AMcours
Sidi-Aich
N°:0664 64 32 10

## دورة جوان 2008:

### التمرين الثاني (5 نقط)

$(u_n)$ متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $u_n = 3n+1$ .

1/ احسب $u_2, u_1, u_0$ .

2/ بين أن $(u_n)$ حسابية يطلب تعيين أساسها . عيّن اتجاه تغير $(u_n)$ .

3 / تحقق أن العدد 2008 حدّ من حدود المتتالية $(u_n)$ . ما رتبته؟

4 / أحسب المجموع : $S = u_0 + u_1 + u_2 + ... + u_{669}$

### التمرين الأول (6 نقط)

$(u_n)$ متتالية عددية معرفة بحدها الأول $u_1 = 7$ و من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم $n$ : $u_{n+1} = 2u_n + 1$

1) أحسب $u_2$ ، $u_3$ ، $u_4$ .

2) من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم $n$ ، نعرف المتتالية $(v_n)$ كما يأتي : $v_n = u_n + 1$ .

أ – أثبت أن $(v_n)$ متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها q وحدها الأول $v_1$.

ب – اكتب عبارة الحد العام $v_n$ بدلالة $n$ ثم استنتج $u_n$ بدلالة $n$ .

ج– نضع: $S_n = v_1 + v_2 + ... + v_n$ ، احسب $S_n$ بدلالة $n$.

د – عين $n$ علما أن $S_n = 1016$.

## دورة جوان 2009:

### التمرين الأول: (06 نقاط )

$(u_n)$ متتالية حسابية معرفة على $\mathbb{N}^*$ بحدها الأول $u_1 = 2$ و بالعلاقة $u_2 - 2u_5 = 19$.

1) أ- أحسب الأساس $r$ للمتتالية $(u_n)$.

ب- أحسب الحد العاشر

2) أكتب عبارة $u_n$ بدلالة $n$.

3) بيّن أن العدد (2008-) هو حدا من حدود $(u_n)$. محدّدا رتبته.

4) أحسب المجموع: $S = u_1 + u_2 + ..... + u_{671}$

**التمرين الثاني:** (07 نقاط)

$(u_n)$ متتالية هندسية معرفة على $\mathbb{N}$ و أساسها موجب.

1- عيّن أساس هذه المتتالية و حدها الأول $u_0$ إذا علمت أن: $u_3 = 144$ و $u_5 = 576$.

2- تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$: $u_n = 18 \times 2^n$

3- أحسب بدلالة $n$ المجموع: $S_n = u_0 + u_1 + \ldots + u_n$، ثم استنتج قيمة العدد الطبيعي $n$ حيث: $S_n = 1134$

دورة جوان2010:

**التمرين الثاني: (05 نقاط)**

I) $(u_n)$ متتالية حسابية معرفة على $\mathbb{N}$ بالحدين: $u_{10} = 31$ و $u_{15} = 46$

1- عيّن أساسها و حدّها الأول $u_0$.

2- أكتب $u_n$ بدلالة $n$.

3- بيّن أن 6028 حدّ من حدود المتتالية $(u_n)$.

4- أحسب المجموع $S$ : $S = u_0 + u_1 + \ldots + u_{2009}$

II) نعتبر المتتالية $(v_n)$ المعرفة على $\mathbb{N}$ بـــ: $v_n = 2 \times 8^n$.

1- بيّن أن $(v_n)$ متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدّها الأول $v_0$.

2- أحسب بدلالة $n$ المجموع $S'$ : $S' = v_0 + v_1 + \ldots + v_n$

**التمرين الثالث:** (07 نقاط)

$(u_n)$ متتالية هندسية معرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية $\mathbb{N}$، أساسها $q$ وحدّها الأول $u_0$ حيث: $u_1 = 6$ و $u_4 = 48$.

1. أ - أحسب الأساس والحدّ الأول للمتتالية $(u_n)$.

ب - استنتج أنّ عبارة الحدّ العام للمتتالية $(u_n)$ هي: $u_n = 3 \times 2^n$.

2. أ - علماً أنّ $2^8 = 256$ ؛ بيّن أنّ العدد 768 هو حدّ من حدود المتتالية $(u_n)$.

ب - أحسب المجموع $S$ حيث: $S = u_0 + u_1 + \ldots + u_7$.

3. $(v_n)$ متتالية عددية معرفة بـــ: $v_0 = 4$ ومن أجل كل عدد طبيعي $n$: $v_{n+1} = 2v_n - 1$

أ - احسب: $v_1$ ، $v_2$ ، $v_3$.

