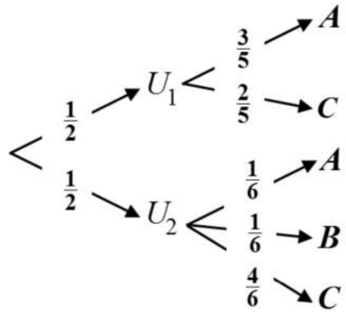
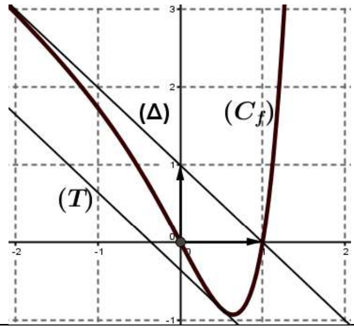
<table>
<tr><th rowspan="2"></th><th rowspan="2">عناصر الإجابة ( الموضوع الأول )</th><th colspan="2">العلامة</th></tr>
<tr><th>مجزأة</th><th>مجموع</th></tr>
<tr><td colspan="4">التمرين الأول ( 04 نقاط )</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1</td><td>أ) إنجاز الشجرة التي تنمذج التجربة<br></td><td>0.75</td><td rowspan="2">2</td></tr>
<tr><td>ب) $P(A)=\frac{1}{2}\times\frac{3}{5}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{6}=\frac{23}{60}$ ، $P(B)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{6}=\frac{1}{12}$<br>$P(C)=1-\left(P(A)+P(B)\right)=\frac{8}{15}$</td><td>2 × 0.5<br>0.25</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2</td><td>أ) تبرير عناصر المجموعة $\{1;2;3;4;6\}$</td><td>0.5</td><td rowspan="2">2</td></tr>
<tr><td>ب)<br><table><tr><td>$x_i$</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>6</td></tr><tr><td>$P(X=x_i)$</td><td>$\frac{10}{36}$</td><td>$\frac{15}{36}$</td><td>$\frac{5}{36}$</td><td>$\frac{3}{36}$</td><td>$\frac{3}{36}$</td></tr></table><br>$E(X)=\frac{85}{36}$</td><td>5 × 0.25<br>0.25</td></tr>
<tr><td colspan="4">التمرين الثاني ( 04 نقاط )</td></tr>
<tr><td>1</td><td>صحيح لأنّ: $h(x)=ke^{2x}-3$ و $h(\ln 2)=25$</td><td>2 × 0.5</td><td>1</td></tr>
<tr><td>2</td><td>خاطئ لأنّ: $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[x-\ln(e^x-1)\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\ln e^x-\ln(e^x-1)\right]$<br>$=\lim\limits_{x\to+\infty}\ln\frac{e^x}{e^x-1}=0$<br>أو $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[x-\ln(e^x-1)\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[x-\ln(e^x(1-e^{-x}))\right]$<br>$=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[-\ln(1-e^{-x})\right]=0$</td><td>2 × 0.5</td><td>1</td></tr>
<tr><td>3</td><td>خاطئ لأنّ: $\frac{1}{2-0}\int_0^2 x\left(x^2+1\right)^2 dx=\left[\frac{1}{12}\left(x^2+1\right)^3\right]_0^2=\frac{31}{3}$</td><td>2 × 0.5</td><td>1</td></tr>
<tr><td>4</td><td>صحيح لأنّ:<br>$v_0+v_1+\cdots+v_n=\int_0^1 e^{-x+3}dx+\int_1^2 e^{-x+3}dx+\cdots+\int_n^{n+1}e^{-x+3}dx$<br>$=\int_0^{n+1}e^{-x+3}dx=\left[-e^{-x+3}\right]_0^{n+1}=e^3-e^{-n+2}$</td><td>2 × 0.5</td><td>1</td></tr>
</table>

