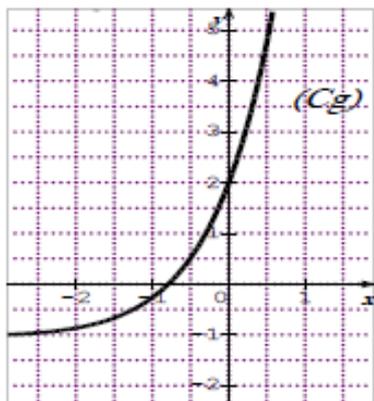


المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، تؤخذ وحدة الطول  $2cm$ .

$$f(x) = e^x - \frac{1}{2}ex^2 \text{ و } g(x) = e^x - ex \text{ كما يلي: } \mathbb{R} \text{ معرفتين على } (C_f) \text{ و } (C_g) \text{ التمثيلان البيانيان للدالتين } f \text{ و } g$$

1. أ. ادرس اتجاه تغير الدالة  $g$ .
- ب. استنتج إشارة  $g(x)$  حسب قيم  $x$  الحقيقية.
2. أدرس اتجاه تغير الدالة  $f$ .
3. أحسب كل من  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة  $f$ .
4. ادرس الوضع النسبي للمنحنيين  $(C_f)$  و  $(C_g)$  على  $\mathbb{R}$ .
5. ارسم على المجال  $[0; 2]$  للمنحنيين  $(C_f)$  و  $(C_g)$  في نفس المعلم  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ . (يعطى  $e^2 - 2e \approx 2$ )
6. الدالة المعرفة على المجال  $[-2, 2]$  كما يلي:  $h(x) = \frac{1}{2}ex^2 - e^{|x|}$  وليكن  $(\Gamma)$  تمثيلها البياني في المعلم السابق.
  - أ. بين أن  $h$  دالة زوجية.
  - ب. من أجل  $x \in [0, 2]$  أحسب  $h(x) + f(x)$  ثم استنتج كيفية رسم  $(\Gamma)$  انطلاقاً من  $(C_f)$  ثم أرسمه.

$(I)$  الدالة  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $g(x) = (x+3)e^x - 1$  و  $(C_g)$  تمثيلها البياني كما هو مبين في الشكل.



بقراءة بيانية:

أ. حدّد إشارة  $g(-1)$  و  $g\left(\frac{-1}{2}\right)$

ب. استنتج وجود عدد حقيقي  $\alpha$  وحيد من المجال  $\left]-1, \frac{-1}{2}\right[$

بحيث  $g(\alpha) = 0$  ثم تحقق أن:  $-0,8 < \alpha < -0,7$ .

ج. استنتج إشارة  $g(x)$  على  $\mathbb{R}$ .

$(II)$  الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = (x+2)(e^x - 1)$

و  $(C_f)$  تمثيلها البياني المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

1. أحسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .

2. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$ ،  $f'(x) = g(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة  $f$ .

3. أ. أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) + x)$  ثم استنتج أن  $(C_f)$  يقبل مستقيماً مقارباً مائلاً  $(\Delta)$  يطلب تعيين معادلته.

ب. أدرس الوضع النسبي للمنحنى  $(C_f)$  والمستقيم  $(\Delta)$ .

ج. اكتب معادلة لـ  $(T)$  مماس  $(C_f)$  الموازي للمستقيم  $(\Delta)$ .

4. أرسم المستقيم  $(\Delta)$  والمنحنى  $(C_f)$  على المجال  $]-\infty, -1]$  (يعطى  $f(\alpha) \approx -0,7$ )

5.  $h$  دالة معرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $h(x) = |x|(e^{|x|-2} - 1) + 1$  و  $(C_h)$  تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ. بين أن الدالة  $h$  زوجية.

ب. تأكد أنه من أجل كل  $x$  من المجال  $[0, +\infty[$  فإن:  $h(x) = f(x-2) + 1$ .

ج. اشرح كيف يمكن رسم  $(C_h)$  انطلاقاً من  $(C_f)$  ثم أرسم  $(C_h)$  على المجال  $[-3, 3]$ .

(I)  $f_k$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f_k(x) = (x+1)^2 e^{-kx}$  حيث  $k$  وسيط حقيقي. ليكن  $(C_k)$  التمثيل البياني للدالة  $f_k$  في المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ . بين أن كل المنحنيات  $(C_k)$  تمر من نقطتين ثابتتين يطلب تعيينهما.

2. أحسب نهايتي الدالة  $f_k$  عند  $-\infty$  وعند  $+\infty$  (ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي  $k$ )

3. أ. أحسب  $f'_k(x)$ ، ثم حدد حسب قيم الوسيط الحقيقي  $k$  اتجاه تغير الدالة  $f_k$ .

ب. شكل جدول تغيرات الدالة  $f_k$  من أجل  $k$  عدد حقيقي موجب تماما.

4. ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي  $k$  الأوضاع النسبية للمنحنيين  $(C_k)$  و  $(C_{k+1})$ .

(II)  $f$  الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = (x+1)^2 e^{-2x}$

ونسمي  $(C_f)$  تمثيلها البياني المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

1. شكل جدول تغيرات الدالة  $f$ ، ثم أرسم المنحنى  $(C_f)$  على المجال  $\left[-\frac{3}{2}, +\infty\right[$

2. أ. بين أن المعادلة  $f(x) = 1$  تقبل حلين في  $\mathbb{R}$  أحدهما  $\alpha$  حيث:  $-1,27 < \alpha < -1,28$ .

ب. عين قيم العدد الحقيقي  $m$  التي من أجلها تقبل المعادلة  $\left| \frac{x+1}{e^x} \right| = \left| \frac{m+1}{e^m} \right|$  حلا وحيدا.

