المستوى:الثالثة آداب و فلسفة ، لغات أجنبية	ماي 2023
امتحان بكالوريا تجريبي في مادة الرياضيات	المدة : ساعتين و نصف.

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين :

الموضوع الأول

التمرين 1 (6 ن)

(u_n) متتالية حسابية معرفة على $\mathbb{N}$ حدها الأول $u_0 = 2$ وتحقق العلاقة : $u_3+u_6+u_9 = 78$

1) أ) احسب r أساس المتتالية (u_n)

ب) احسب الحد الثامن.

2) بين انه من اجل كل عدد طبيعي n: $u_n = 4n+2$

3) بين العدد (2022) هو حد من حدود المتتالية (u_n) ثم حدد رتبته.

4) ادرس اتجاه تغير المتتالية $(_n)$.

5) احسب المجموع S_n حيث: $S_n = u_0+u_1+\cdots+u_n$

ثم استنتج المجموع S حيث : $S = u_0+u_1+\cdots+u_{505}$

التمرين 2 (6 ن)

a، b و c أعداد طبيعية حيث: $a = 2020$; $b = 1441$ و $c = 1962$

1) عين باقي القسمة الاقليدية لكل من الاعداد a،b و c على العدد 7

2) أ) تحقق ان $b \equiv -1[7]$

ب) بين العدد $2a+b$ يقبل القسمة على 7

3) بين أن $a^3 \equiv 1[7]$ و أن $c^3 \equiv 1[7]$

4) استنتج باقي قسمة العدد $1962^{1962} + 1441^{1441} + 2020^{2020}$ على 7.

التمرين 3 (8 ن)

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 5$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) احسب $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \to +\infty} f(x)$

2) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3) بين أن $(_f)$ يقبل نقطة انعطاف I يطلب تعيين إحداثيتيها.

4) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة I .

5) أ) بين أن من اجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = (2x - 5)(x - 1)^2$

ب) استنتج نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل.

6) ارسم (T) و (C_f) .

انتهى الموضوع الاول

الموضوع الثاني

التمرين 1 (6 ن)

1) ادرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 5 .

2) عين باقي القسمة الاقليدية للعدد 1443^{2022} على 5 .

3) بين أن العدد A يقبل القسمة على 5 حيث : $A = 4 \times 2021^{2009} + 1961$

4) أ) b عدد طبيعي حيث : $2022 = 5b - 3$. عين قيمة b ثم جد باقي القسمة الاقليدية للعدد 2022 على 5

ب) عين قيم العدد الطبيعي n حيث : $1443^{2022} + b + n \equiv 0\ [5]$

التمرين 2 (6 ن)

(v_n) متتالية هندسية حدودها موجبة تماما ، أساسها q و حدها الأول v_0 حيث : $v_0 \times v_2 = 256$ و $v_0 \times v_1 = 128$

1) بين أن $v_1 = 16$ ثم استنتج قيمة v_0

2) بين أن $q = 2$ ثم اكتب عبارة v_n بدلالة n

3) بين انه من اجل كل عدد طبيعي n: $v_{n+1} - v_n = (2)^{n+3}$ ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (v_n)

4) بين العدد (128) هو حد من حدود المتتالية (v_n) ثم حدد رتبته.

5) نضع من اجل كل عدد طبيعي S_n حيث: $S_n = v_1 + v_2 + \cdots + v_{n-1}$

أ) اثبت أن: $S_n = -16 + 2^{n+5}$

ب) احسب 2^{12} ثم استنتج قيمة n بحيث : $S_n = 4080$

التمرين 3 (8 ن)

f دالة معرفة على $]-\infty;-2[\cup]-2;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{-x+2}{x+2}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) تحقق أن من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{-2\}$:

$$f(x)=-1+\frac{4}{x+2}$$

2) احسب نهايات الدالة f ، ثم استنتج ان (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين يطلب تعيين معادلتيهما.

3) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

4) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0

5) حل المعادلة $f(x)=0$ ثم استنتج نقط تقاطع (C_f) مع محوري الإحداثيات.

6) ارسم (T) و (C_f) .

انتهى الموضوع الثاني

بالتوفيق في شهادة البكالوريا ☺- أساتـــــذة المادة –

التصحيح النموذجي للموضوع الأول

1) أ) $r = 4$

ب) $u_9 = 38$

2) نبين انه من اجل كل عدد طبيعي n: $u_n = 4n + 2$

3) نبين العدد (2022) هو حد من حدود المتتالية (u_n) ثم نحدد رتبته.

$u_n = 2022$ و منه $n = 505$ إذن العدد (2022) هو حد من حدود المتتالية (u_n)

و رتبته هي 506.

