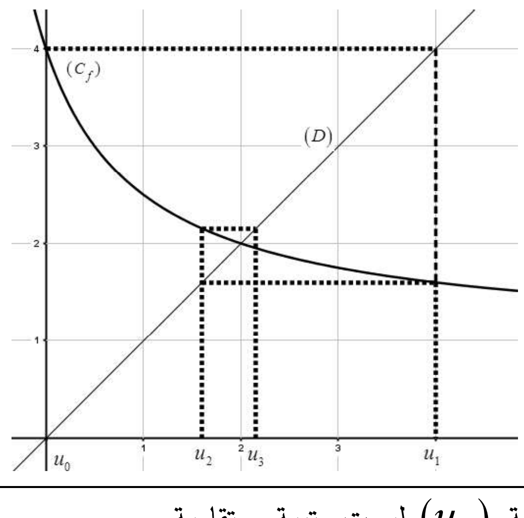
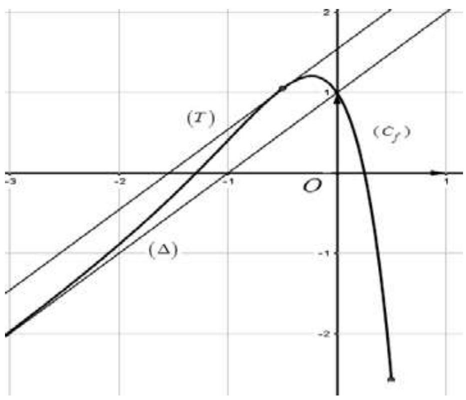
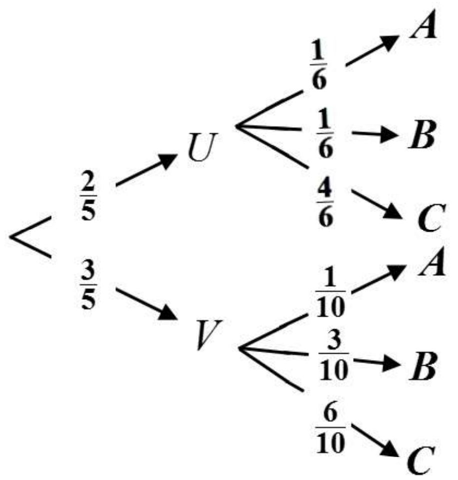
	عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	العلامة: مجزأة	العلامة: مجموع
	التمرين الأول (04 نقاط)		
1	أ) $P(A)=\frac{C_5^3+C_3^3}{C_{10}^3}=\frac{11}{120}$ ، $P(B)=\frac{C_5^1\times C_3^1\times C_2^1}{C_{10}^3}=\frac{1}{4}$	2 × 0.5	2.25
	مجموع أرقام الكريات يكون معدوما: $\{0;2;-2\}$ ، $\{1;1;-2\}$ ، $\{-3;1;2\}$ $P(C)=\frac{C_2^1\times C_3^1\times C_1^1+C_3^2\times C_1^1+C_3^1\times C_3^1\times C_1^1}{C_{10}^3}=\frac{3}{20}$	0.5	
	ب) الكريات من نفس اللون ومجموع أرقامها معدوم: $\{1;1;-2\}$، $\{0;2;-2\}$ $P(A\cap C)=\frac{C_2^2\times C_1^1+C_1^1\times C_1^1\times C_1^1}{C_{10}^3}=\frac{1}{60}$ ، $P_C(A)=\frac{P(A\cap C)}{P(C)}=\frac{1}{9}$	0.25+0.5	
2	مجموعة قيم المتغير العشوائي هي $\{1;2;3\}$	0.25	1.25
	$P(X=1)=\frac{11}{120}$ ، $P(X=3)=\frac{30}{120}$	0.25	
	$P(X=2)=1-P(X=1)-P(X=3)=\frac{79}{120}$	0.25	
	$E(X)=1\times\frac{11}{120}+2\times\frac{79}{120}+3\times\frac{30}{120}=\frac{259}{120}$	0.25	
		0.25	
3	حساب احتمال الحصول على ثلاث كريات جُداء أرقامها معدوم. $P=1-P'=1-\frac{8^3}{10^3}=\frac{61}{125}$ حيث P' احتمال الحدث المعاكس	0.5	0.5
	التمرين الثاني (04 نقاط)		
1	أ) تمثيل الحدود  	0.5	1
	ب) التخمين: المتتالية (u_n) ليست رتيبة ومتقاربة.	2 × 0.25	