(I)  $g$  الدالة العددية المعرفة على المجال  $]0, +\infty[$  بـ:  $g(x) = (1+x+x^2)e^{-\frac{1}{x}} - 1$

1. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من المجال  $]0, +\infty[$ :  $g'(x) = \frac{(1+x)(2x^2+1)}{x^2} e^{-\frac{1}{x}}$

واستنتج اتجاه تغير الدالة  $g$  على المجال  $]0, +\infty[$ .

2. بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث:  $0,9 < \alpha < 1$  واستنتج إشارة  $g(x)$  على المجال  $]0, +\infty[$ .

(II)  $f$  الدالة العددية المعرفة على المجال  $]0, +\infty[$  بـ:  $f(x) = \frac{1}{x} + (1+x)e^{-\frac{1}{x}}$

و  $(C_f)$  تمثيلها البياني المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

1. أ. أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ .

ب. بين أنه من أجل من أجل  $x$  من المجال  $]0, +\infty[$ :  $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$  واستنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.

2. بين أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( x e^{-\frac{1}{x}} - x \right) = -1$  (يمكن وضع  $t = \frac{-1}{x}$ ) ثم استنتج أن المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y = x$  مقارب للمنحنى  $(C_f)$  بجوار  $+\infty$ .

3.  $h$  الدالة العددية المعرفة على المجال  $]0, +\infty[$  بـ:  $h(x) = \frac{1}{x} - 1 + e^{-\frac{1}{x}}$

أ. أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$  وادرس اتجاه تغير الدالة  $h$  واستنتج إشارة  $h(x)$  على  $]0, +\infty[$ .

ب. تحقق أن  $f(x) - x = (x+1)h(x)$  ثم استنتج الوضعية النسبية لـ  $(C_f)$  بالنسبة إلى المستقيم  $(\Delta)$ .

4. أرسم المستقيم  $(\Delta)$  والمنحنى  $(C_f)$ . (نأخذ  $f(\alpha) \approx 1.73$ )

(I) الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $g(x) = 2 + (x-1)e^{-x}$

(أ) أحسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ .

(ب) أدرس اتجاه تغير الدالة  $g$  ثم شكل جدول تغيراتها.

(ج) بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث  $-0,37 < \alpha < -0,38$  واستنتج إشارة  $g(x)$  على  $\mathbb{R}$ .

(II) لتكن  $f$  الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = 2x + 1 - xe^{-x}$

ليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

1. (أ) أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .

(ب) أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - (2x + 1))$  ثم فسر النتيجة بيانيا.

(ج) أدرس الوضع النسبي للمنحنى  $(C_f)$  والمستقيم  $(\Delta): y = 2x + 1$ .

2. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  يكون  $f'(x) = g(x)$  ثم استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  وشكل جدول تغيراتها.

3. أكتب معادلة المماس  $(T)$  للمنحنى  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة  $1$ .

4. أرسم  $(\Delta)$ ،  $(T)$  والمنحنى  $(C_f)$  (نأخذ  $f(\alpha) = 0,8$ )

5. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط  $m$  عدد وإشارة حلول المعادلة ذات المجهول  $x: x = (1-m)e^x$

$f$  الدالة العددية المعرفة على المجال  $]-\infty, 1[$  بـ:  $f(x) = \frac{x}{x-1}e^{-x}$

و  $(C_f)$  تمثيلها البياني المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

1. أحسب  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$  وفسر النتيجة بيانيا واحسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .

2. بين أنه من أجل كل  $x$  من  $]-\infty, 1[$ :  $f'(x) = \frac{(-x^2 + x - 1)e^{-x}}{(x-1)^2}$  وادرس اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.

3. (أ) أكتب معادلة المماس  $(T)$  للمنحنى  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة صفر.

(ب) دالة عددية معرفة على المجال  $]-\infty, 1[$  بـ:  $h(x) = e^{-x} + x - 1$ .

أدرس تغيرات الدالة  $h$  ثم استنتج أنه من أجل كل  $x$  من  $]-\infty, 1[$ :  $h(x) \geq 0$ .

4. بين أنه من أجل كل  $x$  من  $]-\infty, 1[$ :  $f(x) + x = \frac{xh(x)}{x-1}$  ثم استنتج الوضع النسبي للمنحنى  $(C_f)$  والمماس  $(T)$

فسر النتيجة بيانيا.

5. أكتب معادلة المستقيم  $(\Delta)$  الذي يشمل مبدأ المعلم  $O$  والنقطة  $A(-2, \frac{2}{3}e^2)$

ثم أرسم المستقيمين  $(\Delta)$ ،  $(T)$  والمنحنى  $(C_f)$  على المجال  $]-2, 1[$ .

6.  $m$  وسيط حقيقي، ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد حلول المعادلة  $f(x) = mx$  حيث  $x \in ]-2, 1[$ .

(I) لتكن  $g$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $g(x) = e^x - x^2 + 3x - 1$  والجدول الموالي يمثل جدول تغيراتها.

$x$	$-\infty$	$+\infty$
$g'(x)$	+	
$g(x)$	$-\infty$	$+\infty$

1. تحقق من أن  $g(0) = 0$ .

2. حدد إشارة  $g(x)$  على كل من المجالين  $]-\infty, 0]$  و  $[0, +\infty[$ .

(II) لتكن  $f$  الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = (x^2 - x)e^{-x} + x$  و  $(C_f)$  تمثيلها في معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

1. (أ) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$ :  $f(x) = \frac{x^2}{e^x} - \frac{x}{e^x} + x$  ثم بين أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ .

(ب) أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x)$  ثم استنتج أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل مستقيما  $(D)$  معادلته  $y = x$ .

(ج) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$ :  $f(x) = \frac{x^2 - x + xe^x}{e^x}$  ثم أحسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .

2. (أ) تحقق من أن  $f(x) - x$  و  $x^2 - x$  لهما نفس الإشارة على  $\mathbb{R}$ .

(ب) استنتج الوضع النسبي للمنحنى  $(C_f)$  والمستقيم  $(D)$ .

