السلـسلــة رقـــم 02 (مـــحـــور الـدالــة)

بكالوريا دورة جـوان 2008

الموضوع الأول: (8 نقاط)

لتكن f دالة عددية قابلة للاشتقاق على كل مجال من مجموعة تعريفها . لها جدول التغيرات التالي:

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		1		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	||	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	$-\infty$ || $+\infty$	↘	3	↗	$+\infty$

تكتب عبارة $f(x)$ على الشكل : $f(x)=ax+b+\frac{c}{x-1}$

حيث a, b , c أعداد حقيقية

1) أحسب $f'(x)$

2) اعتمادا على جدول تغيرات الدالة f :

أ- عين الأعداد الحقيقية a, b , c

ب- عين $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ <}} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ >}} f(x)$ وفسر النتيجة بيانيا

جـ- قارن بين صورتي العددين $\frac{1}{2}$ و $\frac{3}{4}$ بالدالة f معللا إجابتك

3) نأخذ فيما يلي: $c=\frac{1}{4}$ ، $b=1$ ، $a=1$ وليكـــــن (C) المنحنى البياني الممثل لتغيرات الدالة f في معلم متعامـــد و متجانس

أ- بين أنه عندما يؤول x إلى $(+\infty)$ أو $(-\infty)$ فإن المنحنى (C) يقبل مستقيما مقاربا (Δ) معادلته : $y=x+1$

ب- أدرس وضعية المنحنى (C) بالنسبة إلى المستقيم (Δ)

جـ- أثبت أن النقطة $\omega(1;2)$ مركز تناظر للمنحنى (C)

د- عين نقط تقاطع المنحنى (C) مع حامل محور الفواصل

4) λ عـــدد حقيقي، عين بيانيا، حسب قيم λ عـــدد حلـــول المعادلة : $f(x)=|\lambda|$

الموضوع الثاني: (5 نقاط)

الدالة كثير الحدود P معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:

$$P(x)=x^3-4x^2+4x+\frac{1}{2}$$

1. شكل جدول تغيرات الدالة P على $\mathbb{R}$

2. بين أن المعادلة $P(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $\left]-\frac{1}{2};0\right[$

3. استنتج إشارة $P(x)$ على $\mathbb{R}$

4. الدالة العددية G معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:

$$G(x)=\frac{1}{4}x^4-\frac{4}{3}x^3+2x^2+\frac{1}{2}x$$

عيـــن اتجـــاه تغيـــــر الدالة G على $\mathbb{R}$ (لا يطلب حساب $G(\alpha)$)

الموضوع الثاني: (بكالوريا 2009) (3 نقاط)

ليكن $P(x)$ كثير الحدود حيث :

$$P(x)=2x^2-5x+2$$

1. أ) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x)=0$

ب) استنتج في المجال $]0;+\infty[$ حلول المتراجحة التالية: $2(\ln x)^2-5\ln x+2>0$

2. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $2^{2x+1}=5\times 2^x-2$

الموضوع الأول: التمرين الأول (3 نقاط)

f دالة معرفة على $]-\infty;-1[\cup]-1;+\infty[$ ، (C_f) تمثيلهــــا البياني وجدول تغيراتها معطى كما يلي:

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f(x)$	2	↗	$+\infty \parallel +\infty$	↘	2

أجب بـ : خطأ أو صحيح على كل سؤال مما يلي مع تبرير الإجابة

1. المستقيم الذي معادلته $y=2$ مقارب للمنحنى (C_f)
2. المعادلة $f(x)=0$ تقبل حل وحيدا
3. مجموعة حلول المتراجحة $f(x)>0$ هــي:
   $S=\ ]-\infty;-1[\cup]-1;+\infty[$
4. في المجال $]-\infty;-1[$ يكـــون :
   " $f(-2)>f(x)$ عندما يكون $x<-2$ "
5. النقطة $A(-3;1)$ تنتمي إلى المنحنـــــى (C_f)
6. الدالة f زوجية

الموضوع الثاني: (8 نقاط)

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة : $f(x)=(x+a)e^{-x}+b$

حيث a و b عددان حقيقيان وليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$

1) بقراءة بيانية للمنحنى (C_f) :
   أ) عين $f(-3)$ ، $f(0)$ ، $f'(-2)$
   ب) عين حسب قيم x إشارة $f'(x)$
   جـ) من بين المنحنيات الثلاثة (1) ، (2) ، (3) عين ، مع التبرير المنحنى الممثل للدالة f' مشتقة الدالة f
2) أ) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $f(x)=(x+3)e^{-x}-3$
   ب) شكل جدول تغيرات الدالة f
   جـ) بين أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا يطلب تعيين معادلة له
   د) بين أن المعادلة $f(x)=-2$ تقبل في المجال $[0;+\infty[$ حلا وحيدا α محصورا بين $1{,}50$ و $1{,}52$
3) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي :
   $f(x)=(-x-4)e^{-x}$ و ليكن I العدد الحقيقي حيث:
   $$I=\int_{-2}^{0} f(x)\,dx$$
   أ) أحسب $f'(x)$ ثم استنتج دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$
   ب) أعط تفسيرا بيانيا للعـــــدد I مبررا الحصـــــر التالي $4{,}5<I<5$ باعتبارات بيانية محضة
   جـ) أحسب العدد I