ب - برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$: $v_n = 3 \times 2^n + 1$

جـ - أحسب المجموع $S'$ حيث: $S' = v_0 + v_1 + \ldots + v_7$.

**التمرين الثاني: (05 نقاط)**

I) $(u_n)$ متتالية حسابية معرفة على $\mathbb{N}$ بالحدين: $u_{10}=31$ و $u_{15}=46$

1- عيّن أساسها و حدّها الأول $u_0$.

2- أكتب $u_n$ بدلالة $n$.

3- بيّن أن 6028 حدّ من حدود المتتالية $(u_n)$.

4- أحسب المجموع $S$ : $S=u_0+u_1+\ldots+u_{2009}$

II) نعتبر المتتالية $(v_n)$ المعرفة على $\mathbb{N}$ بـــ: $v_n=2\times 8^n$ .

1- بيّن أن $(v_n)$ متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدّها الأول $v_0$ .

2- أحسب بدلالة $n$ المجموع $S'$ : $S'=v_0+v_1+\ldots+v_n$

2) أ - علماً أنّ $2^8=256$ ؛ بيّن أنّ العدد 768 هو حدّ من حدود المتتالية $(u_n)$.

ب - أحسب المجموع $S$ حيث: $S=u_0+u_1+\ldots+u_7$.

3. $(v_n)$ متتالية عددية معرفة بـــ: $v_0=4$ ومن أجل كل عدد طبيعي $n$ : $v_{n+1}=2v_n-1$

أ - احسب: $v_1$ ، $v_2$ ، $v_3$ .

ب - برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $v_n=3\times 2^n+1$

جـ - أحسب المجموع $S'$ حيث: $S'=v_0+v_1+\ldots+v_7$.

دورة جوان 2011:

**التمرين الثاني:( 06 نقاط )**

أ) $(u_n)$ متتالية هندسية أساسها 3 وحدّها الأول $u_0$ بحيث: $u_0+u_3=28$

1. احسب $u_0$ ، ثمّ اكتب الحد العام $u_n$ بدلالة $n$ .

2. احسب المجموع: $S_1=u_0+u_1+\ldots\ldots+u_9$ .

ب) $(v_n)$ متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بحدّها العام: $v_n=1-5n$ .

1. بيّن أنّ $(v_n)$متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها ثمّ استنتج اتجاه تغيّرها.

2. احسب المجموع : $S_2=v_0+v_1+\ldots\ldots+v_9$ .

ج) نعتبر المتتالية $(k_n)$ المعرّفة على $\mathbb{N}$ بحدّها العام: $k_n=1+3^n-5n$

- تحقّق أنّ: $k_n=u_n+v_n$ ثمّ احسب المجموع: $S=k_0+k_1+\ldots\ldots+k_9$

**التمرين الثالث: (06 نقاط)**

$(u_n)$ و $(v_n)$ المتتاليتان العدديتان المعرّفتان على $\mathbb{N}$ بحدّيهما العام: $u_n = -2n$ و $v_n = 3^{-2n}$

عيّن في كلّ حالة من الحالات الخمس في الجدول أدناه الاقتراح الصحيح من بين الاقتراحات الثلاث مع التعليل.

| | | اقتراح 1 | اقتراح 2 | اقتراح 3 |
|---|---|---|---|---|
| 1 | $(u_n)$ هي متتالية | هندسية | حسابية | لا حسابية ولا هندسية |
| 2 | الحد الخامس والأربعون للمتتالية $(u_n)$ يساوي | $-90$ | $-92$ | $-88$ |
| 3 | المجموع $u_0+u_1+.....+u_n$ يساوي | $n^2+1$ | $-n^2-n$ | $-n^2-1$ |
| 4 | $(v_n)$ هي متتالية هندسية أساسها | $\frac{1}{9}$ | $9$ | $-9$ |
| 5 | المتتالية $(v_n)$ | متزايدة | متناقصة | ليست رتيبة |

## دورة جوان 2012:

**التمرين الثاني: ( 06 نقاط )**

$a$ ، $b$ ، $c$ ثلاثة حدود متتابعة لمتتالية حسابية متزايدة أساسها $r$ حيث : $a+b+c=9$

1. أ) احسب $b$ ثم اكتب $a$ و $c$ بدلالة $r$.

ب) علمًا أنّ : $a\times c=-16$

- عيّن الأساس $r$ ثم استنتج $a$ و $c$ .