3. (أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  لدينا:  $f'(x) = g(x)e^{-x}$ .

(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم عيّن جدول تغيراتها.

4. (أ) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$ :  $f''(x) = (x^2 - 5x + 4)e^{-x}$ .

(ب) استنتج أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل نقطتي انعطاف فاصلتيهما 1 و 4.

5. أنشئ المستقيم  $(D)$  والمنحنى  $(C_f)$ .

**التمرين 08: تونس، ر 2018**

لتكن  $g$  الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $g(x) = \begin{cases} \frac{-1}{e^{2x^2}}; & x \neq 0 \\ 0; & x = 0 \end{cases}$

و  $(C)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

1. (أ) بين أن  $g$  مستمرة على  $\mathbb{R}$ .

(ب) أدرس شفعية الدالة  $g$  وفسر النتيجة بيانياً.

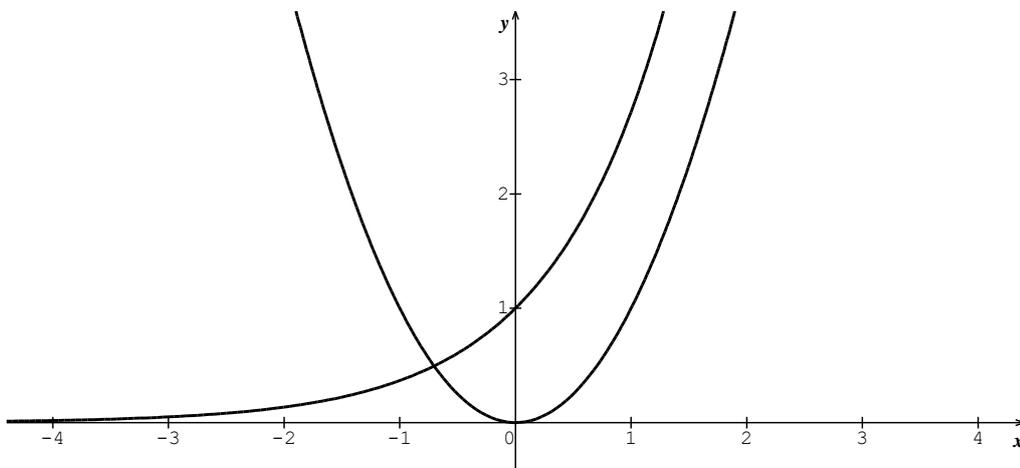
2. (أ) أحسب  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x)}{x}$  ثم استنتج أن  $g$  تقبل الاشتقاق عند 0.

(ب) بين أن  $g$  تقبل الاشتقاق على  $\mathbb{R}^*$  وأنه من أجل كل عدد حقيقي  $x \neq 0$ :  $g'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$ .

(ج) أنشئ جدول تغيرات الدالة  $g$ .

3. (أ) بين أن المنحنى  $(C)$  يقبل نقطتي إنعطاف  $A$  و  $B$  يطلب تعيينهما حيث  $A$  هي نقطة الانعطاف ذات الفاصلة الموجبة.

(ب) في الوثيقة المرفقة



قمنا برسم المنحنيين  $(C_1)$  و  $(C_2)$  في المعلم  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  ذو المعادلتين  $y = e^x$  و  $y = x^2$  على الترتيب.

في نفس المعلم عين  $A$  و  $B$  ثم أرسم المنحنى  $(C)$ .

- (I) نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $f(x) = 2 - x^2 e^{1-x}$  وليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .
- بين أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$  وأعط تفسيراً هندسياً لهذه النتيجة، ثم أحسب النهاية  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .
  - (أ) بين أنه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$ ،  $f'(x) = x(x-2)e^{1-x}$ .  
(ب) ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.
  - اكتب معادلة لـ  $(T)$  المماس للمنحنى  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة 1.
- (II) نعتبر الدالة العددية  $h$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $h(x) = 1 - x e^{1-x}$ .
- بين أنه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$  فإن:  $h(x) \geq 0$  ثم أدرس الوضع النسبي للمنحنى  $(C_f)$  والمماس  $(T)$ .
  - بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلاً وحيداً  $\alpha$  حيث  $-0,7 < \alpha < -0,6$ .
  - أنشئ المماس  $(T)$  والمنحنى  $(C_f)$  على المجال  $[-1, +\infty[$ .

- نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = (-x^3 + 2x^2)e^{-x+1}$
- (I) المنحنى الممثل للدالة  $f$  في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .
- (أ) احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، تستنتج وجود مستقيم مقارب للمنحنى  $(C_f)$  يطلب تعيين معادله له.  
(ب) بين أن: من أجل كل عدد حقيقي  $x$ ،  $f'(x) = x(x^2 - 5x + 4)e^{-x+1}$ ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  وشكل جدول تغيراتها.
  - اكتب معادلة  $(T)$  المماس للمنحنى  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة 2.
  - الدالة المعرفة على  $[0, +\infty[$  كما يلي:  $h(x) = x^2 e^{-x+2} - 4$
  - ادرس اتجاه تغير الدالة  $h$  ثم استنتج إشارة  $h(x)$  حدّد عندئذٍ وضعية المنحنى  $(C_f)$  بالنسبة إلى  $(T)$  على المجال  $[0, +\infty[$ .
  - أرسم المماس  $(T)$  والمنحنى  $(C_f)$  على المجال  $[0, +\infty[$ .
  - نعتبر  $m$  وسيط حقيقي والمعادلة ذات المجهول الحقيقي  $x$  الموجب:  $f(x) = m(x-2)$ ... (E) ناقش بياناً حسب قيم  $m$  عدد حلول المعادلة (E).
  - الدالة المعرفة على المجال  $[0, +\infty[$  بـ:  $g(x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$ . اعتمداً على السؤال (1)، شكل جدول تغيرات الدالة  $g$ .

