المستوى: 1ج م ع
المادّة: رياضيات

التّاريخ: 2022/12/06
المدّة: 2ساعة

إختبار الفصل الأول

التمرين الأول: (4ن)

لتكن العبارتين الآتيتين: $P(x)=|x+1|-3$ ، $Q(x)=|x-2|+3$

1) أحسب $P\left(\frac{1}{2}\right)$ ، $P\left(-\frac{3}{2}\right)$ ، $Q\left(\sqrt{2}+1\right)$ ، $Q\left(\sqrt{2}\right)$.

2) حل بيانيا المتراجحة: $Q(x)-3 \leq P(x)+3$.

3) نضع: $A(x)=P(x)+Q(x)$.

أ - أكتب $A(x)$ دون رمز القيمة المطلقة .

ب -حل المعادلة $A(x)=9$ والمتراجحة $A(x)>3$.

التمرين الثاني: (5ن)

نعتبر في $\mathbb{R}$ المجالات I ، J ، K حيث :

$$I=\left\{x\in\mathbb{R} \,/\, |x-2|<1\right\}$$
$$J=\left\{x\in\mathbb{R} \,/\, -2<x\leq 4 \text{ و } 0\leq x<5\right\}$$
$$K=\left\{x\in\mathbb{R}-\{3\} \,/\, -2\leq\frac{3x-5}{3-x}\leq 1\right\}$$

1) حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة : $|x-2|<1$ ثم أكتب I على شكل مجال .

2) أكتب J على شكل مجال .

3) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن 3 فإن : $\frac{3x-5}{3-x}=-3+\frac{4}{3-x}$ ، ثم بين أن: $K=[-1;2]$.

4) بين أن $I\cap J=]1;3[$ ثم أكتب المجال $I\cap J$ على شكل مسافة ثم على شكل قيمة مطلقة .

5) أ- هل المجالين $(K\cap J)\cup I$ و $K\cap(J\cup I)$ متساويين ؟ علل إجابتك.

ب- عين ما يلي : $(K\cap I)\cap\mathbb{Z}$ ، $K\cap\mathbb{N}$.

التمرين الثالث: (4ن)

لتكن g دالة معرفة على المجال $[-5;5]$ وليكن جزء من جدول تغيراتها التالي :

x	-5	-4	-2	0
$g(x)$	-2 ↗	0	3 ↘	0

1) حل المعادلة : $g(x)=0$ ثم عين إشارة $g(x)$.

2) قارن بين العددين $g\left(-\frac{5}{2}\right)$ و $g\left(\frac{-7}{2}\right)$ مع التعليل .

3) أكمل جدول تغيرات الدالة g على المجال $[-5;5]$ بإعتبار الدالة فردية .

4) إنطلاقا من جدول تغيرات الدالة g أرسم تمثيلها البياني (C_g) على المجال $[-5;5]$ في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(0;\vec{i};\vec{j})$.

التمرين الرابع: (7ن)

الجزء الأول :

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة : $f(x)=x^2-4x-1$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(0;\vec{i};\vec{j})$.

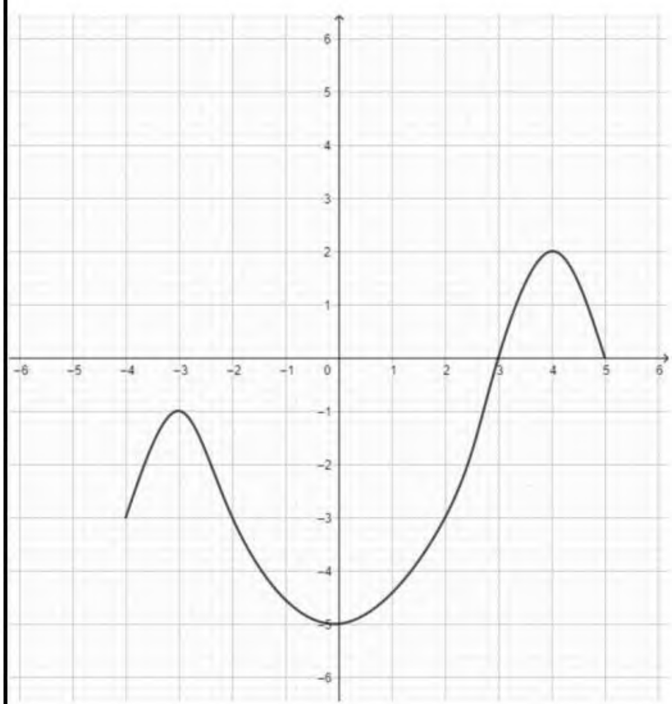
1) تحقق أن : $f(x)=(x-2)^2-5$.

