة: 03 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

**الموضوع الأول**

**التمرين الأول: (04 نقاط)**

عين الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات التالية مع التبرير:

$$(1) \quad (u_n) \text{ متتالية هندسية معرفة على } \mathbb{N}^* \text{ وحدودها موجبة تماما حيث: } \begin{cases} u_1 + u_3 = 30e \\ \ln u_2 - \ln u_4 + 2 \ln 3 = 0 \end{cases}$$

حدها الأول  $u_1$  وأساسها  $q$  هما:

$$(أ) \quad u_1 = 3e \quad q = -3 \quad (ب) \quad u_1 = e \quad q = 3 \quad (ج) \quad u_1 = 3e \quad q = 3$$

(2) الكتابة المبسطة للعدد  $A$  المعرف بـ  $A = \ln(e + e^{-1} + 2) - 2 \ln(e + 1)$  هي:

$$(أ) \quad A = -1 \quad (ب) \quad A = 1 \quad (ج) \quad A = 0$$

(3) دالة عددية معرفة على  $\mathbb{R}$  و  $(C_f)$  تمثيلها البياني في مستو منسوب الى معلم متعامد ومتجانس. من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $\mathbb{R}$ ، إذا كان:  $f(-x) + f(x) = 2$  فإن  $(C_f)$  يقبل  $\Omega$  كمركز تناظر.

$$(أ) \quad \Omega(0; 2) \quad (ب) \quad \Omega(-1; 2) \quad (ج) \quad \Omega(0; 1)$$

(4) دالة عددية معرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $g(x) = (x^2 - 3)e^{-x}$  و  $(C_g)$  تمثيلها البياني في مستو منسوب الى معلم متعامد

متجانس. معادلة المماس لـ  $(C_g)$  في النقطة ذات الفاصلة 0 هي:

$$(أ) \quad y = -3x + 3 \quad (ب) \quad y = 3x - 3 \quad (ج) \quad y = -3x - 3$$

**التمرين الثاني: (04 نقاط)**

في سنة 2021، كان عدد المشتركين في نادي رياضي 200 منخرط، في السنة الموالية (سنة 2022) لوحظ أن 70% من المشتركين يواصلون انخراطهم مع التحاق 90 منخرطا جديدا. يفترض أن تطور عدد المنخرطين يتواصل بنفس الكيفية في السنوات القادمة. نرمل  $u_n$  إلى عدد المنخرطين في النادي سنة  $2021 + n$  حيث  $n$  عدد طبيعي.

(1) (أ) عين  $u_0$ ، ثم أحسب  $u_1$  و  $u_2$ .

(ب) استنتج أن المتتالية  $(u_n)$  ليست حسابية وليست هندسية، برر إجابتك.

(2) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $u_{n+1} = 0,70u_n + 90$

(3) لتكن المتتالية العددية  $(v_n)$  المعرفة من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $v_n = 300 - u_n$

(أ) بين أن المتتالية  $(v_n)$  هندسية يطلب تعيين أساسها  $q$  وحدها الأول  $v_0$ .

(ب) أكتب  $v_n$  بدلالة  $n$ ، ثم استنتج عبارة  $u_n$  بدلالة  $n$ .

(4) (أ) قدر عدد المنخرطين في هذا النادي في سنة 2024 (تدور النتائج إلى الوحدة).

(ب) أحسب نهاية المتتالية  $(u_n)$ ، هل يمكن أن يصل عدد المنخرطين إلى 300؟

**اختبار في مادة: الرياضيات/الشعبة: تسيير واقتصاد/البكالوريا التجريبي 2023**

**التمرين الثالث: (04 نقاط)**

يمثل الجدول التالي تطور عدد السياح في الجزائر (مقدر بالآلاف)، وهذا من شهر مارس الى غاية شهر أوت من سنة 2020.

