سلسلة تمارين الدوال العددية الواردة في البكالوريا

من 2008 إلى 2018 [شعبة تسيير و إقتصاد]

السنة الدراسية : 2018/ 2019 — جمع و إعداد الأستاذ : بخاخشة خالد

التمرين الأول[باك 2008] [م1] (8ن)

لتكن f دالة عددية قابلة للإشتقاق على كل مجال من مجموعة تعريفها . لها جدول التغيرات التالي :

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		1		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	‖	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	3	↗	$+\infty$

تكتب عبارة $f(x)$ على الشكل : $f(x)=ax+b+\frac{c}{x-1}$ حيث a, b, c أعداد حقيقية .

1) أحسب $f'(x)$.

2) إعتمادا على جدول تغيرات الدالة f :

أ- عيّن الأعداد الحقيقية a, b, c .

ب- عيّن $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ <}} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ >}} f(x)$ و فسر النتيجة بيانيا .

جـ- قارن بين صورتي العددين $\frac{1}{2}$ و $\frac{3}{4}$ بالدالة f معللا إجابتك .

3) نأخذ فيما يلي : $c=\frac{1}{4}$ ، $b=1$ ، $a=1$ و ليكن (C) المنحنى البياني الممثل لتغيرات الدالة في معلم متعامد و متجانس .

أ- بيّن أنه عندما يؤول x إلى $(+\infty)$ أو $(-\infty)$ فإن المنحنى (C) يقبل مستقيما مقاربا (Δ) معادلته : $y=x+1$.

بـ- أدرس وضعية المنحنى (C) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

جـ- أثبت أن النقطة $\omega(1;2)$ مركز تناظر للمنحنى (C) .

د- عيّن نقط تقاطع المنحنى (C) مع حامل محور الفواصل .

4) λ عدد حقيقي ، عيّن بيانيا ، حسب قيم λ عدد حلول المعادلة $f(x)=|\lambda|$.

التمرين الثاني[باك 2008] [م2] (5ن)

الدالة كثير الحدود P معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $P(x)=x^3-4x^2+4x+\frac{1}{2}$

1) شكّل جدول تغيرات الدالة P على $\mathbb{R}$.

2) بيّن أن المعادلة $P(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $\left]-\frac{1}{2};0\right[$.

3) استنتج إشارة $P(x)$ على $\mathbb{R}$.

4) الدالة العددية G معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $G(x)=\frac{1}{4}x^4-\frac{4}{3}x^3+2x^2+\frac{1}{2}x$

عيّن إتجاه تغير الدالة G على $\mathbb{R}$ (لا يطلب حساب $G(\alpha)$) .

التمرين الثالث[باك 2009] [م1](3ن)

f دالة معرفة على $]-\infty;-1[\cup]-1;+\infty[$ ، (C_f) تمثيلها البياني و جدول تغيراتها معطى كما يلي :

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
f(x)	2 ↗	$+\infty$	‖	$+\infty$ ↘	2

أجب بـ : **خطأ** أو **صحيح** على كل سؤال مما يلي مع تبرير الإجابة .

1) المستقيم الذي معادلته $y=2$ مقارب للمنحنى (C_f) .
2) المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا .
3) مجموعة حلول المتراجحة $f(x)>0$ هي $S=]-\infty;-1[\cup]-1;+\infty[$.
4) في المجال $]-\infty;-1[$ يكون : " $f(-2)>f(x)$ عندما يكون $x<-2$ " .
5) النقطة $A(-3;1)$ تنتمي إلى المنحنى (C_f).
6) الدالة f زوجية .

التمرين الرابع[باك 2009] [م1](9ن)

الدالة العددية f معرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ كمايلي : $f(x)=\dfrac{x^2+3}{x+1}$

يرمز (C_f) إلى المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

I) 1) عيّن الأعداد الحقيقية a , b , c بحيث يكون من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{-1\}$: $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{x+1}$

2) أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجالي مجموعة تعريفها .

3) بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا موازيا لمحور التراتيب يطلب تعيين معادلة له .

4) بيّن أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x-1$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

5) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

II) 1) بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{-1\}$ فإن : $f'(x)=\dfrac{(x-1)(x+3)}{(x+1)^2}$. (f' هي الدالة المشتقة للدالة f)

2) عيّن إتجاه تغير الدالة f على مجالي مجموعة تعريفها و شكّل جدول تغيراتها .

3) أكتب معادلة للمماس (D) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

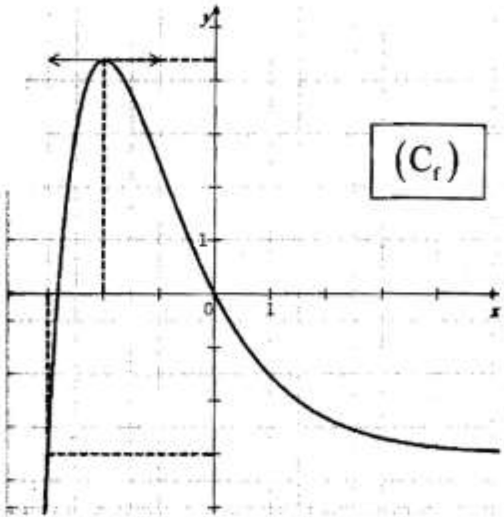
III) 1) بيّن أن النقطة $A(-1;-2)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f) .

