

التَّارِيخُ: 2022/12/06
 المَدَّة: 2 ساعة

المَسْتَوَى: 1 ج م ع
 المَادَّة: رِيَاضِيَّات

إِخْتِبَارُ الْفَصْلِ الْأَوَّلِ

التمرين الأول: (4ن)

لتكن العبارتين الآتيتين: $Q(x) = |x-2|+3$ ، $P(x) = |x+1|-3$

(1) أحسب $Q(\sqrt{2})$ ، $Q(\sqrt{2}+1)$ ، $P\left(-\frac{3}{2}\right)$ ، $P\left(\frac{1}{2}\right)$.

(2) حل بيانيا المتراجحة: $Q(x) - 3 \leq P(x) + 3$.

(3) نضع: $A(x) = P(x) + Q(x)$.

أ - أكتب $A(x)$ دون رمز القيمة المطلقة .

ب - حل المعادلة $A(x) = 9$ والمتراجحة $A(x) > 3$.

التمرين الثاني: (5ن)

نعتبر في \mathbb{R} المجالات I ، J ، K حيث :

$$I = \{x \in \mathbb{R} \mid |x-2| < 1\}$$

$$J = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 < x \leq 4 \text{ و } 0 \leq x < 5\}$$

$$K = \left\{x \in \mathbb{R} - \{3\} \mid -2 \leq \frac{3x-5}{3-x} \leq 1\right\}$$

(1) حل في \mathbb{R} المتراجحة: $|x-2| < 1$ ثم اكتب I على شكل مجال .

(2) اكتب J على شكل مجال .

(3) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن 3 فإن: $-3 + \frac{4}{3-x} = \frac{3x-5}{3-x}$ ، ثم بين أن: $K = [-1; 2]$.

(4) بين أن $I \cap J =]1; 3[$ ثم اكتب المجال $I \cap J$ على شكل مسافة ثم على شكل قيمة مطلقة .

(5) أ- هل المجالين $(K \cap J) \cup I$ و $K \cap (J \cup I)$ متساويين ؟ علل إجابتك .

ب- عين ما يلي: $K \cap \mathbb{N}$ ، $(K \cap I) \cap \mathbb{Z}$.

التمرين الثالث: (4ن)

لتكن g دالة معرفة على المجال $[-5;5]$ وليكن جزء من جدول تغيراتها التالي :

x	-5	-4	-2	0
$g(x)$	-2	0	3	0

- (1) حل المعادلة : $g(x) = 0$ ثم عين إشارة $g(x)$.
- (2) قارن بين العددين $g\left(-\frac{5}{2}\right)$ و $g\left(-\frac{7}{2}\right)$ مع التعليل.
- (3) أكمل جدول تغيرات الدالة g على المجال $[-5;5]$ باعتبار الدالة فردية.

(4) إنطلاقاً من جدول تغيرات الدالة g أرسم تمثيلها البياني (C_g) على المجال $[-5;5]$ في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(0; \vec{i}; \vec{j})$.

التمرين الرابع: (7ن)

الجزء الأول :

لتكن الدالة f المعرفة على \mathbb{R} بالعلاقة : $f(x) = x^2 - 4x - 1$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(0; \vec{i}; \vec{j})$.

- (1) تحقق أن : $f(x) = (x-2)^2 - 5$.
- (2) أحسب صور الأعداد : 0 ، -4 بالدالة f .
- (3) عين السوابق الممكنة للعددين -1 و -4 ، ماذا تمثل الحلول بيانياً .
- (4) أدرس شفعية الدالة f .

الجزء الثاني: لتكن الدالة h المعرفة بتمثيلها البياني المقابل

- (1) أحسب $h(0)$ و $h(-3)$.
- (2) عين سوابق العددين : 0 ، -3 بالدالة h .
- (3) عين القيم الحدية المحلية للدالة h .
- (4) شكل جدول تغيرات الدالة h .
- (5) عين إشارة الدالة h .
- (6) حل المترابحة : $h(x) > -3$ والمعادلة : $h(x) = x - 1$.

