مديرية مدارس أشبال الأمة

إمتحان البكالوريا التجريبي

الشعبة: علـــوم تجريبية

دورة ماي 2023

إختبار في مادة: الرياضيـــات — المـــدة: 03 سا و30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول:(04 نقاط)

أجب بصح أو خطأ مع التبرير في كل حالة من الحالات التالية:

1) الحل الوحيد للمعادلة التفاضلية $y'+y+1=0$ و الذي يحقق الشرط: $y(\ln 2)=0$ هو الدالة: $x \mapsto -1-2e^{-x}$

2) المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد $(O;\vec{i},\vec{j})$. المنحنى الممثل للدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{3\}$ بالشكل:

$f(x)=x^2-6x+8-\ln(x-3)^2$ يقبل محور تناظر معادلته هي: $x=3$.

3) يحتوي كيس على كريتان بيضاوين و $n+1$ كرية حمراء حيث $n\geq 2$ ، كل الكريات متماثلة و لا نفرق بينها عند اللمس. نسحب منه كريتين في آن واحد . ليكن الحدث A :"سحب كريتين من نفس اللون"

احتمال الحدث A : $P(A)=\dfrac{n^2+n+2}{n^2+5n+6}$.

4) المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـــ: $u_{n+1}=3u_n-4$.

لتكن المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـــ: $v_n=4u_n+\alpha$ ، حيث α عدد حقيقي .

المتتالية (v_n) هندسية معناه : $\alpha=-8$.

التمرين الثاني:(04 نقاط)

نعتبر صندوقين متماثلين U_1 و U_2 بحيث: يحتوي الصندوق U_1 على خمس كريات حمراء مرقمة بـ: 0، 1، 1، 1، 2 وثلاث كريات خضراء مرقمة بـ: 0، 1، 1 . كما يحتوي الصندوق U_2 على ثلاث كريات حمراء مرقمة بـ: 1، 1، 2 وكريتين خضراوين مرقمتين بـ: 0، 1. كل الكريات متماثلة و لا نفرق بينها عند اللمس.

1) نختار عشوائيا أحد الصندوقين، فإذا كان الصندوق U_1 نسحب منه كريتين على التوالي دون إرجاع، و اذا كان الصندوق U_2 نسحب منه كريتين في آن واحد.

أ) احسب احتمال الحدثين التاليين:

A :"سحب كريتين من نفس اللون" و B :"سحب كريتين مجموع رقميهما عدد زوجي"

ب) هل الحدثان A و B مستقلان؟ برّر إجابتك.

2) إذا علمت أنّ الكريتين المسحوبتين مجموع رقميهما عدد زوجي ، فما احتمال أن تكونا من الصندوق U_1؟

3) نأخذ الكريات الموجودة في الصندوقين U_1 و U_2 ونضعها جميعا في صندوق واحد U، ثمّ نسحب منه عشوائيا 3 كريات في آن واحد وليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة سحب مجموع الأرقام الظاهرة على الكريات المسحوبة.

أ) عرّف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X .

ب) احسب الأمل الرياضياتي $E(X)$.

التمرين الثالث:(05 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرّفة بـ: $u_0 = 3$ و من أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1} = \sqrt{u_n + 1} - 1$.

1) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $0 < u_n \leq 3$.

ب) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n). هل هي متقاربة؟ برّر إجابتك.

2- أ) انشر $\left(\sqrt{u_n + 1} - 1\right)^2$، ثمّ استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1} \leq \frac{1}{2}u_n$.

ب) بيّن أنّ من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n \leq 3\left(\frac{1}{2}\right)^n$ ثمّ استنتج $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$.

3) نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرّفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $v_n = \ln(u_n + 1)$.

أ) بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدّها الأوّل.

ب) اكتب عبارة v_n بدلالة n ثمّ استنتج عبارة u_n بدلالة n. تأكد من النهاية المحصّل عليها في السؤال **2-ب)**

4) أ) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = v_0 + v_1 + ... + v_{n-1}$.

ب) استنتج بدلالة n الجداء p_n حيث: $p_n = (u_0 + 1) \times (u_1 + 1) \times .... \times (u_{n-1} + 1)$.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

الجزء الأول: g الدّالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = \frac{1}{2} - \frac{1+2x}{2e^{2x}}$

1) أ) احسب $\lim\limits_{x \to -\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$

ب) ادرس اتجاه تغيّر الدّالة g، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

2) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

الجزء الثاني: f الدّالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}(1+x)e^{-2x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

2) أ) بيّن أنّ من أجل كل x من $\mathbb{R}$، $f'(x) = g(x)$ حيث f' الدّالة المشتقة للدّالة f.

