



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية
الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

دورة: 2023

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

الشعبة: تقني رياضي

المدة: 04 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

- يحتوي كيس على 8 كريات متماثلة ولا نفرق بينها باللمس، موزعة كما يلي:
3 كريات بيضاء مرقمة بـ: 0، 1، 1 و 3 كريات حمراء مرقمة بـ: 1، 1، 2
و كرتين خضراوين مرقمتين بـ: 1، 2
نسحب عشوائيا وفي آن واحد كرتين من الكيس ونعتبر الحوادث A ، B ، C الآتية:
" A الحصول على كرتين من نفس اللون"، " B الحصول على كرية حمراء على الأقل"
" C الحصول على كرتين تحملان رقمين مجموعهما يساوي 3"
(1) أ) بين أن احتمال الحدث A يساوي $\frac{1}{4}$ وأن احتمال الحدث B يساوي $\frac{9}{14}$
ب) احسب الاحتمال $P(C)$
(2) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب لكرتين مجموع الرقمين المسجلين عليهما.
أ) برّر أن مجموعة قيم المتغير العشوائي X هي $\{1; 2; 3; 4\}$
ب) عيّن قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم احسب أمله الرياضياتي $E(X)$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

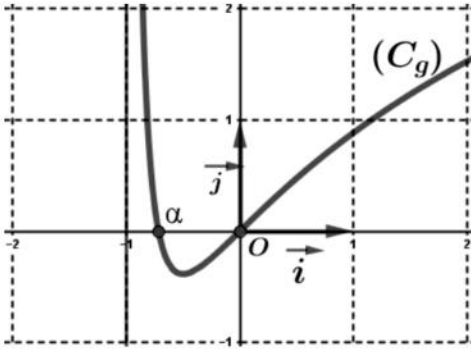
- (u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + 1$
(1) برهن بالتراجع أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n < 3$
(2) بين أن (u_n) متزايدة تماما.
(3) (v_n) المتتالية العددية المعرفة على \mathbb{N} بـ: $v_n = u_n - 3$
أ) بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{2}{3}$ يُطلب تعيين حدّها الأول v_0
ب) عيّن عبارة الحد العام v_n بدلالة n ثم استنتج أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = -2\left(\frac{2}{3}\right)^n + 3$
ج) احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$
(4) نضع: من أجل كل عدد طبيعي n ، $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ و $T_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$
احسب S_n بدلالة n ثم بين أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $T_n = 3n - 3 + 4\left(\frac{2}{3}\right)^n$



التمرين الثالث: (05 نقاط)

- (1) أ) عيّن حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 7
ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد 1444^{2023} على 7
ج) عيّن قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون: $1962n + 1444^{3n+1} \equiv 0 [7]$
(2) نعتبر المعادلة $(E) \dots 7x - 6y = 4$ ذات المجهولين الصحيحين x و y
تحقق أنّ الثنائية $(4; 4)$ حلّ للمعادلة (E) ثم استنتج مجموعة حلولها.
(3) عيّن الثنائيات $(x; y)$ من الأعداد الطبيعية حلول المعادلة (E) والتي تحقق $2^{3x} + 2^y \equiv 3 [7]$

التمرين الرابع: (07 نقاط)



I) g الذالة المعرفة على $]-1; +\infty[$ ب: $g(x) = 2 \ln(x+1) - \frac{x}{x+1}$

(C_g) تمثيلها البياني، يقطع حامل محور الفواصل في النقطتين اللتين فاصلتاها 0 و α (لاحظ الشكل المقابل)

- (1) بقراءة بيانية، حدّد حسب قيم x إشارة $g(x)$
(2) تحقق أنّ: $-0,72 < \alpha < -0,71$

II) f الذالة المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ ب: $f(x) = (2x+3) \ln(x+1) - 3x$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (وحدة الطول $2cm$)

- (1) أ) احسب $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ ثم فسّر النتيجة هندسياً.

ب) تحقق أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي غير معدوم x من المجال $]-1; +\infty[$:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \quad \text{ثم استنتج أنّ: } f(x) = x \left[\left(2 + \frac{3}{x} \right) \ln(x+1) - 3 \right]$$

(2) أ) بيّن أنّه: من أجل كلّ عدد حقيقي x من المجال $]-1; +\infty[$ ، $f'(x) = g(x)$

ب) استنتج أنّ f متناقصة تماماً على $[\alpha; 0]$ و متزايدة تماماً على كلّ من المجالين $]-1; \alpha]$ و $[0; +\infty[$

ج) شكّل جدول تغيّرات الذالة f

(3) أ) ارسم (C_f) في المجال $]-1; 4]$ (نأخذ: $f(3) \approx 3,5$ ، $f(4) \approx 5,7$ و $f(\alpha) \approx 0,2$)

ب) عيّن بيانياً قيم الوسيط الحقيقي m التي من أجلها تقبل المعادلة $f(x) = m$ ثلاثة حلول بالضبط.

