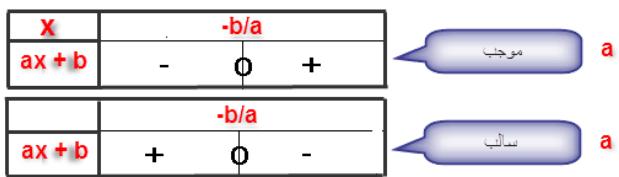


## ملخص حول الدوال

### دراسة الإشارة :

دراسة إشارة (من الشكل  $(ax + b)$ )



دراسة إشارة (من الشكل  $(ax^2 + bx + c)$ )

$\Delta = b^2 - 4ac$  أولاً نقوم بحساب المميز دلتا

(لا تنسى  $a, b, c$  هي المعاملات فقط ☺)

(1) إذا كان  $0 > \Delta$  فإن للمعادلة حلين هما:

$$\text{و إشارتها} \begin{cases} x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \\ x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \end{cases}$$

x	$-\infty$	$x_1$	$x_2$	$+\infty$
$ax^2 + bx + c$	إشارة a	إعكسي إشارة a	إعكسي إشارة a	إشارة a

(2) إذا كان  $\Delta = 0$  فإن للمعادلة حل وحيد مضاعف هو:

$$x_1 = \frac{-b}{2a}$$

إشارتها من إشارة a.

(3) إذا كان  $0 < \Delta$  فإن المعادلة لا تقبل حلول في  $\mathbb{R}$  و إشارتها من إشارة a.

### ملاحظات مهمة:

إشارة  $e^{u(x)}$  و  $[u(x)]^2$  دوماً موجبة. (1)

دراسة إشارة من الشكل  $a + b \ln x$  تعتمد على حل متراجحة.

.  $u(x) - 1$  من إشارة (3)

### أهم قوانين الإشتاقاق:

المشتقة	الدالة
0	"عدد حقيقي" b $f'(x) = 0$ $f(x) = e$
1	$x$
$a$	$ax$ $f'(x) = 2$ مثال: $f(x) = 2x$
$nx^{n-1}$	$x^n$ $f'(x) = 2x$ مثال: $f(x) = x^2$ $f'(x) = 4x$ $f(x) = 2x^2$
$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\sqrt{x}$
$e^x$	$e^x$
$\frac{1}{x}$	$\ln x$
$u' + v'$ $f'(x) = 2x - 2$	$u + v$ مثال: $f(x) = x^2 - 2x + 3$
$u'v + v'u$ $f'(x) = e^x + xe^x$	$u \times v$ مثال: $f(x) = xe^x$
$\frac{u'v - v'u}{v^2}$ $f'(x) = \frac{2x^2 - 3}{x^2}$	$\frac{u}{v}$ مثال: $f(x) = \frac{2x^2 + 3}{x}$
$u'e^{u(x)}$ $f'(x) = -e^{-x+2}$	$e^{u(x)}$ مثال: $f(x) = e^{-x+2}$
$\frac{u'(x)}{u(x)}$ $f'(x) = \frac{2x}{x^2 + 2}$	$\ln(u(x))$ $u(x) > 0$ حيث مثال: $f(x) = \ln(x^2 + 2)$
$\frac{u'(x)}{2\sqrt{u(x)}}$ $f'(x) = \frac{e^x}{2\sqrt{e^x + 3}}$	$\sqrt{u(x)}$ $u(x) > 0$ حيث مثال: $f(x) = \sqrt{e^x + 3}$
$n \times u'(x) \times [u(x)]^{n-1}$ $f'(x) = -2(-x + 4)$	$[u(x)]^n$ مثال: $f(x) = (-x + 4)^2$

ملاحظة: العلامة (') يقصد بها المشتقة.

