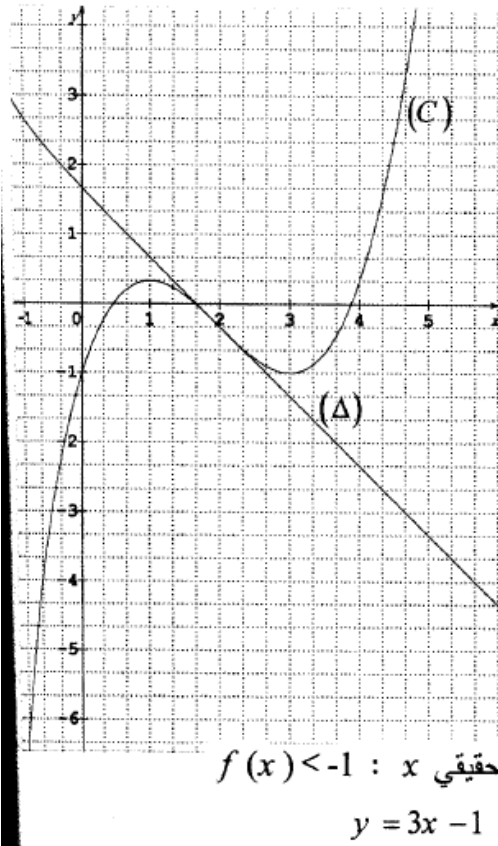




التمرين رقم 01 بكالوريا 2008 شعبة آداب و فلسفة + لغات أجنبية (09 نقاط)

- $f$  دالة معرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي :  $f(x) = x^3 - 3x$
- ( $C_f$ ) المنحنى الممثل للدالة  $f$  في مستو منسوب إلى معلم متعامد متجانس ( $O; \vec{i}, \vec{j}$ ) .
- 1) احسب  $f(-1)$  ،  $f(-2)$  .
  - 2) أ) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ،  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  .  
ب) احسب  $f'(x)$  ثم أدرس إشارتها .  
جـ) شكّل جدول تغيرات الدالة  $f$  .
  - 3) أ) حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة  $f(x) = 0$  .  
ب) استنتج أن المنحنى ( $C_f$ ) يقطع محور الفواصل في ثلاث نقاط يطلب تعيين إحداثيي كل منها .  
جـ) اكتب معادلة للمستقيم ( $\Delta$ ) مماس المنحنى ( $C_f$ ) عند النقطة التي فاصلتها 0 .  
لدرس وضعية ( $C_f$ ) بالنسبة إلى ( $\Delta$ ) . ماذا تستنتج ؟  
د) أرسم ( $C_f$ ) و ( $\Delta$ ) .

التمرين رقم 02 بكالوريا 2008 شعبة آداب و فلسفة + لغات أجنبية (10 نقاط)



- المنحنى ( $C$ ) المرسوم في الشكل المقابل هو لدالة  $f$  معرفة على المجال  $[-1, +\infty[$  و ( $\Delta$ ) مماس للمنحنى ( $C$ ) عند النقطة التي فاصلتها 2 .
- 1) خمن نهاية  $f$  عند  $+\infty$  ثم بقراءة بيانية عين اتجاه تغير  $f$  على المجال  $[-1, +\infty[$  .  
شكل جدول تغيرات  $f$  .
  - 2) من العبارات الآتية:  
 $f_2(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 1$  ،  $f_1(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 1$   
 $f_3(x) = -\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 1$   
عين العبارة المناسبة للدالة  $f$  مبرراً ذلك .
  - 3) ادرس تغيرات الدالة  $f$  . هل تخميناتك و قراءتك السابقة صحيحة؟
  - 4) عين معادلة للمستقيم ( $\Delta$ ) .
  - 5) عين إحداثيي نقطة الانعطاف للمنحنى ( $C$ ) .
  - 6) ارسم المستقيم  $y = -1$  ، ثم حل بيانياً المتراجحة ذات المجهول الحقيقي  $x : f(x) < -1$  .
  - 7) عين نقطتي تقاطع المنحنى ( $C$ ) مع المستقيم ( $D$ ) ذي المعادلة :  $y = 3x - 1$  .

التمرين رقم 03 بكالوريا 2009 شعبة آداب و فلسفة + لغات أجنبية (09 نقاط)

$$f \text{ دالة عددية معرفة على } \mathbb{R} - \{-1\} \text{ بـ: } f(x) = \frac{x-3}{x+1}$$

$(c_f)$  تمثيلها البياني في مستوى منسوب إلى معلم متعامد و متجانس  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ .

