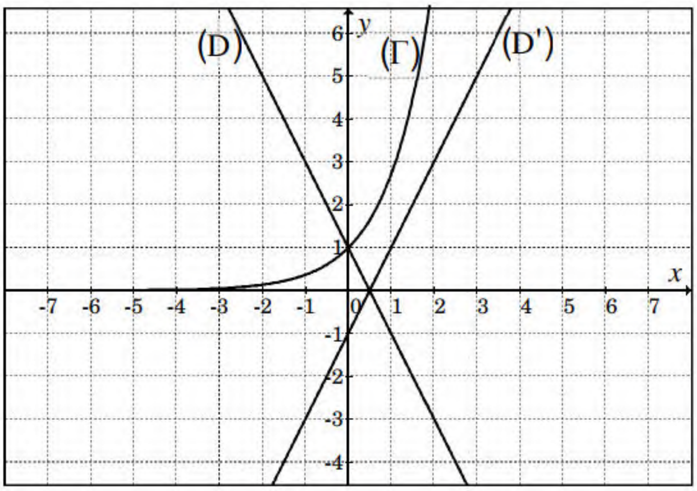
الثانوية الخاصّة: الرّجاء والتفوّق (بوزريعة) المستوى: ثالثة ثانوي "علوم تجريبية" المادة: رياضيات	اختبار الفصل الأول	الموسم الدراسي: 2023/2022م المدة: (2سا 30د) إعداد: عبد المطلب

تمرين 1 (9نقاط)



I- في الشكل المقابل (Γ)، (D) و (D') على الترتيب التمثيلات البيانية للدوال العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $x \mapsto e^x$ ، $x \mapsto -2x+1$ و $x \mapsto 2x-1$.

u و v الدالتان العدديتان المعرّفتان على $\mathbb{R}$ بـ: $u(x)=e^x+2x-1$ و $v(x)=e^x-2x+1$.

1) بقراءة بيانية، حدّد حسب قيم العدد الحقيقي x وضعية (Γ) بالنسبة لكل من المستقيمين (D) و (D').

2) استنتج إشارة كل من $u(x)$ و $v(x)$ على $\mathbb{R}$.

II- f الدالة العددية المعرّفة على مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\dfrac{e^x+2x-1}{e^x-2x+1}$.

$(\mathscr{C})$ تمثيلها البياني في المستوي المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ) بيّن أنّ: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-1$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$ ، ثم فسّر هاتين النهايتين هندسيا.

ب) ادرس وضعية المنحني $(\mathscr{C})$ بالنسبة للمستقيم (d) ذي المعادلة $y=1$.

2) أ) بيّن أنّه من أجل كل x من $\mathbb{R}$، $f'(x)=\dfrac{2(-2x+3)e^x}{(e^x-2x+1)^2}$.

ب) ادرس اتّجاه تغيّر الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها. (اعتبر $f\left(\dfrac{3}{2}\right)\simeq 2{,}6$)

3) أ) احسب $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{f(x)}{x}$ ، ثم فسّر هذه النهاية هندسيا.

ب) اكتب معادلة لـ (Δ) مماس المنحني $(\mathscr{C})$ عند المبدأ O.

4) أ) ارسم المماس (Δ) والمنحني $(\mathscr{C})$. (وحدة الرسم $2cm$)

ب) عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m $(m\neq0)$ التي من أجلها تقبل المعادلة: $f(x)=\dfrac{x}{m}$ ثلاثة حلول متمايزة، أحدهم فقط سالب تماما.

5) g الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=\left(f(x)\right)^2-2f(x)$.

احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ ، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة g.

III- f_k الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f_k(x)=\dfrac{e^x-2kx+k}{e^x-2x+1}$. حيث k وسيط حقيقي.

ليكن $(\mathscr{C}_k)$ تمثيلها البياني في المستوي المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) بيّن أنّ كل المنحنيات $(\mathscr{C}_k)$ تمر من نقطة ثابتة I (مستقلة عن k) يطلب تعيين إحداثيتيها.

2) بيّن أنّه من أجل كل x من $\mathbb{R}$، $f_k'(x)=\dfrac{(k-1)(2x-3)e^x}{(e^x-2x+1)^2}$ ، ثم ادرس اتّجاه تغيّر f_k من أجل $k<1$ و $k>1$.

3) عيّن قيمة k_0 التي من أجلها المنحنيين $(\mathscr{C})$ و $(\mathscr{C}_{k_0})$ متناظران بالنسبة للمستقيم (d)، وارسم $(\mathscr{C}_{k_0})$ في المعلم السابق.

تمرين2 (8نقاط)

I- g الدالة العددية المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=x-3+\ln x$.

1) احسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

2) بيّن أنّ الدالة g متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$.

3) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $2,20<\alpha<2,21$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$.

II- f الدالة العددية المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\sqrt{x}+\dfrac{1}{\sqrt{x}}-\dfrac{\ln x}{\sqrt{x}}$.

$(\mathscr{C})$ تمثيلها البياني في المستوي المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(\mathrm{O};\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0} f(x)$ ، وبيّن أنّ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ (ضع $t=\sqrt{x}$).

2) أ) بيّن أنّه من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$ ، $f'(x)=\dfrac{g(x)}{2x\sqrt{x}}$.

ب) ادرس اتّجاه تغيّر الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

3) أ) ادرس الوضعية النسبية للمنحنيين $(\mathscr{C})$ و $(\mathscr{C}')$، حيث $(\mathscr{C}')$ هو محني الدالة: $x\mapsto\sqrt{x}$.

ب) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-\sqrt{x}\right)$ ، ثم فسّر النتيجة بيانيا.

4) أ) بيّن أنّ $f(\alpha)=\dfrac{2(\alpha-1)}{\sqrt{\alpha}}$ ، ثم أعط حصرا للعدد $f(\alpha)$ سعته 0,01.

ب) بيّن أنّه توجد فاصلة وحيدة x_0 حيث المماس لـ$(\mathscr{C})$ والمماس لـ$(\mathscr{C}')$ عند x_0 متوازيان.

5) أ) أنشئ المماس (Δ) لـ$(\mathscr{C})$ عند 1، والمنحنيين $(\mathscr{C})$ و $(\mathscr{C}')$ في المعلم نفسه.(نأخذ $f(\alpha)\simeq1,6$)

ب) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m، وجود وعدد حلول المعادلة: $f(x)=-x+m^2$.

6) h الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}-\left\{\dfrac{\alpha}{2}\right\}$ بـ: $h(x)=f\left(\left|2x-\alpha\right|\right)$.

أ) ادرس اتّجاه تغيّر الدالة h على المجال $\left]\dfrac{\alpha}{2};+\infty\right[$.(النهايات غير مطلوبة)

ب) بيّن أنّ $x=\dfrac{\alpha}{2}$ ، هي معادلة لمحور تناظر المنحني الممثل للدالة h ، ثم شكّل جدول تغيرات h.

تمرين3 (3نقاط)

g الدالة المعرّفة والقابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$. f الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ بـ: $f(x)=\dfrac{g(x)}{x+1}$ ، حيث $f(0)=1$.

نعتبر المعادلتين التفاضليتين التاليتين: (E) ... $y'-y=0$ و (F) ... $y'-y=-\dfrac{e^x}{(x+1)^2}$.

1) احسب $g(0)$ ، ثم عيّن عبارة $g(x)$ إذا علمت أنّ g حل للمعادلة التفاضلية (E).

2) عيّن عبارة $f(x)$ ، ثم بيّن أنّ الدالة f هي حل للمعادلة التفاضلية (F).

3) عيّن الحل h للمعادلة التفاضلية $y'-y=\dfrac{e^x}{(x+1)^2}$ ، إذا علمت أنّ $h(0)=0$.

بالتوفيق

تصحيح اختبار الفصل الأول 2022م

"عبد المطلب"

تمرين 1:

I-1) • (Γ) أعلى (D) : $x>0$ ؛ (Γ) أسفل (D) : $x<0$ ؛ (Γ) يقطع (D) عند $A(0;1)$

• (Γ) أعلى (D') من أجل كل $x\in\mathbb{R}$.

2) • $M(x)=e^x-(-2x+1)$ ؛ إشارة $M(x)$: $-$ 0 $+$

• $V(x)=e^x-(2x-1)>0$

II-1) أ)
$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}\frac{x\left(\frac{e^x}{x}+2-\frac{1}{x}\right)}{x\left(\frac{e^x}{x}-2+\frac{1}{x}\right)}=-1$$
$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{e^x\left(1+\frac{2x}{e^x}-\frac{1}{e^x}\right)}{e^x\left(1-\frac{2x}{e^x}+\frac{1}{e^x}\right)}=1$$

$y=-1$ معادلة المستقيم المقارب الأفقي بجوار $-\infty$.

$y=1$ معادلة المستقيم المقارب الأفقي بجوار $+\infty$.

ب) إشارة: $f(x)-y=f(x)-1=\frac{2(2x-1)}{e^x-2x+1}$

من إشارة $(2x-1)$ لأن $e^x-2x+1>0$.

(C) أعلى (d) : $x>\frac{1}{2}$. (C) أسفل (d) : $x<\frac{1}{2}$. (C) يقطع (d) عند $I(\frac{1}{2};1)$.