2) أرسم كلا من : (Δ) ، (D) و (C_f) .

3) عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m حتى يكون للمعادلة $f(x)=m$ حلان مختلفان .

4) أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) و المستقيمين اللذين معادلتاهما : $x=1$ و $x=e^2-1$.

التمرين الخامس [باك 2009] [م2] (8ن)



f دالة معرّفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة : $f(x)=(x+a)e^{-x}+b$

حيث a و b عددان حقيقيان و ليكن (C_f) تمثيلها البياني

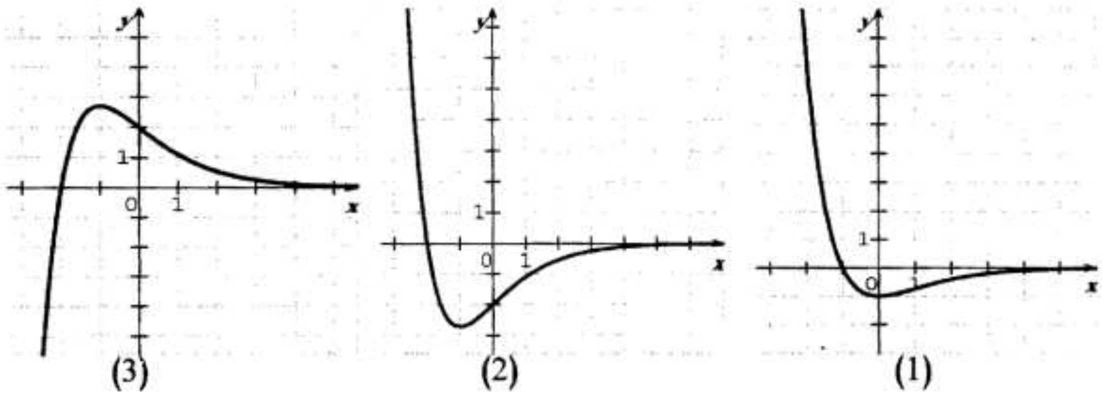
في مستو منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) بقراءة بيانية للمنحنى (C_f) :

أ- عيّن $f(-3)$ ، $f(0)$ ، $f'(-2)$.

ب- عيّن حسب قيم x إشارة $f'(x)$.

جـ- من بين المنحنيات الثلاثة (1) ، (2) ، (3) عيّن ، مع التبرير ، المنحنى الممثل للدالة f' مشتقة الدالة f .



2) أ- بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $f(x)=(x+3)e^{-x}-3$

ب- شكّل جدول تغيرات الدالة f.

جـ- بيّن أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا يطلب تعيين معادلة له .

د- بيّن أن المعادلة $f(x)=-2$ تقبل في المجال $]0;+\infty[$ حلا وحيدا α محصورا بين $1,50$ و $1,52$.

3) نعتبر الدالة F المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $F(x)=(-x-4)e^{-x}$ و ليكن العدد الحقيقي I حيث : $I=\int_{-2}^{0} f(x)dx$

أ- أحسب $F'(x)$ ثم استنتج دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$.

ب- أعط تفسيرا بيانيا للعدد I مبررا الحصر التالي $4,5<I<5$ باعتبارات بيانية محضة .

جـ- أحسب العدد I .

التمرين السادس [باك 2010] [م1] (04ن)

نعتبر الدالة العددية f المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=(\ln(x))^2+2\ln(x)-3$

و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس . ($\ln$ هو رمز اللوغاريتم النبيري)

1) أ- حل في المجال $]0;+\infty[$ المعادلة : $f(x)=0$ ثم فسّر النتيجة هندسيا .

ب- حلل إلى $f(x)$ جداء عاملين .

جـ- حل في المجال $]0;+\infty[$ المتراجحة : $2\ln(x)+2\geq 0$.

2) أحسب $f'(x)$ و استنتج اتجاه تغير الدالة f .

3) بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة إنعطاف يطلب تعيين إحداثياتها.

التمرين السابع[باك 2010][م1](7ن)

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ : $f(x)=\frac{x^3-5x^2+4}{x^2}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$ فإن : $f(x)=x-5+\frac{a}{x^2}$ ، حيث a عدد حقيقي يطلب تعيينه .

2) أحسب : $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim_{x\to0} f(x)$.

3) أ- بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$ فإن : $f'(x)=\frac{(x-2)(x^2+2x+4)}{x^3}$ ، استنتج اتجاه تغير الدالة f .

ب- شكّل جدول تغيرات الدالة f .

4) أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما مائل ، يطلب تعيين معادلتيهما .

5) أوجد معادلة لـ (Δ) مماس (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 1 .

6) أرسم (Δ) و المنحنى (C_f) .