(1) بيّن أن الدالة  $f$  تكتب على الشكل:  $f(x) = 1 + \frac{a}{x+1}$  حيث  $a$  عدد حقيقي يطلب تعيينه.

(2) أحسب نهاية الدالة  $f$  عند  $(+\infty)$  و  $(-\infty)$  و  $(-1)$ ، ثم فسر النتائج المحصل عليها بيانيا.

(3) أحسب  $f'(x)$  ثم شكّل جدول تغيرات  $f$ .

(4) اكتب معادلة للمماس  $(\Delta)$  للمنحنى  $(c_f)$  عند النقطة التي فاصلتها 3.

(5) عيّن إحداثيي نقط تقاطع المنحنى  $(c_f)$  مع حامي محور الإحداثيات

(6) أرسم كلا من  $(\Delta)$  و  $(c_f)$ .

التمرين رقم 04 بكالوريا 2009 شعبة آداب و فلسفة + لغات أجنبية (08 نقاط)

$$\text{لتكن } f \text{ دالة عددية معرفة على المجال } ]2, +\infty[ \text{ بـ: } f(x) = -2 + \frac{3}{x-2}$$

- كل سؤال من الأسئلة الخمسة التالية يتضمن إجابة واحدة صحيحة، تعرف عليها، مع التبرير.

س1) يمكن كتابة الدالة  $f$  على الشكل:

$$1) f(x) = \frac{7+2x}{x-2} \quad 2) f(x) = \frac{-2x+7}{x-2} \quad 3) f(x) = \frac{-2x-7}{x-2}$$

س2)  $f'$  مشتقة الدالة  $f$  على المجال  $]2, +\infty[$  وعبارتها  $f'(x)$  هي:

$$1) f'(x) = \frac{3}{(x-2)^2} \quad 2) f'(x) = \frac{-2}{(x-2)^2} \quad 3) f'(x) = \frac{-3}{(x-2)^2}$$

س3) نهاية  $f(x)$  عند  $(+\infty)$  هي:

$$1) +\infty \quad 2) +3 \quad 3) -2$$

س4) المنحنى  $(c_f)$  يقبل مستقيما مقاربا معادلته هي:

$$1) x=2 \quad 2) x=3 \quad 3) y=2$$

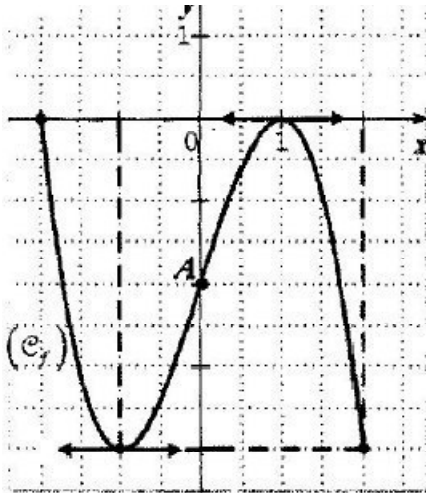
س5) المنحنى  $(c_f)$  يقبل مماسا عند النقطة ذات الفاصلة  $x_0=3$  معادلته هي:

$$1) y = -\frac{1}{3}x + 10 \quad 2) y + 3x - 10 = 0 \quad 3) y = 3x - 10$$

التمرين رقم 05 بكالوريا 2010 شعبة آداب و فلسفة + لغات أجنبية (09 نقاط)

- $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 5$  : دالة عددية معرفة على  $\mathbb{R}$  بـ
- ليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .
- أحسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .
  - أدرس اتجاه تغيرات الدالة  $f$  ثم شكّل جدول تغيراتها.
  - بيّن أن النقطة  $I(\frac{3}{2}; -\frac{1}{2})$  هي نقطة انعطاف للمنحنى  $(C_f)$ .
  - أكتب معادلة المماس  $(\Delta)$  للمنحنى  $(C_f)$  في النقطة  $I$ .
  - تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  :  $f(x) = (x-1)^2(2x-5)$
  - ثم استنتج نقط تقاطع  $(C_f)$  مع حامل محور الفواصل.
  - أرسم  $(\Delta)$  و  $(C_f)$ .