2	أ) $v_{n+1}=-\frac{1}{3}v_n$ و $v_0=-1$	0.25+0.5	2
	ب) من أجل كلّ عدد طبيعي n، $v_n=-\left(-\frac{1}{3}\right)^n$ من أجل كلّ عدد طبيعي n، $u_n=\frac{4}{1-v_n}-2=-2+\frac{4}{1+\left(-\frac{1}{3}\right)^n}$	0.5 2 × 0.25	
	جـ) $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=2$ لأنّ $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(-\frac{1}{3}\right)^n=0$	0.25	
3	$S_n=v_0\frac{1-q^{n+1}}{1-q}=-\frac{3}{4}\left[1-\left(-\frac{1}{3}\right)^{n+1}\right]$ من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $T_n=\frac{1}{4}\left[n+1-S_n\right]=\frac{1}{16}\left[4n+7+\left(-\frac{1}{3}\right)^n\right]$	0.75 0.25	1
	التمرين الثالث (05 نقاط)		
1	أ) التحقّق أنّ الثنائية $(6;2)$ حلّ للمعادلة (E) : $16\times6+361\times2=818$ من الجملة $\begin{cases}16x+361y=818\\16\times6+361\times2=818\end{cases}$ نجد $16(x-6)=361(2-y)$ تبيان أنّ $PGCD(16;361)=1$ مجموعة الحلول هي $\{(361k+6;-16k+2)/k\in\mathbb{Z}\}$	0.25 0.25 0.25 0.25	1.75
	ب) الثنائيات $(x;y)$ حلول المعادلة (E) التي تحقّق $\lvert x+23y\rvert\leq4$ $\begin{cases}x=361k+6\\y=-16k+2\end{cases}$ و $\lvert x+23y\rvert\leq4$ نجد $6,85\leq k\leq8$ الثنائيتان هما $(2533;-110)$ ، $(2894;-126)$	0.25 2 × 0.25	
2	تعيين α و β : $\overline{5\alpha\beta0}=1715+7\beta+49\alpha$ $\overline{\beta\alpha87}=79+81\alpha+729\beta$ $0\leq\alpha\leq6$ و $0<\beta\leq6$ $\overline{5\alpha\beta0}=\overline{\beta\alpha87}$ تكافئ $16\alpha+361\beta=818$ $\alpha=361k+6$ و $\beta=-16k+2$ من أجل $k=0$ نجد $\alpha=6$ و $\beta=2$ فيكون $P=2023$	0.25 0.25 0.25 0.25 0.5 0.5	2

