الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية الوادي — متوسطات الولاية

مستوى: الرابعة متوسط — التاريخ :16 ماي 2023

اختبار الفصل الثالث في مادة الرياضيات — المدة: ساعتان

الجزء الأول: (12 نقطة)

التمرين الأول: (03 نقاط)

1) احسب $PGCD(832; 468)$ ثمّ أكتب العدد $\frac{468}{832}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال .

2) حل المتراجحة $3x - \frac{7}{16} \leq 5x + \frac{468}{832}$.

3) أكتب العدد A على الشكل $a\sqrt{13}$ (a عدد طبيعي) حيث $A = \sqrt{832} - \sqrt{468} + \sqrt{13}$.

التمرين الثاني: (02.5 نقطة)

F عبارة جبرية حيث : $F = (5x - 3)^2 - 16$

1) أنشر ثمّ بسّط العبارة F .

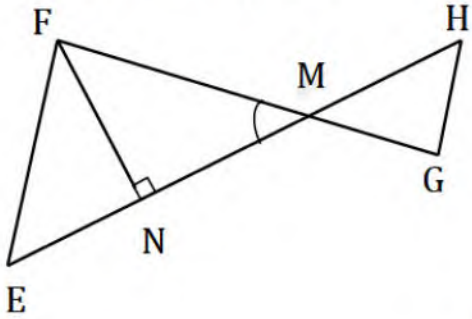
2) حلّل العبارة F إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى .

3) حل المعادلة $(5x - 7)(5x + 1) = 0$.

التمرين الثالث: (03نقاط)

الشكل المقابل مرسوم بأطوال غير حقيقية و المستقيمان (FG) و (EH) متقاطعان في النقطة M حيث:

$MF = 4{,}8\ cm$ $ME = 7{,}2\ cm$ ، $MG = 1{,}2\ cm$ ، $MH = 1{,}8\ cm$



1) برهن أنّ المستقيمين (GH) و (EF) متوازيان .

2) جد قيس الزّاوية $\widehat{FMN}$ علما أنّ $FN = 2{,}4\ cm$.

التمرين الرابع: (03.5 نقاط)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o; \vec{\imath}; \vec{\jmath})$

1) علّم النقط $A\ (1\ ;\ 2)$ ، $B\ (-2\ ;\ 1)$ ، $C\ (-3\ ;\ -2)$.

2) احسب مركبتي الشّعاع $\overrightarrow{BC}$ ثم استنتج الطّول BC .

3) أنشئ النقطة D صورة A بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BC}$ ثمّ عيّن إحداثييها حسابيا .

4) إذا علمت أنّ $AB = \sqrt{10}$ ، بيّن أنّ الرباعي $ABCD$ معيّن.

الجزء الثاني: (08 نقاط)

الوضعية:

قصد دهّان محلّ مواد بناء لكراء ضاغط هواء كهربائي (***Compresseur d'air électrique***) يستعمل لطلاء الأبواب والنوافذ، يعرض هذا المحلّ صيغتين للكراء:

- **الصيغة الأولى:** دفع مبلغ $1\,500\ DA$ لليوم الواحد.
- **الصيغة الثانية:** دفع مبلغ $1\,000\ DA$ لليوم الواحد يضاف إليه ضمان غير مسترجع قدره $3\,000\ DA$ طيلة مدّة الكراء.

1) أ- ما هي تكلفة كرا ضاغط الهواء مدّة 8 أيام لكل صيغة .

ب- نعتبر x عدد الأيام التي يستعمل فيها الدهّان ضاغط الهواء و $f(x)$ المبلغ المدفوع بالصيغة الأولى و $g(x)$ المبلغ المدفوع بالصيغة الثانية.

- باستعمال تمثيل بياني مناسب ، حدّد أفضل الصيغتين حسب عدد الأيام .

نأخذ:($1\ cm$ على محور الفواصل يمثّل يوما واحدا، و $1\ cm$ على محور التراتيب يمثّل $2\,000\ DA$)

2) يريد الدهّان طلاء مجموعة أبواب ونوافذ خشبية عددها الإجمالي 17 بـتكلفة $48\,000\ DA$.