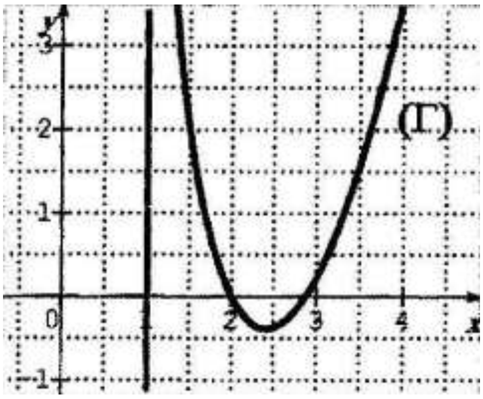
7) أ- عيّن الدالة الأصلية F للدالة f على المجال $]0;+\infty[$ و التي تحقق : $F(2)=-10$.

ب- أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتاهما : $x=1$ و $x=2$.

التمرين الثامن[باك 2010][م2](9ن)

I) لتكن g الدالة العددية المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ بـ : $g(x)=x^2-2x-4\ln(x-1)$ ($\ln$ هو رمز اللوغاريتم النبيري)

و (Γ) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس كما هو في الشكل التالي :



1) بقراءة بيانية ، عيّن عدد حلول المعادلة $g(x)=0$.

2) أحسب $g(2)$.

3) بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا α حيث : $2,87<\alpha<2,88$

4) استنتج حسب قيم x ، إشارة $g(x)$ في المجال $]1;+\infty[$.

II) لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ بـ :

$$f(x)=x-3+4\frac{\ln(x-1)}{x-1}+\frac{5}{x-1}$$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ- أوجد نهاية الدالة f عند $+\infty$. (لاحظ $\lim_{x\to\infty}\frac{\ln x}{x}=0$)

ب- أحسب $\lim_{x \overset{>}{\to} 1} f(x)$ ثمّ فسّر النتيجة هندسيا.

جـ- بيّن أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x-3$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

د- أوجد فاصلة نقطة تقاطع (Δ) مع (C_f) .

هـ- أدرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

2) أ- بيّن أنه من أجل كل عدد x من المجال $]1;+\infty[$ لدينا : $f'(x)=\frac{g(x)}{(x-1)^2}$ ، (f' هي الدالة المشتقة للدالة f)

ب- استنتج إتجاه تغير الدالة f و شكّل جدول تغيراتها .

3) أرسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) . (نأخذ $f(\alpha)=3,9$)

4) أ- عيّن مشتقة الدالة : $x\mapsto[\ln(x-1)]^2$ ، ثم استنتج دالة أصلية للدالة f على المجال $]1;+\infty[$.

ب- أحسب : $\int_2^5 f(x)dx$ ، فسّر النتيجة هندسيا .

التمرين التاسع [باك 2011] [م1] (3ن)

في كل حالة من الحالات الثلاث الآتية توجد ثلاث إقتراحات من بينها واحد فقط صحيح ، حدد الإقتراح الصحيح في كل حالة مع التبرير .

1) مجموعة حلول المتراجحة $\ln(-3x+2) \leq \ln 3$ هي :

أ) $\left[-\frac{1}{3};\frac{2}{3}\right[$ ب) $\left[-\frac{1}{3};+\infty\right[$ جـ) $\mathbb{R}$

2) لتكن f الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بالعبارة $f(x)=\frac{1}{x}$. الدالة الأصلية F للدالة f على المجال $]0;+\infty[$ و التي تنعدم من أجل $x=e$ معرفة كما يلي :

أ) $F(x)=e^{-2}-\frac{1}{x^2}$ ب) $F(x)=-1+\ln x$ جـ) $F(x)=\ln x$

3) القيمة المتوسطة للدالة $g: x \mapsto \frac{x^2}{4}$ على المجال $[-2;2]$ تساوي:

أ) $\frac{4}{3}$ ب) 3 جـ) $\frac{1}{3}$

التمرين العاشر [باك 2011] [م1] (8ن)

1) لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة : $f(x)=e^{2x}-e^{x}-x-2$

أ- أحسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ و عند $+\infty$. (نقبل أن $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x}{e^{2x}}=0$)

بـ- بيّن أن الدالة f قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ و أن دالتها المشتقة f' تحقق : $f'(x)=(e^{x}-1)(2e^{x}+1)$.

جـ- أدرس حسب قيم x إشارة $f'(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

2) (C) منحنى الدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ على المجال $]-\infty;1]$.

أ- بيّن أن المستقيم (d) الذي معادلته $y=-x-2$ مقارب مائل للمنحنى (C) بجوار $-\infty$.

أدرس الوضعية النسبية للمنحنى (C) و المستقيم (d) .

بـ- بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين α و β حيث $-2,11<\alpha<-2,10$ و $0,81<\beta<0,82$ و فسر النتيجة هندسيا .

جـ- أرسم المستقيم (d) و المنحنى (C) .

3) عيّن دالة أصلية F للدالة f على المجال $]-\infty;1]$.

التمرين الحادي عشر [باك 2011] [م2] (7ن)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=\frac{x^2-x+1}{x^2+1}$

و (C) المنحنى البياني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

(الوحدة $1cm$ على محور الفواصل و $4cm$ على محور التراتيب)

1) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا : $f(x)=1-\frac{x}{x^2+1}$.

2) أحسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ و عند $+\infty$. و استنتج أن (C) يقبل مستقيما مقاربا يطلب تعيين معادلة له .

3) أدرس وضعية (C) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=1$.

4) أحسب $f'(x)$ و استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

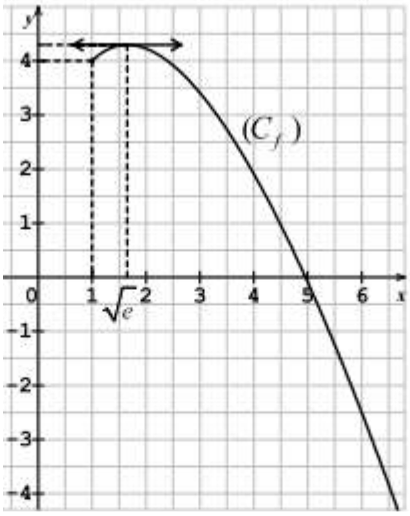
5) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(-x)=2-f(x)$ و استنتج أن (C) يقبل مركز تناظر يطلب تعيينه .

6) أرسم المستقيم (Δ) و المنحنى (C) .

7) أ- أحسب التكامل : $\int_0^1 \frac{x}{x^2+1}dx$.

بـ- أحسب بـ cm^2 مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) و محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتيهما : $x=0$ و $x=1$

التمرين الثاني عشر [باك 2012] [م1] (6ن)



التمثيل البياني (C_f) المقابل هو للدالة f المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ بالعبارة: $f(x)=ax+b+cx\ln x$ حيث a,b,c أعداد حقيقية.

1) خمن بقراءة بيانية إتجاه تغير f و نهاية f عند $+\infty$.

2) أ- أحسب بدلالة a و c عبارة $f'(x)$ حيث f' هي الدالة المشتقة للدالة f على $]1;+\infty[$.

ب- باستعمال معطيات في الشكل ، و علما أن $f(5)=16-10\ln 5$.

بيّن أن : $f(x)=3x+1-2x\ln x$

جـ- تحقق من صحة تخمينك في السؤال 1 ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

3) بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على $]1;+\infty[$ ، ثم تحقق أن $4,95<\alpha<4,96$.

4) نعرف العدد الحقيقي S كما يلي : $S=\int_1^{\alpha} f(x)dx$ (حيث α هو حل المعادلة $f(x)=0$)

أ- بيّن أن الدالة $g: x\mapsto 2x^2+x-x^2\ln x$ دالة أصلية للدالة f على المجال $]1;+\infty[$.

ب- أعط تفسيرا هندسيا للعدد S ، ثم أحسبه بدلالة α .

جـ- بيّن أن : $S=\frac{1}{2}\alpha(\alpha+1)-3$ ، ثم استنتج حصرا للعدد α .

التمرين الثالث عشر [باك 2012] [م2] (6ن)

x	-1		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	0	$\nearrow$	e	$\searrow$	0

جدول التغيرات المقابل هو للدالة f المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ :

$$f(x)=(x+1)e^{1-x}$$

ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) بيّن أن معادلة (Δ) المماس للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 1 هي : $y=-x+3$.

2) g هي الدالة المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ : $g(x)=-xe^{1-x}+1$.

أ- أدرس اتجاه تغير الدالة g .

ب- أحسب $g(1)$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]-1;+\infty[$.

3) h هي الدالة المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ : $h(x)=(x+1)e^{1-x}+x-3$.

أ- لاحظ أنه من أجل كل x من المجال $]-1;+\infty[$ ، $h(x)=f(x)+x-3$ ، ثم استنتج أن : $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x)=+\infty$.

ب- بيّن أنه من أجل كل x من المجال $]-1;+\infty[$ ، $h'(x)=g(x)$ ، ثم استنتج جدول تغيرات الدالة h .

جـ- تحقق أن المعادلة : $h(x)=0$ تقبلا حلا وحيدا α في المجال $]-1;+\infty[$ يطلب تعيينه .

د- حدد إشارة $h(x)$ ، ثم استنتج وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ).

ه- أنشئ كلا من المماس (Δ) و المنحنى (C_f) .

التمرين الرابع عشر [باك 2012][م2](5ن)

f هي الدالة المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=\frac{1}{3}x^3+100+\frac{57600}{x+1}$

1) أحسب نهايتي f عند -1 بقيم أكبر و عند $+\infty$.

2) أ- بين أنه من أجل كل x من المجال $]-1;+\infty[$ ، $f'(x)=\frac{(x^2+x-240)(x^2+x+240)}{(x+1)^2}$

ب- استنتج إتجاه تغير الدالة f على المجال $]-1;+\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

جـ- جد الدالة الأصلية H للدالة $h:x\mapsto\frac{1}{x+1}$ على المجال $]-1;+\infty[$ و التي تنعدم من أجل $x=0$.

3) تنتج إحدى شركات تركيب آلات الغسيل خلال أسبوع 5 آلات على الأقل و 200 آلة على الأكثر.