الشهر	مارس	أفريل	ماي	جوان	جويلية	أوت
الرتبة $x_i$	1	2	3	4	5	6
عدد السياح بالآلاف $y_i$	1,4	2,8	3,5	6	9	12

- (1) مل حابة النقط  $M_i(x_i; y_i)$  في معلم متعامد  $(O; \bar{i}, \bar{j})$
- (حيث  $1cm$  لكل شهر على محور الفواصل و  $1000$  لكل  $1cm$  سائح على محور الترتيب)
- (2) أحسب  $(\bar{x}; \bar{y})$  اح ائبي  $G$  النقطة المتوسطة لسحابة النقط  $M_i(x_i; y_i)$ ، ثم مثلها في المعلم السابق.
- (3) بين أن معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا هي من الشكل:  $y = 2,12x - 1,64$  (النتائج تدور الى  $10^{-2}$ )
- (4) باستعمال هذا التعديل:
- أ - ما توقعك لعدد السياح في شهر سبتمبر 2020؟
- ب - ابتداء من أي شهر يتجاوز عدد السياح 20000 سائح لو بقي التزايد بنفس الوتيرة؟

**التمرين الرابع: (08 نقاط)**

- I.  $g$  الدالة العددية المعرّفة على المجال  $]0, +\infty[$  بـ:  $g(x) = x^2 - 2 + \ln x$
- (1) أدرس اتجاه تغير الدالة  $g$  ثم شكّل جدول تغيراتها.
- (2) بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث:  $1,3 < \alpha < 1,4$ .
- (3) استنتج إشارة  $g(x)$  على المجال  $]0, +\infty[$ .
- II.  $f$  الدالة العددية المعرّفة على المجال  $]0, +\infty[$  بـ:  $f(x) = x + \frac{1}{x} \frac{\ln x}{x}$
- ( $C_f$ ) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \bar{i}, \bar{j})$  حيث:  $\|\bar{i}\| = 2cm$
- (1) أحسب كلا من  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ .
- (2) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من المجال  $]0, +\infty[$  بـ:  $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$
- ب- استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكّل جدول تغيراتها.
- (3) أ- بين أن المستقيم  $(d)$  ذو المعادلة  $y = x$  مقارب مائل للمنحنى  $(C_f)$  عند  $+\infty$ .
- ب- أدرس وضعية المنحنى  $(C_f)$  بالنسبة إلى المستقيم  $(d)$ .
- (4) أنشئ كلا من  $(d)$  و  $(C_f)$ . (يعطى:  $f(\alpha) \approx 1,9$ )
- (5)  $F$  الدالة العددية المعرّفة على المجال  $]0, +\infty[$  بـ:  $F(x) = \frac{1}{2}x^2 + \ln x - \frac{1}{2}(\ln x)^2$
- أ- بين أن  $F$  دالة أصلية للدالة  $f$  على المجال  $]0, +\infty[$ .
- ب- أحسب بـ  $cm^2$  مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى  $(C_f)$  وحامل محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتاهما:  $x = 1$  و  $x = e$ .

**الموضوع الثاني**

**التمرين الأول: (04 نقاط).**

أجب بصحيح أو خاطئ مع التعليل في كل حالة من الحالات التالية:

(1) العدد  $\ln(4^n) - n \ln(2)$  حيث  $n \in \mathbb{N}$  يساوي:  $n \ln 2$

(2) المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  بـ:  $u_n = \frac{3}{2^{n+1}}$  هي متتالية حسابية.

(3) دالة عددية معرفة على  $\mathbb{R}^*$  كما يلي:  $f(x) = \frac{1}{x} + e^x$

القيمة المتوسطة  $m$  للدالة  $f$  على المجال  $[1;2]$  هي:  $\ln 2 + e^2 + e$

(4) دالة عددية معرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $g(x) = \frac{e^x}{e^x + 1}$

الدالة الأصلية  $G$  للدالة  $g$  على  $\mathbb{R}$  والتي تنعدم من أجل  $x = 0$  معرفة كما يلي:  $G(x) = \ln\left(\frac{e^x + 1}{2}\right)$

**التمرين الثاني: (04 نقاط).**

I. يمثل الجدول التالي تطور المعدل السنوي لسعر الكيلو غرام الواحد من مادة البصل في الجزائر وهذا للسنوات الخمس الأخيرة.

السنة	2019	2020	2021	2022	2023
الرتبة $x_i$	1	2	3	4	5
سعر 1 كغ $y_i$	50	75	175	225	300

(1) مثل سحابة النقط  $M_i(x_i; y_i)$  في معلم متعامد  $(O; \bar{i}, \bar{j})$  مبدؤه  $O(0; 50)$

(حيث  $1cm$  على محور الفواصل لكل سنة و  $1cm$  على محور الترتيب لكل 50 دج للكيلو الواحد)

(2) أ - أحسب  $(\bar{x}; \bar{y})$  احداثيي  $G$  النقطة المتوسطة لسحابة النقط  $M_i(x_i; y_i)$  ، ثم مثلها في المعلم السابق.

