Email: saitameur3@gmail.com 023 71 54 67 :فاكس 023 71 54 63 / 0550 47 22 35 :رقم الهاتف

المستوى الثالثة ثانوي شعبة رياضيات

اختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

2سا

التمرين الأول : (4.5 نقاط)

أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير بدقة:

1. المتتالية (v_n) هندسية حدودها موجبة تماما، حيث: $v_0 \times v_2 = 576$ و $v_0 + v_1 = 30$.

$$v_{n+1} - v_n = 3 \times \left(\frac{1}{4}\right)^n$$

2. نعتبر الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x) = log^2(x) + 2\log(x) - 3$. مجموعة حلول المتراجحة $f(x) \leq 0$ هي:

$$S = [10^{-3}\,; 10]$$

3. الحل الخاص للمعادلة التفاضلية: $-y' + ln(2^y) - 2 = 0$ هو الدالة g بحيث: $g(0) = 2024 + \frac{2}{ln2}$ المعرفة بـ: $g(x) = 2023e^{2x} + \frac{2}{ln2}$

التمرين الثاني : (5.5 نقاط)

1) f الدالة المعرفة على $[0\,;+\infty[$ بـ : $f(x) = \frac{x+4}{x+1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$ ، (D) المستقيم ذو المعادلة $y = x$

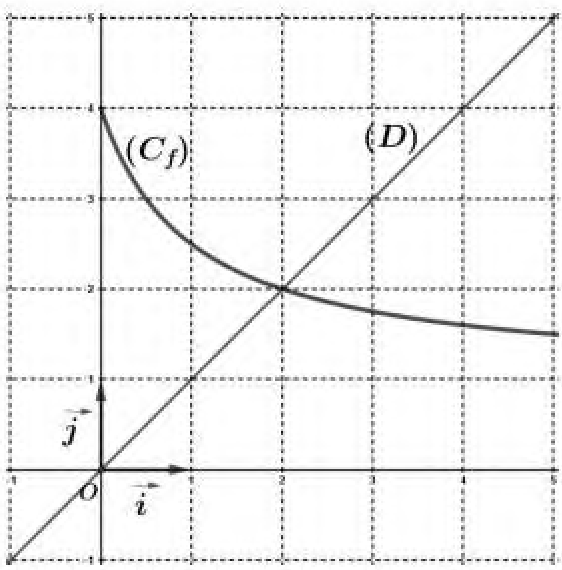
(u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ:

$u_0 = 0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1} = f(u_n)$

أ) أعد رسم الشكل على ورقة الإجابة ثم مثل على حامل محور الفواصل الحدود الأربعة الأولى (دون حسابها مبرزا خطوط التمثيل)

ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها.

2) (v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = \frac{u_n-2}{u_n+2}$



أ) بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $-\frac{1}{3}$ يطلب تعيين حدها الأول v_0

ب) عين عبارة الحد العام v_n بدلالة n ثم استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n = -2 + \frac{4}{1+\left(-\frac{1}{3}\right)^n}$

ج) أحسب $\lim_{n\to+\infty} u_n$

3) نضع: من أجل كل عدد طبيعي n، $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$ و $T_n = \frac{1}{u_0+2} + \frac{1}{u_1+2} + \cdots + \frac{1}{u_n+2}$

احسب S_n بدلالة n ثم بين أنه: من أجل كل عدد طبيعي n، $T_n = \frac{1}{16}\left[4n + 7 + \left(-\frac{1}{3}\right)^n\right]$

<u>التمرين الثالث:</u> (10 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة كما يلي: $f(x) = \ln\left(e^x - 2\sqrt{e^x} + 2\right)$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $e^x - 2\sqrt{e^x} + 2 = \left(\sqrt{e^x} - 1\right)^2 + 1$ ، ثم استنتج أن f معرفة على $\mathbb{R}$

2) أ- أحسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

ب- أحسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا.

3) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $f(x) = x + ln\left(1 - \frac{2}{\sqrt{e^x}} + \frac{2}{e^x}\right)$

ب- استنتج أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$

ج- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0\ ;\ +\infty[$، $e^x - 2\sqrt{e^x} + 2 \le e^x$

د- استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0\ ;\ +\infty[$، $f(x) \le x$ مفسرا النتيجة بيانيا

4) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x) = \frac{\sqrt{e^x}\left(\sqrt{e^x}-1\right)}{e^x-2\sqrt{e^x}+2}$

ب-أدرس إشارة $f'(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

5) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x، $f''(x) = -\frac{\sqrt{e^x}\left[\left(\sqrt{e^x}-2\right)^2-2\right]}{2\left(e^x-2\sqrt{e^x}+2\right)^2}$

ب-استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل نقطتي انعطاف يطلب تعيين احداثييهما

6) أنشئ كلا من (Δ) و (C_f)

7) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m، عدد حلول المعادلة: $e^x - e^m = 2\left(-1 + \sqrt{e^x}\right)$

التصحيح النموذجي

التمرين الأول :

1) خطأ : $v_{n+1} - v_n = 18 \times 4^n$

2) صحيح : $S = [10^{-3} ; 10]$

3) خطأ : $g(x) = 2024 \times 2^x + \frac{2}{ln2}$

التمرين الثاني :

1) أ- تمثيل الحدود الأربعة الأولى على محور الفواصل

ب- التخمين: المتتالية (u_n) ليست رتيبة ومتقاربة

2) أ- $v_{n+1} = -\frac{1}{3} v_n$ و $v_0 = -1$

ب- من أجل كل $n \in \mathbb{N}$: $v_n = -\left(-\frac{1}{3}\right)^n$ ، $u_n = -2 + \frac{4}{1+\left(-\frac{1}{3}\right)^n}$

ج- $\lim(u_n) = 2$ لان $\lim\left(\left(-\frac{1}{3}\right)^n\right) = 0$

3) $S_n = -\frac{3}{4}\left[1 - \left(-\frac{1}{3}\right)^{n+1}\right]$ $T_n = \frac{1}{4}[n + 1 - S_n]$

ومنه $T_n = \frac{1}{16}\left[4n + 7 + \left(-\frac{1}{3}\right)^n\right]$

التمرين الثالث :

1) من أجل كل x من $\mathbb{R}$ لدينا: $e^x - 2\sqrt{e^x} + 2 = e^x - 2\sqrt{e^x} + 1 + 1 = \left(\sqrt{e^x} - 1\right)^2 + 1$

بما أن $\left(\sqrt{e^x} - 1\right)^2 + 1 > 0$ من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فإن $D_f = \mathbb{R}$

2) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \ln(2)$ ، (C_f) يقبل مستقيم مقارب موازي لمحور الفواصل عند $+\infty$ معادلته $y = \ln(2)$

3) أ- من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(x) = x + ln\left(1 - \frac{2}{\sqrt{e^x}} + \frac{2}{e^x}\right)$

ب- $\lim\limits_{x \to +\infty}[f(x) - y] = 0$ ومنه المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$

ج- من أجل كل عدد حقيقي x من $[0\ ;\ +\infty[$، $e^x - 2\sqrt{e^x} + 2 \leq e^x$

د- من أجل كل عدد حقيقي x من $[0\ ;\ +\infty[$: $f(x) - y = \ln\left(e^x - 2\sqrt{e^x} + 2\right) - x$

ومنه : $f(x) - y = \ln\left(e^x - 2\sqrt{e^x} + 2\right) - \ln(e^x)$

ومنه: $f(x) - y = ln\left(\frac{e^x - 2\sqrt{e^x} + 2}{e^x}\right)$ بما أن $e^x - 2\sqrt{e^x} + 2 \leq e^x$ فإن $\frac{e^x - 2\sqrt{e^x} + 2}{e^x} \leq 1$ ومنه

$$ln\left(\frac{e^x - 2\sqrt{e^x} + 2}{e^x}\right) \leq 0$$

أي $f(x) \leq x$

(C_f) يقع أسفل (Δ) على المجال $[0;\ +\infty[$

4) أ- من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x) = \frac{\sqrt{e^x}\left(\sqrt{e^x} - 1\right)}{e^x - 2\sqrt{e^x} + 2}$

ب- إشارة $f'(x)$ من إشارة $\left(\sqrt{e^x} - 1\right)$ لأن $\sqrt{e^x} > 0$ و $e^x - 2\sqrt{e^x} + 2 > 0$