الموضوع الأول: التمرين الثاني (9 نقاط)

الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ كما يلي :

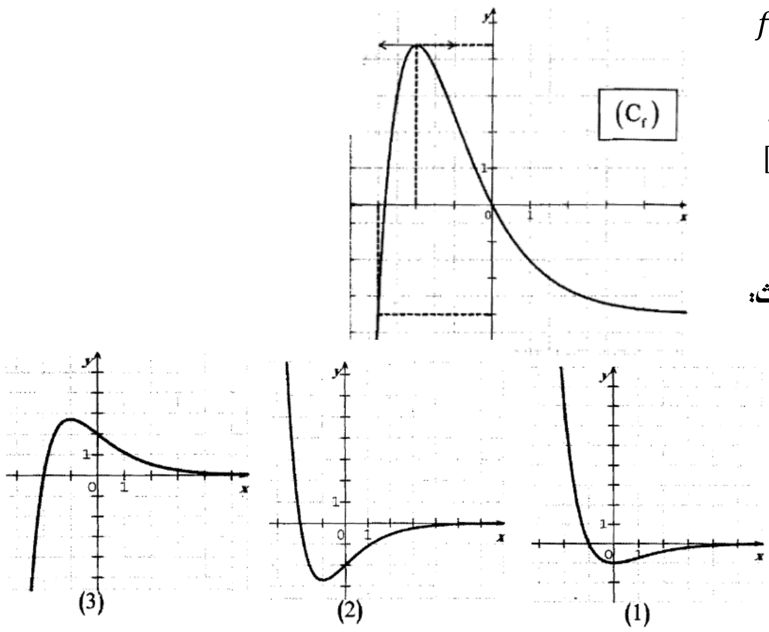
$$f(x)=\frac{x^2+3}{x+1}$$

يرمز (C_f) إلى المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلـى المعلـم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$

I) 1) عين الأعداد الحقيقية a , b , c بحيث يكون من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{-1\}$: $f(x)=ax+b+\frac{c}{x+1}$
2) احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجالي مجموعة تعريفها
3) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا موازيا لمحـــور التراتيب يطلب تعيين معادلة له
4) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x-1$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f)
5) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)

II) 1) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{-1\}$ فإن :
$f'(x)=\frac{(x-1)(x+3)}{(x+1)^2}$ (f' هي الدالة المشتقة للدالة f)
2) عين اتجاه تغير الدالة f على مجالي مجموعة تعريفها وشكل جدول تغيراتها
3) أكتب معادلة المماس (D) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0

III) 1) بين أن النقطة $A(-1;-2)$ هي مركز تناظر لـ (C_f)
2) أرسم كلا من (Δ) ، (D) و (C_f)
3) عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m حتى يكون للمعادلة $f(x)=m$ حلان مختلفان
4) أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) والمستقيم (Δ) و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x=1$ و $x=e^2-1$



الموضوع الأول: التمرين الأول (4 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ :

$$f(x) = (\ln(x))^2 + 2\ln(x) - 3$$

و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس ($\ln$ هو رمز اللوغاريتم النبيري)

1) أ) حل في المجال $]0;+\infty[$ المعادلة $f(x) = 0$ ثم فسر النتيجة هندسيا

ب) حلل $f(x)$ إلى جداء عاملين

جـ) حل في المجال $]0;+\infty[$ المتراجحة : $2\ln(x) + 2 \geq 0$

2) أحسب $f'(x)$ و استنتـج اتجاه تغير الدالة f

3) بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثييها

الموضوع الأول: التمرين الثاني (7 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ : $f(x) = \frac{x^3-5x^2+4}{x^2}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$

1) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$ فإن : $f(x) = x - 5 + \frac{a}{x^2}$ ، حيث a عدد حقيقي يطلب تعيينه

2) احسب: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$

3) أ- بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$ فإن : $f'(x) = \frac{(x-2)(x^2+2x+4)}{x^3}$ ، استنتج اتجاه تغير الدالة f

ب- شكل جدول تغيرات الدالة f

4) أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما مائل، يطلب تعيين معادلتيهما.

5) أوجد معادلة لـ (Δ) مماس (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 1

6) أرسم (Δ) والمنحنى (C_f)

7) أ- عين الدالة الأصلية F للدالة f على المجال $]0;+\infty[$ و التي تحقق: $F(2) = -10$

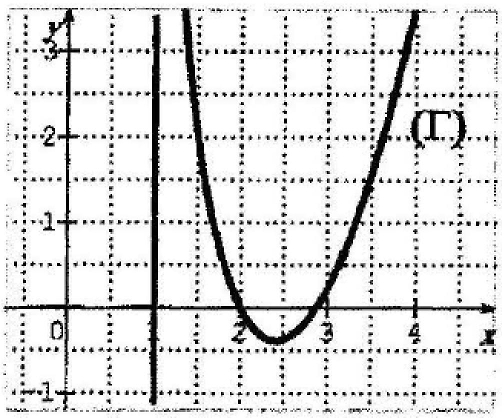
ب- أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x = 1$ و $x = 2$

الموضوع الثاني: (9 نقاط)

I) لتكن g الدالة العددية المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ بـ :

$$g(x) = x^2 - 2x - 4\ln(x-1)$$

($\ln$ هو رمز اللوغاريتم النبيري). (Γ) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس كما هو في الشكل التالي:



1) بقراءة بيانية، حدد عدد حلول المعادلة $g(x) = 0$

2) أحسب $g(2)$

3) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا α حيث:

$$2{,}87 < \alpha < 2{,}88$$

4) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ في المجال $]1;+\infty[$

II) لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ بـ :

$$f(x) = x - 3 + 4\frac{\ln(x-1)}{x-1} + \frac{5}{x-1}$$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$

1) أ- أوجد نهاية الدالة f عند $+\infty$ (لاحظ $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$)

ب- أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ >}} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا

جـ- بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلتـه $y = x - 3$ هـو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$

د- أوجد فاصلة نقطة تقاطع (Δ) مـع (C_f)

هـ - أدرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) بالنسبة إلـى المستقيم (Δ)

2) أ- بين أنه من أجل كل عدد x من المجال $]1;+\infty[$ لدينا: $f'(x) = \frac{g(x)}{(x-1)^2}$ (f' هي الدالة المشتقة للدالة f)

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها

3) أرسم المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) (نأخذ $f(\alpha) = 3{,}9$)

4) أ-عين مشتقة الدالة: $x \mapsto [\ln(x-1)]^2$، ثم استنتج دالة أصلية للدالة f على المجال $]1;+\infty[$

ب- أحسب $\int_2^5 f(x)\,dx$ ، فسر النتيجة هندسيا

الموضوع الأول: التمرين الأول (3 نقاط)

في كل حالة من الحالات الثلاث الآتية توجد ثلاثة اقتراحات، من بينها واحد فقط صحيح. حدد الاقتراح الصحيح في كل حالة مع التبرير

1) مجموعة حلول المتراجحة $\ln(-3x+2) \leq \ln 3$ هي:

أ. $\left[-\frac{1}{3};\frac{2}{3}\right[$ ب. $\left[-\frac{1}{3};+\infty\right[$ جـ. $\mathbb{R}$

2) لتكن f الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بالعبارة $f(x)=\frac{1}{x}$. الدالة الأصلية F للدالة f على المجال $]0;+\infty[$ والتي تنعدم من أجل $x=e$ معرفة كما يلي:

أ. $F(x)=e^{-2}-\frac{1}{x^2}$ ب. $F(x)=-1+\ln x$

جـ. $F(x)=\ln x$

3) القيمة المتوسطة للدالة $g: x \mapsto \frac{x^2}{4}$ على المجال $[-2;2]$ تساوي:

أ. $\frac{4}{3}$ ب. 3 جـ. $\frac{1}{3}$

الموضوع الأول: التمرين الثاني (8 نقاط)

1) لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة :

$$f(x)=e^{2x}-e^{x}-x-2$$

أ- احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$ و عند $-\infty$

(نقبل أن : $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x}{e^{2x}}=0$)

ب- بين أن الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و أن دالتها المشتقة f' تحقق: $f'(x)=(e^x-1)(2e^x+1)$

جـ- أدرس حسب قيم x إشارة $f'(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها

2) (C) منحنى f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ على المجال $]-\infty;1]$.

أ- بين أن المستقيم (d) الذي معادلته $y=-x-2$ مقارب مائل للمنحنى (C) بجوار $-\infty$

أدرس الوضعية النسبية للمنحنى (C) والمستقيم (d)

ب- بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حليـن α و β حيث :

$-2{,}11<\alpha<-2{,}10$ و $0{,}81<\beta<0{,}82$

و فسر النتيجة هندسيا

جـ- أرسم المستقيم (d) والمنحنى (C)

3) عين دالة أصلية F للدالة f على المجال $]-\infty;1]$

الموضوع الثاني: (7 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة :

$$f(x)=\frac{x^2-x+1}{x^2+1}$$

(C) المنحنى البياني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلـى المعلم المتعامد $(O;\vec{i};\vec{j})$

الوحدة $1cm$ على محور الفواصل و $4cm$ على محور التراتيب

1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا :

$$f(x)=1-\frac{x}{x^2+1}$$

2) احسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ و عند $+\infty$ ، واستنتج أن (C) يقبل مستقيما مقاربا يطلب تعيين معادلة له

3) أدرس وضعية (C) بالنسبة للمستقيم (Δ) الذي معادلته $y=1$

4) أحسب $f'(x)$ واستنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكــل جدول تغيراتها

5) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x:

$$f(-x)=2-f(x)$$

واستنتج أن (C) يقبل مركز تناظر يطلب تعيينه

6) أرسم المستقيم (Δ) و المنحنى (C)

7) أ- أحسب التكامل : $\int_0^1 \frac{x}{x^2+1}\,dx$

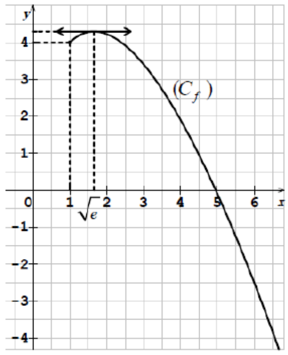
ب- أحسب بالسنتمتر مربع مساحة الحيز من المستوي المحدد بالمنحنى (C) و محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x=0$ و $x=1$

بكالوريا دورة جوان 2012

الموضوع الأول: (6 نقاط)

