الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — مديرية التربية لولاية مستغانم

متوسطة عبد الحميد بن باديس – الدوار الجديد – مستغانم — دورة : ديسمبر 2023

اختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات – 4 متوسط — المدة : ساعتان

رابط الاجابة النموذجية لهذا الموضوع سيعمل بعد إجراء الاختبار

الجزء الأول : (12 نقطة)

التمرين الأول : (03 نقاط)

1/ أحسب القاسم المشترك الأكبر للعددين **425** و **204**

2/ أكتب العدد $\frac{425}{204}$ على شكل كسر غير قابل للإختزال .

3/ بين أن N عدد طبيعي حيث : $N = \frac{\frac{11}{4}}{\frac{425}{204} - \frac{7}{6}}$

التمرين الثاني : (03 نقاط)

لتكن الأعداد A و B و C حيث :

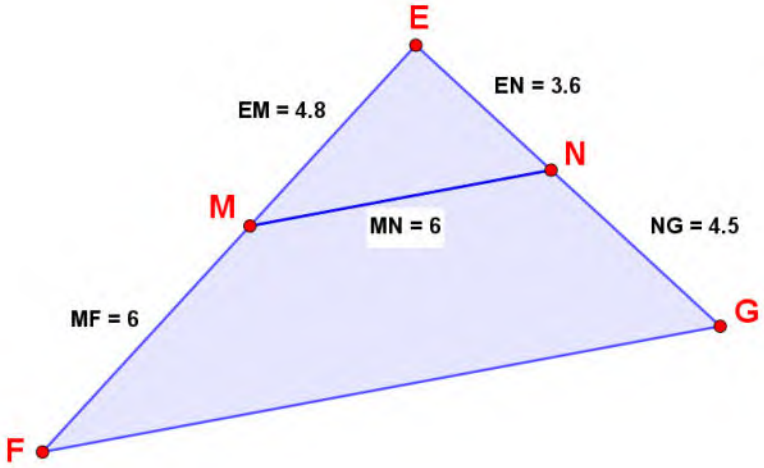
$$A = 3\sqrt{112} - 5\sqrt{28} + \sqrt{7} \quad ; \quad B = \left(\sqrt{5} + 4\sqrt{3}\right)^2 \quad ; \quad C = \frac{3 - \sqrt{5}}{\sqrt{2}}$$

1/ أكتب العددين A و B على أبسط شكل ممكن .

2/ أكتب العدد C على شكل نسبة مقامها عدد ناطق .

3/ حل المعادلة التالية ذات المجهول x : $\frac{x}{\sqrt{32}} = \frac{\sqrt{2}}{x}$.

التمرين الثالث : (03 نقاط)



تمعن في الشكل المقابل و المرسوم بأبعاد غير حقيقية

حيث الوحدة بالسنتيمتر .

1/ بين أن المستقيمين (MN) و (FG) متوازيان

2/ أثبت أن المثلث EMN قائم في نقطة يطلب تعيينها

التمرين الرابع : (03 نقاط)

x هو قيس زاوية حادة حيث: $\sin x = \frac{2}{3}$

1/ أحسب القيمة المضبوطة للنسبتين : $\cos x$ و $\tan x$.

2/ أنشئ بدون استعمال المنقلة الزاوية التي قيسها .

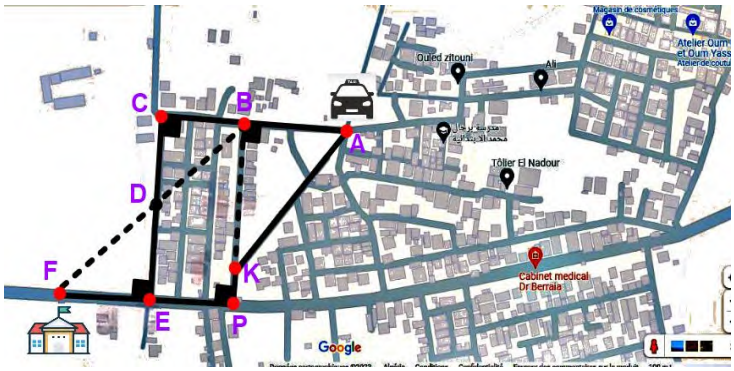
الجزء الثاني : (08 نقاط)

المسألة

عند خروج أيوب من المنزل , صادف سيارة أجرة أمامه (في النقطة A) , فقرر الركوب فيها و التوجه إلى مدرسته (في النقطة F) و اقترح عليه سائق سيارة الأجرة مسارين :

- المسار الأول : المرور عبر النقط A , B , C , D , E , F .
- المسار الثاني : المرور عبر النقط A , K , P , E , F .