2) أ) f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$:
$$f'(x)=\frac{(e^x+2)(e^x-2x+1)-(e^x-2)(e^x+2x-1)}{(e^x-2x+1)^2}=\frac{(-4x+6)e^x}{(e^x-2x+1)^2}$$

ب) إشارة $f'(x)$: $+$ $\frac{3}{2}$ $-$

f متزايدة تماما لما $x\le\frac{3}{2}$ ، ومتناقصة تماما لما $x\ge\frac{3}{2}$.

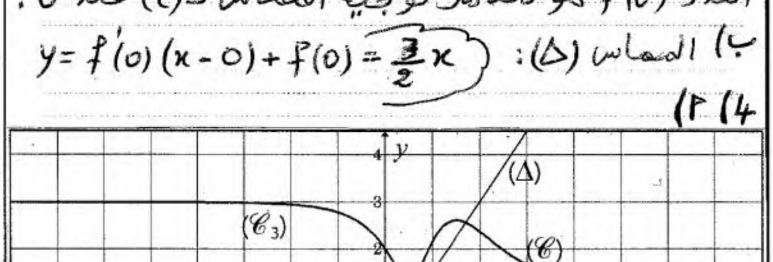
x	$-\infty$		$3/2$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	-1	↗	$2,6$	↘	1

3) أ)
$$\lim_{x\to0}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to0}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=f'(0)=\frac{3}{2}$$

العدد $f'(0)$ هو معامل توجيه المماس لـ(C) عند 0.

ب) المماس (Δ): $y=f'(0)(x-0)+f(0)=\frac{3}{2}x$

4) أ)



$y=\frac{x}{m}$: مستقيمات تشمل النقطة الثابتة O.

$0<\frac{1}{m}<\frac{3}{2}$ ومنه: $m\in]\frac{2}{3};+\infty[$

5)
$$\lim_{x\to-\infty} g(x)=(-1)^2-2(-1)=3$$
$$\lim_{x\to+\infty} g(x)=(1)^2-2(1)=-1$$
$$g'(x)=2f'(x)\cdot f(x)-2f'(x)=2f'(x)\left(f(x)-1\right)$$

إشارة $(f(x)-1)$ مذكورة في II-1) ب).

x	$-\infty$		$1/2$		$3/2$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$		$+$	0	$-$	
$f(x)-1$		$-$	0	$+$		$+$	
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

x	$-\infty$		$1/2$		$3/2$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$g(x)$	3	↘	-1	↗	$1,6$	↘	-1

III-1) لتكن $I(x_0;y_0)$ نقطة مشتركة لجميع $(\mathscr{C}_k)$
$$y_0=\frac{e^{x_0}+k(-2x_0+1)}{e^{x_0}-2x_0+1}$$
$$k(-2x_0+1)-y_0(e^{x_0}-2x_0+1)+e^{x_0}=0$$
$$\begin{cases}-2x_0+1=0\\ -y_0(e^{x_0}-2x_0+1)+e^{x_0}=0\end{cases}$$
ومنه: $I(\frac{1}{2};1)$

2)
$$f_k'(x)=\frac{(e^x-2k)(e^x-2x+1)-(e^x-2)(e^x-2kx+k)}{(e^x-2x+1)^2}$$
$$f_k'(x)=\frac{e^x(-2x+3+2kx-3k)}{(e^x-2x+1)^2}=\frac{e^x(-2x+3-k(-2x+3))}{(e^x-2x+1)^2}$$
$$f_k'(x)=\frac{(k-1)(2x-3)e^x}{(e^x-2x+1)^2}$$

• $k<1$: إشارة $f_k'(x)$: $+$ $\frac{3}{2}$ $-$

f_k متزايدة تماما على: $]-\infty,\frac{3}{2}]$.

f_k متناقصة تماما على: $[\frac{3}{2};+\infty[$.

• $k>1$: إشارة $f_k'(x)$: $-$ $\frac{3}{2}$ $+$

f_k متزايدة تماما على: $[\frac{3}{2};+\infty[$.

f_k متناقصة تماما على: $]-\infty,\frac{3}{2}]$.

لاحظ: لما $k=1$ ، f_k ثابتة.

3) (C) و $(\mathscr{C}_{k_0})$ متناظران بالنسبة لـ (d)

يعني: $\forall x\in\mathbb{R}\quad \frac{f(x)+f_{k_0}(x)}{2}=1$
$$\frac{e^x+2x-1}{e^x-2x+1}+\frac{e^x-2k_0x+k_0}{e^x-2x+1}=2$$
$$2e^x+(2-2k_0)x-1+k_0=2e^x-4x+2$$
$$(2-2k_0)x-1+k_0=-4x+2$$
$$\begin{cases}2-2k_0=-4\\ -1\end{cases}$$
ومنه: $k_0=3$

"عبد المطلب"