...

القسم IV

مواضيع بكالوريات أجنبية

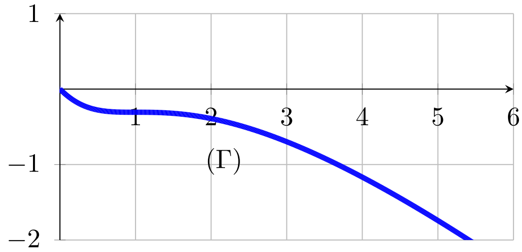
تمرين رقم 69:

بكالوريا تونس 2016

المنحنى (Γ) المقابل هو التمثيل البياني ، في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ للدالة f المعرفة على $[0;+\infty[$ بـ:

$$f(x) = -x + \ln(1+x^2)$$

(Γ) يقطع محور الفواصل، فقط عند المبدأ O



1) بقراءة بيانية، برر انه من اجل كل x من $[0;+\infty[$: $\ln(1+x^2) \leq x$

2) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بـ:

$$\begin{cases} u_0 = \dfrac{3}{2} \\ u_{n+1} = \dfrac{1}{2}\ln(1+u_n^2) \quad n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

ا) بين انه، من اجل كل عدد طبيعي n : $u_n > 0$

ب) بين انه، من اجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} \leq \dfrac{1}{2}u_n$

ج) استنتج انه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_n \leq \dfrac{3}{2}\left(\dfrac{1}{2}\right)^n$

استنتج ان المتتالية (u_n) متقاربة، واعطِ نهايتها.

3) لتكن المتتالية S_n المعرفة على بـ: $S_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$

ا) بين ان المتتالية (S_n) متزايدة تماما.

ب) بين انه من اجل كل عدد طبيعي n : $S_n \leq 3 - \dfrac{3}{2}\left(\dfrac{1}{2}\right)^n$

ج) استنتج ان المتتالية (S_n) متقاربة.

تمرين رقم 70:

بكالوريا تونس 2015

1) لتكن المتتالية الهندسية (u_n) التي حدها الاول $u_0 = \dfrac{1}{3}$ و اساسها $q = \dfrac{1}{3}$

ا) احسب u_1

ب) عين $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

ج) من اجل كل عدد طبيعي n ، نضع: $S_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$ بين ان $S_n = \dfrac{1}{2}\left(1 - \dfrac{1}{3^{n+1}}\right)$

2) بدراسة تغيرات الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x) = e^x - 1 - x$ بين انه مهما يكن $x \in \mathbb{R}$: $1 + x \leq e^x$

3) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة، من اجل كل عدد طبيعي n بـ: $v_n = (1+u_0)(1+u_1)\times\cdots\times(1+u_n)$

ا) احسب v_0 و v_1

ب) بين ان المتتالية v_n متزايدة

ج) بين انه، من اجل كل عدد طبيعي n : $v_n \leq e^{\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{3^{n+1}}\right)}$

د) بين ان المتتالية (v_n) متقاربة.

ه) لتكن l نهاية المتتالية (v_n). بين ان $1 < l < \sqrt{e}$

تمرين رقم 71:

بكالوريا تونس 2010

نعتبر المتتاليتين (u_n) و (v_n) المعرفتان كمايلي : $u_0 = 1$ ، $v_0 = 2$ و من اجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \alpha u_n + (1-\alpha)v_n$ و $v_{n+1} = (1-\alpha)u_n + \alpha v_n$ حيث α عدد حقيقي مع $\frac{1}{2} < \alpha < 1$

1) لتكن (w_n) المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $w_n = v_n - u_n$

ا) احسب w_0 و w_1

ب) بين انه من اجل كل عدد طبيعي n ، $w_n = (2\alpha-1)^n$

ج) استنتج نهاية المتتالية (w_n)

2) ا) اثبت انه من اجل كل عدد طبيعي n ، $u_n \leq v_n$

ب) بين ان المتتالية (u_n) متزايدة و ان المتتالية (v_n) متناقصة

ج) استنتج ان المتتاليتين (u_n) و (v_n) متقاربتان نحو نفس النهاية

د) بين انه من اجل كل عدد طبيعي n ، $u_n + v_n = 3$ و استنتج قيمة النهاية

تمرين رقم 72:

بكالوريا المغرب 2016

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بمايلي : $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = \frac{3+u_n}{5-u_n}$ لكل n من $\mathbb{N}$

1) ا) تحقق من ان $u_{n+1} - 3 = \frac{4(u_n-3)}{2+(3-u_n)}$ لكل n من $\mathbb{N}$

ب) بين بالتراجع، من اجل كل عدد طبيعي n ان $u_n < 3$

2) لتكن (v_n) المتتالية العددية المعرفة بمايلي : $v_n = \frac{u_n - 1}{3 - u_n}$ لكل n من $\mathbb{N}$

ا) بين ان (v_n) متتالية هندسية اساسها $\frac{1}{2}$

ب) استنتج ان $v_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$ لكل n من $\mathbb{N}$