تقدّر تكلفة طلاء الباب الواحد بـ $3\,000\ DA$ ، بينما تقدّر تكلفة طلاء النافذة الواحدة بـ $2\,500\ DA$.

- ما هو عدد الأبواب وعدد النوافذ ؟

أسرة المادة يتمنون لكم التوفيق والنجـــــــاح

مديرية التربية لولاية الوادي — متوسطات الـــولايـة

مستوى: الرابعة متوسط — التاريخ :16ماي 2023

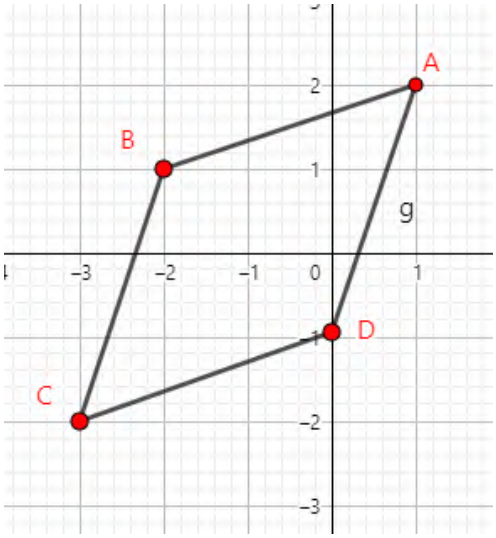
الحل المقترح لاختبار الرياضيات التجريبي لشهادة التعليم المتوسط

ملاحظتان هامتان:

- في حالة ما إذا اختصر التلميذ حلّه دون إهمال للخطوات الأساسيّة تعطى له علامة السّؤال كاملة .
- تثّمن كل الحلول الصّحيحة الموافقة لبرامج التعليم المتوسط غير الواردة في الحل المقترح .

رقم التمرين	عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة مجملة
التمرين الأول	**1) إيجاد $PGCD(832;468)$**		03
	لدينا $832 = 468 \times 1 + 364$	0.25	
	ومنه $468 = 364 \times 1 + 104$	0.25	
	إذن $364 = 104 \times 3 + 52$	0.25	
	ومنه $104 = 52 \times 2 + 0$	0.25	
	وعليه $PGCD(832;468) = 52$		
	ـ كتابة العدد $\frac{468}{832}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال	0.25	
	$\frac{468}{832} = \frac{468 \div 52}{832 \div 52} = \frac{9}{16}$	0.25	
	2) حل المتراجحة $3x - \frac{7}{16} \leq 5x + \frac{468}{832}$:		
	لدينا $3x - \frac{7}{16} \leq 5x + \frac{468}{832}$ يعني $3x - \frac{7}{16} \leq 5x + \frac{9}{16}$	0.25	
	أي $3x - 5x \leq \frac{9}{16} + \frac{7}{16}$ أي $-2x \leq \frac{16}{16}$ وعليه $-2x \leq 1$	0.25	
	يعني $x \geq \frac{1}{-2}$ أي $x \geq -\frac{1}{2}$	0.25	
	ومنه حلول المتراجحة هي كل قيم x الأكبر من أو تساوي $-\frac{1}{2}$		
	3) كتابة العدد A على الشكل $a\sqrt{13}$ (a عدد طبيعي):		
	لدينا $A = \sqrt{832} - \sqrt{468} + \sqrt{13}$		
	ومنه $A = \sqrt{64 \times 13} - \sqrt{36 \times 13} + \sqrt{13}$	0.25	
	أي $A = 8\sqrt{13} - 6\sqrt{13} + \sqrt{13}$	0.25	
	وعليه $A = (8 - 6 + 1)\sqrt{13}$	0.25	
	إذن $A = 3\sqrt{13}$		