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | **التمرين الثالث ( 05 نقاط )** | |
| 1.5 | 0.25<br>0.75 | أ) البرهان بالتراجع: التحقق من صحّة الخاصية الابتدائية<br>إثبات صحّة الاستلزام ( إثبات أنّ الخاصية وراثية ) | 1 |
| | 0.5 | ب) من أجل كلّ $n$ من $\mathbb{N}$ ، $u_{n+1}-u_n=\frac{(u_n-1)u_n}{2-u_n}$ ومنه $(u_n)$ متناقصة تماما | |
| 2 | 0.5<br>2 × 0.25 | أ) من أجل كلّ $n$ من $\mathbb{N}$ ، $v_{n+1}=\frac{1}{u_{n+1}}-1=\frac{2(1-u_n)}{u_n}=2\left(\frac{1}{u_n}-1\right)=2v_n$<br>$v_n=v_0\times q^n=2^n$ | 2 |
| | 2 × 0.5 | ب) من أجل كل عدد طبيعي $n$ ، $u_n=\frac{1}{v_n+1}=\frac{1}{2^n+1}$ و $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=0$ | |
| 1.5 | 0.5 + 1 | $S_n=v_0\frac{1-q^{n+1}}{1-q}=2^{n+1}-1$ و $T_n=S_n+(n+1)=2^{n+1}+n$ | 3 |
| | | **التمرين الرابع ( 07 نقاط )** | |
| 0.5 | 0.25<br>0.25 | على المجال $]-\infty;\alpha[$ : $(\Gamma)$ أسفل $(D)$<br>على المجال $]\alpha;+\infty[$ : $(\Gamma)$ أعلى $(D)$ و $(D)\cap(\Gamma)=\{A(\alpha;1)\}$ | I) 1 |
| 0.5 | 0.25<br>0.25 | إشارة $g(x)$<br>$\begin{array}{c\|ccccc} x & -\infty & & \alpha & & +\infty \\ \hline g(x) & & - & 0 & + & \end{array}$<br>$g(0,6)\simeq-0,34$ و $g(0,7)\simeq0,62$ ومنه: $0,6<\alpha<0,7$ | 2 |
| 0.5 | 2 × 0.25 | $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ | II) 1 |
| 1 | 0.25 | أ) $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-(-x+1)\right]=0$ | 2 |
| | 3 × 0.25 | ب) على $]-\infty;1[$ : $(C_f)$ أسفل $(\Delta)$ وعلى $]1;+\infty[$ : $(C_f)$ أعلى $(\Delta)$<br>$(C_f)$ يقطع $(\Delta)$ في النقطة $A(1;0)$ | |
| 1.5 | 0.25 | أ) من أجل كلّ عدد حقيقي $x$ ، $f'(x)=g(x)$ | 3 |
| | 2 × 0.25<br>0.25 | ب) $f$ متناقصة تماما على $]-\infty;\alpha]$ ومتزايدة تماما على $[\alpha;+\infty[$<br>جدول التغيّرات<br>$\begin{array}{c\|ccccc} x & -\infty & & \alpha & & +\infty \\ \hline f'(x) & & - & 0 & + & \\ \hline f(x) & +\infty & \searrow & & \nearrow & +\infty \\ & & & f(\alpha) & & \end{array}$ | |
| | 2 × 0.25 | ج) حلّ المعادلة $f'(x)=-1$ ، معادلة لـ $(T)$ : $y=-x+1-\frac{e}{2}$ | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 4 | أ) فاصلتا نقطتي تقاطع $(C_f)$ مع حامل محور الفواصل هما: $0$ و $1$ | $2 \times 0.25$ | 2 |
| | ب) الرسم:<br>رسم $(\Delta)$<br>رسم $(T)$<br>رسم $(C_f)$   | 0.25<br>0.25<br>0.50 | |
| | ج) لمّا $m<1-\frac{1}{2}e$ لا توجد حلول و لمّا $m=1-\frac{1}{2}e$ يوجد حلّ وحيد<br>لمّا $1-\frac{1}{2}e<m<1$ يوجد حلان و لمّا $m\geq 1$ يوجد حلّ وحيد | 0.50 | |
| 5 | أ) تبيان أنّ: $\int_0^{\frac{1}{2}}(x-1)\,e^{2x}\,dx=\frac{1}{4}\left[(2x-3)\,e^{2x}\right]_0^{\frac{1}{2}}=\frac{3-2e}{4}$ | $2 \times 0.25$ | 1 |
| | ب) $\mathscr{A}=\int_0^{\frac{1}{2}}\left[-x+1-f(x)\right]dx=-\int_0^{\frac{1}{2}}(x-1)\,e^{2x}\,dx$<br>$=\frac{2e-3}{4}\times 4\,cm^2=(2e-3)\,cm^2$ | $2 \times 0.25$ | |