التمرين رقم 06 بكالوريا 2010 شعبة آداب و فلسفة + لغات أجنبية (07 نقاط)



- $f$  دالة عددية معرفة على المجال  $[-2; 2]$
- و  $(C_f)$  تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد متجانس.
- انظر الشكل وأجب عن الأسئلة التالية:
- أ - عيّن  $f'(1)$  و  $f'(-1)$  ( $f'$  هي الدالة المشتقة للدالة  $f$ )  
 ب - عيّن صورتَي العددين  $(-2)$  و  $(-1)$  بواسطة الدالة  $f$ .  
 ج - شكّل جدول تغيرات الدالة  $f$  على المجال  $[-2; 2]$ .

- باستعمال اتجاه تغير الدالة  $f$ ، قارن العددين  $f(\frac{3}{2})$  و  $f(\sqrt{3})$ .
- $A$  هي النقطة من المنحنى  $(C_f)$  التي إحداثياتها  $(0; -2)$ ، وبفرض أن  $f'(0) = 3$ ؛ اشرح كيف يمكن رسم مماس المنحنى  $(C_f)$  في النقطة  $A$  ثم أرسمه بعد نقل الشكل.

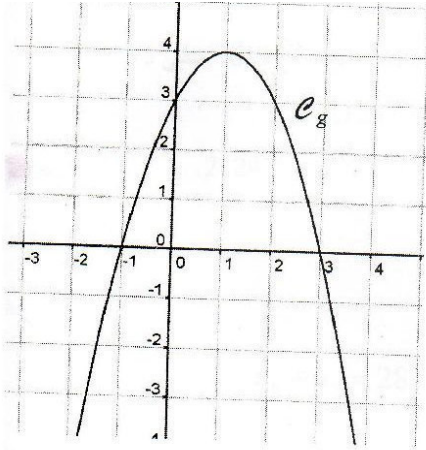


التمرين رقم 07 بكالوريا 2011 شعبة آداب و فلسفة + لغات أجنبية (08 نقاط)

لتكن الدالة  $f$  المعرفة على  $]-\infty; 2[ \cup ]2; +\infty[$  بالعلاقة:  $f(x) = \frac{x+2}{x-2}$

- (C) التمثيل البياني للدالة  $f$  في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$
1. احسب نهايات الدالة  $f$  عند الأطراف المفتوحة لمجموعة تعريفها، ثم استنتج أن (C) يقبل مستقيمين مقاربين يطلب تعيين معادلة لكل منهما.
  2. احسب  $f'(x)$  ثم ادرس إشارتها.
  3. شكّل جدول تغيّرات الدالة  $f$ .
  4. عيّن إحداثيات نقط تقاطع المنحنى (C) مع محوري الإحداثيات.
  5. اكتب معادلة لـ  $(\Delta)$  مماس المنحنى (C) عند النقطة ذات الفاصلة 4.
  6. أنشئ  $(\Delta)$  و (C).

التمرين رقم 08 بكالوريا 2011 شعبة آداب و فلسفة + لغات أجنبية (06 نقاط)



أ) في الشكل المقابل،  $g$  هو التمثيل البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس للدالة  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بالعلاقة:  $g(x) = -x^2 + 2x + 3$

بقراءة بيانية:

1. شكّل جدول تغيّرات الدالة  $g$  على  $\mathbb{R}$ .
  2. عيّن حسب قيم  $x$  إشارة  $g(x)$  على  $\mathbb{R}$ .
- ب) لتكن الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بالعلاقة:

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 3$$

$g$  التمثيل البياني للدالة  $f$  في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1. بيّن أن:  $f'(x) = -g(x)$  ثم استنتج إشارة  $f'(x)$  على  $\mathbb{R}$ .
2. احسب نهاية الدالة  $f$  عند  $+\infty$  و عند  $-\infty$ .
3. احسب  $f(-1)$ ،  $f(3)$  ثم شكّل جدول تغيّرات الدالة  $f$ .
4. بيّن أنه يوجد مماسان للمنحنى  $g$  معامل توجيه كل منهما يساوي 5.
5. حلّ في  $\mathbb{R}$  المعادلة:  $f(x) = g(x)$  ثم استنتج إحداثيات نقط تقاطع المنحنيين  $g$  و  $f$ .

التمرين رقم 09 بكالوريا 2012 شعبة آداب و فلسفة + لغات أجنبية (08 نقاط)

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بالعلاقة:  $f(x) = -x^3 + 3x^2 - 4$

(C) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

1. احسب نهاية الدالة  $f$  عند  $-\infty$  وعند  $+\infty$ .

2. احسب  $f'(x)$  ثم ادرس إشارتها. ( $f'$  الدالة المشتقة للدالة  $f$ )

3. شكّل جدول تغيّرات الدالة  $f$ .