4) اتجاه تغير المتتالية $(_n)$. متزايدة تماما على $\mathbb{N}$

5) حساب المجاميع

$S_n = (n+1)(2n + 2)$; $S = 512072$

---

1) تعيين باقي القسمة الاقليدية لكل من الاعداد a،b و c على العدد 7

$a \equiv 4[7]; \quad b \equiv 6[7]; \quad c \equiv 2[7]$

2) أ) التحقق ان $b \equiv -1[7]$

لدينا مما سبق $b \equiv 6[7]$ و منه $b \equiv -1[7]$

ب) نبين العدد $2a+b$ يقبل القسمة على 7

لدينا $2a \equiv 1[7]$ و $b \equiv -1[7]$ و منه $2a + b \equiv 0[7]$

3) نبين أن $a^3 \equiv 1[7]$ و أن $c^3 \equiv 1[7]$

لدينا مما سبق

$a \equiv 4[7]$; و $c \equiv 2[7]$

اذن $a^3 \equiv 1[7]$ و $c^3 \equiv 1[7]$

4) استنتاج باقي قسمة العدد $1962^{1962} + 1441^{1441} + 2020^{2020}$ على 7.

$1962^{1962} + 2020^{2020} + 1441^{1441} \equiv 4[7]$

1) حساب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

2) اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

f دالة قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و f' دالتها المشتقة حيث :

من اجل كل x من $\mathbb{R}$ لدينا : $f'(x)=6x^2 - 18x + 12$

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	

و منه f دالة متزايدة تماما على المجال $]-\infty ; 1]$ و $[2 ; +\infty[$

و متناقصة تماما على المجال $[1 ;2]$

- جدول التغيرات

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$	↗	0	↘	-1	↗	$+\infty$

3) نبين أن $(_f)$ يقبل نقطة انعطاف I يطلب تعيين إحداثيتيها.

$$f''(x) = 12x - 8$$

$f''(x) = 0$ و منه $x=\frac{3}{2}$

إذن نقطة انعطاف المنحنى (C_f) هي : $I\left(\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}\right)$

) معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 1- .

$$(T): y = -3x - 5$$

5) أ) نبين أن من اجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = (x-1)(x+2)^2$

ب) حلول في $\mathbb{R}$ المعادلة $(x) = 0$ هي 2- و 1

استنتاج نقط تقاطع (C_f) مع محور الفواصل هي النقط $B(1 ;0)$; $C(-2 ; 0)$

6) رسم كلا من (T) و (C_f) .

الموضوع 2

1) بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 5 .

n	$4k$	$4k+1$	$4k+2$	$4k+3$
3^n	1	3	4	2

2) باقي القسمة الاقليدية للعدد 1443^{2022} على 5 هو 4

3) نبين أن العدد A يقبل القسمة على 5 حيث: $A= 4 \times 2021^{2009} + 1961$

لدينا $1961 \equiv 1\ [5]$ و $(2021)^{2009} \equiv 1\ [5]$ إذن $4 \times 2021^{2009} + 1961 \equiv 0\ [5]$

4) أ) قيمة b هي 405

باقي القسمة الاقليدية للعدد 2022 على 5 هو 2

ب) $n = 5k+1 \quad (k \in \mathbb{N})$

---

1) نبين أن $v_1 = 16$ ثم استنتج قيمة $v_0 = 2$

2) نبين أن $q = 2$ ثم

عبارة v_n بدلالة n: $nv_n = 8 \times 2^n$

3) نبين انه من اجل كل عدد طبيعي n: $v_{n+1} - v_n = (2)^{n+3}$

المتتالية (v_n) متزايدة تماما على $\mathbb{N}$

4) نبين العدد (128) هو حد من حدود المتتالية (v_n)

نحل المعادلة $v_n = 128$ و منه $n = 4$

رتبته هي 5

5)

أ) اثبات أن: $S_n = -16 + 2^{n+5}$

ب) $128 = 2^{12}$. قيمة n هي 4

f دالة معرفة على $]-\infty;-2[\cup]-2;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{-x+2}{x+2}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) تحقق أن من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{-2\}$:

$$f(x)=-1+\frac{4}{x+2}$$

2) حساب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -1$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-1$

$\lim\limits_{\substack{x\to-2\\>}} f(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{\substack{x\to-2\\<}} f(x)=-\infty$

$x=-2$ مستقيم مقارب عمودي

$y=-1$ مستقيم مقارب أفقي بجوار $+\infty$ و $-\infty$

2) اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

f دالة قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و f' دالتها المشتقة حيث :

من اجل كل x من $\mathbb{R}$ لدينا : $f'(x)=\frac{-4}{(x+2)^2}$

و عليه $f'(x)<0$

إذن f دالة متناقصة تماما على المجال $]-\infty;-2[$ و $]-2;+\infty[$

- جدول التغيرات

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	‖	$-$
$f(x)$	$-1 \searrow -\infty$	‖	$+\infty \searrow -1$

4) معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0

$(T): y=-x+1$

5) حل المعادلة $f(x)=0$ هي $x=-2$

نقط تقاطع (C_f) مع محوري الإحداثيات

مع محور الفواصل هي النقطة $A(-2;0)$

مع محور التراتيب هي النقطة $B(0;1)$

6) رسم (T) و (C_f).