ب - بين أن معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا من الشكل:  $y = 65x - 30$  ، ثم ارسمه في نفس المعلم.

II. بوضع:  $z_i = \ln y_i$

(1) انطلقا من جدول الجزء I أكمل الجدول التالي: (تدور النتائج الى  $10^{-2}$ )

$x_i$	1	2	3	4	5
$z_i = \ln y_i$					

(2) أ - جد إحداثيي  $G'(\bar{x}; \bar{z})$  النقطة المتوسطة.

ب - أكتب معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا  $z = ax + b$  (يدور  $a$  و  $b$  الى  $10^{-2}$ )

ج - بين أن:  $y = ke^{0.47x}$  حيث  $k$  عدد حقيقي يطلب تعيينه.

**اختبار في مادة: الرياضيات/الشعبة: تسيير واقتصاد/البكالوريا التجريبي 2023**

**التمرين الثالث: (04 نقاط).**

$$(u_n) \text{ متتالية عددية معرفة بـ: } u_0 = 1 \text{ ومن أجل كل عدد طبيعي } n : u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 1$$

(1) أحسب الحدود  $u_1$ ,  $u_2$  و  $u_3$

(2) أ برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n : u_n > -2$ .

(ب) أدرس اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$ , ثم استنتج أنها متقاربة.

(3) نعتبر المتتالية العددية  $(v_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  بـ:  $v_n = 2u_n + 4$

(أ) بين أن المتتالية  $(v_n)$  هندسية أساسها  $\frac{1}{2}$  يطلب تعيين حدها الأول  $v_0$ .

(ب) أكتب عبارة  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج عبارة  $u_n$  بدلالة  $n$ .

(ج) أحسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

$$(4) \text{ بين أنه من أجل كل عدد طبيعي } n : u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n = 2 \left[ 2 - 3 \left( \frac{1}{2} \right)^{n+1} - n \right]$$

**التمرين الرابع: (08 نقاط)**

**I.** الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $g(x) = 2e^x + 2x - 4$

(1) أدرس اتجاه تغير الدالة  $g$  على  $\mathbb{R}$ .

(2) بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث:  $0,4 < \alpha < 0,5$ .

(3) استنتج إشارة  $g(x)$  على  $\mathbb{R}$ .

**II.** الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = (2x - 2)(1 - e^{-x})$

$(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) أحسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .

(2) أ - بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x : f'(x) = e^{-x} \times g(x)$ .

ب - استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  على  $\mathbb{R}$ , ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) أ - بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x : f(x) - (2x - 2) = -(2x - 2)e^{-x}$

ب - استنتج أن المستقيم  $(D)$  ذو المعادلة  $y = 2x - 2$  مقارب مائل للمنحنى  $(C_f)$  عند  $+\infty$

ج - استنتج الوضع النسبي للمنحنى  $(C_f)$  والمستقيم  $(D)$ .

(4) أ - جد إحداثيات نقطتي تقاطع المنحنى  $(C_f)$  مع حامل محور الفواصل.

ب - أنشئ كلا من  $(D)$  و  $(C_f)$ . (تأخذ  $f(\alpha) \approx -0,4$ ).

(5) الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $h(x) = (2|x| - 2)(1 - e^{-|x|})$ ,  $(C_h)$  تمثيلها البياني في المعلم السابق

أ - بين أن  $h$  دالة زوجية وتحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من المجال  $[0, +\infty[ : h(x) = f(x)$ .

ب - اشرح كيف يمكن إنشاء  $(C_h)$  انطلاقا من  $(C_f)$  ثم أنشئه.

انتهى الموضوع الثاني