## التمرين 11: 11 جمادى الأولى 2016 (الموضوع المسترجع)

(I) الدالة العددية المعرفة على  $IR$  بـ:  $g(x) = 1 + (x^2 + x - 1)e^{-x}$ .

1. أ. احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ .

ب. أدرس اتجاه تغير الدالة  $g$  ثم شكل جدول تغيراتها.

2. أ. بيّن أنّ للمعادلة  $g(x) = 0$  حلّين في  $IR$ ، أحدهما معدوم والآخر  $\alpha$  حيث:  $-1,52 < \alpha < -1,51$ .

ب. استنتج إشارة  $g(x)$  على  $IR$ .

(II) الدالة العددية المعرفة على  $IR$  بـ:  $f(x) = -x + (x^2 + 3x + 2)e^{-x}$ .

$(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

1. أ. احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .

ب. بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي  $x$ :  $f'(x) = -g(x)$ .

ج. شكل جدول تغيرات الدالة  $f$  على  $IR$ ، (نأخذ  $f(\alpha) \approx 0,38$ ).

د. عيّن دون حساب:  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\alpha + h) - f(\alpha)}{h}$ ، ثمّ فسر النتيجة هندسياً.

2. أ. بيّن أنّ المستقيم  $(\Delta)$  ذا المعادلة  $y = -x$  مستقيم مقارب مائل للمنحنى  $(C_f)$  عند  $+\infty$ .

ب. أدرس وضعية  $(C_f)$  بالنسبة إلى المستقيم  $(\Delta)$ .

ج. بيّن أنّ للمنحنى  $(C_f)$  نقطتي انعطاف يطلب تعيين إحداثيهما.

د. ارسم  $(\Delta)$  و  $(C_f)$  على المجال  $[-2, +\infty[$ .

هـ. ناقش بيانياً وحسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد وإشارة حلول المعادلة:  $(m - x)e^x + (x^2 + 3x + 2) = 0$

على المجال  $[-2, +\infty[$ .

## التمرين 12: 12 جمادى الأولى 2016

(I) لتكن  $g$  الدالة العددية المعرفة على  $IR$  بـ:  $g(x) = 2e^x - x^2 - x$ .

1. أ. احسب  $g'(x)$  من أجل كل  $x$  من  $IR$ ، ثمّ أدرس اتجاه تغير الدالة  $g'$ .

ب. بيّن أنّه من أجل كل  $x$  من  $IR$ ،  $g'(x) > 0$ .

ج. أحسب نهايتي الدالة  $g$  عند كل من  $+\infty$  و  $-\infty$ ، ثمّ شكل جدول تغيراتها.

2. أ. بيّن أنّ المعادلة  $g(x) = 0$  حلا وحيدا  $\alpha$  حيث:  $-1,38 < \alpha < -1,37$ .

3. استنتج إشارة  $g(x)$  حسب قيم العدد الحقيقي  $x$ .

(II) لتكن الدالة  $f$  المعرفة على  $IR$  بـ:  $f(x) = \frac{x^2 e^x}{e^x - x}$ .

$(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

1. أ. احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .

ب. بيّن أنّه من أجل كل  $x$  من  $IR$ ،  $f'(x) = \frac{x e^x g(x)}{(e^x - x)^2}$ .

2. أ. بيّن أنّ  $f(\alpha) = \alpha^2 + 2\alpha + 2 + \frac{2}{\alpha - 1}$ ، ثمّ استنتج حصراً للعدد  $f(\alpha)$ .

ب. احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x^2]$ ، ثمّ فسر النتيجة بيانياً.

ج. أنشئ المنحنى  $(C_f)$ ، (نأخذ  $f(\alpha) \approx 0,29$ ).

(I) الدالة العددية المعرفة على  $IR$  كما يلي :  $\varphi(x) = (x^2 - x + 1)e^{-x+1} - 1$ .

1. أ. احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \varphi(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \varphi(x)$ .
- ب. أدرس اتجاه تغير الدالة  $\varphi$  ثم شكل جدول تغيراتها.
2. بين أن المعادلة  $\varphi(x) = 0$  تقبل في  $IR$ ، حلا  $\alpha$  يختلف عن 1 ثم تحقق أن:  $2,79 < \alpha < 2,80$ .
3. استنتج إشارة  $\varphi(x)$  على  $IR$ .

(II)  $f$  و  $g$  الدالتان العدديتان معرفتان على  $IR$  كما يلي :  $f(x) = (2x-1)e^{-x+1}$  و  $g(x) = \frac{2x-1}{x^2-x+1}$ .

1.  $(C_f)$  و  $(C_g)$  تمثيلهما البيانيان في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .
- أ. احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .
- ب. ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.
2. بين أن للمنحنيين  $(C_f)$  و  $(C_g)$  مماسا مشتركا  $(T)$  في النقطة ذات الفاصلة 1 ثم جد معادلة له.
3. ارسم المماس  $(T)$  والمنحنى  $(C_f)$ .

4. أ. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$ ،  $f(x) - g(x) = \frac{(2x-1)\varphi(x)}{x^2-x+1}$ .

ب. ادرس إشارة الفرق  $f(x) - g(x)$  على  $IR$  ثم استنتج الوضع النسبي للمنحنيين  $(C_f)$  و  $(C_g)$ .

5. احسب  $f''(x)$ ،  $f^{(3)}(x)$  و  $f^{(4)}(x)$ . أعط تخميناً لعبارة  $f^{(n)}(x)$  حيث  $n \in IN^*$  و  $f^{(n)}$  الدالة المشتقة من الرتبة  $n$  للدالة  $f$ .

(I)  $g$  الدالة العددية المعرفة على  $IR$  بـ :  $g(x) = 1 - 2x - e^{2x-2}$ .

1. أدرس اتجاه تغير الدالة  $g$  على  $IR$ .
2. بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  في  $IR$ ، ثم تحقق أن  $0,36 < \alpha < 0,37$ .
3. استنتج إشارة  $g(x)$  على  $IR$ .