## ملخص حول الدوال

. 2. تبيين أن  $g(a) \times g(b) < 0$

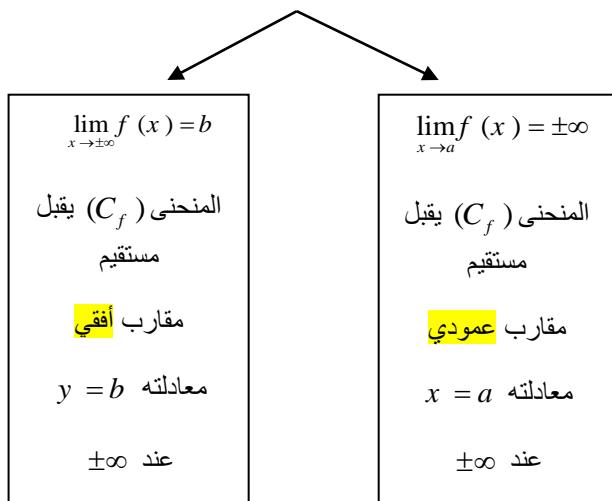
كتابه بدلالة  $f(\alpha)$

ننطلق من المعادلة  $0 = g(\alpha) \times e^{\alpha}$  ثم نكتب  $\ln \alpha$  أو  $e^{\alpha}$  بدلالة

ثم نعرض قيمتها في  $f$  لنتحصل على المطلوب.

**المستقيمات المقاربة:**

أولاً من النهايات نستنتج



**ثانياً المستقيم المقارب المائل:**

معادلته من الشكل  $y = ax + b$

**السؤال** يطلب منك تبيين أن المستقيم  $y = ax + b$  هو مقارب

مايل للمنحي ( $C_f$ ) عند  $±\infty$  أي نبين أن

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} [f(x) - y] = 0$$

**المماس:**

معادلته عند النقطة ذات الفاصلية  $x_0$  هي من الشكل

$$y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$$

**ملاحظة:**

✓ معادلة المماس حتى تستطيع كتابته يجب تحديد  $x_0$

✓ معامل توجيه المماس هو  $(f'(x_0))'$

**النهايات:**

حالات عدم التعين:

$$\textcircled{1} \infty - \infty ; \quad \textcircled{2} 0 \times \infty ; \quad \textcircled{3} \frac{\infty}{\infty} ; \quad \textcircled{4} \frac{0}{0}$$

حالات يجب الانتباه لها:

$$\frac{\pm\infty}{0^\pm} = \pm\infty / 3 \frac{a}{\pm\infty} = 0 / 2 \quad \frac{\pm a}{0^\pm} = \pm\infty / 1$$

**نهاية دالة كثير حدود أو دالة ناطقة عند  $+\infty$  أو  $-\infty$ :**

1) النهاية عند  $\pm\infty$  لدالة كثير حدود هي نهاية الحد الأكبر عند  $\pm\infty$ .

مثال:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2x^3 - 2x + 4 = \lim_{x \rightarrow +\infty} 2x^3 = +\infty$

2) النهاية عند  $\pm\infty$  لدالة ناطقة هي نهاية الحد الأكبر على الحد الأكبر عند  $\pm\infty$ .

مثال:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 4x - 1}{x^3 + e} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{x^3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = 0$

**ملاحظة:** القاعدتين صحيحتين فقط عند  $\pm\infty$  ☺

**نهايات التزايد المقارن للدالة الأسية ولوغاريتمية:**

**الدالة لوغارitmية**

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^n} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^n}{\ln x} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^n \ln x = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^n} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^n}{e^x} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^n e^x = 0$$

**ملاحظة:** هاته النهايات مهمة جدا لإزالة حالة عدم التعين.

**مبرهنة القيم المتوسطة**

لتبيين أن المعادلة  $0 = g(x)$  تقبل حل وحيد  $\alpha$  على المجال

[ $a; b$ ] يكفي تبيين أن:

1. الدالة  $g$  مستمرة و رئيبة تماما على المجال [ $a; b$ ]