التمرين الثاني	**1)نشر وتبسيط العبارة F :** لدينا $F=(5x-3)^2-16$ ومنه $F=(5x)^2+3^2-2\times 5x\times 3-16$ **0.25** أي $F=25x^2+9-30x-16$ **0.25** وعليه $\boldsymbol{F=25x^2-30x-7}$ **0.25** **2) تحليل العبارة F إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى :** لدينا $F=(5x-3)^2-16$ **0.25** ومنه $F=(5x-3)^2-(4)^2$ **0.25** أي $M=[(5x-3)-4][(5x-3)+4]$ **0.25** وعليه $\boldsymbol{M=(5x-7)(5x+1)}$ **3)حل المعادلة $(5x-7)(5x+1)=0$** لدينا : $(5x-7)(5x+1)=0$ يعني : $5x+1=0$ أو $5x-7=0$ **0.25** أي : $5x=-1$ أو $5x=7$ **0.25** يعني : $x=\frac{-1}{5}$ أو $x=\frac{7}{5}$ **0.25** **ومنه للمعادلة حلّان هما : $\frac{-1}{5}$ و $\frac{7}{5}$** **0.25**	**2.5**
التمرين الثالث	**1) برهان أنّ المستقيمين (GH) و (EF) متوازيان :** لدينا من جهة : $\frac{MG}{MF}=\frac{1,2}{4,8}=0,25$ **0.5** ولدينا من جهة أخرى : $\frac{MH}{ME}=\frac{1,8}{7,2}=0,25$ **0.5** بما أنّ $M\epsilon[EH]$ و $M\epsilon[FG]$ و $\frac{MG}{MF}=\frac{MH}{ME}=0,25$ والنقط E، M ، H مرتّبة بنفس ترتيب النقط G ، M ، F فإن المستقيمين (GH) و (EF) متوازيان حسب الخاصية العكسية لطالس . **0.25** **0.25** **2) إيجاد قيس الزاوية $\widehat{FMN}$:** لدينا في المثلث FNM القائم في N: $\sin\widehat{FMN}=\frac{FN}{FM}$ **0.5** بالتعويض نجد : $\sin\widehat{FMN}=\frac{2,4}{4,8}$ ومنه $\sin\widehat{FMN}=0,5$ **0.25×2** باستخدام الآلة الحاسبة نجد: $\boldsymbol{\widehat{FMN}=30°}$ **0.5**	**03**

3.5	0.25×3	**1) تعليم النقاط :** $A(1;2)$ ، $B(-2;1)$ ، $C(-3;-2)$.  	**التمرين الرابع**
	0.25×2	**2) حساب مركبتي الشعاع $\overrightarrow{BC}$:** لدينا $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}x_C-x_B\\y_C-y_B\end{pmatrix}$ ومنه $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}-3-(-2)\\-2-1\end{pmatrix}$ أي $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}-3+2\\-2-1\end{pmatrix}$ ومنه $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}-1\\-3\end{pmatrix}$	
		ـ استنتاج الطول BC :	
	0.25	لدينا $BC=\sqrt{x^2+y^2}$ ومنه $BC=\sqrt{(-1)^2+(-3)^2}$	
	0.25	أي $BC=\sqrt{1+9}$ وعليه $BC=\sqrt{10}$	
		3) إنشاء النقطة D صورة A بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BC}$ ثمّ حساب إحداثييها :	
	0.25	النقطة D صورة A بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BC}$ يعني أن $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$	
	0.25	بفرض $D(x;y)$ ومنه $\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix}x-1\\y-2\end{pmatrix}$	
	0.25×2	لدينا $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$ يعني $\begin{cases}x-1=-1\\y-2=-3\end{cases}$ ومنه $\begin{cases}x=-1+1\\y=-3+2\end{cases}$	
	0.25	وعليه $\begin{cases}x=0\\y=-1\end{cases}$ ومنه $D(0;-1)$	
		4) تبيين أنّ الرباعي $ABCD$ معيّن :	
	0.25	بما أنّ D صورة A بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BC}$ فإنّ $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$ ومنه الرباعي	
	0.25	$ABCD$ متوازي أضلاع و لدينا $AB=BC=\sqrt{10}$ فالرباعي $ABCD$ معيّن	

المسألة

1)