2) أحسب صور الأعداد : 0 ، -4 بالدالة f .

3) عين السوابق الممكنة للعددين -1 و -4 ، ماذا تمثل الحلول بيانيا .

4) أدرس شفعية الدالة f .

الجزء الثاني: لتكن الدالة h المعرفة بتمثيلها البياني المقابل



1) أحسب $h(-3)$ و $h(0)$.

2) عين سوابق العددين: 0 ، -3 بالدالة h .

3) عين القيم الحدية المحلية للدالة h .

4) شكل جدول تغيرات الدالة h .

5) عين إشارة الدالة h .

6) حل المتراجحة : $h(x)>-3$ والمعادلة : $h(x)=x-1$

سؤال إضافي : بين أن n^2+n عدد زوجي لكل $n\in\mathbb{N}$.

التمرين الأول : (04ن)

1) لدينا : $P(x)=|x+1|-3$ و $Q(x)=|x-2|+3$

$P(\frac{1}{2})=|\frac{1}{2}+1|-3=\frac{3}{2}-3=-\frac{3}{2}$ (0,25)

$P(-\frac{3}{2})=|\frac{-3}{2}+1|-3=|\frac{-1}{2}|-3=\frac{1}{2}-3=\frac{-5}{2}$ (0,25)

$Q(\sqrt{2}+1)=|\sqrt{2}+1-2|+3=|\sqrt{2}-1|+3=\sqrt{2}+2$ (0,25)

$Q(\sqrt{2})=|\sqrt{2}-2|+3=2-\sqrt{2}+3=5-\sqrt{2}$ (0,25)

2) حل المتراجحة : $Q(x)\leq P(x)$

$|x-2|\leq|x+1|$

حلول المتراجحة هي : $x\in[\frac{1}{2};+\infty[$ (0,25)

3) لدينا : $A(x)=P(x)+Q(x)$

أ/ كتابة $A(x)$ دون رمز القيمة المطلقة

x	$-\infty$ ... -1	-1 ... 2	2 ... $+\infty$
$x+1$	$-$	$+$	$+$
$x-2$	$-$	$-$	$+$
$\lvert x+1\rvert$	$-x-1$	$x+1$	$x+1$
$\lvert x-2\rvert$	$-x+2$	$-x+2$	$x-2$
$A(x)$	$-2x+1$ (0,25)	3 (0,25)	$2x-1$ (0,25)

ب/ و منه :

$$A(x)=\begin{cases}-2x+1 & x\in]-\infty;-1]\\ 3 & x\in[-1;2]\\ 2x-1 & x\in[2;+\infty[\end{cases}$$

ب/ حلول المعادلة $A(x)=9$:

في المجال $]-\infty;-1]$: $-2x+1=9 \Rightarrow x=-4$ (0,25)

في المجال $[-1;2]$: $3\neq 9$ معناه لا توجد حلول (0,25)

في المجال $[2;+\infty[$: $2x-1=9\Rightarrow x=5$ (0,25)

و منه : $S=\{-4;5\}$ (0,25)

حلول المتراجحة $A(x)>3$: (0,25)

- في المجال $]-\infty;-1]$: $-2x+1>3 \Rightarrow x<-1$

و منه الحلول هي : $x\in]-\infty;-1[$

- في المجال $[-1;2]$: لا توجد حلول. (0,25)

- في المجال $[2;+\infty[$: $2x-1>3 \Rightarrow x>2$ (0,25)

و منه الحلول هي : $x\in]2;+\infty[$

إذاً حلول المتراجحة $A(x)>3$ هي : $]-\infty;-1[\cup]2;+\infty[$ (0,25)