4. أ) اكتب معادلة للمستقيم  $(\Delta)$  المماس للمنحنى (C) في النقطة ذات الفاصلة I.

ب) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي  $x$ :  $f(x) - (3x - 5) = -(x - 1)^3$

ج) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C) والمستقيم  $(\Delta)$ .

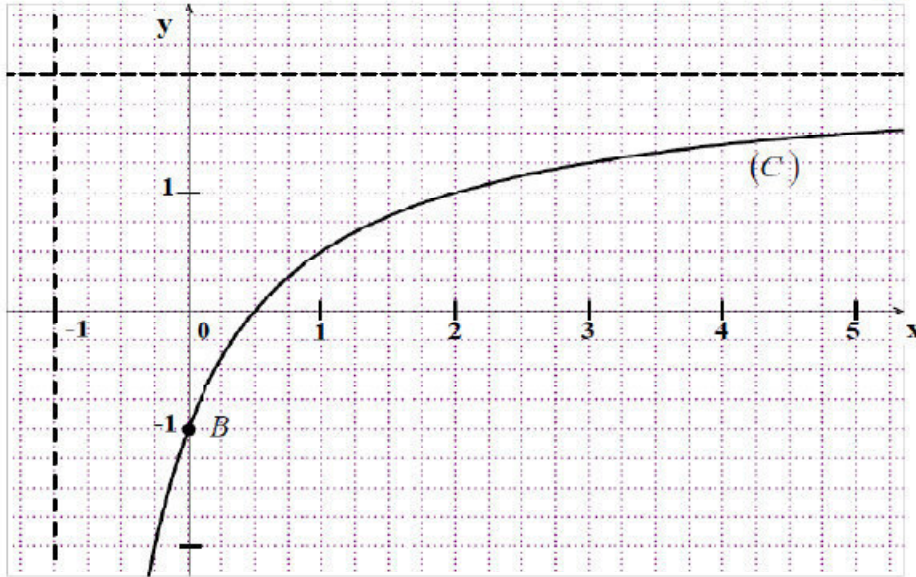
5. احسب  $f(-1)$  ثمّ أنشئ المماس  $(\Delta)$  و المنحنى (C).

التمرين رقم 10 بكالوريا 2012 شعبة آداب و فلسفة + لغات أجنبية (08 نقاط)

$f$  الدالة المعرفة على المجال  $]-1; +\infty[$  بالعلاقة:  $f(x) = 2 - \frac{a}{x+1}$  حيث  $a$  عدد حقيقي.

يرمز (C) إلى التمثيل البياني للدالة  $f$  في مستو منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

كما هو موضّح أدناه.



1. اعتمادا على التمثيل البياني (C) بيّن أن:  $a = 3$ .

2. أ) احسب النهايتين  $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ثمّ فسّر النتيجة هندسيا.

ب) احسب  $f'(x)$  ثمّ شكّل جدول تغيّرات الدالة  $f$  على  $]-1; +\infty[$ . ( $f'$  الدالة المشتقة للدالة  $f$ )

3. أ) حل في المجال  $]-1; +\infty[$  المعادلة:  $f'(x) = \frac{3}{4}$

ب) ( $D$ ) مستقيم معادلته:  $y = \frac{3}{4}x - 1$

اكتب معادلة للمستقيم  $(\Delta)$  المماس للمنحنى (C) الذي يوازي المستقيم ( $D$ ).

4. احسب  $f\left(\frac{1}{2}\right)$  ثمّ حلّ بيانيا المترابحة  $f(x) \geq 0$ .



التمرين رقم 11 بكالوريا 2013 شعبة آداب و فلسفة + لغات أجنبية (05 نقاط)

في الشكل المقابل، المنحنى (C) هو التمثيل البياني للدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:

$$f(x) = x^3 - 4x^2 + 4x$$

والمستقيم ( $\Delta$ ) هو مماس للمنحنى (C) عند مبدأ المعلم  $O$ ، حيث:  $y = g(x)$  معادلة له.

(I) بقراءة بيانية، عيّن:

1- عدد نقط تقاطع المنحنى (C) مع حامل محور الفواصل.

2- إشارة  $f(x)$  على  $\mathbb{R}$ .

3- عدد حلول المعادلة:  $f(x) = g(x)$

(II) باستعمال عبارة الدالة  $f$ :

1- أ) احسب نهاية الدالة  $f$  عند  $-\infty$  وعند  $+\infty$ .

ب) احسب  $f'(x)$ ، ثم ادرس إشارتها.

ج) شكّل جدول تغيرات الدالة  $f$ .