(II)  $f$  الدالة العددية المعرفة على  $IR$  بـ :  $f(x) = xe^{2x+2} - x + 1$ .

$(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

1. أ. بين أنه من أجل كل  $x$  من  $IR$  :  $f'(x) = e^{2x+2}g(-x)$ .
- ب. استنتج أن الدالة  $f$  متناقصة تماما على  $]-\infty; -\alpha[$  و متزايدة تماما على  $]-\alpha; +\infty[$ .
2. أحسب نهاية  $f$  عند  $+\infty$  وعند  $-\infty$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة  $f$ .
3. أحسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) + x - 1]$  ثم فسّر النتيجة هندسيا.
4. أدرس وضعية  $(C_f)$  بالنسبة إلى المستقيم  $(\Delta)$  الذي معادلته  $y = -x + 1$ .
5. أنشئ  $(\Delta)$  و  $(C_f)$  على المجال  $]-\infty; \frac{1}{2}]$ ، نأخذ  $f(\alpha) \approx 0,1$ .

(I)  $g$  الدالة المعرفة على  $IR$  بما يلي :  $g(x) = (x+2)e^x - 2$ .

1. أحسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ .
2. أدرس اتجاه تغير الدالة  $g$  ثم شكل جدول تغيراتها.
3. أحسب  $g(0)$ ، ثم استنتج إشارة  $g(x)$ .

II) الدالة المعرفة على  $IR$  بما يلي :  $f(x) = 2x + 3 - (x+1)e^x$ .

$(C_f)$  المنحنى الممثل للدالة  $f$  في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

1. بين أن :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$  ، ثم أحسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .
2. أ. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  ،  $f'(x) = -g(x)$  ،  
ب. استنتج إشارة  $f'(x)$  ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة  $f$ .  
ج. بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذا المعادلة  $y = 2x + 3$  مستقيم مقارب مائل للمنحنى  $(C_f)$  عند  $-\infty$ .  
ثم أدرس وضعية  $(C_f)$  بالنسبة إلى المستقيم  $(\Delta)$ .
3. أ. بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلين  $\alpha$  و  $\beta$  حيث :  $0.92 < \alpha < 0.93$  و  $-1.56 < \beta < -1.55$ .  
ب. أرسم المستقيم  $(\Delta)$  والمنحنى  $(C_f)$  على المجال  $]-\infty; \frac{3}{2}]$ .

التمرين 16 : ر 2015 تونس

لتكن  $f$  الدالة المعرفة على  $[0, \pi]$  بـ :  $f(x) = e^{\sin x}$ .

$(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

1. أ. عيّن  $f'$  المشتقة الدالة  $f$  ثم أنشئ جدول تغيرات الدالة  $f$  على  $[0, \pi]$ .

ب. بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $x = \frac{\pi}{2}$  محور تناظر للمنحنى  $(C_f)$ .

ج. ليكن  $(T)$  مماس المنحنى  $(C_f)$  في النقطة ذات الفاصلة 0.

برهن أن معادلة  $(T)$  تعطى بالعلاقة :  $y = x + 1$ .

2.  $g$  الدالة المعرفة على  $[0, 1]$  كما يلي :  $g(x) = e^x \sqrt{1-x^2} - 1$ .

الجدول المقابل يمثل جدول تغيرات الدالة  $g$ .

أ. برّر أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل في المجال  $]0, 1[$  حلا وحيدا  $\alpha$ .

ب. استنتج إشارة  $g(x)$  على  $[0, 1]$ .

3. نريد تعيين الوضع النسبي للمنحنى  $(C_f)$  والمماس  $(T)$  في النقطة 0 على المجال  $[0, \frac{\pi}{2}]$ .

لتكن الدالة  $h$  المعرفة على  $[0, \frac{\pi}{2}]$  بـ :  $h(x) = e^{\sin x} - (x+1)$ .

أ. تحقق أنه من أجل كل  $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$  فإن :  $h'(x) = g(\sin x)$  (نذكر أن  $\cos x = \sqrt{1 - \sin^2 x}$ ).

ب. بين أنه يوجد عدد وحيد  $\beta$  من المجال  $[0, \frac{\pi}{2}]$  بحيث  $\sin \beta = \alpha$ .

ج. عيّن صورة الدالة  $x \mapsto \sin x$  على المجالين  $[0, \beta]$  و  $[\beta, \frac{\pi}{2}]$ .

د. أنشئ جدول تغيرات الدالة  $h$ .

هـ. استنتج أنه من أجل كل  $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$  ،  $f(x) \geq x + 1$  ، ثم الوضع النسبي للمنحنى  $(C_f)$  والمماس  $(T)$ .

4. ارسم كل من المماس  $(T)$  والمنحنى  $(C_f)$ .

$x$	0	$\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$	1
$g'(x)$	+	0	-
$g(x)$	0	$g\left(\frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right)$	-1

$f$  الدالة المعرفة بـ:  $f(0)=0$  ومن أجل كل عدد حقيقي  $x$  من المجال  $]-\infty;0[$ ،  $f(x)=(x-1)e^{\frac{1}{x}}$ .  
 $(C_f)$  المنحنى الممثل للدالة  $f$  في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

1. أدرس استمرارية الدالة  $f$  عند 0 من اليسار.

2. أحسب  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$ ، ثم فسّر النتيجة هندسياً.

3. أ. أحسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .

ب. أدرس اتجاه تغير الدالة  $f$ ، ثم شكّل جدول تغيراتها.

4. أ. بيّن أنّ  $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - x] = 0$ .

ب. استنتج أنّ المنحنى  $(C_f)$  يقبل مستقيماً مقارباً مائلاً  $(\Delta)$  عند  $-\infty$  - يطلب تعيين معادلة له.

5.  $g$  الدالة المعرفة على المجال  $]-\infty;0[$  بـ:  $g(x) = \frac{f(x)}{x}$ .