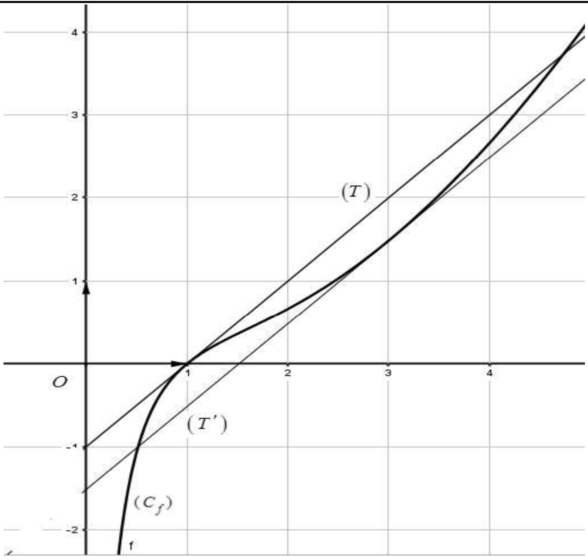
0.75	**0.5** **0.25**	أ) $2023=7\times17^2$ الأعداد الطبيعية التي مربع كلّ منها يقسم 2023 هي 1 و 17	**3**
0.5	**0.25** **0.25**	ب) لدينا $\begin{cases} m\times d=a\times b \\ a=d\times a',\ b=d\times b' \\ PGCD(a';b')=1 \end{cases}$ تُكتب عندئذ $m^2+3d^2=2023$ على الشكل $(a'\times b')^2=\dfrac{2023}{d^2}-3$ من أجل $d=1$ نجد $a'\times b'=\sqrt{2020}$ (غير ممكن) من أجل $d=17$ نجد $a'\times b'=2$ ومنه الثنائيتان هما $(17;34)$ ، $(34;17)$	
		التمرين الرابع (07 نقاط)	
1.25	**2 × 0.25**	أ) $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)=-\infty$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=1$	**(I** **1**
	0.25 **0.25** **0.25**	ب) من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $g'(x)=-12(x-1)e^{-2x}$ g متزايدة تماما على $]-\infty;1]$ ومتناقصة تماما على $[1;+\infty[$ جدول التغيرات $\begin{array}{c\|ccccc} x & -\infty & & 1 & & +\infty \\ \hline g'(x) & & + & 0 & - & \\ \hline g(x) & & & g(1) & & \\ & -\infty & \nearrow & & \searrow & 1 \end{array}$	
0.5	**0.25**	أ) المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0{,}2<\alpha<0{,}3$ لأنّ الدّالة g مستمرة ومتزايدة تماما على $[0{,}2\ ;\ 0{,}3]$ و $g(0{,}2)\times g(0{,}3)<0$ $(g(0{,}2)\simeq-0{,}21$ ، $g(0{,}3)\simeq0{,}34)$	**2**
	0.25	ب) إشارة $g(x)$ حسب قيم x : $\begin{array}{c\|ccccc} x & -\infty & & \alpha & & +\infty \\ \hline g(x) & & - & 0 & + & \end{array}$	
1.5	**0.5+0.25**	أ) $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}x\left(1+\dfrac{1}{x}-3e^{2x}\right)=-\infty$	**(II** **1**
	0.25	**ب)** $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-(x+1)]=\lim\limits_{x\to-\infty}(-3xe^{2x})=0$	
	2 × 0.25	**جـ)** على $]-\infty;0[$ يكون (C_f) أعلى (Δ) وعلى $]0;+\infty[$ يكون (C_f) أسفل (Δ) (C_f) يقطع (Δ) في النقطة ذات الإحداثيات $(0;1)$	

2	أ) من أجل كلّ عدد حقيقي x، $f'(x)=g(-x)$	0.25	1
	ب) إشارة $f'(x)$ من نفس إشارة $g(-x)$ إذن f متزايدة تماما على $]-\infty;-\alpha]$ ومتناقصة تماما على $[-\alpha;+\infty[$ جدول التغيّرات $\begin{array}{c\|ccccc} x & -\infty & & -\alpha & & +\infty \\ \hline f'(x) & & + & 0 & - & \\ \hline f(x) & -\infty & \nearrow & f(-\alpha) & \searrow & -\infty \end{array}$	0.25 0.25 0.25	
3	أ) $f'(x)=1$ يكافئ $g(-x)=1$ ومنه $x=-\frac{1}{2}$ معادلة المماس (T) : $y=x+1+\frac{3}{2}e^{-1}$	0.25 0.25	1.75
	ب) رسم (Δ) و (T) رسم (C_f)  	2 × 0.25 0.5	
	جـ) مجموعة قيم الوسيط الحقيقي m التي من أجلها تقبل المعادلة $f(x)=x+m$ حلين بالضبط هي $\left]1\,;\,1+\frac{3}{2}e^{-1}\right[$	0.25	
4	أ) $\int_{-\alpha}^{0} xe^{2x}dx=\left[\frac{1}{4}(2x-1)e^{2x}\right]_{-\alpha}^{0}=\frac{1}{4}(2\alpha+1)e^{-2\alpha}-\frac{1}{4}$	0.25	1
	ب) $\mathcal{A}=\int_{-\alpha}^{0}\left(f(x)-(x+1)\right)dx=-3\int_{-\alpha}^{0}xe^{2x}\,dx=\left[-3(2\alpha+1)e^{-2\alpha}+3\right]cm^2$	0.25 0.25	
	جـ) $\mathcal{A}=2\left(\frac{4\alpha-1}{2\alpha-1}\right)cm^2$	0.25	