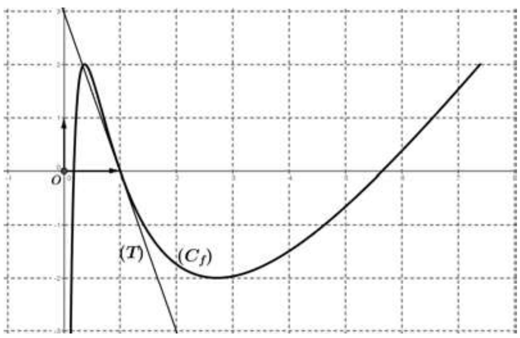
**ملاحظة: تُقبل وتُراعى جميع الطرائق الصحيحة الأخرى مع التقيّد التام بسلم التنقيط**

| | عناصر الإجابة ( الموضوع الثاني ) | العلامة: مجزأة | العلامة: مجموع |
|---|---|---|---|
| | **التمرين الأول ( 04 نقاط )** | | |
| 1 | أ) $P(A)=\frac{C_4^2+C_3^2+C_3^2}{C_{10}^2}=\frac{4}{15}$ و $P(B)=1-P(\overline{B})=1-\frac{C_6^2}{C_{10}^2}=\frac{2}{3}$ | $2\times 0.5$ | 2.75 |
| | ب) $P(C)=\frac{C_6^2}{C_{10}^2}=\frac{1}{3}$ و $P(A\cap C)=\frac{C_3^2+C_2^2}{C_{10}^2}=\frac{4}{45}$ | $2\times 0.5$ | |
| | الحدثان $A$ و $C$ مستقلان لأنّ $P(A\cap C)=P(A)\times P(C)$ | 0.25 | |
| | جـ) $P_C(A)=P(A)=\frac{4}{15}$ ، لأن $A$ و $C$ مستقلان | $2\times 0.25$ | |
| 2 | أ) تبرير عناصر المجموعة $\{2;3;4\}$ | 0.25 | 1.25 |
| | ب) $x_i$: 2, 3, 4 ؛ $P(X=x_i)$: $\frac{6}{45}$, $\frac{24}{45}$, $\frac{15}{45}$ ؛ $E(X)=\frac{16}{5}$ | $4\times 0.25$ | |
| | **التمرين الثاني ( 04 نقاط )** | | |
| 1 | **الاقتراح الصحيح هو جـ)** لأنّ: $\Delta=-16$ ، $z_1=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}i$ و $z_2=\frac{1}{4}-\frac{1}{4}i$ | $2\times 0.5$ | 1 |
| 2 | **الاقتراح الصحيح هو أ)** لأنّ: $\frac{1+\sqrt{3}+i}{1-i}\times\frac{1+i}{1+i}=\frac{\sqrt{3}}{2}+i\left(\frac{2+\sqrt{3}}{2}\right)$ | $2\times 0.5$ | 1 |
| 3 | **الاقتراح الصحيح هو أ)** لأنّ: $(-1-3i)=-(1+3i)$ و $(1+3i)^2=-8+6i$ | $2\times 0.5$ | 1 |
| 4 | **الاقتراح الصحيح هو ب)** لأنّ: $\left\|\frac{1+i}{\sqrt{3}-i}\right\|=\frac{\sqrt{2}}{2}$ و $arg\left(\frac{1+i}{\sqrt{3}-i}\right)=arg(1+i)-arg(\sqrt{3}-i)$ | $2\times 0.5$ | 1 |
| | **التمرين الثالث ( 05 نقاط )** | | |
| 1 | أ) البرهان بالتراجع: التحقق من صحّة الخاصية الابتدائية | 0.25 | 1.5 |
| | إثبات صحّة الاستلزام ( إثبات أنّ الخاصية وراثية ) | 0.75 | |
| | ب) من أجل كلّ $n$ من $\mathbb{N}$ ، $u_{n+1}-u_n=\frac{1}{5}(5-u_n)$ ومنه $(u_n)$ متزايدة تماما | 0.5 | |
| 2 | أ) من أجل كلّ $n$ من $\mathbb{N}$ ، $v_{n+1}=u_{n+1}-5=\frac{4}{5}u_n-4=\frac{4}{5}(u_n-5)=\frac{4}{5}v_n$ | 0.5 | 2 |
| | و $v_0=-5$ | 0.25 | |
| | ب) $v_n=v_0\times q^n=-5\left(\frac{4}{5}\right)^n$ و $u_n=v_n+5=-5\left(\frac{4}{5}\right)^n+5$ | $2\times 0.5$ | |
| | جـ) $\lim_{n\to+\infty}u_n=5$ لأنّ $\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{4}{5}\right)^n=0$ | 0.25 | |

