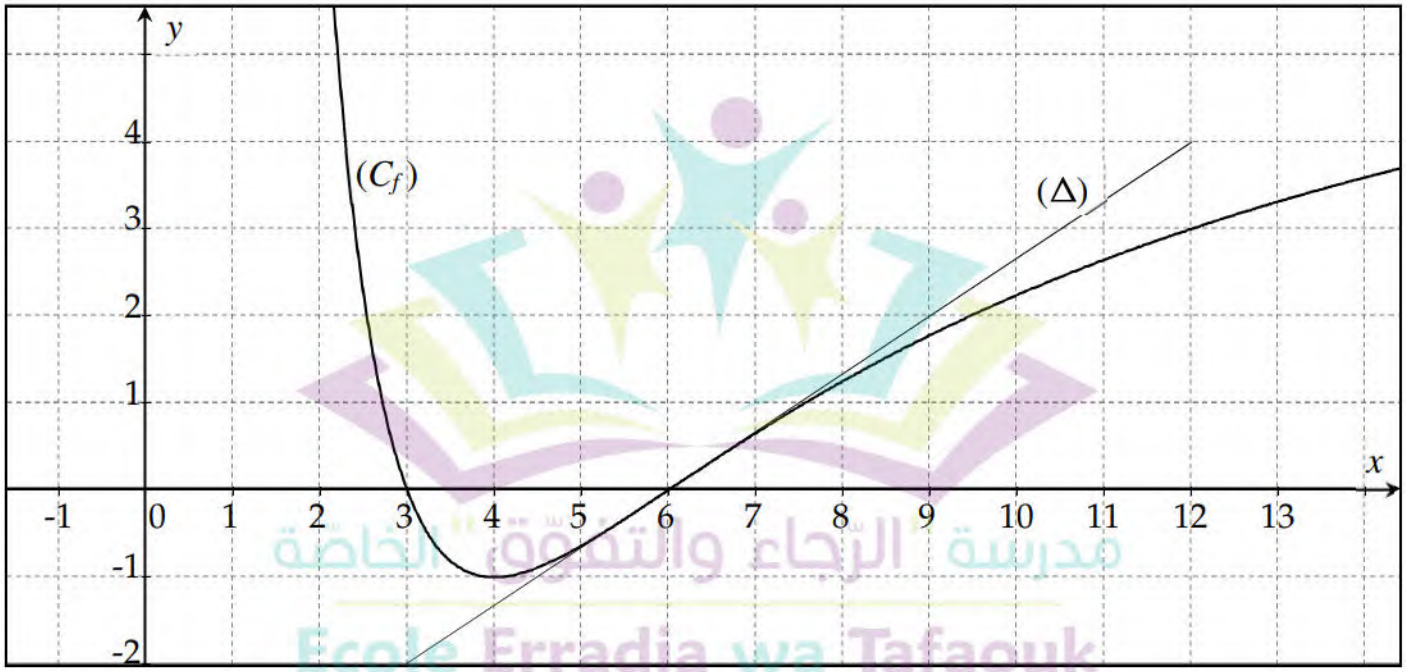
اختبار الفصل الأوّل

التمرين الأول: (06 نقاط)

في الشكل المرفق: التمثيل البياني (C_f) للدالة f والمعرفة على المجال $]0;+\infty[$ ، المستقيم (Δ) هو المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 6.



1. عيّن كلا من: $f(3)$ ، $f'(6)$ و $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(h+4)+1}{h}$.
2. عيّن معادلة المستقيم (Δ).
3. ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ)، ثم استنتج $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f'(h+6)-f'(6)}{h}$.
4. شكّل جدول إشارة كل من $f(x)$ و $f'(x)$.
5. g الدالة المعرفة على المجال $]0;3[$ بـ: $g(x)=\dfrac{f(x)}{x}$.
   أ) اكتب عبارة $g'(x)$ بدلالة $f'(x)$ و $f(x)$.
   ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $]0;3[$.
   ت) حل المعادلة: $g(x)=f(x)$.
6. عيّن الأعداد الحقيقية a ، b و c بحيث من أجل كل عدد حقيقي x موجب تماما فإنّ: $f(x)=\dfrac{ax^2+bx+c}{x^2}$.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

I- نعتبر P دالة كثير حدود المعرفة بـ: $P(x)=x^3-2x^2-x+2$.

1. بيّن أنّ العدد 2 جذر لكثير الحدود $P(x)$.
2. عيّن الأعداد الحقيقية a ، b و c حيث: $P(x)=(x-2)(ax^2+bx+c)$.
3. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x)=0$ ، ثم استنتج حلول المعادلة: $P(x)=x^6-2x^4-x^2+2$.
4. حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة: $P(x)<0$.

II- نعتبر L_m دالة كثير حدود المعرفة بـ: $L_m(x)=\left[P(x)\right]^2-m\times P(x)$ ، حيث m وسيط حقيقي.

1. عيّن قيم الوسيط الحقيقي m حتى يكون العدد 0 جذر لكثير الحدود $L_m(x)$.
2. حل في المجموعة $\mathbb{R}$ المعادلة: $L_2(x)=0$.

التمرين الثالث: (08 نقاط)

I- نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\dfrac{\alpha x^2+\beta x}{x^2-2x+2}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. عيّن العددين الحقيقين α و β بحيث (C_f) يقبل مماسا يوازي محور الفواصل عند النقطة $A(1;-1)$.
2. نضع $\alpha=1$ و $\beta=-2$. بيّن أنّه من أجل عدد حقيقي x فإنّ: $f'(x)=\dfrac{4x-4}{(x^2-2x+2)^2}$.
3. ادرس إشارة $f'(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f مشكلا جدول تغيراتها على المجال $[-1;3]$.
4. بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x فإنّ: $f(2-x)=f(x)$ ، ثم فسّر النتيجة بيانيا.
5. عيّن نقاط تقاطع المنحنى (C_f) مع المحورين.
6. اكتب معادلة المستقيم (T) المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.
7. أرسم المستقيم (T) والمنحنى (C_f) على المجال $[-1;3]$.
8. m وسيط حقيقي، ناقش بيانيا حسب قيم m عدد حلول المعادلة $f(x)=m$ على المجال $[-1;3]$.

II- نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=\dfrac{x^2-2|x|}{x^2-2|x|+2}$.

1. اكتب عبارة الدالة g دون رمز القيمة المطلقة، ثم ادرس قابلية اشتقاق الدالة g عند 0.
2. اشرح كيفية رسم (C_g) منحنى الدالة g انطلاقا من (C_f) ثم ارسمه في نفس المعلم على المجال $[-3;3]$.

سؤال إضافي:

نعتبر f و g دالتين قابلتين للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ولا تنعدمان، بيّن أنّ: $\dfrac{\left(\frac{f}{g}\right)'}{\frac{f}{g}}=\dfrac{f'}{f}-\dfrac{g'}{g}$.

❀ وفّقكم الله ❀

مدرسة الرّجاء والتفوق الخاصّة
Ecole Erradja wa Tafaouk
ÉCOLE PRIVÉE