التمثيل البياني (C_f) المقابل هو للدالة f المعرفة على المجال $[1;+\infty[$ بالعبارة : $f(x)=ax+b+cx\ln x$

حيث a, b و c أعداد حقيقية



1) خمن بقراءة بيانية اتجاه تغير f و نهاية f عند $+\infty$

2) أ- أحسب بدلالة a و c عبارة $f'(x)$ حيث f' هي الدالة المشتقة للدالة f على $[1;+\infty[$

ب- باستعمال معطيات في الشكل، وعلما أن:
$f(5)=16-10\ln 5$
بين أن: $f(x)=3x+1-2x\ln x$

جـ- تحقق من صحة تخمينك في السؤال 1 ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

3) بين أن المعادلـــة : $f(x)=0$ تقبل حـــلا وحيدا α على $[1;+\infty[$، ثم تحقق أن $4{,}95<\alpha<4{,}96$

4) نعرف العدد الحقيقي S كما يلي : $S=\int_1^{\alpha} f(x)\,dx$ (حيث α هو حل المعادلة $f(x)=0$)

أ- بين أن الدالة : $g:x\mapsto 2x^2+x-x^2\ln x$ دالة أصلية للدالة f على $[1;+\infty[$

ب- أعط تفسيرا هندسيا للعدد S ، ثم احسبه بدلالة α

جـ- بين أن: $S=\frac{1}{2}\alpha(\alpha+1)-3$ ثم استنتج حصرا لـ S

الموضوع الثاني: التمرين الأول (6 نقاط)

جدول التغيرات المقابل هو للدالة f المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بالعبارة: $f(x)=(x+1)e^{1-x}$

x	-1		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	0	↗	e	↘	0

ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) بين أن معادلة (Δ) المماس للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 1 هي: $y=-x+3$

2) g هي الدالة المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بالعبارة : $g(x)=-xe^{1-x}+1$

أ- أدرس اتجاه تغير الدالة g

ب- أحسب $g(1)$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على المجـــال $]-1;+\infty[$

3) h هي الدالة المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بالعبـارة : $h(x)=(x+1)e^{1-x}+x-3$

أ- لاحظ أنه من أجل كل x من المجال $]-1;+\infty[$ ، $h(x)=f(x)+x-3$ ، ثم استنتج أن : $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x)=+\infty$

ب- بين أن من أجل كل x من المجال $]-1;+\infty[$، $h'(x)=g(x)$ ثم استنتج جدول تغيرات الدالة h

جـ- تحقق أن المعادلة : $h(x)=0$ تقبل حلا وحيدا في المجال $]-1;+\infty[$ يطلب تعيينه

د- حدد إشارة $h(x)$ ، ثم استنتج وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ)

هـ- أنشئ كلا من المماس (Δ) والمنحنى (C_f)

الموضوع الثاني: التمرين الثاني (5 نقاط)

f هي الدالة المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بالعبارة:
$$f(x)=\frac{1}{3}x^3+100+\frac{57600}{x+1}$$

1) أحسب نهايتي f عند -1 بقيم أكبر وعند $+\infty$

2) أ- بين أنه من أجل كل x من المجال $]-1;+\infty[$،
$$f'(x)=\frac{(x^2+x-240)(x^2+x+240)}{(x+1)^2}$$

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-1;+\infty[$، ثم شكل جدول تغيراتها

جـ- جد الدالة الأصلية H للدالة $h:x\mapsto\frac{1}{x+1}$ على المجال $]-1;+\infty[$ و التي تنعدم من أجل $x=0$

3) تنتج إحدى شركات تركيب آلات الغسيل خلال أسبـــوع 5 آلات على الأقل و 200 آلة على الأكثر

تنمذج الكلفة الهامشية C_m لإنتاج x آلة إضافيـــة للشركة على المجال $[5;200]$ بالدالة f أي أن: من أجل كل x من المجال $[5;200]$ ، $C_m(x)=f(x)$

أ- ما هو عدد الآلات التي يجب أن تنتجها الشركة خلال أسبوع لكي تكون الكلفة الهامشية أقل ما يمكن

ب- نرمز بالرمز $C(x)$ للكلفة الإجمالية لإنتاج x آلة. ونذكر أن : $C'(x)=C_m(x)$

جد عبارة الكلفة الإجمالية $C(x)$ ، علما أن الكلفة الإجمالية لإنتاج 5 آلات الأولى هي $40\,000\ DA$، ثم استنتج قيمة الكلفة الإجمالية لإنتاج 15 آلة الأولى.

الموضوع الأول: (7 نقاط)

الدالة العددية f معرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي:

$$f(x) = 2x - 1 + \frac{1}{e^x - 1}$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1) أ) أحسب $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ <}} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x)$

فسر النتيجتين هندسيا

ب) احسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$

2) أ) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = 2x - 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f)

ب) تحقق أنه، من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم، فإن: $f(x) = 2x - 2 + \frac{e^x}{e^x - 1}$، ثم استنتج أن المستقيم (Δ') ذا المعادلة $y = 2x - 2$ مقارب للمنحنى (C_f)

3) بين أنه ، من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم ، فإن:

$$f'(x) = \frac{2e^{2x} - 5e^x + 2}{(e^x - 1)^2}$$

استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها

4) مثل بيانيا كلا من (Δ) و (Δ') و (C_f)

5) أحسب العدد : $\int_1^2 f(x)\,dx$ ، ثم فسره هندسيا.