2. $(u_n)$ متتالية حسابية حدها الأول $u_0=-2$ و أساسها $5$ .

أ) عبّر عن الحدّ العام $u_n$ بدلالة $n$.

ب) احسب $u_{15}$ ثم استنتج المجموع : $S=u_0+u_1+\cdots+u_{15}$

3. $(v_n)$ متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة : $8v_n-u_n=0$

- احسب المجموع : $S'=v_0+v_1+\cdots+v_{15}$

**التمرين الثاني: ( 06 نقاط )**

$(u_n)$ متتالية حسابية متزايدة ، أساسها $r$ ، حدّها الأول $u_1$ و $u_3 = 7$ .

1. أ) احسب بدلالة $r$ الجدائين : $T_1 = u_1 \times u_5$ و $T_2 = u_2 \times u_4$

ب) عيّن الأساس $r$ بحيث : $T_2 - T_1 = 27$

2. نضع $r = 3$ .

أ) اكتب عبارة الحدّ العام $u_n$ بدلالة $n$ .

ب) نضع من أجل كل عدد طبيعي $n$ غير معدوم : $S_n = u_1 + u_2 + \cdots + u_n$

بيّن أنّ : $S_n = \dfrac{3n^2 - n}{2}$

ج) جد العدد الطبيعي $n$ بحيث : $S_n = 145$

3. أ) اكتب الحدّ $u_{n+5}$ بدلالة العدد الطبيعي $n$ .

ب) تحقّق أنّه من أجل كل عدد طبيعي $n$ غير معدوم : $\dfrac{u_{n+5}}{n} = 3 + \dfrac{13}{n}$

ج) استنتج الأعداد الطبيعية $n$ التي يكون من أجلها العدد $\dfrac{u_{n+5}}{n}$ طبيعيا .

## دورة جوان 2013:

**التمرين الأول: (06 نقاط)**

$(v_n)$ متتالية هندسية حدّها الأول $v_0 = 2$ وأساسها 3.

1- أ ) عبّر عن $v_n$ بدلالة $n$.

ب) احسب بدلالة $n$ الفرق $v_{n+1} - v_n$ ، ثمّ استنتج اتجاه تغيّر المتتالية $(v_n)$.

2- نضع، من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم $n$ : $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_{n-1}$.

أ ) احسب بدلالة $n$ المجموع $S_n$.

ب) عيّن قيمة العدد الطبيعي $n$ بحيث: $S_n = 80$.

ج) أثبت بالتراجع أنّه، من أجل كل عدد طبيعي $n$، العدد $3^n - 1$ يقبل القسمة على 2.

**التمرين الأول: (06 نقاط)**

$(u_n)$ متتالية حسابية حدّها الأول $u_0$ وأساسها 5 بحيث: $u_0+u_1+u_2+u_3=34$.

1- احسب $u_0$.

2- بيّن أنّه، من أجل كل عدد طبيعي $n$، $u_n=5n+1$.

3- عيّن العدد الطبيعي $n$ بحيث: $u_{n+1}+u_n-8n=4033$.

4- احسب المجموع: $S=u_0+u_1+u_2+.....+u_{2013}$.

5- المتتالية العددية $(v_n)$ معرّفة على $\mathbb{N}$ بالعبارة: $v_n=2u_n+1$.

أ) ادرس اتجاه تغيّر المتتالية $(v_n)$.

ب) احسب المجموع: $S'=v_0+v_1+v_2+.....+v_{2013}$.

## دورة جوان 2014 :

**التمرين الثاني: ( 06 نقاط )**

عيّن الاقتراح الصّحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة، في كلّ حالة من الحالات الأربعة الآتية، مع التّعليل:

1) $(u_n)$ متتالية حسابية أساسها 3 وحدّها $u_2=1$. الحد العام للمتتالية $(u_n)$ هو :

أ) $u_n=1+3n$ ب) $u_n=7+3n$ ج) $u_n=-5+3n$

2) $n$ عدد طبيعي. المجموع $1+2+3+\cdots+n$ يساوي :

أ) $\frac{n^2+n}{2}$ ب) $\frac{n(n-1)}{2}$ ج) $\frac{n^2+1}{2}$

3) $x$ عدد حقيقي. تكون الأعداد $x-2$ ، $x$ ، $x+1$ بهذا الترتيب حدودا متعاقبة لمتتالية هندسية إذا كان: أ) $x=3$ ب) $x=5$ ج) $x=-2$

4) $(v_n)$ متتالية هندسية معرّفة على $\mathbb{N}$، حدّها العام $v_n=2\times3^{n+1}$. أساس المتتالية $(v_n)$ هو:

أ) 2 ب) 3 ج) 6

**التمرين الأول: (06 نقاط)**

$(v_n)$ المتتالية العددية المعرفة بما يلي: $v_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي $n$؛ $v_{n+1} = 5v_n + 4$

1) احسب: $v_1$ ، $v_2$ و $v_3$

2) نضع من أجل كل عدد طبيعي $n$؛ $u_n = v_n + 1$

أ- بيّن أنّ $(u_n)$ متتالية هندسية أساسها $q = 5$ وحدها الأول $u_0 = 2$

ب- اكتب $u_n$ بدلالة $n$ واستنتج $v_n$ بدلالة $n$

ج- حلّل العدد 1250 إلى جداء عوامل أوليّة واستنتج أنّه حد من حدود المتتالية $(u_n)$

3) أ- احسب بدلالة $n$ المجموع $S_n$ حيث: $S_n = u_0 + u_1 + ..... + u_{n-1}$

ب- احسب بدلالة $n$ المجموع $S'_n$ حيث: $S'_n = v_0 + v_1 + ..... + v_{n-1}$

## دورة جوان 2015:

**التمرين الثاني: ( 07 نقاط )**

$(u_n)$ المتتالية الهندسية التي حدّها الأوّل $u_0$ وأساسها $q$ حيث: $u_0 = 2$ و $q = 3$.

1) احسب $u_1$ و $u_2$.

2) اكتب $u_n$ بدلالة $n$ ؛ ثمّ استنتج $u_5$.

3) عيّن اتجاه تغيّر المتتالية $(u_n)$.

4) أ) احسب بدلالة $n$ المجموع $S_n$ حيث: $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + ... + u_{n-1}$.

ب) استنتج قيمة المجموع: $2 + 6 + 18 + ... + 486$.

5) أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية على 5 لكل عدد من الأعداد 3 ، $3^2$ ، $3^3$ و $3^4$.

ب) استنتج أنّه لكل $k$ من $\mathbb{N}$؛ $3^{4k} \equiv 1[5]$.

6) عيّن الأعداد الطبيعية $n$ التي من أجلها يكون $3^n - 1$ قابلا للقسمة على 5.

**التمرين الأول: (06 نقاط )**

$(u_n)$ متتالية حسابية حدّها الأول $u_1$ وأساسها $r$ حيث: $u_2 = \frac{1}{2}$ و $u_1 - u_3 = 5$

1) أ) بيّن أنّ: $u_1 + u_3 = 1$.

ب) عيّن الحدّ الأول $u_1$ ؛ ثمّ استنتج أنّ $r = -\frac{5}{2}$.

2) اكتب $u_n$ بدلالة $n$.

3) أ) احسب بدلالة $n$ المجموع $S_n$ حيث: $S_n = u_1 + u_2 + ... + u_n$.

ب) عيّن قيمة العدد الطبيعي $n$ التي يكون من أجلها $S_n = -\frac{657}{2}$.

4) $n$ عدد طبيعي غير معدوم ، نضع: $T_n = u_1 + 2u_2 + 3u_3 + ... + nu_n$.

أ) تحقّق أنّه لكل $n$ من $\mathbb{N}^*$: $(n+2)(9-5n) = -5n^2 - n + 18$.

ب) باستعمال الاستدلال بالتراجع ، أثبت أنّه لكل $n$ من $\mathbb{N}^*$: $T_n = \frac{1}{6}n(n+1)(14-5n)$.

## دورة جوان 2016:

**التمرين الثاني: ( 07 نقاط )**

لتكن $(u_n)$ متتالية عددية معرفة من أجل كلّ عدد طبيعي $n$ بـ : $u_n = 3n-2$.

1) احسب $u_0$ ، $u_1$ ، $u_2$ و $u_3$.

2) بيّن أنّ المتتالية $(u_n)$ حسابية و عيّن أساسها .

3) ادرس اتجاه تغير المتتالية $(u_n)$.

4) بيّن أنّ العدد 1954 حدّ من حدود المتتالية $(u_n)$ و عيّن رتبته.

5) أ) احسب بدلالة $n$ المجموع : $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + ... + u_n$.

ب) عيّن العدد $n$ بحيث يكون : $S_n = 328$.

**التمرين الثاني: ( 06 نقاط)**

نعتبر المتتالية الحسابية $(u_n)$ التي أساسها 3 وحدّها الأول $u_0$ وتحقّق: $u_0 + u_1 + u_2 + u_3 = 10$ .