أ. أحسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ .

ب. أدرس اتجاه تغير الدالة  $g$  ثم شكّل جدول تغيراتها.

6. أ. بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من المجال  $]-\infty;0[$ ،  $f(x) > x$ .

ب. استنتج وضعية المنحنى  $(C_f)$  بالنسبة إلى المستقيم  $(\Delta)$ .

ج. أنشئ المنحنى  $(C_f)$ .

7.  $m$  عدد حقيقي.  $h_m$  الدالة ذات المتغير الحقيقي  $x$  على المجال  $]-\infty;0[$ ، بـ:  $h_m(x) = xe^{\frac{1}{x}} - mx$ .

أ. أحسب  $h'_m(x)$  حيث  $h'_m$  هي الدالة المشتقة للدالة  $h_m$ .

ب. باستعمال المنحنى  $(C_f)$ ، ناقش بيانياً وحسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد حلول المعادلة  $h'_m(x) = 0$ .

$f$  هي الدالة المعرفة على  $IR$  بـ:  $f(x) = (x-1)e^x$ .

$(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

1. عيّن نهاية  $f$  عند كل من  $-\infty$  و  $+\infty$ .

2. أدرس اتجاه تغير الدالة  $f$  على  $IR$  ثم شكّل جدول تغيراتها.

3. أ. بيّن أنّ المعادلة  $f(x) = 1$  تقبل حلاً وحيداً  $\alpha$  على  $IR$ ، ثم تحقّق أنّ  $1,27 < \alpha < 1,28$ .

ب. أكتب معادلة لـ  $(T)$  مماس المنحنى  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة 1 وحدد وضعية  $(C_f)$  بالنسبة إلى  $(T)$ .

ج. أرسم  $(T)$  و  $(C_f)$ .

4. عيّن قيم العدد الحقيقي  $m$  التي من أجلها تقبل المعادلة  $(x-1)e^x - (m-1)e^x = -1$  حلاً وحيداً في  $IR$ .

5.  $h$  هي الدالة المعرفة على  $IR$  بـ:  $h(x) = (|x|+1)e^{-|x|}$  و  $(C_h)$  تمثيلها البياني.

أ. بيّن أنّ الدالة  $h$  زوجية.

ب. أرسم  $(C_h)$  مستعيناً بالمنحنى  $(C_f)$ .

6.  $g$  دالة معرفة على  $IR$  بـ:  $g(x) = (ax+b)e^x$  حيث  $a, b$  عدداً حقيقيين.

عيّن  $a, b$  حتى يكون: من أجل كل  $x$  من  $IR$ ،  $g'(x) = f(x)$ .

$x$	$f(x)$
0.20	0.037
0.21	0.016
0.22	-0.005
0.23	-0.026
0.24	-0.048
0.25	-0.070

(I)  $f$  هي الدالة المعرفة على  $]-\infty; 1[$  بـ:  $f(x) = \frac{x}{x-1} + e^{\frac{1}{x-1}}$  و  $(C)$  تمثيلها البياني في  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

1. احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$  ثم استنتج المستقيمين المقاربين للمنحنى  $(C)$ .
  2. احسب  $f'(x)$ . بيّن أن الدالة  $f$  متناقصة تماما على المجال  $]-\infty; 1[$  ثم شكل جدول تغيراتها.
  3. بيّن أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل في  $]-\infty; 1[$  حلا وحيدا  $\alpha$ .  
باستعمال الجدول القيم أعلاه جد حصرا للعدد  $\alpha$ .
  4. أرسم المستقيمين المقاربين والمنحنى  $(C)$ ، ثم ارسم المنحنى  $(C')$  الممثل للدالة  $|f|$ .
  5. عيّن بيانيا مجموعة قيم الأعداد الحقيقية  $m$  التي من أجلها يكون للمعادلة  $|f(x)| = m$  حلان مختلفان في الإشارة.
- (II)  $g$  الدالة المعرفة على  $]-\infty; 1[$  بـ:  $g(x) = f(2x-1)$ . (عبارة  $g(x)$  غير مطلوبة)
1. أدرس تغيرات الدالة  $g$  على  $]-\infty; 1[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.
  2. أ. تحقق من أن:  $g\left(\frac{\alpha+1}{2}\right) = 0$ ، ثم بيّن أن  $g\left(\frac{\alpha+1}{2}\right) = 2f'(\alpha)$ .  
ب. استنتج معادلة  $(T)$  مماس المنحنى الدالة  $g$  في النقطة ذات الفاصلة  $\frac{\alpha+1}{2}$ .  
ج. تحقق من أن:  $y = \frac{2}{(\alpha-1)^3}x - \frac{\alpha+1}{(\alpha-1)^3}$  معادلة للمستقيم  $(T)$ .

(I) الدالة  $g$  معرفة على  $IR$  بـ:  $g(x) = 1 + (x^2 - 1)e^{-x}$ .

1. أ. احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ .

- ب. ادرس اتجاه تغير الدالة  $g$ ، ثم شكل جدول تغيراتها. (نأخذ:  $g(1-\sqrt{2}) \approx -0,25$  و  $g(1+\sqrt{2}) \approx 1,43$ )
2. أ. بيّن أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلين في  $IR$ ، ثم تحقق أن أحدهما معدوم والآخر  $\alpha$  حيث  $-0,8 < \alpha < -0,7$ .  
ب. استنتج إشارة  $g(x)$  حسب قيم العدد الحقيقي  $x$ .
- (II) الدالة  $f$  معرفة على  $IR$  بـ:  $f(x) = x - (x+1)^2 e^{-x}$ .
- $(C_f)$  منحنى الدالة  $f$  في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ . (وحدة الطول 2cm)
1. أ. احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .  
ب. بيّن أن المستقيم  $(\Delta)$  ذا المعادلة  $y = x$  مستقيم مقارب مائل للمنحنى  $(C_f)$  عند  $+\infty$ .  
ج. أدرس وضعية المنحنى  $(C_f)$  بالنسبة إلى المستقيم  $(\Delta)$ .
  2. أ. بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$ ،  $f'(x) = g(x)$ . (يرمز  $f'$  إلى الدالة المشتقة للدالة  $f$ ).  
ب. شكل جدول تغيرات الدالة  $f$  على  $IR$ . (نأخذ  $f(\alpha) \approx -0,9$ )  
3. أ. بيّن أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل مماسين، معامل توجيه كل واحد منهما يساوي 1، يطلب تعيين معادلة كل منهما.  
ب. مثل  $(\Delta)$  والمماسين والمنحنى  $(C_f)$ .  
ج. ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$ ، عدد حلول المعادلة ذات المجهول  $x$ :  $(x+1)^2 + me^x = 0$ .