الموضوع الثاني: (7 نقاط)

I) الدالة العددية g معرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي:

$$g(x) = \frac{-x^2 + x + 2}{x^2}$$

1) عين تبعا لقيم x إشارة $g(x)$

2) أ) تحقق أنه، من أجل كل x من $]0; +\infty[$:

$$g(x) = -1 + \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2}$$

ب) استنتج الدوال الأصلية للدالة g على $]0; +\infty[$

II) الدالة العددية f معرفة على المجال $]0; 8]$ كما يلي:

$$f(x) = 3 - x - \frac{2}{x} + \ln x$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1) أ) تحقق أن f هي الدالة الأصلية للدالة g على المجال $]0; 8]$ والتي تنعدم عند 1

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0; 8]$

جـ) أحسب $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

د) شكل جدول تغيرات الدالة f

2) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين ، أحدهما α، حيث $3{,}8 < \alpha < 3{,}9$

3) مثل بيانيا (C_f)

III) الدالة العددية h معرفة على $\left]-\frac{2}{3}; 2\right]$ كما يلي :

$$h(x) = f(3x + 2)$$

1) بين أنه إذا كان $-\frac{2}{3} < x \leq 0$ فإن $0 < 3x + 2 \leq 2$

وإذا كان $0 \leq x \leq 2$ فإن $2 \leq 3x + 2 \leq 8$

2) أحسب $h'(x)$. (عبارة $h(x)$ غير مطلوبة)

3) شكل جدول تغيرات h

الموضوع الأول: التمرين الأول (4 نقاط)

1) أ) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن:

$$(2x+1)(x^2-5x+6) = 2x^3-9x^2+7x+6$$

ب) حل في $\mathbb{R}$ كلا من المعادلتين:

$$2(\ln x)^3 - 9(\ln x)^2 + 7\ln x + 6 = 0$$

$$6e^{-3x} + 7e^{-2x} - 9e^{-x} + 2 = 0$$

جـ) حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة:

$$2e^{3x} - 9e^{2x} + 7e^{x} + 6 \leq 0$$

2) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة:

$$\log(x^2+100) = 1 + \log 2 + \log x$$

الموضوع الأول: التمرين الثاني (7 نقاط)

I) الدالة العددية g معرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي:

$$g(x) = 1 - x^2 - \ln x$$

1) أدرس اتجاه تغير الدالة g

2) أحسب $g(1)$ ثم استنتج تبعا لقيم x إشارة $g(x)$

II) الدالة العددية f معرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي:

$$f(x) = x - 1 - \frac{\ln x}{x}$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) أ) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ (يعطى: $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$)

ب) أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

2) أ) بين أن من أجل كل x من $]0;+\infty[$ فإن: $f'(x) = \frac{-g(x)}{x^2}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f

ب) شكل جدول تغيرات الدالة f

3) أ) بين أن المستقيم (D) الذي معادلته $y = x - 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f)

ب) أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (D)

4) عين فاصلة النقطة A من (C_f) التي يكون فيها المماس (T) موازيا للمستقيم (D) ثم اكتب معادلة للمماس (T)

5) أرسم (D) ، (T) و (C_f)

6) أحسب القيمة المتوسطة للدالة f على المجال $[1;3]$

الموضوع الثاني: (7 نقاط)

الدالة العددية f معرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي:

$$f(x) = 6(1-2x)e^{-x} + 5$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

I) 1) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

(يعطى $\lim\limits_{x\to+\infty} xe^{-x} = 0$)

2) أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

3) أنشئ (C_f)

4) أ) بين أن المعادلة $f(x) = 3{,}5$ تقبل في $[0;7]$ حلين مختلفين α ، β حيث :

$0{,}7 < \alpha < 0{,}8$ و $2{,}9 < \beta < 3$

ب) حل بيانيا في المجال $[0;7]$ المتراجحة: $f(x) \leq 3{,}5$

5) أ) عين العددين الحقيقيين a ، b بحيث تكون الدالة g المعرفة على $[0;7]$ بـ: $g(x) = (ax+b)e^{-x}$ دالة أصلية للدالة h المعرفة على $[0;7]$ بـ:

$$h(x) = 6(1-2x)e^{-x}$$

ب) استنتج دالة أصلية للدالة f على $[0;7]$

II) الكلفة الهامشية C_M لصناعة كمية x (مقدرة بالطن) من منتوج ، حيث x ينتمي إلى المجال $[0;7]$ تنمذج بالدالة f أي: $C_M(x) = f(x)$ (الكلفة مقدرة بملايين الدنانير)

1) حدد كمية المنتوج بحيث تكون الكلفة الهامشية أقل ما يمكن ، وما هي قيمة هذه الكلفة؟ (تدور النتيجة إلى 10^{-2})

2) ما هي كميات المنتوج التي من أجلها لا تتجاوز الكلفة الهامشية $3{,}5$ مليون دينار؟

3) نذكر بأن دالة الكلفة الإجمالية دالة أصلية لدالة الكلفة الهامشية .