تنمذج الكلفة الهامشية C_m لانتاج x آلة إضافية للشركة على المجال $[5;200]$ بالدالة f أي أن :

من أجل كل x من المجال $[5;200]$ ، $C_m(x)=f(x)$.

أ- ما هو عدد الآلات التي يجب أن تنتجها الشركة خلال أسبوع لكي تكون الكلفة الهامشية أقل ما يمكن ؟

ب- نرمز بالرمز $C(x)$ للكلفة الإجمالية لانتاج x آلة. و نذكر أن : $C'(x)=C_m(x)$.

جد عبارة الكلفة الإجمالية $C(x)$ ، علما أن الكلفة الإجمالية لإنتاج 5 آلات الأولى هي $40000\,DA$ ، ثم استنتج قيمة الكلفة الإجمالية 15 آلة الأولى .

التمرين الخامس عشر [باك 2013][م1](7ن)

الدالة العددية f معرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي : $f(x)=2x-1+\frac{1}{e^x-1}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{i};\vec{j})$

1) أ- أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ <}} f(x)$. فسر النتيجتين هندسيا .

ب- أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أ- بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=2x-1$ ، مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

ب- تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم ، فإن : $f(x)=2x-2+\frac{e^x}{e^x-1}$ ، ثم استنتج أن المستقيم (Δ') ذا المعادلة $y=2x-2$ ، مقارب للمنحنى (C_f) .

3) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم ، فإن : $f'(x)=\frac{2e^{2x}-5e^x+2}{(e^x-1)^2}$.

استنتج إتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

4) مثل بيانيا كلا من (Δ) و (Δ') و (C_f) .

5) أحسب العدد $\int_1^2 f(x)\,dx$ ، ثم فسره هندسيا .

التمرين السادس عشر [باك 2013] [م2] (7ن)

I) الدالة العددية g معرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=\frac{-x^2+x+2}{x^2}$.

1) عيّن ، تبعا لقيم x ، إشارة $g(x)$.

2) أـ تحقق أنه ، من أجل كل x من $]0;+\infty[$ ، $g(x)=-1+\frac{1}{x}+\frac{2}{x^2}$

بـ ـ إستنتج الدوال الأصلية للدالة g على $]0;+\infty[$.

II) الدالة العددية f معرفة على المجال $]0;8]$ كما يلي: $f(x)=3-x-\frac{2}{x}+\ln x$.

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أـ تحقق أن f هي الدالة الأصلية للدالة g على المجال $]0;8]$ و التي تنعدم عند 1 .

بـ ـ إستنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0;8]$.

جـ ـ أحسب $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x)$ ، ثم فسّر النتيجة هندسيا.

د ـ شكّل جدول تغيرات الدالة f .

2) بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين ، أحدهما α ، حيث : $3{,}8<\alpha<3{,}9$.

3) مثل بيانيا (C_f) .

III) الدالة العددية h معرفة على $\left]-\frac{2}{3};2\right]$ كما يلي : $h(x)=f(3x+2)$.

1) بيّن أنه إذا كان $-\frac{2}{3}<x\leq 0$ فإن $0<3x+2\leq 2$ و إذا كان $0\leq x\leq 2$ فإن $2\leq 3x+2\leq 8$.

2) أحسب $h'(x)$. (عبارة $h(x)$ غير مطلوبة)

3) شكّل جدول تغيرات h .

التمرين السابع عشر [باك 2014] [م1] (7ن)

I) الدالة العددية g معرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=1-x^2-\ln x$.

1) أدرس اتجاه تغير الدالة g .

2) أحسب $g(1)$ ثم استنتج تبعا لقيم x إشارة $g(x)$.

II) الدالة العددية f معرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=x-1-\frac{\ln x}{x}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أـ أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ (يعطى $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}=0$)

بـ ـ أحسب $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x)$ ثم فسّر النتيجتين هندسيا .

2) أـ بيّن أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$ فإن : $f'(x)=\frac{-g(x)}{x^2}$ ثم استنتج اتجاه تغيّر الدالة f .

بـ ـ شكّل جدول تغيّرات الدالة f .

3) أـ . بيّن أنّ المستقيم (D) الذي معادلته $y=x-1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

بـ ـ أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (D) .

4) عيّن فاصلة النقطة A من (C_f) التي يكون فيها المماس (T) موازيا للمستقيم (D) ثم أكتب معادلة للماس (T) .

5) أرسم (D) ، (T) و (C_f) .

6) أحسب القيمة المتوسطة للدالة f على المجال $[1;3]$.

التمرين الثامن عشر [باك 2014][م2] (7ن)

الدالة العددية f معرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=6(1-2x)e^{-x}+5$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

I) 1) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا . (يعطى : $\lim\limits_{x\to+\infty} xe^{-x}=0$)

2) أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3) أنشئ (C_f).

4) أ- بين أن المعادلة $f(x)=3,5$ تقبل في $[0;7]$ حلين مختلفين α ، β حيث $0,7<\alpha<0,8$ و $2,9<\beta<3$.