(I) لتكن  $g$  الدالة المعرفة على  $IR$  كما يلي :  $g(x) = 1 - xe^x$ .

1. أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ .

2. ادرس اتجاه تغيّر الدالة  $g$  ، ثم شكّل جدول تغيّراتها.

3. أ. بيّن أنّ المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  على المجال  $[-1; +\infty[$ .

ب. تحقق أنّ  $0,6 < \alpha < 0,5$  ، ثم استنتج إشارة  $g(x)$  على  $IR$ .

(II) نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على المجال  $]-\infty; 2]$  كما يلي :  $f(x) = (x-1)e^x - x - 1$ .

$(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

1. أحسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .

2. لتكن  $f'$  المشتقة الدالة  $f$ . بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $]-\infty; 2]$  فإنّ :  $f'(x) = -g(x)$ .

استنتج إشارة  $f'(x)$  على المجال  $]-\infty; 2]$  ، ثم شكّل جدول تغيّرات الدالة  $f$ .

3. بيّن أنّ  $f(\alpha) = -\left(\frac{\alpha^2 + 1}{\alpha}\right)$  واستنتج حصرا للعدد  $f(\alpha)$ . (تدور النتائج إلى  $10^{-2}$ )

4. أ. بيّن أنّ المستقيم  $(\Delta)$  ذا المعادلة  $y = -x - 1$  هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى  $(C_f)$  بجوار  $-\infty$ .

ب. ادرس وضعية المنحنى  $(C_f)$  بالنسبة إلى المستقيم  $(\Delta)$ .

5. أ. بيّن أنّ المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلين  $x_1$  و  $x_2$  حيث :  $-1,5 < x_1 < -1,6$  و  $1,5 < x_2 < 1,6$ .

ب. أنشئ  $(\Delta)$  و  $(C_f)$ .

(I)  $g$  هي الدالة معرفة على  $IR$  كما يلي :  $g(x) = -4 + (4 - 2x)e^x$ .

1. ادرس تغيّرات الدالة  $g$  ، ثم شكّل جدول تغيّراتها.

2. بيّن أنّ المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلين أحدهما معدوم والآخر  $\alpha$  حيث :  $1,59 < \alpha < 1,60$ .

3. استنتج إشارة  $g(x)$ .

(II)  $f$  هي الدالة المعرفة على  $IR$  كما يلي :  $f(x) = \frac{2x-2}{e^x - 2x}$ .

$(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ . (وحدة الطول 2cm)

1. بيّن أنّ  $(C_f)$  يقبل عند  $-\infty$  و  $+\infty$  مستقيمين مقاربين مائلين معادلتهما على الترتيب  $y = -1$  و  $y = 0$ .

2. أ. برهن أنّه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  :  $f'(x) = \frac{g(x)}{(e^x - 2x)^2}$ .

ب. استنتج إشارة  $f'(x)$  ثم شكّل جدول تغيّرات الدالة  $f$ .

ج. أحسب  $f(1)$  ثم استنتج حسب قيم  $x$  ، إشارة  $f(x)$ .

3. أ. بيّن أنّ :  $f(\alpha) = -1 + \frac{1}{\alpha - 1}$  حيث  $\alpha$  هو العدد المعرف في السؤال 2 من الجزء I.

ب. استنتج حصرا للعدد  $f(\alpha)$ . (تدور النتائج إلى  $10^{-2}$ )

ج. ارسم  $(C_f)$ .

4. ناقش بيانيا ، حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  ، عدد وإشارة حلول المعادلة  $2x - 2 = (e^x - 2x)(m + 1)$ .

5.  $h$  هي الدالة المعرفة على  $IR$  كما يلي :  $h(x) = [f(x)]^2$ .

أ. احسب  $h'(x)$  بدلالة كل من  $f(x)$  و  $f'(x)$  ، ثم استنتج إشارة  $h'(x)$ .

ب. شكّل جدول تغيّرات الدالة  $h$ .

(I)  $g$  هي الدالة معرفة على  $IR$  كما يلي :  $g(x) = 2 - xe^x$ .

1. ادرس تغيرات الدالة  $g$  ، ثم شكّل جدول تغيراتها.
2. بيّن أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  على  $IR$  ، ثم تحقّق أن  $0,8 < \alpha < 0,9$ .
3. عيّن حسب قيم  $x$  ، إشارة  $g(x)$ .

(II)  $f$  هي الدالة المعرفة على  $IR$  كما يلي :  $f(x) = \frac{2x+2}{e^x+2}$ .  $(C_f)$  تمثيلها البياني في  $M^3(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

1. بيّن أن :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$  ، ثم فسّر النتيجة هندسيا.
2. أ. أحسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .  
ب. بيّن أن المستقيم  $(\Delta')$  ذا المعادلة  $y = x + 1$  مستقيم مقارب مائل للمنحنى  $(C_f)$ .
3. أدرس وضعية  $(C_f)$  بالنسبة إلى كل من  $(\Delta')$  و  $(\Delta)$  ، حيث  $(\Delta)$  هو المستقيم ذو المعادلة  $y = x$ .
4. أ. بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  :  $f'(x) = \frac{2g(x)}{(e^x+2)^2}$  ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$ .  
ب. بيّن أن  $f(\alpha) = \alpha$  ثم شكّل جدول تغيراتها.
5. أرسم  $(\Delta)$  ،  $(\Delta')$  و  $(C_f)$ .
6. ناقش بيانها ، حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  ، عدد حلول المعادلة  $f(x) = f(m)$ .

