



المدة: 2 ساعة و نصف

إختبار في مادة الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول : (6 نقاط)

1. عين باقي القسمة الإقليدية لكل من 13 , 13<sup>2</sup> , 13<sup>3</sup> , و 13<sup>4</sup> على 5 ثم استنتج أن :  $13^{4n} \equiv 1 [5]$  .
2. بين أن :  $2023 \equiv 13 [5]$  ثم استنتج باقي قسمة العدد  $2023^{1444}$  على 5 .
3. أ) عين باقي القسمة الإقليدية للعددين 2973 و 1962 على 5 .  
ب) عين قيم العدد الطبيعي  $n$  حتى يكون :  $2023^n + 2023^{1444} \equiv 1962 + 2973 [5]$  .

التمرين الثاني : (6 نقاط)

$(u_n)$  متتالية حسابية حدها الثاني  $u_1 = -1$  بحيث :  $3u_n - u_{n-1} = -11$  .

1. أحسب  $u_2$  ثم حدد أساسها و إتجاه تغيرها.
2. أثبت أن من أجل كل عدد طبيعي  $n$  فان :  $u_n = 2 - 3n$  ثم حدد رتبة الحد الذي قيمته -2023 .
3. أحسب المجموع التالي:  $S_n = 2u_0 + 2u_1 + \dots + 2u_{675}$  .

التمرين الثالث : (8 نقاط)

لتكن الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}^*$  كما يلي :  $f(x) = a + \frac{3}{2x}$  حيث  $a$  عدد حقيقي .

$(C_f)$  تمثيلها البيان في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  .

1. عين قيمة  $a$  حتى يقطع المنحنى  $(C_f)$  محور الفواصل عند الفاصلة  $-\frac{3}{4}$  و تحقق أن من أجل  $x \neq 0$  فان :  $f(x) = \frac{4x+3}{2x}$  .

2. أحسب النهايات التالية ثم فسر النتائج بيانيا:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ,  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  ,  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  ,  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$  .

3. بين أن من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}^*$  فان :  $f'(x) = \frac{-6}{(2x)^2}$  و استنتج إتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها .

4. بين أن معادلة المماس  $(T)$  للمنحنى  $(C_f)$  عند النقطة  $\left(1; \frac{7}{2}\right)$  هي :  $y = -\frac{3}{2}x + 5$  .

5. أنشئ المماس  $(T)$  و المنحنى  $(C_f)$  ثم حل بيانيا المتراجحة  $f(x) \geq 0$  .

## الموضوع الثاني

### التمرين الأول : (6 نقاط)

$a$  و  $b$  عددان طبيعيين حيث :  $a=2023$  و  $b \equiv -9[13]$

1. أ) عين باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين  $a$  و  $b$  على 13 .  
ب) بين أن :  $a+b \equiv -1[13]$  و استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد  $(a+b)^{1444}$  على 13 .
2. أ) عين باقي القسمة الإقليدية للعدد  $a^2+5b$  على 13 .  
ب) عين قيم العدد الطبيعي  $n$  الأصغر من أو تساوي 41 و التي تحقق ما يلي :  $a^2+5b+n \equiv 6(a+b)^{1444}[13]$

### التمرين الثاني : (6 نقاط)

- $(u_n)$  متتالية هندسية حدودها موجبة تماما حدها الأول  $u_0=4$  و أساسها  $q$  و تحقق :  $u_2-2u_1=12$
1. بين أن :  $q^2-2q-3=0$  ثم تحقق من أن  $q=3$  .
  2. أكتب عبارة  $u_n$  بدلالة  $n$  ثم عين قيمة  $n$  حتى يكون  $u_n=2916$  لاحظ أن  $(3^6=729)$  .
  3. أحسب بدلالة  $n$  المجموع التالي :  $S_n=u_0+u_1+\dots+u_n$  .

### التمرين الثالث : (8 نقاط)

- لتكن الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي :  $f(x)=-x^3+3x-2$
- $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$
1. أحسب النهايتين التاليتين :  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  ،  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
  2. أ) بين أن من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$  فان :  $f'(x)=3(x+1)(1-x)$   
ب) إستنتج أن الدالة  $f$  متناقصة تماما على المجالين  $]-\infty; -1]$  و  $[1; +\infty[$  و متزايدة تماما على المجال  $[-1; 1]$  .  
ج) شكل جدول تغيرات الدالة  $f$  .
  3. بين أن  $(C_f)$  يقبل نقطة إنعطاف يطلب تعيين إحداثياتها .
  4. أكتب معادلة المماس  $(T)$  للمنحنى  $(C_f)$  عند  $0$  ثم أدرس وضعية  $(C_f)$  بالنسبة  $(T)$  .
  5. بين أن :  $f(x)=-(x-1)^2(x+2)$  و استنتج نقط تقاطع المنحنى  $(C_f)$  مع حامل محور الفواصل .
  6. أنشئ المماس  $(T)$  و المنحنى  $(C_f)$  .