ب- حل بيانيا في المجال $[0;7]$ المتراجحة : $f(x)\leq 3,5$.

5) أ- عين العددين الحقيقيين a و b بحيث تكون الدالة g المعرفة على $[0;7]$ بـ : $g(x)=(ax+b)e^{-x}$ دالة أصلية للدالة h المعرفة على $[0;7]$ بـ : $h(x)=6(1-2x)e^{-x}$

ب- استنتج دالة أصلية للدالة f على $[0;7]$.

II) الكلفة الهامشية C_M لصناعة كمية x (مقدرة بالطن) من منتوج ، حيث x ينتمي إلى المجال $[0;7]$.

تنمذج بالدالة f أي : $C_M(x)=f(x)$ (الكلفة مقدرة بملايين الدنانير) .

1) حدد كمية المنتوج بحيث تكون الكلفة الهامشية أقل ما يمكن ، و ما هي قيمة هذه الكلفة ؟ (تدور النتائج إلى 10^{-2})

2) ما هي كميات المنتوج التي من أجلها لا تتجاوز الكلفة الهامشية $3,5$ مليون دينار؟

3) نذكر أن دالة الكلفة الإجمالية دالة أصلية لدالة الكلفة الهامشية .

أ- بين أن الكلفة الإجمالية C_T معرفة بـ : $C_T(x)=(12x+6)e^{-x}+5x+k$ حيث k عدد حقيقي .

ب- حدد k إذا علمت أن المصاريف الثابتة 2 مليون دينار (أي $C_T(0)=2$).

التمرين التاسع عشر [باك 2015][م1] (9ن)

f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=\dfrac{4e^{-x}}{e^{-x}+1}-3$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا : $f(x)=\dfrac{4}{e^{x}+1}-3$

ب- أحسب نهاية الدالة f عند $+\infty$ و عند $-\infty$ ، ثم فسر النتيجتين هندسيا .

2) أدرس إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3) أ- جد فاصلة نقطة تقاطع المنحنى (C_f) مع محور الفواصل .

ب- أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة $\Omega(0;-1)$.

جـ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا : $f(-x)+f(x)=-2$ ثم استنتج أن (C_f) يقبل مركز تناظر .

د- أرسم المماس (T) و المنحنى (C_f) في نفس المعلم .

4) أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها : $x=0$ ، $x=-\ln 3$ و $y=0$.

5) h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x)=f(|x|)$ ، و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم $(O;\vec{i},\vec{j})$.

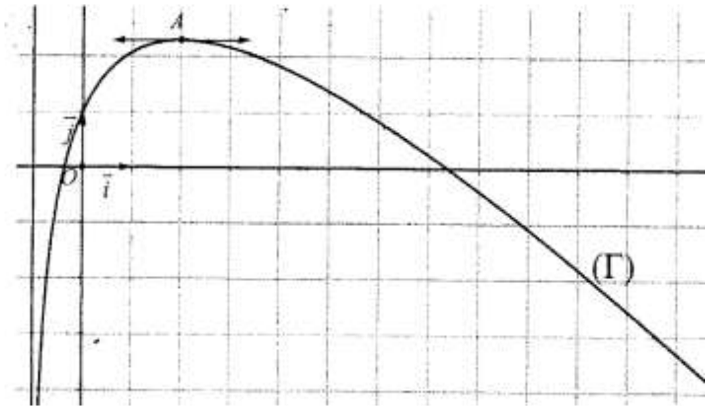
أ- بين أن h دالة زوجية .

ب- إعتمادا على المنحنى (C_f) ، إشرح كيف يتم رسم المنحنى (C_h) ثم أرسمه في نفس المعلم السابق .

التمرين العشرون [باك 2015][م2] (9ن)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

I) f دالة معرّفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ : $f\left(x\right)=ax+b+3\ln\left(x+1\right)$ حيث a و b عددان حقيقيان .



$\left(\Gamma\right)$ التمثيل البياني للدالة f ، المعطى في الشكل المقابل ، يقبل في النقطة $A\left(2;-1+3\ln 3\right)$ مماسا موازيا لحامل محور الفواصل .

1) بقراءة بيانية :

أ- ضع تخمينا حول $\lim\limits_{\substack{x\to -1\\ >}} f\left(x\right)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f\left(x\right)$.

بـ- شكّل جدول تغيرات الدالة f .

2) باستعمال المعطيات المتوفرة ، جد قيمة كل من a و b.

II) نعتبر في هذا الجزء : $f\left(x\right)=-x+1+3\ln\left(x+1\right)$.

1) أحسب نهاية الدالة f عند $1-$ بقيم أكبر .

2) أحسب نهاية الدالة f عند $+\infty$. (يعطى : $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln\left(x+1\right)}{x}=0$)

3) أ- عيّن النقطة B من المنحنى $\left(\Gamma\right)$ التي يكون فيها المماس $\left(T\right)$ للمنحنى $\left(\Gamma\right)$ موازيا للمستقيم الذي معادلته $y=x$ ، ثم أكتب معادلة للمماس $\left(T\right)$.