التمرين الثاني : (05ن)

1) $I=\{x\in\mathbb{R} / |x-2|<1\}$

$-1<x-2<1$

$1<x<3$

و منه : $\boxed{I=]1;3[}$ (0,25)

2) $J=\{x\in\mathbb{R} / -2<x\leq 4 \text{ و } 0\leq x<5\}$

$J=]-2;4]\cap[0;5[=[0;4].$

$\boxed{J=[0;4]}$ (0,25)

3) تبيين أن $K=[-1;2]$ و أن : $3+\frac{4}{3-x}=\frac{3x-5}{3-x}$

$-3+\frac{4}{3-x}=\frac{-3(3-x)+4}{3-x}$

$=\frac{-9+3x+4}{3-x}$

$=\frac{3x-5}{3-x}$ (0,25)

لدينا :

$-2\leq -3+\frac{4}{3-x}\leq 1$

$1\leq\frac{4}{3-x}<4$

$\frac{1}{4}\leq\frac{1}{3-x}\leq 1$

$1\leq 3-x\leq 4$

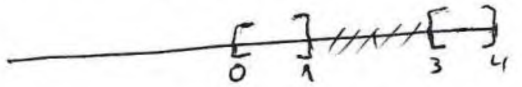
$-2\leq -x\leq 1$

$-1\leq x\leq 2$

و منه : $\boxed{K=[-1;2]}$ (0,25)

4) تبيين أن $I \cap J =]1;3[$

$I \cap J =]1;3[\cap [0;4]$



ومنه : $I \cap J =]1;3[$ 0,25

كتابة $I \cap J$ على شكل مجال ومنه مطلقة و مسافة : لدينا $I \cap J =]1;3[$

$c = \frac{3+1}{2} = \frac{4}{2} = 2$ 0,25

$r = \frac{2}{2} = 1$ 01

ومنه : القيمة المطلقة هي: $|x-2|<1$

المسافة هي: $d(x;2)<1$ 01

5) أ/ التبيين :

$(K \cap J) \cup I = [0;2] \cup]1;3[$

$(K \cap J) \cup I = [0;3[$ 0,25

$K \cap (J \cup I) = [-1;2] \cap [0;4]$

$= [0;2]$ 0,25

ومنه : $(K \cap J) \cup I$ و $K \cap (J \cup I)$ مجالين ليسا متساويين 0,25

ب/

$(K \cap I) \cap \mathbb{Z} =]1;2] \cap \mathbb{Z}$

$= \{2\}$ 0,25

$K \cap \mathbb{N} = [-1;2] \cap \mathbb{N} = \{0;1;2\}$ 0,25

التمرين الثالث : (4ن)

1) حل المعادلة $g(x)=0$ معناه : $x=-4$ و $x=0$ 0,25 0,25

الإشارة : - في المجال $[-5;-4]$ الدالة g سالبة 0,25

- في المجال $[-4;0]$ الدالة موجبة 0,25

- عند $x=-4$ و $x=0$ الدالة g تنعدم 0,25

2) المقارنة بين $g(-\frac{7}{2})$ و $g(-\frac{5}{2})$:

لدينا : $-\frac{7}{2} < -\frac{5}{2}$

من جدول التغيرات الدالة g متزايدة على المجال $[-4;-2]$ ومنه :