سؤال إضافي : بين أن $n^2 + n$ عدد زوجي لكل $n \in \mathbb{N}$.

التدريب الأول: (4)

(1) لدينا: $P(x) = |x+1| - 3$ و $Q(x) = |x-2| + 3$
 $P(\frac{1}{2}) = |\frac{1}{2} + 1| - 3 = \frac{3}{2} - 3 = -\frac{3}{2}$
 $P(-\frac{3}{2}) = |-\frac{3}{2} + 1| - 3 = |-\frac{1}{2}| - 3 = \frac{1}{2} - 3 = -\frac{5}{2}$
 $Q(\sqrt{2} + 1) = |\sqrt{2} + 1 - 2| + 3 = |\sqrt{2} - 1| + 3 = \sqrt{2} + 2$
 $Q(\sqrt{2}) = |\sqrt{2} - 2| + 3 = 2 - \sqrt{2} + 3 = 5 - \sqrt{2}$
 (2) حل المتراجحة: $Q(x) \leq P(x)$
 $|x-2| \leq |x+1|$

حل المتراجحة هي: $x \in [\frac{1}{2}; +\infty[$
 (3) لدينا: $A(x) = P(x) + Q(x)$
 كتابت $A(x)$ دون رسم القيمة المطلقة

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
$x+1$		-	+	+
$x-2$			-	+
$ x+1 $	$-x-1$	$x+1$	$x+1$	$x+1$
$ x-2 $	$-x+2$	$-x+2$	$x-2$	$x-2$
$A(x)$	$-2x+1$	3	$2x-1$	$2x-1$

ب/ ومنه:
 $A(x) = \begin{cases} -2x+1 & x \in]-\infty; -1[\\ 3 & x \in [-1; 2] \\ 2x-1 & x \in [2; +\infty[\end{cases}$
 ب/ حلول المعادلتين: $A(x) = 9$
 في المجال $]-\infty; -1[$: $-2x+1=9 \Rightarrow x=-4$
 في المجال $[-1; 2]$: $3=9$ معناه لا توجد حلول
 في المجال $[2; +\infty[$: $2x-1=9 \Rightarrow x=5$
 ومنه: $S = \{-4; 5\}$

حلول المتراجحة: $A(x) > 3$

في المجال $]-\infty; -1[$: $-2x+1 > 3 \Rightarrow x < -1$
 ومنه الطول هي: $x \in]-\infty; -1[$
 في المجال $[-1; 2]$: لا توجد حلول.
 في المجال $[2; +\infty[$: $2x-1 > 3 \Rightarrow x > 2$
 ومنه الطول هي: $x \in]2; +\infty[$
 إذًا حلول المتراجحة هي: $A(x) > 3$ هي $]-\infty; -1[\cup]2; +\infty[$

التدريب الثاني: (5)

(1) $I = \{x \in \mathbb{R} / |x-2| < 1\}$
 $-1 < x-2 < 1$
 $1 < x < 3$
 ومنه: $I =]1; 3[$

(2) $J = \{x \in \mathbb{R} / -2 < x \leq 4 \text{ و } 0 \leq x < 5\}$
 $J =]-2; 4] \cap [0; 5[= [0; 4]$
 ومنه: $J = [0; 4]$

(3) تعيين x من $K = [-1; 2]$ و $\frac{3+4}{3-x} = \frac{3x-5}{3-x}$
 $-3 + \frac{4}{3-x} = \frac{-3(3-x)+4}{3-x}$
 $= \frac{-9+3x+4}{3-x}$
 $= \frac{3x-5}{3-x}$

لدينا:
 $-2 \leq -3 + \frac{4}{3-x} \leq 1$
 $1 \leq \frac{4}{3-x} \leq 4$
 $\frac{1}{4} \leq \frac{1}{3-x} \leq 1$
 $1 \leq 3-x \leq 4$
 $-2 \leq -x \leq 1$
 $-1 \leq x \leq 2$
 ومنه: $K = [-1; 2]$