ج) بين ان $u_n = \frac{1+3v_n}{1+v_n}$ ، لكل من n من $\mathbb{N}$ ثم اكتب u_n بدلالة n

د) حدد نهاية المتتالية (u_n)

تمرين رقم 73:

بكالوريا فرنسا 2017

(Antilles Guyane)

1) لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{\ln x}{x}$

ا) ادرس تغيرات الدالة f ثم استنتج القيم الحدية للدالة f ؟

2) اثبت انه من اجل كل $n\geq 3$ ، المعادلة $f(x)=\frac{1}{n}$ تقبل حلا وحيدا α_n على المجال $[1,e]$

ا) على البيان لدينا التمثيلات البيانية لكل من المستقيمات D_3 ، D_4 و D_5 ذو المعادلات $y=\frac{1}{3}$ ، $y=\frac{1}{4}$ و $y=\frac{1}{5}$ على التوالي.

ب) ضع تخمينا لاتجاه تغير المتتالية (α_n)

ج) قارن بين $f(\alpha_n)$ و $f(\alpha_{n+1})$ وذلك من اجل كل $n\geq 3$

د) حدد اتجاه تغير المتتالية (α_n)

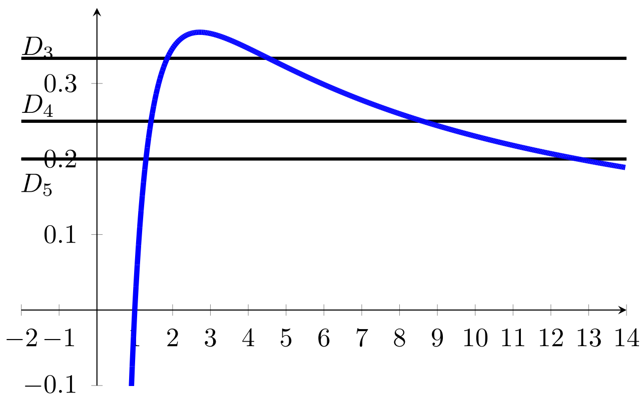
ه) استنتج ان المتتالية (α_n) متقاربة

3) نفرض انه من اجل كل عدد طبيعي $n\geq 3$ ، المعادلة $f(x)=\frac{1}{n}$ تقبل حلا اخر β_n حيث $1\leq\alpha_n\leq e\leq\beta_n$

ا) نفرض ان المتتالية β_n متزايدة.
اثبت انه من اجل كل $n\geq 3$ فان

$$\beta_n\geq n\frac{\beta_n}{3}$$

ب) استنتج نهاية المتتالية (β_n)



تمرين رقم 74:

بكالوريا فرنسا 2015

(Polynésie)

1) لتكن المتتالية (u_n) المعرفة من اجل كل عدد طبيعي n غير معدوم بـ: $u_n=e^{v_n}$ و المتتالية (v_n) المعرفة بـ: $v_1=\ln(2)$
و من اجل كل عدد طبيعي n غير معدوم، $v_{n+1}=\ln(2-e^{-v_n})$

ا) تحقق ان $u_1=2$ و ان من اجل كل عدد طبيعي n غير معدوم، $u_{n+1}=2-\frac{1}{u_n}$

ب) احسب كل من u_2 ، u_3 و u_4. (تعطى النتائج على شكل كسور)

ج) اثبت انه من اجل كل عدد طبيعي n غير معدوم $u_n = \dfrac{n+1}{n}$

2) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة بـ: $v_1 = \ln(2)$ و من اجل كل عدد طبيعي n غير معدوم، $v_{n+1} = \ln(2 - e^{-v_n})$

ا) عبر عن v_n بدلالة u_n ثم بدلالة n

3) ا) لتكن المتتالية (S_n) المعرفة من اجل كل عدد طبيعي n غير معدوم بـ: $Sn = v_1 + v_2 + \cdots + v_n$.

ب) تحقق ان $S_3 = \ln(4)$

ج) عبر عن S_n بدلالة n ثم استنتج نهاية المتتالية (S_n)

تمرين رقم 75:

بكالوريا فرنسا 2015

(Centres étrangers)

لتكن المتتالية (u_n) المعرفة بـ: $u_0 = a$ ، و من اجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1} = e^{2u_n} - e^{u_n}$. حيث a عدد حقيقي ثابت غير معدوم.

1) لتكن g الدالة المعرفة، من اجل كل عدد حقيقي x بـ: $g(x) = e^{2x} - e^x - x$

ا) احسب $g'(x)$ ، وتحقق انه، من اجل كل عدد حقيقي x: $g'(x) = (e^x - 1)(2e^x + 1)$

ب) حدد تغيرات الدالة g ، واعط قيمتها الحدية الصغرى.