$-\frac{7}{2} < -\frac{5}{2}$

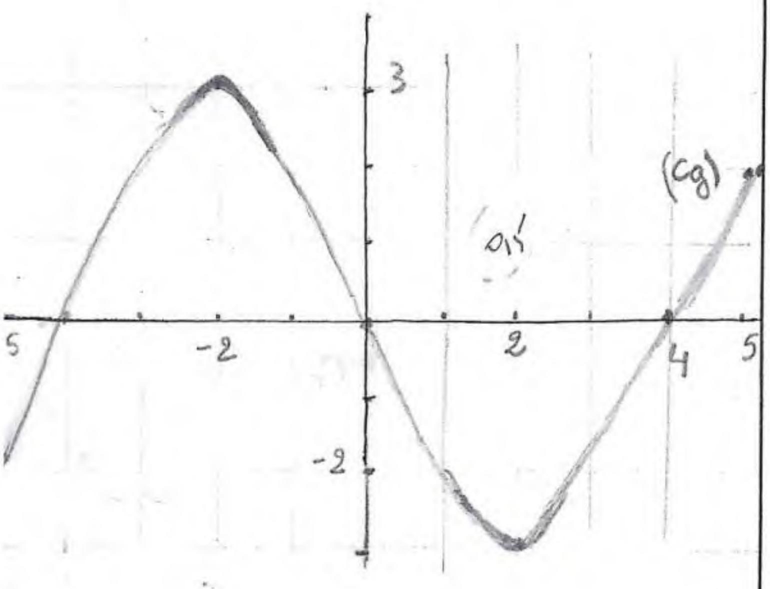
$g(-\frac{7}{2}) < g(-\frac{5}{2})$ 0,5

3) جدول التغيرات في المجال $[-5;5]$:

x	-5	-4	-2	0	2	4	5
$g(x)$	-2 ↗	0 ↗	3 ↘	0 ↘	-3 ↗	0 ↗	2

01

4) الرسم البياني للدالة g :



التمرين الرابع : (07)

الجزء الأول :

1) التحقق : $f(x) = x^2-4x-1$

$f(x)=(x-2)^2-5 = x^2+4-4x-5$

$= x^2-4x-1$

2) صور الأعداد :

صورة 0 هي : $f(0)=-1$

صورة -4 هي : $f(-4)=(-4)^2-4\times(-4)-1=31$

3) السوابق الممكنة للعدد -1 :

$f(x)=-1 \Rightarrow x^2-4x-1=-1$

$x^2-4x=0$

ومنه $x=0$ أو $x=4$

السوابق الممكنة لـ -4 :

$f(x)=-4 \Rightarrow (x-2)^2-5=-4$

$(x-2)^2=1 \Rightarrow |x-2|=1$

$\Rightarrow \begin{cases} x-2=1 \\ x-2=-1 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=1 \end{cases}$

حلول المعادلتين على الترتيب هما فاصلتا نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيمين ذو المعادلتين $y=-1$ و $y=-4$ على الترتيب

4) الدالة ليست زوجية وليست فردية لأن $f(-x)\neq f(x)$ و $f(-x)\neq -f(x)$

الجزء الثاني :

1) حساب $h(-3)$ و $h(0)$:

$h(0)=-5$ و $h(-3)=-1$

2) سوابق العددين 0 و -3 :

سوابق الـ 0 هي : 3 و 5 .

سوابق -3 هي : -2 و 2 و -4

3) القيم الحدية المحلية للدالة h :

قيمة حدية محلية كبرى عند -3 قيمتها -1 .

قيمة حدية محلية صغرى عند 0 قيمتها -5 .

قيمة حدية كبرى عند 4 قيمتها 2 .

4) جدول تغيرات الدالة h :

x	-4		-3		0		3		4		5
$h(x)$	-3	↗	-1	↘	-5	↗	0	↗	2	↘	0

5) اشارة الدالة h :

x	-4		3		5
$h(x)$		−	0	+	0

6) حل المتراجحة $f(x)>-3$:

حلول المتراجحة هي : $x\in]-4;-2[\cup]2;5]$

حل المعادلة $h(x)=x-1$

$h(x)=x-1 \Rightarrow x=-2$

السؤال الإضافي :

1) تبيان $n\in\mathbb{N}$ لدينا : $n^2+n=n(n+1)$

اذا كان n زوجي فإن $n=2k$ حيث $k\in\mathbb{N}$

إذن : $n^2+n=2k(2k+1)$

$=2p$

حيث $p=k(2k+1)$ ومنه n^2+n زوجي

اذا كان n فردي فإن : $n=2k+1$ حيث $k\in\mathbb{N}$

إذن

$n^2+n=(2k+1)(2k+1+1)$

$=(2k+1)(2k+2)$

$=2(2k+1)(k+1)$

$=2p'$

حيث $p'=(2k+1)(k+1)$

ومنه n^2+n عدد زوجي .

إذن في الحالتين n^2+n عدد زوجي