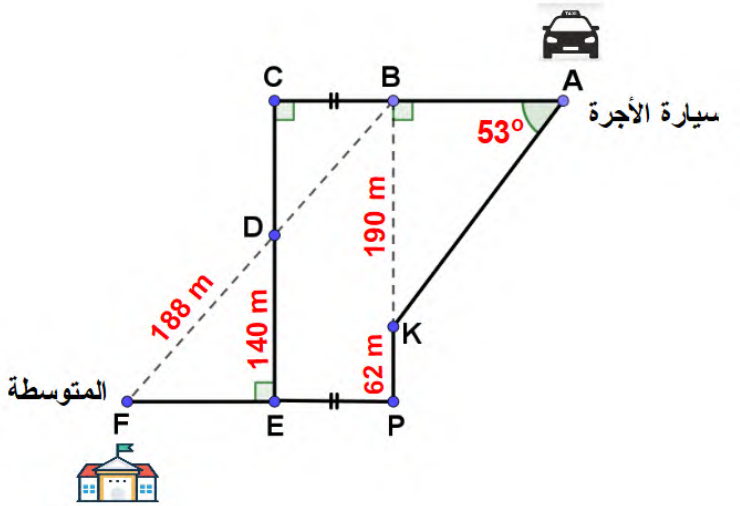
و التسعيرة المحددة لسائق سيارة الأجرة هي : $10\ DA \leftarrow 50\ m$



صورة مأخوذة من Google Maps

لبلدية الناظور – حاسي ماماش

مستغانم



مخطط توضحي للمسارات

حيث :

ABK و DFE مثلثان قائمان

BCEP مستطيل

بناءً على المعلومات المذكورة أعلاه , قدِّم لأيوب المساعدة في اختيار الطريق الأفضل من حيث التكلفة و حساب المبلغ الذي سيدفعه لسائق الأجرة . (تُدور النتائج غير المضبوطة إلى الوحدة)

حل التمرين الأول :

1/ حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين 425 و 204

$425 = 204 \times 2 + 17$
$204 = 17 \times 12 + 0$

إذن : $PGCD(425;204) = 17$ — 1 ن

2/ كتابة العدد $\frac{425}{204}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال

$\frac{425}{204} = \frac{425 \div 17}{204 \div 17} = \frac{25}{12}$ — 0,5 ن

3/ إثبات أن N عدد طبيعي

$$N = \frac{\frac{11}{4}}{\frac{425}{204} - \frac{7}{6}} = \frac{11}{4} \div \left(\frac{425}{204} - \frac{7}{6}\right)$$
$$= \frac{11}{4} \div \left(\frac{25}{12} - \frac{7}{6}\right)$$
$$= \frac{11}{4} \div \left(\frac{25}{12} - \frac{7 \times 2}{6 \times 2}\right)$$
$$= \frac{11}{4} \div \left(\frac{25}{12} - \frac{14}{12}\right)$$
$$= \frac{11}{4} \div \frac{25 - 14}{12}$$
$$= \frac{11}{4} \div \frac{11}{12}$$
$$= \frac{\cancel{11}}{4} \times \frac{12}{\cancel{11}}$$
$$= \frac{12}{4}$$
$$= \frac{12}{4}$$
$$= 3$$ عدد طبيعي

— 1 ن

حل التمرين الثاني :

1/ كتابة العددين A و B على أبسط شكل ممكن .

$A = 3\sqrt{112} - 5\sqrt{28} + \sqrt{7}$
$A = 3\sqrt{16 \times 7} - 5\sqrt{4 \times 7} + \sqrt{7}$
$A = 3 \times 4\sqrt{7} - 5 \times 2\sqrt{7} + \sqrt{7}$
$A = 12\sqrt{7} - 10\sqrt{7} + \sqrt{7}$
$A = (12 - 10 + 1)\sqrt{7}$
$A = 3\sqrt{7}$

$B = \left(\sqrt{5} + 4\sqrt{3}\right)^2$
$B = \sqrt{5}^2 + \left(4\sqrt{3}\right)^2 + 2 \times \sqrt{5} \times 4\sqrt{3}$
$B = 5 + 16 \times 3 + 2 \times 4\sqrt{5 \times 3}$
$B = 5 + 48 + 8\sqrt{15}$
$B = 53 + 8\sqrt{15}$

— 1 ن

2/ كتابة العدد C على شكل نسبة مقامها عدد ناطق

$C = \frac{3 - \sqrt{5}}{\sqrt{2}} = \frac{(3 - \sqrt{5}) \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2} - \sqrt{10}}{2}$ — 0,75 ن