بـ- استنتج بيانيا ، قيم العدد الحقيقي m التي تقبل من أجلها المعادلة $f\left(x\right)=x+m$ حلين موجبين تماما .

4) g الدالة المعرّفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ : $g\left(x\right)=\left(x+1\right)\ln\left(x+1\right)-x$

أ- أحسب $g'\left(x\right)$ ، ثم استنتج دالة أصلية للدالة f على المجال $]-1;+\infty[$.

بـ- لتكن α و β فاصلتي نقطتي تقاطع المنحنى $\left(\Gamma\right)$ مع حامل محور الفواصل ،

بيّن أن : $\alpha\in\left]7,37;7,38\right[$ و $\beta\in\left]-0,37;-0,36\right[$.

جـ- أحسب S مساحة الحيّز المستوي المحدد بالمنحنى $\left(\Gamma\right)$ و محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتيهما : $x=0$ و $x=\alpha$.

د- تحقق أن : $S=\left(\frac{1}{2}\alpha^2-2\alpha-1\right)ua$ ، ثم عيّن حصرا لـ S . (ua وحدة مساحة)

III) تنتج إحدى الورشات في اليوم الواحد 7 آلاف قطعة على الأكثر .

تنمذج الكلفة الهامشية C_m (الوحدة 1000 دينار) لإنتاج قطعة إضافية على المجال $[0;7]$ بالدالة f المعرّفة في الجزء **II)** ، أي من أجل $x\in[0;7]$ لدينا $C_m\left(x\right)=f\left(x\right)$.

نرمز بـ $C_T\left(x\right)$ إلى الكلفة الإجمالية لإنتاج x قطعة .

1) عيّن عبارة الكلفة الإجمالية $C_T\left(x\right)$ علما أن الكلفة الإجمالية لإنتاج الألف قطعة الأولى هي $\frac{5}{2}$.

2) قدّر الكلفة الإجمالية لإنتاج 7 آلاف قطعة .

التمرين الواحد و العشرون [باك 2016][م1] (4ن)

f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=e^{x}+2e^{-x}-3$.

إختر الجواب الصحيح من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة مع التعليل.

		الإجابة أ)	الإجابة ب)	الإجابة جـ)
1	حلي المعادلة $f(x)=0$ هما	0 و $\ln 2$	0 و $-\ln 2$	0 و $\ln 3$
2	نهاية $f(x)$ عندما x يؤول إلى $+\infty$ هي	$-\infty$	$+\infty$	-3
3	على المجال $\left[\frac{\ln 2}{2};+\infty\right[$ الدالة f	متزايدة تماما	متناقصة تماما	ليست رتيبة
4	m القيمة المتوسطة للدالة f على المجال $[0;2]$، مدوّر m إلى الوحدة هو:	1	2	-1

التمرين الثاني و العشرون [باك 2016][م1] (7,5ن)

I) g دالة عددية معرّفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=ax+b+\ln x$ حيث a و b عددان حقيقيان.

1) عيّن a و b بحيث: $g(1)=2$ و $g'(2)=\frac{3}{2}$.

2) نضع: $g(x)=x+1+\ln x$

أ- أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

بـ- أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكّل جدول تغيراتها.

جـ- بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا حقيقيا وحيدا α حيث: $0,2<\alpha<0,3$.

د- حدّد تبعا لقيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II) نعتبر الدالة f المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{x\ln x}{x+1}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$..

1) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x)=\frac{g(x)}{(x+1)^{2}}$، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f.

2) أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. (يعطى: $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} x\ln x=0$)

3) تحقق أن: $f(\alpha)=-\alpha$ ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f.

4) أحسب $f(1)$ و $f(5)$ ثم أرسم (C_f) على المجال $[0;5]$.

التمرين الثالث و العشرون[باك 2016] [م2] (7ن)

I) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=-4+2x(1+\ln x)$

1) أحسب $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.(يعطى : $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} x\ln x=0$)

2) أدرس اتجاه تغير الدالة g على $]0;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها .

3) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1{,}4<\alpha<1{,}5$.

4) حدد إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=(2x-4)\ln x$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ- أحسب $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x)$. فسر النتيجة هندسيا .

ب- أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x}$.

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3) عين نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل .

4) أ- أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 .

ب- أنشىء (T) و (C_f) . (تعطى : $f(\alpha)\approx 0{,}41$)

5) نعتبر الدالة F المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $F(x)=(x^2-4x)\ln x-\dfrac{1}{2}x^2+4x$.

أ- بين أن F دالة أصلية للدالة f على المجال $]0;+\infty[$.

ب- أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها : $y=0$ ، $x=1$ و $x=2$.

التمرين الرابع و العشرون[باك 2017] [م1] (8ن)

I) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=x^2+3\ln x-3$

1) أدرس اتجاه تغير الدالة g .

2) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1{,}40<\alpha<1{,}41$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=x+1-\dfrac{3\ln x}{x}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ- أحسب $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا .

ب- أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x موجب تماما ، $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$.

3) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

4) أ- بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x+1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

ب- أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

5) أنشئ المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) . (تعطى : $f(\alpha)\approx 1{,}68$)

6) أ- بين أن الدالة h حيث $h(x)=\dfrac{1}{2}(\ln x)^2$ أصلية للدالة $x\mapsto\dfrac{\ln x}{x}$ على المجال $]0;+\infty[$.

ب- أحسب S مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها : $x=1$ ، $x=e$ و $y=x+1$.

التمرين الخامس و العشرون [باك 2017] [م2] (8ن)

نعتبر الدالة f معرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي : $f(x)=\frac{1}{2}e^{x}-\frac{1}{e^{x}-1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i};\vec{j})$

1) أ- أحسب النهايات : $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to0\\>}}f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to0\\<}}f(x)$ وفسر بيانيا النتائج المحصل عليها .

ب- أحسب النهاية $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

2) أ- بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم ، فإن : $f'(x)=\frac{1}{2}e^{x}+\frac{e^{x}}{(e^{x}-1)^{2}}$

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3) أدرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) مع المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=1$.

4) عيّن معادلة لـ (T) المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة $\ln 3$.

5) نعتبر الدالة g المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=f(x)-\frac{9}{4}(x-\ln 3)-1$.

الجدول المقابل يمثل جدول تغيرات الدالة g .

x	0 $\qquad\qquad$ $+\infty$
$g'(x)$	$+$
$g(x)$	$-\infty$ $\nearrow$ $+\infty$

أ- أحسب $g(\ln 3)$ و استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

ب- أدرس على المجال $]0;+\infty[$ وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المماس (T) ، ثم فسر ذلك بيانيا .

6) أحسب $f(\ln 2)$ ثم أرسم (T) و (C_f) على المجال $]-\infty;0[\cup]0;3]$.

التمرين السادس و العشرون [باك 2018] [م1] (8ن)

لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $]-2;8[$ بـ : $f(x)=\ln(x+2)+\ln(-x+8)-\ln 16$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

نأخذ الوحدة البيانية : $2cm$.

1) أحسب نهايتي الدالة f عند طرفي مجموعة التعريف $]-2;8[$ و فسر النتيجتين بيانيا .

2) تحقق أنه من أجل كل x من $]-2;8[$: $f'(x)=\frac{-2x+6}{(x+2)(-x+8)}$. (f' هي الدالة المشتقة للدالة f)

3) أدرس إشارة $f'(x)$ على المجال $]-2;8[$ و شكل جدول تغيرات الدالة f .

4) عيّن نقط تقاطع (C_f) مع محوري الإحداثيات .

5) بيّن أنه من أجل كل x من المجال $]-2;8[$: $(6-x)$ ينتمي إلى $]-2;8[$ و $f(6-x)=f(x)$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا .

6) أرسم المنحنى (C_f) .

7) لتكن الدالة العددية F المعرفة على المجال $]-2;8[$ بـ : $F(x)=(x+2)\ln(x+2)+(x-8)\ln(-x+8)-2x-x\ln 16$

بيّن أن F دالة أصلية لـ f على المجال $]-2;8[$.

8) أحسب بـ cm^2 مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها : $y=0$ ، $x=0$ و $x=4$.

التمرين السابع و العشرون[باك 2018][م2] (8ن)

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $[0;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=1+(1-x)e^{-x+1}$

أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم بيّن أنه من أجل كل x من $[0;+\infty[$: $g(x)>0$. (لا يطلب حساب النهايات)

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ : $f(x)=x+xe^{-x+1}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ- أحسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$. ثم بيّن أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$ مقارب للمنحنى (C_f) .

ب- أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

2) بيّن أنه من أجل x من المجال $[0;+\infty[$: $f'(x)=g(x)$ ، ثم شكل جدول التغيرات للدالة f .

3) بيّن أن المعادلة $f(x)=4$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $3,75<\alpha<3,77$.

4) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 ثم أرسم (T) ، (Δ) و (C_f) .

5) نعتبر الدالة العددية F المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ : $F(x)=\frac{1}{2}x^2-(x+1)e^{-x+1}$.

أ- بيّن أن الدالة F هي دالة أصلية للدالة f على المجال $[0;+\infty[$.

ب- أوجد القيمة المضبوطة للعدد $\int_1^4 f(x)dx$ ، ثم أعط تفسيرا هندسيا لهذا العدد .

6) تنمذج الكلفة الهامشية C_m لإنتاج كمية q (مقدرة بآلاف الوحدات) حيث $0\le q\le 7$ بالدالة f المعرفة سابقا أي :

$C_m(q)=f(q)$ حيث : $q\in[0;7]$. (الكلفة الهامشية مقدرة بملايين الدنانير)

أ- ما هي كمية المنتوج التي من أجلها لا تتجاوز الكلفة الهامشية 4 ملايين دينار ؟

ب- نذكر أن دالة الكلفة الإجمالية C_T هي دالة أصلية لدالة الكلفة الهامشية . أحسب القيمة المتوسطة للكلفة الإجمالية عندما تنتج الشركة ما بين 1000 وحدة و 4000 وحدة .

لا تنسونا بصالح دعائكم

الأستاذ : بخاخشة خالد