أ) بين أن الكلفة الإجمالية C_T معرفة بـ: $C_T(x) = (12x+6)e^{-x} + 5x + k$ حيث $k \in \mathbb{R}$

ب) حدد قيمة k إذا علمت أن المصاريف الثابتة 2 مليون دينار (أي $C_T(0) = 2$)

الموضوع الأول: (9 نقاط)

f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=\frac{4e^{-x}}{e^{-x}+1}-3$

(C_f) منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا:

$$f(x)=\frac{4}{e^{x}+1}-3$$

ب) احسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$ ، ثم فسر النتيجتين هندسيا.

2) أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3) أ) جد فاصلة نقطة تقاطع المنحنى (C_f) مع محور الفواصل

ب) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة $\Omega(0;-1)$

جـ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا : $f(-x)+f(x)=-2$ ثم استنتج أن (C_f) يقبل مركز تناظر

د) أرسم المماس (T) والمنحنى (C_f) في نفس المعلم.

4) احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها : $x=0$ ، $x=-\ln 3$ و $y=0$

5) h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=f(|x|)$ و (C_h) منحناها البياني في المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$.

أ) بين أن h دالة زوجية .

ب) اعتمادا على المنحنى (C_f) ، اشرح كيف يتم رسم المنحنى (C_h) ثم ارسمه في نفس المعلم السابق

الموضوع الثاني: (9 نقاط)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

I) f دالة معرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ :

$$f(x)=ax+b+3\ln(x+1)$$

حيث a و b عددان حقيقيان

(Γ) التمثيل البياني للدالة f ، المعطى في الشكل المقابل ، يقبل في النقطة $A(2;-1+3\ln 3)$ مماسا موازيا لحامل محور الفواصل

1) بقراءة بيانية :

أ) ضع تخمينا حول $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\ >}}f(x)$

ب) شكل جدول تغيرات الدالة f

2) باستعمال المعطيات المتوفرة، جد قيمة كل من a و b

II) نعتبر في هذا الجزء:

$$f(x)=-x+1+3\ln(x+1)$$

1) احسب نهاية الدالة f عند -1 بقيم أكبر

2) احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$ (يعطى $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln(x+1)}{x}=0$)

3) أ) عين النقطة B من المنحنى (Γ) التي يكون فيها المماس (T) للمنحنى (Γ) موازيا للمستقيم الذي معادلته $y=x$ ، ثم اكتب معادلة للمماس (T) .

ب) استنتج بيانيا ، قيم العدد الحقيقي m التي تقبل من أجلها المعادلة $f(x)=x+m$ حلين موجبين تماما.

4) g الدالة المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ:

$$g(x)=(x+1)\ln(x+1)-x$$

أ) أحسب $g'(x)$ ، ثم استنتج دالة أصلية للدالة f على المجال $]-1;+\infty[$

ب) لتكن α و β فاصلتي نقطتي تقاطع المنحنى (Γ) مع حامل محور الفواصل، بيـن أن:

$\alpha\in]7{,}37\,;7{,}38[$ و $\beta\in]-0{,}37\,;-0{,}36[$

جـ) احسب S مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (Γ) و حامل محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتيهما : $x=0$ ، $x=\alpha$

د) تحقق أن : $S=\left(\frac{1}{2}\alpha^2-2\alpha-1\right)ua$ ، ثم عيـن حصرا لـ S . (ua وحدة مساحة)

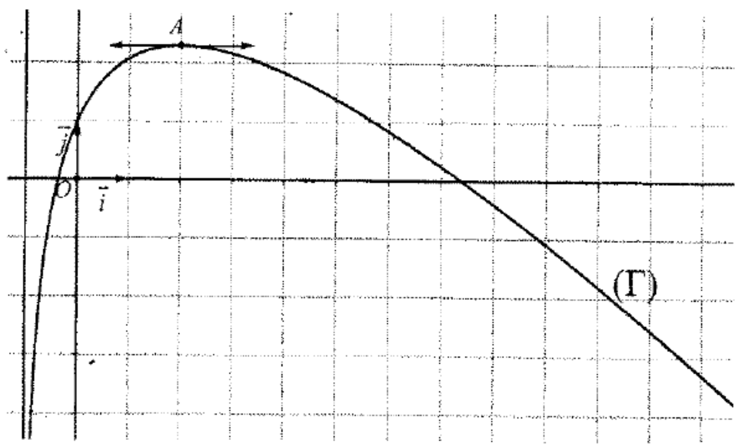
III) تنتج إحدى الورشات في اليوم الواحد 7 آلاف قطعة على الأكثر.

تنمذج الكلفة الهامشية C_m (الوحدة 1000 دينار) لإنتاج قطعة إضافية على المجال $[0;7]$ بالدالة f المعرفة في الجزء II) ، أي من أجل $x\in[0;7]$ لدينا $C_m(x)=f(x)$

نرمز بـ $C_T(x)$ إلى الكلفة الإجمالية لإنتاج x قطعة .

1) عين عبارة الكلفة الإجمالية $C_T(x)$ علما أن الكلفة الإجمالية لإنتاج الألف قطعة الأولى هي $\frac{5}{2}$

2) قدر قيمة الكلفة الإجمالية لإنتاج 7 آلاف قطعة



الموضوع الأول: التمرين الأول (4 نقاط)

f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:

$$f(x) = e^{x} + 2e^{-x} - 3$$

اختر الجواب الصحيح من بين الأجوبــــة الثلاثة المقترحــــة مع التعليل.