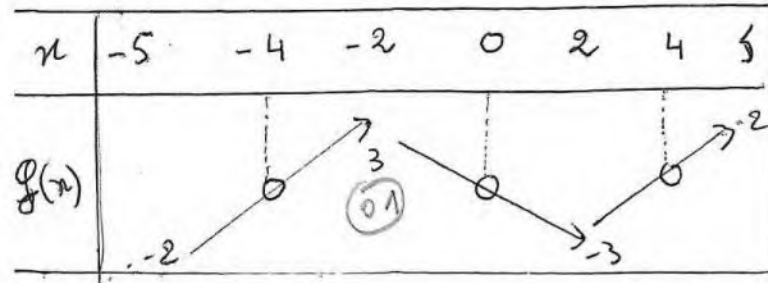
من جدول التغيرات الالهة فنرايدة نكي

اعمال $[-4; -2]$ و منه :

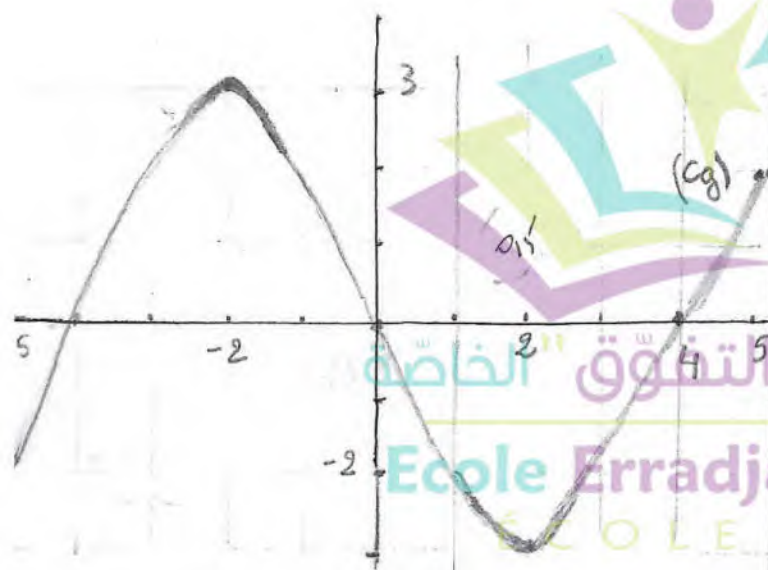
$$-\frac{7}{2} < -\frac{5}{2}$$

$$f\left(-\frac{7}{2}\right) < f\left(-\frac{5}{2}\right) \quad (0,8)$$

(3) جدول التغيرات في المجال $[-1; 3]$:

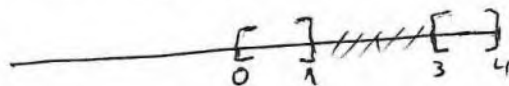


(4) الرسم البياني للدالة g :



$$I \cap \mathcal{E} =]1; 3[\quad (4) \text{ مَين أن}$$

$$I \cap \mathcal{E} =]1; 3[\cap]0; 4[$$



$$I \cap \mathcal{E} =]1; 3[\quad (0,85) \text{ و منه :}$$

كتابة $I \cap \mathcal{E}$ على شكل مجال قيمة مطلقة

و مسافة : لدينا $I \cap \mathcal{E} =]1; 3[$

$$c = \frac{3+1}{2} = \frac{4}{2} = 2 \quad (0,85)$$

$$r = \frac{2}{2} = 1$$

و منه : القيمة المطلقة هي : $|x-2| < 1$

اعسافة هي : $d(x; 2) < 1$

(5) ا / التين :

$$(K \cap \mathcal{E}) \cup I =]0; 2] \cup]1; 3[$$

$$(K \cap \mathcal{E}) \cup I =]0; 3[\quad (0,9)$$

$$K \cap (I \cup I) = [-1; 2] \cap]0; 4[$$

$$=]0; 2[\quad (0,9)$$

و منه : $(K \cap \mathcal{E}) \cup I$ و $K \cap (I \cup I)$ متساويين

ليسا متساويين (0,9)