(4) F الذالة المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ ب: $F(x) = (x^2 + 3x + 2) \ln(x+1) - 2x^2 - 2x$

أ) تحقق أنّ F أصلية للذالة f على المجال $]-1; +\infty[$

ب) استنتج بالسنتيمتر المربع \mathcal{A} مساحة الحيزّ المستوي المحدّد بالمنحني (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها

$$x=0 \quad \text{و} \quad x=\alpha, \quad y=0$$

ج) تحقق أنّ $\mathcal{A} = (6\alpha^2 + 4\alpha) cm^2$



الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

يحتوي كيس على 11 كرتة متماثلة ولا نفرق بينها باللمس، موزعة كما يلي:

3 كريات تحمل الرقم 0 ، 3 كريات تحمل الرقم 1 و 5 كريات تحمل الرقم 2

نسحب عشوائيا وفي آن واحد كرتين من الكيس ونعتبر الحوادث A ، B ، C الآتية:

" A " الحصول على كرتين رقم كل منهما عدد أولي " ، " B " الحصول على كرتة واحدة تحمل رقما فرديا "

" C " الحصول على كرتين جُداء رقميهما معدوم "

(1 أ) بين أن احتمال الحدث A يساوي $\frac{2}{11}$ وأن احتمال الحدث B يساوي $\frac{24}{55}$

(ب) احسب الاحتمال $P(C)$

(2) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب لكرتين جُداء الرقمين المسجلين عليهما.

(أ) برّر أن مجموعة قيم المتغير العشوائي X هي $\{0;1;2;4\}$

(ب) عيّن قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم احسب أمله الرياضي $E(X)$

(ج) احسب احتمال الحدث: " $e^{X+6} < 2023$ "

التمرين الثاني: (04 نقاط)

عيّن الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات الآتية مع التبرير.

(1) حلّ المعادلة التفاضلية $y' = y - 2$ الذي يحقّق $y(0) = 1446$ هو الدالة h المعرفة على \mathbb{R} بـ:

(أ) $h(x) = 1444e^x - 2$ (ب) $h(x) = 1444e^x + 2$ (ج) $h(x) = 1444e^{-x} + 2$

(2) $\lim_{x \rightarrow +\infty} [-x + \ln x - \ln(x+1)]$ تساوي:

(أ) 0 (ب) $+\infty$ (ج) $-\infty$

(3) العدد الحقيقي $I = \int_0^{\ln 2} (e^{-x} + 1) dx$ حيث I يساوي:

(أ) $\frac{1}{2} + \ln 2$ (ب) $\frac{1}{2} - \ln 2$ (ج) $-\frac{1}{2} + \ln 2$

(4) من أجل كلّ عدد طبيعي n أكبر تماما من 1 ، $PGCD(2n^2 + n ; 3n^2 + n)$ يساوي:

(أ) 1 (ب) n (ج) $2n$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0 = 1$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = 1 - \frac{1}{3u_n + 1}$

(1) برهن بالتراجع أنه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_n > \frac{2}{3}$

(2) بين أن (u_n) متناقصة تماما.



$$(3) (v_n) \text{ المتتالية العددية المعرفة على } \mathbb{N} \text{ بـ: } v_n = 3 - \frac{2}{u_n}$$

(أ) بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{3}$ يُطلب تعيين حدّها الأول v_0

(ب) عيّن عبارة الحدّ العام v_n بدلالة n ثم استنتج أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_n = \frac{2}{3 - \left(\frac{1}{3}\right)^n}$

(ج) احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(4) نضع: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ و $T_n = \frac{2}{u_0} + \frac{2}{u_1} + \dots + \frac{2}{u_n}$

احسب S_n بدلالة n ثم بين أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $T_n = 3n + \frac{1}{2} \left[3 + \left(\frac{1}{3}\right)^n \right]$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
$g(x)$	-1	$g\left(-\frac{1}{2}\right)$	$+\infty$

(I) الجدول المقابل يُمثّل تغيّرات الدّالة g المعرفة على \mathbb{R} بـ:

$$g(x) = -1 + (2x - 1)e^x$$

(1) أثبت أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,7 < \alpha < 0,8$

(2) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على \mathbb{R}

(II) الدّالة المعرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = -x + 4 + (2x - 3)e^x$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(0; \vec{i}, \vec{j})$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ثم بين أنّ: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

(ب) بين أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = -x + 4$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $-\infty$

(ج) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ)

(2) (أ) بين أنّه: من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f'(x) = g(x)$

(ب) استنتج أنّ f متناقصة تماما على $]-\infty; \alpha[$ و متزايدة تماما على $[\alpha; +\infty[$ ثم شكّل جدول تغيّراتها.

(3) (أ) أثبت أنّ (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) يُطلب تعيين معادلة له.

(ب) ارسم (Δ) ، (T) و (C_f) (نأخذ : $f(2) \approx 9,4$ و $f(\alpha) \approx 0,1$)

(ج) عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m التي من أجلها تقبل المعادلة $f(x) = -x + m$ حلين بالضبط.

(4) الدّالة المعرفة على \mathbb{R} بـ: $F(x) = (-2x + 5)e^x$

(أ) تحقّق أنّ F أصلية للدّالة $x \mapsto (-2x + 3)e^x$ على \mathbb{R}

(ب) استنتج مساحة الحيز المستوي المحدّد بـ (C_f) والمستقيمت التي معادلاتها

$$x = 0 \text{ و } x = -1, \quad y = -x + 4$$