ملاحظة: تُقبل وتُراعى جميع الطرائق الصحيحة الأخرى مع التقيّد التام بسلم التنقيط

	عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة	
		مجزأة	مجموع
	التمرين الأول (04 نقاط)		
1	أ) شجرة الاحتمالات 	**0.75**	**2.25**
	ب) $P(A)=P(U)\times P_U(A)+P(V)\times P_V(A)=\frac{2}{5}\times\frac{C_2^2}{C_4^2}+\frac{3}{5}\times\frac{C_2^2}{C_5^2}=\frac{19}{150}$ $P(B)=P(U)\times P_U(B)+P(V)\times P_V(B)=P(B)=\frac{2}{5}\times\frac{C_2^2}{C_4^2}+\frac{3}{5}\times\frac{C_3^2}{C_5^2}=\frac{37}{150}$ $P(C)=1-P(\overline{C})=1-\frac{19}{150}-\frac{37}{150}=\frac{47}{75}$	**2 × 0.25** **2 × 0.25** **2 × 0.25**	
2	أ) مجموعة قيم المتغير العشوائي هي $\{0;1;2\}$ $P(X=0)=\frac{37}{150}$ ، $P(X=1)=\frac{94}{150}$ ، $P(X=2)=\frac{19}{150}$ $E(X)=\frac{22}{25}$	**0.25** **3 × 0.25** **0.5**	**1.75**
	ب) $\ln X\leq 1$ تكافئ $0<X\leq e$ ومنه $P(\ln X\leq 1)=P(X=1)+P(X=2)=\frac{113}{150}$	**0.25**	
	التمرين الثاني (04 نقاط)		
1	$z_1=1+i\sqrt{3}$ ، $\Delta=-8$ ، $z_2=\sqrt{2}(1+i)$ ، $z_3=\sqrt{2}(1-i)$	**4 × 0.25**	**1**
2	أ) $z_A=2\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)$ ، $z_B=2\left(\cos(-\frac{\pi}{4})+i\sin(-\frac{\pi}{4})\right)$ $z_C=2\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)$	**3 × 0.25**	**1.5**
	ب) النقط A ، B و C تنتمي إلى نفس الدائرة لأنّ : $OA=OB=OC=2$ مركز الدائرة هو المبدأ ونصف قطرها 2	**0.25** **2 × 0.25**	

3	أ) $\left\|K\right\| = \left\|\frac{z_C}{2z_A}\right\| = \frac{1}{2}$ ، $\arg(K) = \frac{\pi}{12}$ ، $K = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{8} + i\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{8}$	3×0.25	1.25
	ب) $\cos\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ ، $\sin\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$	2×0.25	
4	من أجل كلّ عدد طبيعي n، $\overline{L_n} = \overline{z_A{}^n + z_B{}^n} = z_B{}^n + z_A{}^n = L_n$	0.25	0.25
	التمرين الثالث (05 نقاط)		
1	أ) بواقي القسمة الإقليدية لـ 9^n على 11: $9^0 \equiv 1[11]$ ، $9^1 \equiv 9[11]$ ، $9^2 \equiv 4[11]$ ، $9^3 \equiv 3[11]$ ، $9^4 \equiv 5[11]$ التعميم : $k \in \mathbb{N}$ $\begin{array}{c\|c\|c\|c\|c\|c\|c} n & 5k & 5k+1 & 5k+2 & 5k+3 & 5k+4 & \\ \hline 9^n \equiv & 1 & 9 & 4 & 3 & 5 & [11] \end{array}$ باقي القسمة الإقليدية للعدد 1945^{2023} على 11 هو 3 (لاحظ أنّ $2023 = 5k+3$)	0.5 0.5 0.25	1.75
	ب) مجموعة قيم العدد الطبيعي n التي تحقّق الجملة : $\begin{cases} n \equiv 2023[5] \\ 3n + 9^n \equiv 1444[11] \end{cases}$ $n \equiv 2023[5]$ معناه $n = 5k+3$ حيث k عدد طبيعي ومنه: $n = 55\alpha + 33$ مع α عدد طبيعي	0.25 0.25	
2	أ) من أجل كلّ عدد طبيعي n، $v_{n+1} = 9v_n$ و $v_0 = 8$	0.25+0.5	1.75
	ب) من أجل كلّ عدد طبيعي n، $v_n = 8 \times 9^n$ من أجل كلّ عدد طبيعي n، $u_n = \frac{v_n + 8n - 2}{4} = 2 \times 9^n + 2n - \frac{1}{2}$	0.5 0.5	
3	من أجل كلّ عدد طبيعي n، $S_n = v_0 \frac{1-q^{n+1}}{1-q} = 9^{n+1} - 1$ $T_n = \frac{1}{4}S_n + \frac{1}{2}(n+1)(2n-1) = \frac{1}{4}\left(9^{n+1} + 4n^2 + 2n - 3\right)$	0.5 0.5	1
4	من أجل كلّ عدد طبيعي n، $4T_{5n} = 9^{5n+1} + 100n^2 + 10n - 3$ إذن $4T_{5n} - n^2 + n + 5 = 9^{5n+1} + 99n^2 + 11n + 2$ فيكون $4T_{5n} - n^2 + n + 5 \equiv 0[11]$	0.25 0.25	0.5