2- أ) أثبت أنه، من أجل كل عدد حقيقي  $x$ :

$$f(x) = x(x-2)^2$$

ب) عيّن إحداثيات نقط تقاطع المنحنى (C) مع حامل محور الفواصل.

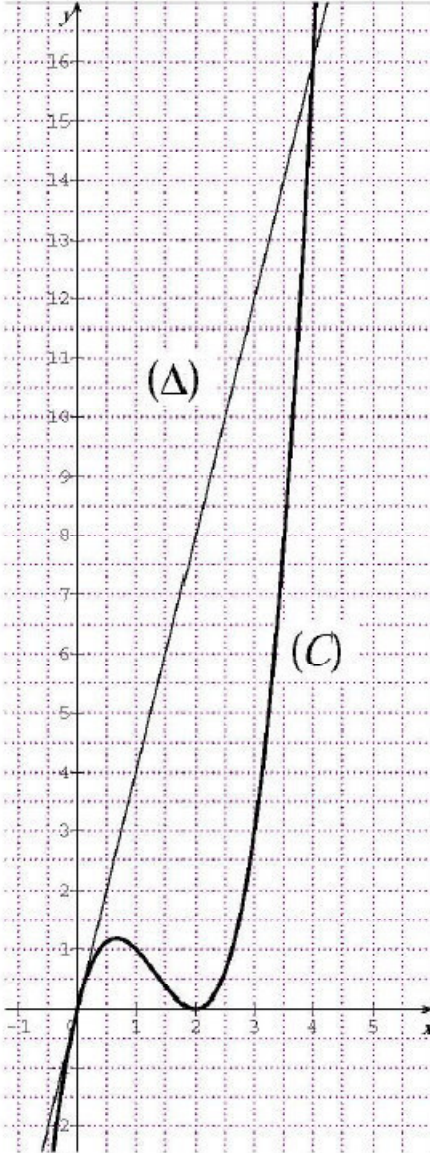
3- أ) بيّن أن:  $g(x) = 4x$ .

ب) عيّن فواصل نقط تقاطع (C) مع ( $\Delta$ ).

4- بيّن أن، (C) يقبل نقطة انعطاف فاصلتها  $\frac{4}{3}$ .

5- عيّن بيانياً، مجموعة قيم الوسيط الحقيقي  $m$ ، التي من أجلها

تقبل المعادلة  $f(x) = m$  ثلاثة حلول متميزة.



التمرين رقم 12 بكالوريا 2013 شعبة آداب و فلسفة + لغات أجنبية (08 نقاط)

$f$  الدالة المعرفة على  $]-\infty; 2[ \cup ]2; +\infty[$  بالعلاقة:  $f(x) = \frac{2x-1}{2x-4}$  و  $(C)$  المنحنى البياني

الممثل لها في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

1- بيّن أنه، من أجل كل  $x$  من  $]-\infty; 2[ \cup ]2; +\infty[$  ،  $f(x) = 1 + \frac{3}{2x-4}$ .

2- هل النقطة  $A\left(1; -\frac{1}{2}\right)$  تنتمي إلى  $(C)$ ؟

3- أ) احسب نهايات الدالة  $f$  عند أطراف مجالي مجموعة تعريفها.

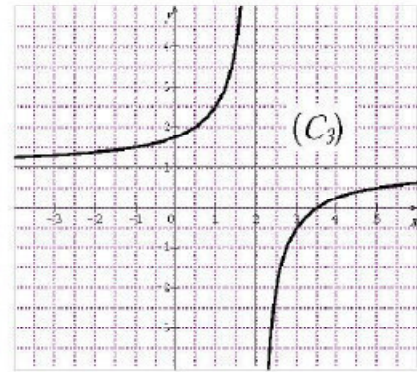
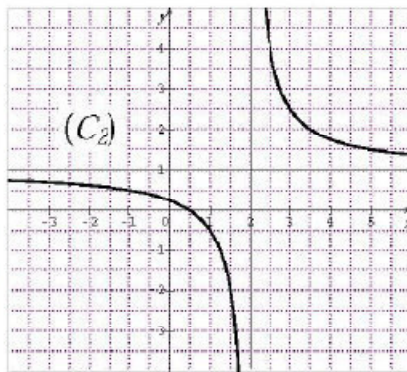
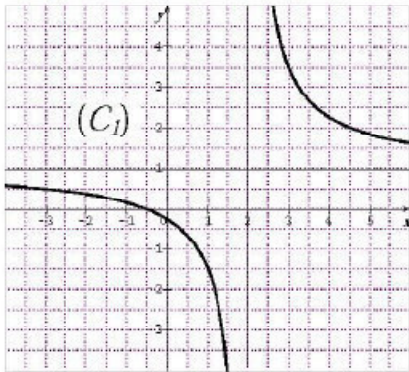
ب) استنتج أن  $(C)$  يقبل مستقيمين مقاربين يطلب تعيين معادلة لكل منهما.

