التمرين الأول

a و b عددان حقيقيان موجبان تماما. نعتبر الأعداد الحقيقية A ، B و C حيث:

$$A=\frac{a+b}{2} \qquad B=\sqrt{ab} \qquad C=\frac{2ab}{a+b}$$

1) قارن بين A^2 و B^2 ، ثمّ استنتج مقارنة بين A و B .

2) بيّن أنّ: $B-C=\frac{\sqrt{ab}}{a+b}\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)^2$ ، ثمّ استنتج أنّ $B \geq C$.

3) استنتج مما سبق مقارنة بين الأعداد A ، B و C .

التمرين الثاني أنقل ثم أكمل الجدول التالي مع توضيح طريقة الحل

الحصر	المجال	المركز	نصف القطر	المسافة	القيمة المطلقة
$2 < x < 8$					
	$x \in [-3; 5]$				
		5	7		
				$d(x; -3) < 7$	
					$\lvert x-2 \rvert \leq 5$

حل بيانيا في R المعادلات والمتراجحات التالية:

1- $|x+3| = |x-4|$

2- $|x-2| + |x+3| = 5$

3- $\left|x-\frac{3}{2}\right| \leq 2$

4- $|x+3| = -4$

التمرين الثالث

- لتكن الدالة g المعرفة بجدول تغيراتها التالي :

x	-5		-4		-2		0
$g(x)$		↗	0	↗	3	↘	0
	-2						

1) عيّن مجموعة تعريف الدالة g .

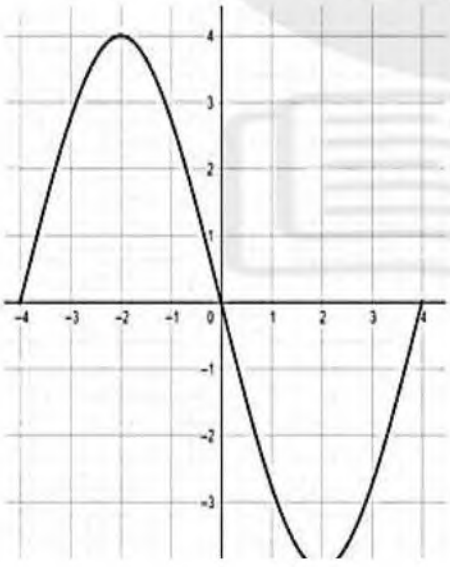
2) حل المعادلة $g(x)=0$.

3) حدد إشارة $g(x)$ على $[-5;0]$.

4) قارن بين العدد $g\left(-\frac{5}{2}\right)$ و $g\left(-\frac{7}{2}\right)$ مع التعليل.

5) اكمل جدول تغيرات الدالة g على المجال $[-5;5]$ باعتبار الدالة g فردية .

- لتكن الدالة f المعرفة بمنحناها البياني C_f . كما هو موضح في الشكل.



- بقراءة بيانية , أجب عن الأسئلة التالية :

1) عيّن مجموعة تعريف الدالة f .

2) عيّن صور العددين -3 , 2 بالدالة f .

3) ما هي السوابق الممكنة للعددين 0 , 3 بالدالة f ؟

4) عيّن إتجاه تغير الدالة f .

5) شكل جدول تغيرات الدالة f .

6) حدد حسب قيم x إشارة $f(x)$ على $[-4;4]$.

حل التمرين الأول :

1) المقارنة بين A^2 و B^2

لدينا $A=\frac{a+b}{2}$ ومنه $A^2=\left(\frac{a+b}{2}\right)^2$ ، $A^2=\frac{a^2+b^2+2ab}{4}$

$B=\sqrt{a\times b}$ ومنه $B^2=\sqrt{ab}^2$ ، $B^2=ab$

للمقارنة بين A^2 و B^2 نقوم بدراسة إشارة الفرق

$$A^2-B^2=\frac{a^2+b^2+2ab}{4}-ab \Rightarrow A^2-B^2=\frac{a^2+b^2+2ab-4ab}{4}$$

$$A^2-B^2=\frac{a^2+b^2-2ab}{4} \Leftrightarrow \frac{(a-b)^2}{4} \geq 0$$ (1)

ومنه $\boxed{A^2 \geq B^2}$

* بما أن $A^2 \geq B^2$ والعددان a و b موجبان تماما فإن:

$\boxed{A \geq B}$

2) التبيان أن: $B-C=\frac{\sqrt{ab}}{a+b}(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2$

لدينا $B=\sqrt{ab}$ ، $C=\frac{2ab}{a+b}$

$$B-C=\sqrt{ab}-\frac{2ab}{a+b}$$

$$=\frac{\sqrt{ab}(a+b)}{1(a+b)}-\frac{2ab}{a+b}$$

$$=\frac{a\sqrt{ab}+b\sqrt{ab}-2ab}{a+b}$$

$$=\frac{\sqrt{ab}(a+b-2\sqrt{ab})}{a+b}$$

$$=\frac{\sqrt{ab}}{a+b}(a+b-2\sqrt{ab})$$ (2)

نقوم باستخراج $\sqrt{ab}$ كعامل مشترك

$\boxed{B-C=\frac{\sqrt{ab}}{a+b}(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2}$

- إستنتاج أن $B \geq C$

بما أن $B-C \geq 0$

أي إشارة الفرق موجبة ومنه $B \geq C$

3) إستنتاج مقارنة بين A، B، C

لدينا: $A \geq B$

و: $B \geq C$

ومنه: $A \geq C$

أي $\boxed{A \geq B \geq C}$

حل التمرين الثاني :