(5) ب /

$$(K \cap I) \cap \mathcal{E} =]1; 2] \cap \mathcal{E}$$

$$= \{2\} \quad (0,8)$$

$$K \cap \mathcal{N} = [-1; 2] \cap \mathcal{N} = \{0; 1; 2\} \quad (0,9)$$

التمرين الثالث : (4)

(1) حل المعادلة $g(x) = 0$ معناه : $x = 0$ و $x = -4$

الشارة : في المجال $[-4; -2]$ الالهة وسالبة (0,85)

في المجال $[-4; 0]$ الالهة موجبة (0,9)

- عند $x = 0$ و $x = -4$ الالهة g تتعدم (0,9)

(2) المقارنة بين $g\left(-\frac{7}{2}\right)$ و $g\left(-\frac{5}{2}\right)$:

$$-\frac{7}{2} < -\frac{5}{2} \quad \text{لدينا :}$$

(4) جدول تغيرات اشارة f :

x	-4	-3	0	3	4	5
h(x)						

5 / اشارة الدالة h :

x	-4	3	5
h(x)	-	0	+

(6) حل المتراجحة $f(x) > -3$:

حلل المتراجحة هي : $x \in]-4; -2[\cup]2; 5]$ (01)

حل المعادلة $h(x) = x - 1$

$h(x) = x - 1 \Rightarrow x = -2$ (01)

السؤال الإضافي : (01)

$n^2 + n = m(m+1)$

اذا كان m زوجي فان $m = 2k$ حيث $k \in \mathbb{N}$

اذن : $n^2 + n = 2k(2k+1)$
 $= 2p$

حيث $p = k(2k+1)$ ومنه $n^2 + n$ زوجي

اذا كان m فردي فان : $m = 2k+1$ حيث $k \in \mathbb{N}$

اذن : $n^2 + n = (2k+1)(2k+1+1)$

$= (2k+1)(2k+2)$

$= 2(2k+1)(k+1)$

$= 2p'$

حيث $p' = (2k+1)(k+1)$

ومنه $n^2 + n$ عدد زوجي .

اذن في الحالتين $n^2 + n$ عدد زوجي

التمرين الرابع = (07)

الجزء الأول :

(1) التحقق : $f(x) = x^2 - 4x - 1$

$f(x) = (x-2)^2 - 5 = x^2 + 4 - 4x - 1$
 $= x^2 - 4x - 1$ (01)

(2) صور الاعداد :

صورة 0 هي :

$f(0) = -1$ (01)

صورة -4 هي : $f(-4) = (-4)^2 - 4(-4) - 1 = 31$ (01)

(3) السويات الممكنة للعدد -1 :

$f(x) = -1 \Rightarrow x^2 - 4x - 1 = -1$
 $x^2 - 4x = 0$

ومنه $x = 0$ و $x = 4$ (01)

السويات الممكنة ل -4 :

$f(x) = -4 \Rightarrow (x-2)^2 - 5 = -4$

$(x-2)^2 = 1 \Rightarrow |x-2| = 1$

$\Rightarrow \begin{cases} x-2 = 1 \\ x-2 = -1 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 3 \\ x = 1 \end{cases}$ (01)

حلل المعادلتين على الترتيب هما فاصلتنا

نقط تقاطع المنحنى (4) مع المستقيمين (01)

و المعادلتين $y = -4$ و $y = -1$ على الترتيب

(4) الدالة ليست زوجية وليست فردية لان $f(-x) \neq f(x)$

الجزء الثاني : حساب $h(0)$ و $h(-3)$:

$h(0) = -5$ و $h(-3) = -1$ (01)

(2) سويات العددية 0 و -3 :

سويات ال 0 هي : 3 و -5 (01)

سويات -3 هي : -2 و 2 (01)

(3) القيم اربعة امكنية للدالة h :

قيمة صديقة ملبية كبرى عنده -3 قيمتها -1 (01)

قيمة صديقة ملبية صغرى عنده 0 قيمتها -5 (01)

قيمة صديقة كبرى عنده 4 قيمتها 2 (01)