4- احسب  $f'(x)$  ، ثم شكّل جدول تغيّرات الدالة  $f$ .

5- جد فواصل نقط المنحنى  $(C)$ ، التي يكون معامل توجيه المماس عندها يساوي  $-\frac{3}{2}$ .

6- جد إحداثيات نقط تقاطع  $(C)$  مع كل من حامل محور الفواصل وحامل محور الترتيب.

7- عيّن، مع التبرير، المنحنى  $(C)$  من بين المنحنيات  $(C_1)$  ،  $(C_2)$  ،  $(C_3)$  الممثلة أدناه.



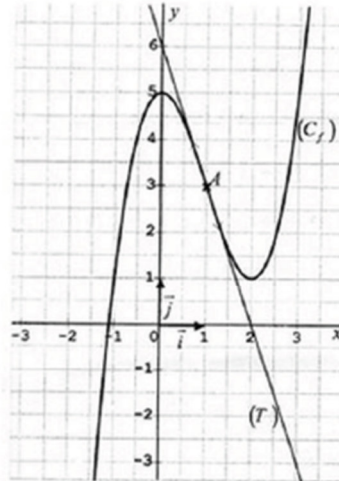


**تمرين 13 بكالوريا 2014 (9 نقاط):**

- $f$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R} - \{-2\}$  كما يلي :  $f(x) = \frac{2x+1}{x+2}$
- $(C_f)$  المنحنى الممثل للدالة  $f$  في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$
- (1) عيّن العدد الحقيقي  $\alpha$  بحيث من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R} - \{-2\}$  :  $f(x) = \alpha - \frac{3}{x+2}$
  - (2) عيّن النقط من المنحنى  $(C_f)$  التي إحداثياتها أعدادا صحيحة.
  - (3) احسب نهاية الدالة  $f$  عند كل حد من حدود مجالي تعريفها.
  - (4) أ) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $\mathbb{R} - \{-2\}$  :  $f'(x) = \frac{3}{(x+2)^2}$   
(  $f'$  الدالة المشتقة للدالة  $f$  )  
ب) شكّل جدول تغيّرات الدالة  $f$ .
  - (5) عيّن إحداثيات نقط تقاطع المنحنى  $(C_f)$  مع حامل محوري الإحداثيات.
  - (6) أ) اكتب معادلة المماس  $(\Delta)$  للمنحنى  $(C_f)$  عند النقطة  $A$  ذات الفاصلة  $-1$   
ب) بيّن أنه يوجد مماس آخر  $(\Delta')$  للمنحنى  $(C_f)$  يوازي المستقيم  $(\Delta)$ .
  - (7) لرسم المماس  $(\Delta)$  والمنحنى  $(C_f)$ .

**تمرين 14 بكالوريا 2014 (8 نقاط):**

نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بتمثيلها البياني  $(C_f)$  في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  و  $(T)$  مماس المنحنى  $(C_f)$  عند النقطة  $A(1;3)$  كما في الشكل:



- (1) خمن نهايتي الدالة  $f$  عند  $-\infty$  وعند  $+\infty$
  - (2) أدرس اتجاه تغير الدالة  $f$  على  $\mathbb{R}$  وشكل جدول تغيّراتها.
  - (3) أ) اكتب معادلة للمماس  $(T)$   
ب) ادرس وضعية  $(C_f)$  بالنسبة للمماس  $(T)$   
ثم استنتج أن  $A$  هي نقطة الانعطاف للمنحنى  $(C_f)$
  - (4) عيّن حلول المترابحة:  $f(x) > 5$
- (II) إذا علمت أن  $f$  معرفة على  $\mathbb{R}$  بالشكل:
- $$f(x) = x^3 + ax^2 + b$$
- حيث  $a$  و  $b$  عدنان حقيقيان.
- (1) عيّن العددين  $a$  و  $b$
  - (2) تحقّق من صحة إجاباتك السابقة حول:
    - أ) اتجاه تغير الدالة  $f$
    - ب) معادلة المماس  $(T)$
    - ج) نقطة الانعطاف  $A$
    - د) حلول المترابحة:  $f(x) > 5$

**تمرين 15 بكالوريا 2015 (8 نقاط):**

$$f \text{ الدالة المعرفة على } \mathbb{R} - \{2\} \text{ بـ } : f(x) = \frac{-x+3}{x-2}$$

$(C_f)$  المنحنى الممثل للدالة  $f$  في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

(1) أ) احسب النهايات التالية:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  ،  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ،  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ .

ب) استنتج معادلات المستقيمت المقاربة للمنحنى  $(C_f)$ .

(2) احسب  $f'(x)$  ثم استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$ .

(3) شكّل جدول تغيرات الدالة  $f$ .

(4)  $a$  و  $b$  عدنان حقيقيان ،  $(\Delta)$  مستقيم معادلته  $y = ax + b$ .

عيّن العددين  $a$  و  $b$  علماً أنّ المستقيم  $(\Delta)$  مماس للمنحنى  $(C_f)$  في النقطة ذات الفاصلة 0.

(5) أ) تحقق أنّه لكل  $x$  من  $\mathbb{R} - \{2\}$  :  $f(x) = -1 + \frac{1}{x-2}$ .

ب) استنتج النقط من المنحنى  $(C_f)$  التي إحداثياتها أعداد صحيحة.

(6) أنشئ  $(\Delta)$  و  $(C_f)$ .

**تمرين 16 بكالوريا 2015 (8 نقاط):**

$$f \text{ الدالة المعرفة على } \mathbb{R} \text{ بـ } : f(x) = x^3 - 3x + 2$$

$(C_f)$  المنحنى الممثل للدالة  $f$  في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

(1) احسب نهاية الدالة  $f$  عند  $-\infty$  وعند  $+\infty$ .

(2) ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$  ؛ ثم شكّل جدول تغيراتها.

(3) بيّن أنّ المنحنى  $(C_f)$  يقبل نقطة انعطاف يُطلب تعيين إحداثيها.

(4) اكتب معادلة للمماس  $(T)$  للمنحنى  $(C_f)$  في النقطة ذات الفاصلة 0.

(5) احسب  $f(-2)$  و  $f(2)$  ؛ ثم أنشئ  $(T)$  و  $(C_f)$ .

(6) أ) أنشئ المستقيم  $(\Delta)$  ذا المعادلة  $y = x + 2$ .

ب) حل ، في  $\mathbb{R}$  ، بيانيا المترابحة  $f(x) \geq x + 2$ .

**تمرين 17 بكالوريا 2016 (8 نقاط):**

- لتكن  $f$  دالة معرفة على  $]-\infty; -1[ \cup ]-1; +\infty[$  بالعلاقة:  $f(x) = \frac{4-x}{x+1}$ .
- ( $C_f$ ) المنحنى البياني الممثل للدالة  $f$  في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .
- (1) احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ،  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ،  $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ .
- (ب) استنتج أن المنحنى ( $C_f$ ) يقبل مستقيمين مقاربين يطلب تعيين معادلة لكل منهما.
- (2) ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكّل جدول تغيراتها.
- (3) بين أن المنحنى ( $C_f$ ) يقبل مماسين ( $T_1$ ) و ( $T_2$ ) معامل توجيه كل منهما  $-5$ . يطلب تعيين معادلة لكل منهما.
- (4) أنشئ المماسين ( $T_1$ ) و ( $T_2$ ) و المنحنى ( $C_f$ ).

**تمرين 18 بكالوريا 2016 (8 نقاط):**

- لتكن الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بالعلاقة:  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ .
- ( $C_f$ ) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .
- (1) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .
- (2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$ :  $f'(x) = (3x-3)(x-3)$ .
- (ب) ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكّل جدول تغيراتها.
- (3) أ) اكتب معادلة المماس ( $T$ ) للمنحنى ( $C_f$ ) عند النقطة  $E$  ذات الفاصلة 2.
- (ب) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$ :  $f(x) - (-3x+8) = (x-2)^3$ .
- (ج) استنتج وضعية المنحنى ( $C_f$ ) بالنسبة إلى المماس ( $T$ ).
- (د) برّر أن  $E$  نقطة انعطاف للمنحنى ( $C_f$ ).
- (4) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$ :  $f(x) = x(x-3)^2$ .
- (ب) جد إحداثيات نقط تقاطع المنحنى ( $C_f$ ) مع حامل محور الفواصل.
- (5) احسب  $f(4)$  ثم أنشئ المماس ( $T$ ) والمنحنى ( $C_f$ ).