ب) استنتج اتجاه تغيّر الدّالة f، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

ج) بيّن أنّ المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين احداثييها.

3) أ) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = \frac{1}{2}x$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$، ثمّ ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ).

ب) بيّن أنّ المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي المستقيم (Δ) يطلب تعيين معادلة له.

ج) بينّ أنّ المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث: $-0,9 < \alpha < -0,8$.

4) ارسم (Δ)، (T) و (C_f).

5) نقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $1 + x = me^{2x}$.

6) لتكن الدّالة H المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $H(x) = (ax + b)e^{-2x}$ حيث a و b عددان حقيقيان.

أ) عيّن a و b بحيث تكون H دالة أصلية للدّالة $x \mapsto (x+1)e^{-2x}$ على $\mathbb{R}$.

ب) احسب العدد A مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها $x = \alpha$، $x = 0$ و $y = \frac{1}{2}x$.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (4 نقاط)

أجب بصح أو خطا مع التبرير في كل حالة :

1. حلول المعادلة التفاضلية $y' - 3y = 5$ تقبل مستقيما مقاربا أفقيا عند $-\infty$ معادلته $y = \frac{3}{5}$

2. f دالة معرفة على المجال $[1;3]$ بـ : $f(x) = \ln(x+1)$

– القيمة المتوسطة للدالة f على المجال $[1;3]$ هي: $m = 2 + \ln 64$

3. Z عدد مركب .

إذا كان $Z = 2 - 2i$ فإن Z^{444} تخيلي صرف

4. Z عدد مركب حيث $Z = 2(i\cos\frac{\pi}{3} + \sin\frac{\pi}{3})$.

الشكل المثلثي للعدد المركب Z هو: $Z = 2(\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3})$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

تعرض شركة لصنع السيارات تخفيضات تشمل ثلاث أصناف من السيارات A ، B و C ، حيث تنتج 25% من الصنف A ، و 45% من الصنف B و الباقي من الصنف C ، حيث تخضع للتخفيض 35% من الصنف A ، و 70% من الصنف B و 10% من الصنف C .

يختار زبون سيارة عشوائيا

لتكن الأحداث التالية :

– A " السيارة من الصنف A " B " السيارة من الصنف B

– C "السيارة من الصنف C " . S "السيارة خاضعة للتخفيض"

1. نمذج هذه الوضعية بمخطط .

2. أحسب $p(A)$ احتمال أن تكون السيارة من الصنف A .

3. احسب $p(\overline{B})$ احتمال أن تكون السيارة ليست من الصنف B .

4. أحسب $p(S)$ احتمال أن تكون السيارة خاضعة للتخفيض.

5. علما أن السيارة غير خاضعة للتخفيض ، ماهو احتمال أن تكون من الصنف A

التمرين الثالث: (5 نقاط)

لتكن المتتالية (u_n) المعرفة بـ : $u_0 = \frac{2}{3}$ ، ومن أجل كل عدد طبيعي n بـ: $u_{n+1} = \frac{5u_n}{2u_n + 1}$

1– أ. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $\frac{2}{3} \le u_n \le 2$

ب. أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم استنتج أنها متقاربة.

2–أ. برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \le 2 - u_{n+1} \le \frac{3}{7}(2 - u_n)$

ب.استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $2 - u_n \le 4\frac{3^{n-1}}{7^n}$

ج. عين نهاية المتتالية (u_n).

التمرين الرابع: (7 نقاط)

I) g دالة معرفة على المجال $]-1;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=e(x+1)^2-1+\ln(x+1)$.

1. ادرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $]-1;+\infty[$.

2. بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا على المجال $]-1;+\infty[$ ثم تحقق أن $-0,3<\alpha<-0,29$.

3. استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]-1;+\infty[$.

II) f الدالة العددية المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=ex+1-\dfrac{\ln(x+1)}{x+1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

1. أ. أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\ >}} f(x)$ ، فسر النتيجة بيانيا .

ب. أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2. أ.بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(x+1)^2}$

ب. استنتج اتجاه تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3. أ. بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=ex+1$: (Δ) مقارب مائل لـ عند $+\infty$.

ب. أدرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم المقارب المائل (Δ).

4. بين أن: $f(\alpha)=e(2\alpha+1)-\dfrac{\alpha}{\alpha+1}$ ، ثم عين حصرا لـ $f(\alpha)$.

5. بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف A يطلب تعيين إحداثياتها .

6. أنشئ المستقيمات المقاربة والمنحنى (C_f) .

III) أ. عين دالة أصلية F للدالة f على المجال $]-1;+\infty[$.

ب. أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) ومحور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x=2$ و $x=0$.

انتهى الموضوع الثاني