3/ حل المعادلة

$\frac{x}{\sqrt{32}} = \frac{\sqrt{2}}{x}$
$x \times x = \sqrt{32} \times \sqrt{2}$
$x^2 = \sqrt{64}$
$x^2 = 8$
$x = \sqrt{8}$ أو $x = -\sqrt{8}$
$x = \sqrt{4 \times 2}$ أو $x = -\sqrt{4 \times 2}$
$x = 2\sqrt{2}$ أو $x = -2\sqrt{2}$

— 0,75 ن

للمعادلة حلين هما : $2\sqrt{2}$ و $-2\sqrt{2}$

حل التمرين الثالث :

1/ إثبات أن المستقيمين (MN) و (FG) متوازيان

لدينا :

$$\left.\begin{array}{l} \frac{EF}{EM} = \frac{4,8 + 6}{4,8} = \frac{10,8}{4,8} = 2,25 \\ \frac{EG}{EN} = \frac{3,6 + 4,5}{3,6} = \frac{8,1}{3,6} = 2,25 \end{array}\right\} \frac{EF}{EM} = \frac{EG}{EN} \dots 1$$

و النقط E,M,F و E,N,G في استقامية و بنفس الترتيب ... 2

من 1 و 2 نستنتج أن حسب الخاصية العكسية لخاصية طالس المستقيمين (MN) و (FG) متوازيان

— 1,5 ن

2/ إثبات أن المثلث EMN قائم

لدينا $MN^2 = 6^2 = 36$

$EM^2 + EN^2 = 4,8^2 + 3,6^2 = 23,04 + 12,96 = 36$

بما أن $MN^2 = EM^2 + EN^2$ فإن حسب خاصية فيتاغورس العكسية المثلث EMN قائم في E

— 1,5 ن

حل التمرين الرابع :

1/ حساب القيمة المضبوطة للنسبتين $\cos x$ و $\tan x$

لدينا : $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$

$\cos^2 x + \left(\frac{2}{3}\right)^2 = 1$
$\cos^2 x + \frac{4}{9} = 1$
$\cos^2 x = 1 - \frac{4}{9}$
$\cos^2 x = \frac{9}{9} - \frac{4}{9}$
$\cos^2 x = \frac{9 - 4}{9}$
$\cos^2 x = \frac{5}{9}$
$\cos x = \sqrt{\frac{5}{9}}$
$\cos x = \frac{\sqrt{5}}{3}$

— 1 ن

لدينا

$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{\sqrt{5}}{3}} = \frac{2}{\cancel{3}} \times \frac{\cancel{3}}{\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

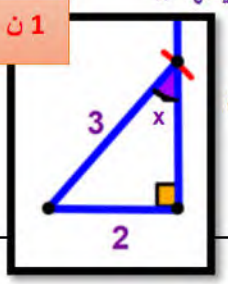
— 1 ن

2/ إنشاء بدون استعمال المنقلة الزاوية التي قيسها x

لدينا $\sin x = \frac{2}{3}$

ننشئ مثلثا قائما وتره 3 وحدات و طول الضلع المقابل للزاوية التي قيسها x هو 2 وحدة

— 1 ن



حل المسألة :

لمساعدة أيوب في اختيار الطريق الأفضل من حيث التكلفة نقوم بحساب المسافة التي سيقطعها من النقطة A إلى النقطة F في كل مسار

أولا : حساب المسافة التي سيقطعها في المسار الأول و ليكن L_1

$$L_1 = AB + BC + CD + DE + EF$$

- **حساب الطول AB**

لدينا المثلث ABK قائم في B

إذن :

$$\tan \widehat{A} = \frac{BK}{AB}$$
$$\tan 53^o = \frac{190}{AB}$$
$$\text{AB} = \frac{190}{\tan 53^o}$$
$$AB = 143\ m$$ بالتدوير إلى الوحدة

- **حساب الطول CD**

لدينا الرباعي $BCEP$ مستطيل إذن : $CE = BP$

$$CE = 190 + 62 = 252\ m$$
$$CD = CE - DE$$
$$CD = 252 - 140$$
$$CD = 112\ m$$

- **حساب الطول EF**

بما أن المثلث FED قائم في E فإن حسب خاصية فيتاغورس

$$FD^2 = DE^2 + EF^2$$
$$188^2 = 140^2 + EF^2$$
$$35344 = 19600 + EF^2$$
$$EF^2 = 35344 - 19600$$
$$EF^2 = 15744$$
$$EF = \sqrt{15744}$$
$$EF = 125\ \text{m}$$ بالتدوير إلى الوحدة

- **حساب الطول BC**

لدينا المستقيمان (BC) و (EF) متوازيان لأنهما عموديان على نفس المستقيم (CE) .