**تمرين 20 بكالوريا 2017 (8 نقاط):**

نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R} - \{1\}$  كما يلي:  $f(x) = \frac{4x-3}{2x-2}$

$(C_f)$  التمثيل البياني للدالة  $f$  في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) تحقّق أن: من أجل كل عدد حقيقي  $x$  يختلف عن 1 ،  $f(x) = 2 + \frac{1}{2x-2}$

(2) أ) احسب النهايات التالية:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  ،  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ،  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

ب) استنتج معادلتى المستقيمين المقاربين للمنحنى  $(C_f)$ .

(3) أ) بيّن أن: من أجل كل عدد حقيقي  $x$  يختلف عن 1 ،  $f'(x) = \frac{-2}{(2x-2)^2}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.

(4) جد إحداثيات نقط تقاطع المنحنى  $(C_f)$  مع حامل محورى الإحداثيات.

(5) اكتب معادلة المماس  $(\Delta)$  للمنحنى  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة 2 .

(6) ارسم  $(\Delta)$  و  $(C_f)$ .

**تمرين 21 بكالوريا 2017 (8 نقاط):**

نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  ب:  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x$

$(C_f)$  التمثيل البياني للدالة  $f$  في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) احسب النهايتين التاليتين:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  ،  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) أ) بيّن أن: من أجل كل عدد حقيقي  $x$  ،  $f'(x) = (x-2)(x+2)$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$ .

(3) شكّل جدول تغيرات الدالة  $f$ .

(4) حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة  $f(x) = 0$  ، استنتج احداثيات نقط تقاطع  $(C_f)$  مع حامل محورى الإحداثيات.

(5) بيّن أن  $(C_f)$  يقبل نقطة انعطاف هي مبدأ المعلم.

(6) اكتب معادلة المماس  $(T)$  للمنحنى  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة 0.

(7) ارسم  $(T)$  و المنحنى  $(C_f)$ .

**تمرين 22 بكالوريا 2018 (8 نقاط):**

- $f(x) = x^3 - 3x^2$  : ب: الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$
- و  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$
- (1) احسب نهاية الدالة  $f$  عند كل من  $+\infty$  و  $-\infty$ .
  - (2) أ) احسب  $f'(x)$  ثم ادرس إشارتها.  
ب) استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكّل جدول تغيراتها.
  - (3) بيّن أنّ المنحنى  $(C_f)$  يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين احداثيتها .
  - (4) اكتب معادلة للمستقيم  $(T)$  مماس المنحنى  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة 1.
  - (5) أ) تحقّق من أنّ النقطة  $O$  (مبدأ المعلم) والنقطة  $A$  ذات الفاصلة 3 هما نقطتي تقاطع  $(C_f)$  مع حامل محور الفواصل.  
ب) ارسم المماس  $(T)$  والمنحنى  $(C_f)$ .
  - (6) حلّ في  $\mathbb{R}$  بيانيا المتراحة:  $f(x) > 0$ .
  - (7) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي  $x$ :  $f(x) + 4 = (x + 1)(x - 2)^2$  ، ثم حلّ المعادلة  $f(x) = -4$ .

### تمرين 23 بكالوريا 2018 (8 نقاط):

لتكن الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $]-\infty; -1[ \cup ]-1; +\infty[$  : ب:  $f(x) = 3 - \frac{a}{x+1}$  حيث  $a$  عدد حقيقي.

- $(C_f)$  التمثيل البياني للدالة  $f$  في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .
- I. عيّن العدد الحقيقي  $a$  بحيث يشمل المنحنى  $(C_f)$  النقطة  $O$  مبدأ المعلم.

II. نضع  $a = 3$ .

(1) أثبت أنّه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $]-\infty; -1[ \cup ]-1; +\infty[$  :  $f(x) = \frac{3x}{x+1}$

(2) أ) احسب نهاية الدالة  $f$  عند كل حد من حدود مجالي تعريفها .

ب) استنتج معادلتى المستقيمين المقاربتين للمنحنى  $(C_f)$  .

(3) أ) أثبت أنّه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  يختلف عن  $-1$  :  $f'(x) = \frac{3}{(x+1)^2}$  .

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  وشكّل جدول تغيراتها.

(4)  $b$  عدد حقيقي،  $(\Delta)$  مستقيم معادلته  $y = 3x + b$  .

عيّن العدد  $b$  حتى يكون المستقيم  $(\Delta)$  مماساً للمنحنى  $(C_f)$  في النقطة ذات الفاصلة  $x_0 = -2$

(5) ارسم المنحنى  $(C_f)$  .