على المجال $]-\infty\ ; 0[$ ، $f'(x) < 0$

على المجال $]0\ ;\ +\infty[$ ، $f'(x) > 0$

الدالة f متناقصة تماما على المجال $]-\infty\ ; 0]$

الدالة f متزايدة تماما على المجال $[0\ ;\ +\infty[$

الدالة f تقبل قيمة حدية محلية صغرى من أجل $x = 0$

تشكيل جدول تغيرات الدالة f

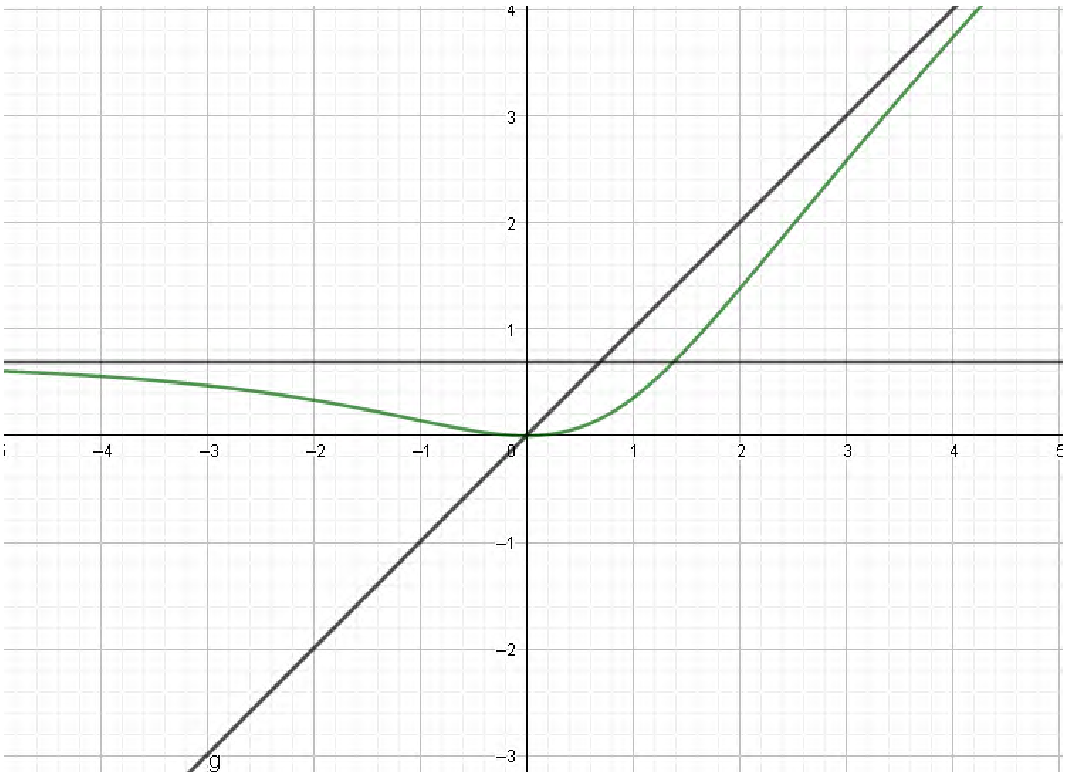
5) أ- من أجل كل عدد حقيقي x، $f''(x) = -\frac{\sqrt{e^x}\left[\left(\sqrt{e^x} - 2\right)^2 - 2\right]}{2\left(e^x - 2\sqrt{e^x} + 2\right)^2}$

$f''(x)$ تنعدم عند القيمتين $x_1 = 2\ln(2 + \sqrt{2})$ و $x_2 = 2\ln(2 - \sqrt{2})$ مغيرة إشارتها

ب- ومنه (C_f) يقبل نقطتي إنعطاف عند النقطتين : $A\left(2\ln\left(2 + \sqrt{2}\right); \ln\left(4 + 2\sqrt{2}\right)\right)$ و

$B\left(2\ln\left(2 - \sqrt{2}\right); \ln\left(4 - 2\sqrt{2}\right)\right)$

6) الإنشاء:



(7

$e^x - e^m = 2\left(-1+\sqrt{e^x}\right)$ تكافئ $f(x) = m$

$m = 0$ حل وحيد

$0 < m < ln2$ حلين متمايزين

$m \geq ln2$ حل وحيد