إذن حس.ب خاصية طالس

$$\frac{CD}{DE} = \frac{DB}{DF} = \frac{BC}{EF}$$
$$\frac{112}{140} = \frac{DB}{188} = \frac{BC}{125}$$
$$BC = \frac{125 \times 112}{140}$$
$$BC = 100\ m$$

ومنه :

$$L_1 = AB + BC + CD + DE + EF$$
$$L_1 = 143 + 100 + 112 + 140 + 125$$
$$L_1 = 620\ m$$

ثانيا : حساب المسافة التي سيقطعها في المسار الثاني و ليكن L_2

$$L_2 = AK + KP + PE + EF$$

- **حساب الطول AK**

$$\sin \widehat{A} = \frac{BK}{AK}$$
$$\sin 53^o = \frac{190}{AK}$$
$$AK = \frac{190}{sin\ 53^o}$$
$$AK = 238\ m$$ بالتدوير إلى الوحدة

و لدينا من المعطيات و حسب ماسبق

$$FE = 125\ m$$
$$PE = BC = 100\ m$$
$$PK = 62\ m$$

و بالتالي :

$$L_2 = AK + KP + PE + EF$$
$$L_2 = 238 + 62 + 100 + 125$$
$$L_2 = 525\ m$$

ومنه : $L_2 < L_1$ إذن المسار الأفضل هو المسار الثاني الذي سيكون الأقل تكلفة

الآن نحسب المبلغ الذي سيدفعه لسائق سيارة الأجرة بعد اختياره المسار الثاني وليكن x

$$10\ DA \longrightarrow 50\ m$$
$$x \longrightarrow 525\ m$$
$$x = \frac{525 \times 10}{50} = 105\ da$$

شبكة تصحيح المسألة

المعيار	الشرح	المؤشرات	سلم التنقيط	العلامة
م1 – التفسير السليم للوضعية	ترجمة الوضعية إلى صياغة رياضياتية سليمة (اختيار المجاهيل المناسبة و العلاقات المناسبة بينها)	• كتابة العبارة التي تسمح بحساب المسافة الكلية للمسار الأول • كتابة العبارة التي تسمح بحساب المسافة الكلية للمسار الثاني • توظيف النسب المثلثية في حساب الطول AB • كتابة العبارة التي تسمح بحساب الطول CD • توظيف خاصية فيتاغورس في حساب الطول EF • توظيف خاصية طالس في حساب الطول BC • توظيف النسب المثلثية في حساب الطول AK • كتابة العبارة التي تسمح بحساب الطول PE • توظيف الرابع المتناسب في حساب المبلغ الذي يدفعه للسائق • التصريح و استخلاص الإجابة لغويا	0,25 إن وفق في مؤشر واحد 0,5 إن وفق في مؤشرين 1 إن وفق في ثلاث مؤشرات إلى أربع مؤشرات 1,5 إن وفق في خمس مؤشرات إلى ست مؤشرات 2 إن وفق في سبع إلى ثمان مؤشرات 3 إن وفق في تسع مؤشرات فأكثر	3
م2 – الاستعمال الصحيح للأدوات الرياضياتية	نتائج العمليات صحيحة حتى و إن كانت هذه العمليات لا تناسب الحل	• المسافة الكلية للمسار الأول صحيح وفق القيم المحسوبة و إن كانت خاطئة • المسافة الكلية للمسار الثاني صحيح وفق القيم المحسوبة و إن كانت خاطئة • النسبة المثلثية المختارة في حساب الطول AB صحيحة مع توظيفها بشكل سليم • الطول CD صحيح وفق القيم المعطاة • الطول EF صحيح وفق توظيف خاصية فيتاغورس • الطول BC صحيح وفق توظيف خاصية طالس حسب القيم المحسوبة و إن كانت خاطئة • النسبة المثلثية المختارة في حساب الطول AK صحيحة مع توظيفها بشكل سليم • الطول PE صحيح وفق القيم المعطاة • المبلغ صحيح وفق حساب الرابع المتناسب • التعليق على الحل بشكل صحيح	0,25 إن وفق في مؤشر واحد 0,5 إن وفق في مؤشرين 1 إن وفق في ثلاث مؤشرات إلى أربع مؤشرات 1,5 إن وفق في خمس مؤشرات إلى ست مؤشرات 2 إن وفق في سبع إلى ثمان مؤشرات 3 إن وفق في تسع مؤشرات فأكثر	3
م3 – الإنسجام	تسلسل معقولية احترام	• التسلسل منطقي • معقولية النتائج • وحدات القياس محترمة	0,5 إن وفق في مؤشر واحد 1 إن وفق في مؤشرين	1
م4 – الإتقان	النظافة و الوضاحة	• الكتابة مقروءة • لا يوجد تشطيبات	0,5 إن وفق في مؤشر واحد 1 إن وفق في مؤشرين	1