1) احسب الحد الأوّل $u_0$.

2) اكتب الحد العام $u_n$ بدلالة $n$.

3) عيّن العدد الطبيعي $n$ بحيث: $u_n = 145$ .

4) احسب المجموع $S$ بحيث: $S = u_0 + u_1 + ... + u_{49}$ .

5) نعتبر المتتالية $(v_n)$ المعرّفة على $\mathbb{N}$ بالعبارة: $v_n = 2u_n + 3$ .

احسب المجموع $S'$ بحيث: $S' = v_0 + v_1 + ... + v_{49}$.

## دورة جوان 2017:

**التمرين الثاني: ( 06 نقاط )**

$(u_n)$ متتالية هندسية حدودها موجبة تماما ، معرّفة على $\mathbb{N}$ حيث $u_1 = 20$ و $u_3 = 320$.

**1)** بيّن أنّ أساس المتتالية $(u_n)$ هو 4 وحدها الأول هو 5.

**2)** اكتب عبارة الحد العام للمتتالية $(u_n)$ بدلالة $n$ ثم استنتج قيمة حدها السابع.

**3)** أ) احسب بدلالة العدد الطبيعي $n$ المجموع $S$ حيث $S = u_0 + u_1 + \cdots\cdots + u_n$.

ب) استنتج قيمة المجموع $S'$ حيث $S' = u_0 + u_1 + \cdots\cdots + u_6$.

**التمرين الأول: ( 06 نقاط )**

$(u_n)$ متتالية حسابية معرفة على المجموعة $\mathbb{N}$ بحدّها الأوّل $u_0 = -5$ و $u_3 + u_7 = 50$.

**1)** عيّن الأساس $r$ للمتتالية $(u_n)$.

**2)** بيّن أنّ: من أجل كل عدد طبيعي $n$ ، $u_n = 6n - 5$.

**3)** اثبت أنّ العدد 2017 حد من حدود المتتالية $(u_n)$، ماهي رتبته ؟

**4)** احسب بدلالة العدد الطبيعي $n$ المجموع $S$ حيث $S = u_0 + u_1 + \cdots\cdots + u_n$.

## دورة جوان 2018:

## تمرين الموضوع الاول (6 نقاط):

عيّن الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات التالية، مع التبرير:

**1)** $(u_n)$ متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_n = n^2 - 1$

المتتالية $(u_n)$: أ) متزايدة تماما ب) متناقصة تماما ج) ليست رتيبة

**2)** $(v_n)$ متتالية هندسية حدها الأول $v_1 = 3$ و أساسها $q = 2$

عبارة الحد العام للمتتالية $(v_n)$ هي:

أ) $v_n = 3\times 2^n$ ب) $v_n = 3\times 2^{n-1}$ ج) $v_n = 2\times 3^n$

المجموع $S_n = v_1 + v_2 + \ldots\ldots + v_n$ يساوي :

أ) $3(2^n - 1)$ ب) $(2^n - 1)$ ج) $2(3^n - 1)$

**3)** صندوق به 10 كريات لانفرق بينها عند اللمس مرقمة من 11 إلى 20، نسحب عشوائيا كرية واحدة.

احتمال الحصول على كرية تحمل عددا مضاعفا لـ 3 هو:

أ) $\frac{1}{3}$ ب) $\frac{3}{10}$ ج) $\frac{7}{10}$

احتمال الحصول على كرية تحمل عددا فرديا ومضاعفا لـ 3 هو:

أ) $\frac{9}{10}$ ب) $\frac{3}{10}$ ج) $\frac{1}{10}$

## تمرين الموضوع الثاني (6 نقاط):

$(u_n)$ متتالية هندسية حدودها موجبة تماما، حدها الأول $u_0$ و أساسها $q$ حيث:

$$u_0 \times u_2 = 576 \quad \text{و} \quad u_0 + u_1 = 30$$

**1)** بيّن أنّ $u_1 = 24$ ، ثم استنتج قيمة $u_0$.

**2)** بيّن أنّ $q = 4$، ثم اكتب عبارة الحد العام $u_n$ بدلالة $n$.

**3)** أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $u_{n+1} - u_n = 18\times 4^n$، ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية $(u_n)$.

**4)** احسب $4^4$، ثم تحقق أن العدد 1536 حد من حدود المتتالية $(u_n)$ و عيّن رتبته .

**5)** احسب بدلالة $n$ المجموع : $S_n = u_1 + u_2 + \cdots + u_n$ .