		الإجابة أ)	الإجابة ب)	الإجابة جـ)
1	حلي المعادلة $f(x) = 0$ هما	0 و $\ln 2$	0 و $-\ln 2$	0 و $\ln 3$
2	نهاية $f(x)$ عندما x يؤول إلى $+\infty$ هي	$-\infty$	$+\infty$	-3
3	على المجال $\left[\frac{\ln 2}{2}; +\infty\right[$ الدالة f	متزايدة تماما	متناقصة تماما	ليست رتيبة
4	القيمة m المتوسطة للدالة f على المجال $[0;2]$ ، مدور m إلى الوحدة هو	1	2	-1

الموضوع الأول: التمرين الثاني (7.5 نقطة)

I) g دالة عددية معرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي:

$g(x) = ax + b + \ln x$ حيث a و b عددان حقيقيان

1) عين a و b بحيث: $g(1) = 2$ و $g'(2) = \frac{3}{2}$

2) نضع: $g(x) = x + 1 + \ln x$

أ- احسب $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

ب- أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

جـ - بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا حقيقيا وحيدا α حيث: $0{,}2 < \alpha < 0{,}3$

د- حدد تبعا لقيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$

II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي:

$$f(x) = \frac{x \ln x}{x + 1}$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنســـوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$:

$f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^2}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f

2) احسب $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

(يعطى: $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} x \ln x = 0$)

3) تحقق أن: $f(\alpha) = -\alpha$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

4) احسب $f(1)$ و $f(5)$ ثم ارسم (C_f) على المجال $]0;5]$

الموضوع الثاني: (7 نقاط)

I) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ:

$$g(x) = -4 + 2x(1 + \ln x)$$

1) احسب $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ (تعطى: $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} x \ln x = 0$)

2) أدرس اتجاه تغير الدالة g على $]0;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

3) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $1{,}4 < \alpha < 1{,}5$

4) حدد إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ:

$$f(x) = (2x - 4)\ln x$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنســـوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) أ- أحسب $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x)$. فسر النتيجة هندسيا

ب- أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) أ- بين أن من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$

$$f'(x) = \frac{g(x)}{x}$$

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

3) عين نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل

4) أ- أكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1

ب- أنشئ (T) و (C_f) . (تعطى: $f(\alpha) \simeq -0{,}41$)

5) نعتبر الدالة F المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ:

$$F(x) = (x^2 - 4x)\ln x - \frac{1}{2}x^2 + 4x$$

أ- بين أن F دالة أصلية للدالة f على المجال $]0;+\infty[$

ب- احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها:

$y = 0$ و $x = 1$ و $x = 2$

الموضوع الأول: (8 نقاط)

I) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي:

$$g(x) = x^2 + 3\ln x - 3$$

1) أدرس اتجاه تغير الدالة g

2) بين أن: المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1.40 < \alpha < 1.41$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x

II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ:

$$f(x) = x + 1 - \frac{3\ln x}{x}$$

ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) أ) أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا.

ب) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) بين أن: من أجل كل عدد حقيقي x موجب تماما،

$$f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$$

3) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

4) أ) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x + 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f)

ب) أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ)

5) أنشئ المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) (يعطى $f(\alpha) \simeq 1.68$)

6) أ) بين أن الدالة h حيث $h(x) = \frac{1}{2}(\ln x)^2$ أصلية للدالة $x \longmapsto \frac{\ln x}{x}$ على المجال $]0;+\infty[$

ب) احسب S مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها:

$$x = 1 \quad ، \quad x = e \quad و \quad y = x + 1$$

الموضوع الثاني: (8 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على D_f حيث:

$D_f =]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$ كما يلي:

$$f(x) = \frac{1}{2}e^x - \frac{1}{e^x - 1}$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنســـوب إلى المعلم المتعامـد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) أ) أحسب النهايات $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ <}} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$

و فسر بيانيا النتائج المحصل عليها.

ب) احسب النهاية $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) أ) بين أنه من أجل كل x من D_f ،

$$f'(x) = \frac{1}{2}e^x + \frac{e^x}{(e^x - 1)^2}$$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

3) أدرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) مع المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = 1$

4) عين معادلة لـ (T) المماس للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة $\ln 3$

5) نعتبر الدالة g المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي:

$$g(x) = f(x) - \frac{9}{4}(x - \ln 3) - 1$$

الجدول المقابل يمثل جدول تغيرات الدالة g

x	0 $\qquad\qquad$ $+\infty$
$g'(x)$	$+$
$g(x)$	$-\infty$ $\nearrow$ $+\infty$

أ) أحسب $g(\ln 3)$ واستنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x

ب) أدرس على المجال $]0;+\infty[$ وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المماس (T) ، ثم فسر ذلك بيانيا.