أ- حساب تكلفة كراء ضاغط الهواء مدّة 8 أيام لكل صيغة :

الصيغة الأولى : $1500 \times 8 = 12000$

ومنه تكلفة كراء ضاغط الهواء مدّة 8 أيام بالصيغة الأولى هي $12000\ DA$

الصيغة الثانية : $1000 \times 8 + 3000 = 11000$

ومنه تكلفة كراء ضاغط الهواء مدّة 8 أيام بالصيغة الثانية هي $11000\ DA$

ب- تحديد أفضل الصيغتين حسب عدد الأيام :

- التعبير عن الصيغتين الأولى والثانية بدلالة x:

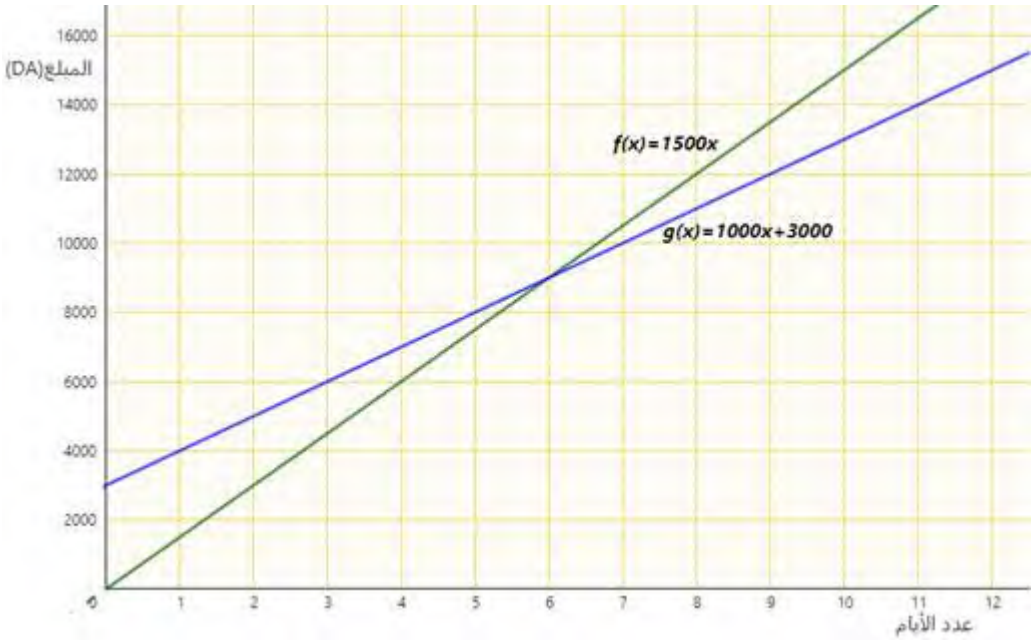
$$f(x) = 1500\,x$$

$$g(x) = 1000\,x + 3000$$

- التمثيلان البيانيان للدالتين f و g في معلم متعامد ومتجانس :

$f(x) = 1500\,x$		
x	0	6
$f(x)$	0	9000
النقطة	$(0;0)$	$(6;9000)$

$g(x) = 1000\,x + 3000$		
x	0	6
$g(x)$	3000	9000
النقطة	$(0;3000)$	$(6;9000)$



بقراءة بيانية :

التمثيلان البيانيان للدالتين f و g في يتقاطعان في النقطة التي فاصلتها 6 والتي تتساوى عندها الصيغتان الأولى والثانية.

- عندما يكون $x < 6$ فإنّ التمثيل البياني للدالة f تحت التمثيل البياني للدالة g أي أنّ الصيغة الأولى أفضل من الصيغة الثانية .
- عندما يكون $x > 6$ فإنّ التمثيل البياني للدالة g تحت التمثيل البياني للدالة f أي أنّ الصيغة الثانية أفضل من الصيغة الأولى .

2) حساب عدد الأبواب وعدد النوافذ :

نعتبر عدد الأبواب a و عدد النوافذ b .