<table>
<tr><td colspan="4">التمرين الرابع (07 نقاط)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">I) 1</td><td>أ) من أجل كلّ x من $]0;+\infty[$، $g'(x)=\ln x+\frac{2x-3}{x}$ و $g''(x)=\frac{x+3}{x^2}$</td><td>2×0.5</td><td rowspan="2">1.25</td></tr>
<tr><td>ب) الدّالة g' متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$ لأن $g''(x)>0$</td><td>0.25</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2</td><td>أ) الدّالة g' مستمرة ومتزايدة تماما على $[1,3;1,4]$ و $g'(1,3)\times g'(1,4)<0$
($g'(1,3)=-0,05$ ، $g'(1,3)=0,19$) إذن $g'(x)=0$ تقبل حلا وحيدا</td><td>0.5</td><td rowspan="2">0.75</td></tr>
<tr><td>ب) من أجل كلّ x من $]0;+\infty[$ ، $g(x)\ge g(\alpha)$ ومنه $g(x)>0$</td><td>0.25</td></tr>
<tr><td rowspan="2">II) 1</td><td>أ) $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)=-\infty$ ، المنحني يقبل المستقيم ذا المعادلة $x=0$ مقارب له</td><td>2×0.25</td><td rowspan="2">1</td></tr>
<tr><td>ب) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1-\frac{3\ln x}{2x}\right)x\ln x=+\infty$</td><td>0.5</td></tr>
<tr><td>2</td><td>من أجل كلّ x من $]0;+\infty[$، $f'(x)=\frac{g(x)}{x}$
جدول التغيرات
<table><tr><td>x</td><td>0 $+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>+</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>$-\infty$ ↗ $+\infty$</td></tr></table></td><td>0.5
0.5</td><td>1</td></tr>
<tr><td>3</td><td>$f'(x)=1$ يكافئ $g(x)=x$ ومنه $x=1$ أو $x=3$
$(T):\ y=x-1$ و $(T'):\ y=x-3+(3-\frac{3}{2}\ln 3)\ln 3$</td><td>0.25
2×0.25</td><td>0.75</td></tr>
<tr><td rowspan="2">4</td><td>أ) رسم (T) و (T')
رسم (C_f)
</td><td>2×0.25
0.5</td><td rowspan="2">1.25</td></tr>
<tr><td>ب) مجموعة قيم m هي $\left]-3+(3-\frac{3}{2}\ln 3)\ln 3\,;\,-1\right[$</td><td>0.25</td></tr>
</table>

5	أ) F تقبل الاشتقاق على $]0\,;+\infty[$ ومن أجل كلّ عدد حقيقي x من $]0\,;+\infty[$ ، $F'(x)=f(x)$	0.5	1
	ب) $\int_1^e f(x)\,dx=\left[F(e)-F(1)\right]=(e^2-6e+13)\,cm^2$	2×0.25	

ملاحظة: تُقبل وتُراعى جميع الطرائق الصحيحة الأخرى مع التقيّد التام بسلم التنقيط