ج) بملاحظة ان $u_{n+1} - u_n = g(u_n)$ ، ادرس اتجاه تغير المتتالية u_n

2) في هذا السؤال، نفرض ان $a \leq 0$

ا) برهن بالتراجع، من اجل كل عدد طبيعي n ، ان $u_n \leq 0$

ب) استنتج، من الاسئلة السابقة، ان (u_n) متقاربة.

ج) اعط نهاية المتتالية (u_n) ، في حالة $a = 0$

3) في هذا السؤال، نفرض ان $a > 0$

ا) برهن انه من اجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} - u_n \geq g(a)$

ب) برهن بالتراجع، من اجل كل عدد طبيعي n ، $u_n \geq a + n \times g(a)$

ج) عين نهاية المتتالية (u_n)

تمرين رقم 76:

بكالوريا فرنسا 2014

(Polynésie)

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0 = 0$ و من اجل كل $n \in \mathbb{N}$ ، $u_{n+1} = u_n + 2n + 2$

1) احسب u_1 و u_2

2) لتكن (v_n) المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = u_{n+1} - u_n$

ا) اكتب v_n بدلالة n.

ب) ماهي طبيعة المتتالية (v_n) ؟

ج) بين انه من اجل كل عدد طبيعي n، $S_n = (n+1)(n+2)$

د) بين انه من اجل كل n من $\mathbb{N}$، $S_n = u_{n+1} - u_0$ ثم استنتج u_n بدلالة n

تمرين رقم 77:

بكالوريا فرنسا 2013
(Métropole)

لتكن المتتاليةالعددية (u_n) المعرفة بـ: $u_0 = 2$ و من اجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + \frac{1}{3}n + 1$

1) ا) احسب u_1، u_2، u_3 و u_4.

ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n)

2) ا) اثبت انه من اجل كل عدد طبيعي n، $u_n \leq n+3$

ب) اثبت انه من اجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{3}(n+3-u_n)$

ج) استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n).

3) لتكن (v_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = u_n - n$

ا) بين ان (v_n) متتالية هندسية اساسها $\frac{2}{3}$

ب) استنتج انه من اجل كل عدد طبيعي n، $u_n = 2 \times \left(\frac{2}{3}\right)^n + n$

ج) احسب نهاية المتتالية (u_n)

4) من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم n نضع : $Sn = \sum_{k=0}^{n} u_k = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$ و $T_n = \frac{S_n}{n^2}$.

ا) عبر عن S_n بدلالة n.

ب) عين نهاية المتتالية (T_n)

تمرين رقم 78:

بكالوريا فرنسا 2012
(Antilles Guyane)

لتكن المتتالية العددية (u_n) المعرفة بـ: $u_1 = \frac{1}{2}$ و $u_{n+1} = \left(\frac{n+1}{2n}\right)u_n$

1) احسب u_2، u_3 و u_4

2) ا) بين انه من اجل كل عدد طبيعي n غير معدوم فان u_n موجب تماما

ب) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) و استنتج انها متقاربة، ثم احسب نهايتها l

3) من اجل كل عدد طبيعي n غير معدوم نضع : $v_n = \dfrac{u_n}{n}$

ا) اثبت ان (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين اساسها وحدها الاول v_1

ب) استنتج انه من اجل كل عدد طبيعي n غير معدوم n ، $u_n = \dfrac{n}{2^n}$

4) نعتبر الدالة f و المعرفة على المجال $[1; +\infty[$ بـ : $f(x) = \ln x - x \ln 2$

ا) عين نهاية الدالة f عند $+\infty$

ب) استنتج نهاية المتتالية (u_n).

تمرين رقم 79:

🏠 بكالوريا فرنسا 2010

(Antilles Guyane)

لتكن المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $u_0 = -1$ ، $u_1 = \dfrac{1}{2}$ و من اجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+2} = u_{n+1} - \dfrac{1}{4}u_n$

1) احسب u_2 ثم استنتج ان (u_n) لا هي هندسية و لا هي حسابية.

2) نعرف المتتالية (v_n) من اجل كل عدد طبيعي n : $v_n = u_{n+1} - \dfrac{1}{2}u_n$

ا) احسب v_0

ب) عبر عن v_{n+1} بدلالة v_n

ج) استنتج ان المتتالية (v_n) هندسية اساسها $\dfrac{1}{2}$

د) عبر عن v_n بدلالة n.

3) نعرف المتتالية (w_n) من اجل كل عدد طبيعي n بـ : $w_n = \dfrac{u_n}{v_n}$

ا) احسب w_0

ب) باستعمال العلاقة $u_{n+1} = v_n + \dfrac{1}{2}u_n$ ، عبر عن w_{n+1} بدلالة u_n و v_n

ج) استنتج انه من اجل كل عدد طبيعي n ، $w_{n+1} = w_n + 2$

د) عبر عن w_n بدلالة n

4) بين انه من اجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = \dfrac{2n-1}{2^n}$

5) من اجل كل عدد طبيعي n ، نضع : $S_n = \sum_{k=0}^{n} = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$

برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n : $S_n = 2 - \dfrac{2n+3}{2^n}$