حل المشكلة يؤول إلى حل الجملة الآتية :

$$\begin{cases} a+b=17 \dots\dots\dots (1) \\ 3000a+2500b=48000 \dots (2) \end{cases}$$

من المعادلة (1) نجد: $a=17-b \quad \dots (3)$

بالتعويض في المعادلة (2) نجد: $3000(17-b)+2500b=48000$

ومنه $51000-3000b+2500b=48000$

ومنه $-500b=48000-51000$

ومنه $-500b=-3000$ أي $b=\frac{-3000}{-500}$ وعليه $b=6$

بالتعويض في المعادلة (3) نجد: $a=17-6$

أي $a=11$

إذن حل ا جملة هو الثنائية $(11;6)$

ومنه عدد الأبواب هو 11 و عدد النوافذ هو 6

ملاحظة: يمكن قسمة طرفي المعادلة (2) على 100 لتسهيل العمل

شبكة التقويم والتصحيح للمسألة

	المعيار	المؤشرات	سلّم التنقيط	العلامة مجزأة	العلامة مجموعة
1	م 1	ـ كتابة عبارة مناسبة لحساب المبلغ بالصيغة 1 لأجل 8أيام ـ كتابة عبارة مناسبة لحساب المبلغ بالصيغة 2 لأجل 8أيام ـ التعبير عن المبلغ المدفوع حسب الصيغة 1 بدلالة x ـ التعبير عن المبلغ المدفوع حسب الصيغة 2 بدلالة x ـ أنشاء المعلم المناسب. ـ اختيار نقطة ن لتمثيل الدالة الأولى. ـ اختيار نقطتين لتمثيل الدالة الثانية. ـ دراسة الوضعية النسبية للمستقيمين الممثلين للدالتين .	0 .5 ان وفق في مؤشر واحد 1 ان وفق في مؤشرين 1.5إن وفق في ثلاث مؤشرات 1.75 إن وفق في أربعة أو خمسة مؤشرات 2.25 إن وفق في ستة مؤشرات أو أكثر	2.25	4.5
	م 2	ـ كتابة صحيحة لعبرتي كل من الدالة الخطية والتآلفية. ـ النقطتين المختارتين صحيحتين لتمثيل الدالة f. ـ تمثيل صحيح للدالة f وإن كانت عبارتها غير صحيحة. ـ النقطتين المختارتين صحيحتين لتمثيل الدالة g. ـ تمثيل صحيح للدالة g وإن كانت عبارتها غير صحيحة. ـ تعيين عدد الأيام بيانيا حتى وإن كان تمثيلا الـ التين f و g غير صحيحين. ـ القراءة البيانية صحيحة لتحديد أفضل الصيغتين . ـ ترجمة القراءة البيانية وفق سياق المشكلة ترجمة صحيحة .	0 .5 ان وفق في مؤشر واحد 1 ان وفق في مؤشرين 1.5إن وفق في ثلاث مؤشرات 1,75 إن وفق في أربعة أو خمسة مؤشرات 2.25 إن وفق في ستة مؤشرات أو أكثر	2.25	
2	م 1	ـ اختيار المجهولين المناسبين ـ كتابة الجملة . ـ حل الجملة	0 .5إن وفق في مؤشر واحد 1 إن وفق في مؤشرين أو أكثر	1	2
	م 2	ـ الحل الصحيح للجملة. ـ حساب عدد الأبواب صحيح ـ حساب عدد النوافذ صحيح	0 .5 إن وفق في مؤشر واحد 1 إن وفق في مؤشرين أو أكثر	1	
كل المسألة	م 3	ـ التسلسل المنطقي ـ معقولية النتائج ـ احترام وحدات القياس	0.5 ان وفق في مؤشر واحد 1 ان وفق في مؤشرين أو أكثر	1	1.5
	م 4	ـ المقروئية. ـ عدم التشطيب وصياغة النتائج بوضوح.	0.25 ان وفق في مؤشر واحد 0.5 ان وفق في مؤشرين	0.5	

م 1 : التفسير السليم للوضعية / م 2 : الاستعمال السليم للأدوات / م 3 : الانسجام / م 4 : الإتقان