6) أحسب $f(\ln 2)$ ثم ارسم المماس (T) و (C_f) على المجال $]-\infty;0[\cup]0;3]$

الموضوع الأول: (8 نقاط)

I) لتكن g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:

$$g(x) = 2x - 1 - e^{2x}$$

1) أدرس اتجاه تغير الدالة g

2) استنتج إشارة $g(x)$

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي :

$$f(x) = x^2 - x - \frac{1}{2}e^{2x}$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = 2cm$

1) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

(يعطى: $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{e^{2x}}{x^2} = +\infty$)

2) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

3) أ) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث

$$-0.25 < \alpha < -0.24$$

ب) أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف A إحداثياها $\left(0\,;\,\frac{-1}{2}\right)$

جـ) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة A

4) أرسم (T) و (C_f)

5) أ) احسب بالسنتمتر مربع المساحة $A(\alpha)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها:

$x = 0$ ، $x = \alpha$ و $y = 0$

ب) تحقق أن:

$$A(\alpha) = \frac{1}{3}(4\alpha^3 - 12\alpha^2 + 6\alpha + 3)\ cm^2$$

الموضوع الثاني: (8 نقاط)

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:

$$g(x) = x^3 - x^2 - 1$$

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

2) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها

3) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث

$$1.46 < \alpha < 1.48$$

4) استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x

II) مؤسسة صناعية تنتج يوميا كمية q (مقدرة بالطن) من منتوج بكلفة متوسطة C_M (مقدرة بملايين الدنانير) معرفة على $[0; 10]$ بـ :

$$C_M(q) = \frac{1}{2}q^2 - q + 1 - \frac{1}{2}\ln(q^2 + 1)$$

1) بين أن : من أجل كل عدد حقيقي q من $[0; 10]$:

$$C'_M(q) = \frac{g(q)}{q^2 + 1}$$

2) عين اتجاه تغير الكلفة المتوسطة C_M ثم شكل جدول تغيراتها. (نأخذ $\alpha \simeq 1.47$)

3) عين الكمية التي تنتج يوميا بأقل كلفة متوسطة ثم حدد هذه الكلفة المتوسطة

4) ما هي الكلفة الإجمالية C لإنتاج 2 طن يوميا

الموضوع الأول: (8 نقاط)

لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $]-2;8[$ بـ :

$$f(x) = \ln(x+2) + \ln(-x+8) - \ln 16$$

وليكن (C_f) منحنى الدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

نأخذ الوحدة البيانية : $2cm$

1) احسب نهايتي الدالة f عند طرفي مجموعة التعريف $]-2;8[$ و فسر النتيجتين بيانيا.

2) تحقق أنه من أجل كل x من $]-2;8[$:

$f'(x) = \frac{-2x+6}{(x+2)(-x+8)}$. (f' مشتقة الدالة f)

3) أدرس إشارة $f'(x)$ على المجال $]-2;8[$ وشكل جدول تغيرات الدالة f

4) عين نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع محوري الإحداثيات

5) بين أنه من أجل كل x من المجال $]-2;8[$:

$(6-x)$ ينتمي إلى $]-2;8[$ و $f(6-x) = f(x)$

ثم فسر النتيجة بيانيا

6) ارسم المنحنى (C_f) .

7) لتكن الدالة العددية F المعرفة على المجال $]-2;8[$ بـ:

$F(x) = (x+2)\ln(x+2) + (x-8)\ln(-x+8) - 2x - x\ln 16$

بين أن F دالة أصلية لـ f على المجال $]-2;8[$

8) احسب بـ cm^2 مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها:

$y = 0$ ، $x = 0$ و $x = 4$

الموضوع الثاني: (8 نقاط)

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $[0;+\infty[$ بـ :

$$g(x) = 1 + (1-x)e^{-x+1}$$

أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم بين أنه من أجل كل x من $[0;+\infty[$: $g(x) > 0$ (لا يطلب حساب النهايات)

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ :

$$f(x) = x + xe^{-x+1}$$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) أ. أحسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$. ثم بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x$ مقارب للمنحنى (C_f) .

ب. أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ)

2) بين أنه من أجل كل x من المجال $[0;+\infty[$: $f'(x) = g(x)$ ثم شكل جدول التغيرات للدالة f

3) بين أن المعادلة $f(x) = 4$ تقبل حلا وحيدا α حيث $3.75 < \alpha < 3.77$

4) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 ثم ارسم (T) ، (Δ) و (C_f)

5) نعتبر الدالة العددية F المعرفة على $[0;+\infty[$ كما يلي:

$$F(x) = \frac{1}{2}x^2 - (x+1)e^{-x+1}$$

أ. بين أن الدالة F هي دالة أصلية للدالة f على المجال $[0;+\infty[$.

ب. جد القيمة المضبوطة للعدد $\int_1^4 f(x)dx$ ، ثم أعط تفسيرا هندسيا لهذا العدد.

6) تنمذج الكلفة الهامشية C_m لإنتاج كمية q (مقدرة بآلاف الوحدات) حيث $0 \le q \le 7$ بالدالة f المعرفة سابقا أي: $C_m(q) = f(q)$ حيث $q \in [0;7]$

(الكلفة الهامشية مقدرة بملايين الدنانير)

أ. ما هي كمية المنتوج التي من أجلها لا تتجاوز الكلفة الهامشية 4 ملايين دينار

ب. نذكر أن دالة الكلفة الإجمالية C_T هي دالة أصلية لدالة الكلفة الهامشية.

أحسب القيمة المتوسطة للكلفة الإجمالية عندما تنتج الشركة ما بين 1000 وحدة و 4000 وحدة.

بالتوفيــق فــي شهــادة البكــالــوريــا 2019 و مســار علــمي ناجــح