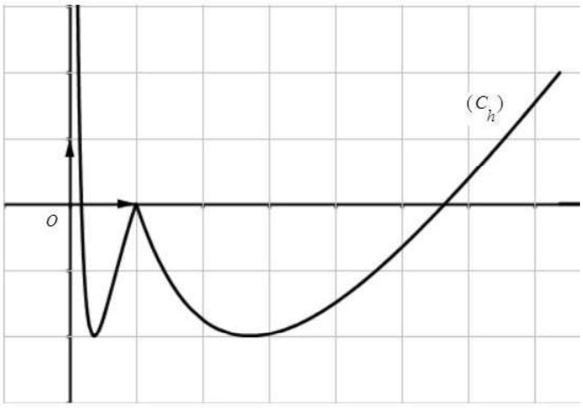
| | | | |
|---|---|---|---|
| 1.5 | 1 | $S_n = v_0 \dfrac{1-q^{n+1}}{1-q} = -25\left[1-\left(\dfrac{4}{5}\right)^{n+1}\right]$ | 3 |
| | 0.5 | و $T_n = S_n + 5(n+1) = 5n - 20\left[1-\left(\dfrac{4}{5}\right)^{n}\right]$ | |
| **التمرين الرابع ( 07 نقاط )** | | | |
| 1.25 | 0.25 + 0.5 | أ) $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x) = -\infty$ ، المستقيم ذو المعادلة $x=0$ مقارب لـ $(C_f)$ | 1 |
| | 0.5 | ب) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ | |
| 2.25 | 0.5 | أ) من أجل كلّ $x$ من $]0;+\infty[$ ، $f'(x) = \dfrac{3(-1+\ln x)(1+\ln x)}{x}$ | 2 |
| | 0.5 | ب) مجموعة حلول المتراجحة هي $]0;e^{-1}[ \cup ]e;+\infty[$ | |
| | 0.25 | ج) $f$ متزايدة تماما على كلّ من المجالين $]0;e^{-1}]$ و $[e;+\infty[$ | |
| | 0.25 | ومتناقصة تماما على المجال $[e^{-1};e]$ | |
| | 0.75 | جدول التغيّرات | |

| $x$ | $0$ | | $e^{-1}$ | | $e$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $2$ | $\searrow$ | $-2$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 2 | 2 × 0.25 | أ) معادلة لـ $(T)$ : $y = f'(1)(x-1) + f'(1) = -3x+3$ | 3 |
| | 3 × 0.25 | ب) فواصل نقط تقاطع $(C_f)$ مع $(x'x)$ هي: $1$ ، $e^{-\sqrt{3}}$ و $e^{\sqrt{3}}$ | |
| | | ج) الرسم: | |
| | 0.25 | رسم $(T)$ | |
| | 0.5 | رسم $(C_f)$ | |




| | | | |
|---|---|---|---|
| 0.75 | 0.25 | أ) من أجل كلّ $x$ من $]0;+\infty[$ ، $F'(x) = f(x)$ | 4 |
| | 2 × 0.25 | ب) $\mathscr{A} = -\int_1^e f(x)\,dx = -[F(e)-F(1)] = (2e-3)\,u.a$ | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| **5** | على $]0\,;1[$ : $h(x)=-f(x)$ ومنه $(C_h)$ يناظر $(C_f)$ بالنسبة إلى $(x'x)$<br>على $[1\,;+\infty[$ : $h(x)=f(x)$ ومنه $(C_h)$ ينطبق على $(C_f)$<br>رسم $(C_h)$<br> | **0.25**<br>**0.25**<br>**0.25** | **0.75** |

**ملاحظة: تُقبل وتُراعى جميع الطرائق الصحيحة الأخرى مع التقيّد التام بسلم التنقيط**