* $2 < x < 8$, $x \in]2,8[$

$c = \frac{2+8}{2} = \boxed{5}$, $r = \frac{8-2}{2} = \boxed{3}$

$d(x,c) < r$ $\quad |x-c| < r$

* $-3 \leqslant x \leqslant 5$ $\quad x \in [-3,5]$

$c = \frac{5+(-3)}{2} = 1$, $r = \frac{5-(-3)}{2} = \boxed{4}$

$d(x,c) \leqslant r$ $\quad |x-c| \leqslant r$

* $c = 5$ $\quad c-r \leqslant x \leqslant c+r$

$r = 7$ $\quad x \in [c-r, c+r]$

$d(x,5) \leqslant 7$, $|x-5| \leqslant 7$

* $d(x,-3) < 7$ $\quad x \in]c-r, c+r[$

$c = -3$ $\quad c-r < x < c+r$

$r = 7$ $\quad |x+3| < 7$

* $|x-2| \leqslant 5$ $\quad x \in]c-r, c+r[$

$c = 2$ $\quad c-r < x < c+r$

$r = 5$

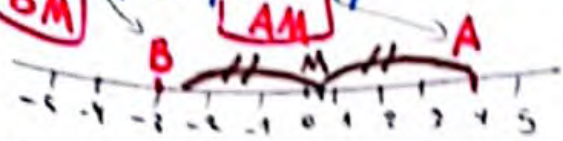
$d(x,2) \leqslant 5$

الحصر	المجال	المركز	نصف القطر	المسافة	القيمة المطلقة
$2 < x < 8$	$x \in]2,8[$	5	3	$d(x,5) < 3$	$\lvert x-5 \rvert < 3$
$-3 \leqslant x \leqslant 5$	$x \in [-3;5]$	1	4	$d(x,1) \leqslant 4$	$\lvert x-1 \rvert \leqslant 4$
$-2 < x < 12$	$x \in]-2,12[$	5	7	$d(x,5) < 7$	$\lvert x-5 \rvert < 7$
$-11 < x < 4$	$x \in]-11,4[$	-3	7	$d(x,-3) < 7$	$\lvert x+3 \rvert < 7$
$-3 \leqslant x \leqslant 7$	$x \in [-3,7]$	2	5	$d(x,2) \leqslant 5$	$\lvert x-2 \rvert \leqslant 5$

* حل المعادلات والمتراجحات :

* $|x+3| = |x-4|$

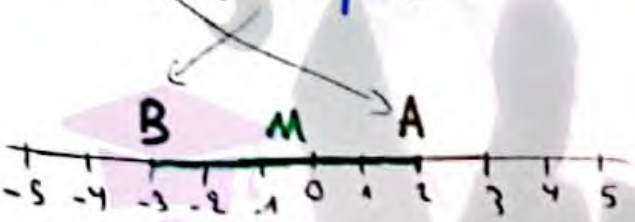
BM $\quad$ AM



$BM = AM$

حتى يكون $BM = AM$ النقطة M تكون في منتصف القطعة BA أي فاصلة M هي $\frac{4+(-3)}{2} = \boxed{\frac{1}{2}}$

* $|x-2| + |x+3| = 5$



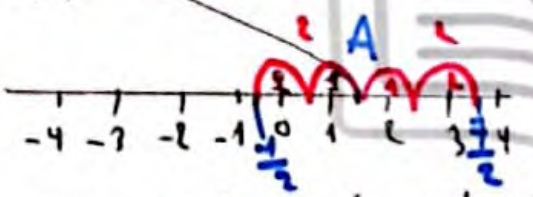
$AM + BM = 5$

حتى تكون $AM + BM = 5$ النقطة M قيم فواصلها تنتمي إلى المجال $[-3, 2]$ أي

$\boxed{S = [-3, 2]}$

* $|x - \frac{3}{2}| \leqslant 2$

AM



حتى تكون $AM \leqslant 2$ النقطة M قيم فواصلها تنتمي إلى المجال $[-\frac{1}{2}, \frac{7}{2}]$

أي $S = [-\frac{1}{2}, \frac{7}{2}]$

* $|x+3| = -4$

مستحيل لأن المسافة لا تكون "أبدا" القيمة المطلقة لا تكون سالبة

حل التمرين الثالث:

1- تعيين مجموعة تعريف الدالة g

$D_g = [-5, 0]$

2) حل المعادلة $g(x) = 0$

* $g(-4) = 0$
* $g(0) = 0$

3) تحديد إشارة $g(x)$ على المجال $[-5, 0]$

* من أجل $g(x) < 0$ $[-5, -4]$ ، $[-4, -2]$
* من أجل $g(x) > 0$ $[-2, 0]$

4) المقارنة بين $g(-\frac{5}{2})$ و $g(-\frac{7}{2})$

$g(-\frac{5}{2}) > g(-\frac{7}{2})$

بما أن الدالة g متزايدة على المجال $[-4, -2]$

فإن $g(-\frac{5}{2}) > g(-\frac{7}{2})$

$-\frac{7}{2}$ و $-\frac{5}{2} \in [-4, -2]$

5) إكمال جدول تغيرات الدالة g باعتبارها فردية

1) مجموعة تعريف الدالة f

$D_f = [-4, 4]$

2) تعيين صور 3- و 2

$f(-3) = 2.6$ و $f(2) = -4$

3) السوابق الممكنة لـ 0 و 3

$f(0) = 0$ و $f(-4) = 0$ و $f(4) = 0$

$f(-1) = 3$

حل باقي الأسئلة تجدونه على قناة اليوتيوب

6) تحديد حسب قيم x إشارة $g(x)$

على المجال $[-4, 0]$ $g(x) > 0$

" " $[0, 4]$ $g(x) < 0$