(I)  $g$  الدالة العددية معرفة على  $IR$  كما يلي :  $g(x) = (3-x)e^x - 3$ .

1. ادرس تغيرات الدالة  $g$ .
2. بيّن أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلين أحدهما معوم والآخر  $\alpha$  حيث :  $2,82 < \alpha < 2,83$ .
3. استنتج إشارة  $g(x)$  حسب قيم  $x$ .

(II)  $f$  الدالة العددية المعرفة على  $IR$  كما يلي : 
$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^3}{e^x - 1}; x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

- $(C_f)$  منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .
1. بيّن أن الدالة  $f$  تقبل الإشتقاق عند  $x_0 = 0$  ، ثم أكتب معادلة لـ  $(T)$  مماس  $(C_f)$  عند المبدأ  $O$ .
  2. أ. بيّن أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 e^{-x} = 0$  ، ثم احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ، احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .  
ب. بيّن أنه من أجل  $x \neq 0$  فإن :  $f'(x) = \frac{x^2 \cdot g(x)}{(e^x - 1)^2}$ .  
ج. تحقّق أن  $f(\alpha) = \alpha^2(3 - \alpha)$  ثم عيّن حصره له.  
د. أنشئ جدول تغيرات الدالة  $f$ .
  3. احسب  $f(x) + x^3$  واستنتج الوضع النسبي لـ  $(C_f)$  و  $(C)$  منحنى الدالة  $x \mapsto -x^3$ .
  - بيّن أن  $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) + x^3] = 0$  وفسّر النتيجة هندسيا.
  4. أنشئ في نفس المعلم المماس  $(T)$  والمنحنيين  $(C)$  و  $(C_f)$ .

$f$  الدالة العددية المعرفة على  $IR^*$  بالعلاقة:  $f(x) = \frac{3xe^x - 3x - 4}{3(e^x - 1)}$ .

ليكن  $(C_f)$  منحنى  $f$  في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

1. عيّن العددين الحقيقيين  $a$  و  $b$  بحيث:  $f(x) = ax + \frac{b}{3(e^x - 1)}$  من أجل كل  $x$  من  $IR^*$ .

2. احسب نهايات الدالة  $f$  عند أطراف مجموعة تعريفها.

3. بيّن أن  $f$  متزايدة على كل مجال من مجالي تعريفها ثم شكّل جدول تغيّراتها.

4.  $(D)$  و  $(D')$  المستقيمان اللذان معادلتاهما على الترتيب:  $y = x$  و  $y = x + \frac{4}{3}$ .

أ. بيّن أن  $(D)$  و  $(D')$  مقاربان للمنحنى  $(C_f)$ ، ثم حدّد وضعيته بالنسبة لكل منهما.

ب. بيّن أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلين  $x_0$  و  $x_1$  حيث:  $0.9 < x_0 < 0.91$  و  $-1.66 < x_1 < -1.65$ .

ج. احسب من أجل كل عدد حقيقي  $x$  غير معدوم  $f(x) + f(-x)$ . فسّر النتيجة هندسياً.

د. ارسم  $(D)$  و  $(D')$  و  $(C_f)$ .

هـ.  $m$  عدد حقيقي،  $(D_m)$  المستقيم المعرف بالمعادلة  $y = x + m$ .

ناقش بياناً حسب قيم  $m$  عدد حلول المعادلة  $f(x) = x + m$ .

5. نعتبر الدالة  $g$  المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  كما يأتي:  $g(x) = [f(x)]^2$ .

ادرس تغيّرات الدالة  $g$  دون حساب  $g(x)$  بدلالة  $x$ .

نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $IR^*$  كما يلي:  $f(x) = x - \frac{1}{e^x - 1}$ .

نرمز بـ  $(C_f)$  لتمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

1. أ. احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .

ب. احسب  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 0} f'(x)$  وفسّر النتيجة هندسياً.

2. ادرس اتجاه تغيّر الدالة  $f$  على كل مجال من مجالي تعريفها ثم شكّل جدول تغيّراتها.

3. أ. بيّن أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل مستقيمين مقاربين مائلين  $(\Delta)$  و  $(\Delta')$  معادلتيهما على الترتيب:  $y = x$  و  $y = x + 1$ .

ب. أدرس وضعيّة  $(C_f)$  بالنسبة إلى كل من  $(\Delta)$  و  $(\Delta')$ .

4. أثبت أن النقطة  $\omega(0; \frac{1}{2})$  هي مركز تناظر للمنحنى  $(C_f)$ .

5. أ. بيّن أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلين  $\alpha$  و  $\beta$  حيث:  $\ln 2 < \alpha < 1$  و  $-1.4 < \beta < -1.3$ .

ب. هل توجد مماسات لـ  $(C_f)$  توازي المستقيم  $(\Delta)$ ؟

ج. أرسم  $(\Delta)$  و  $(\Delta')$  ثم المنحنى  $(C_f)$ .

د. ناقش بياناً حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد وإشارة حلول المعادلة:  $(m-1)e^{-x} = m$ .

- (I) نعتبر المعادلتين التفاضليتين  $(E)$  و  $(E_0)$  حيث:  $(E_0): y' + y = 0$  و  $(E): y' + y = e^{-x} \cos x$ .
1. عيّن العددين الحقيقيين  $a$  و  $b$  بحيث تكون الدالة  $h$  حل للمعادلة  $(E)$ :  $h(x) = (a \cos x + b \sin x)e^{-x}$ .
2. أ. بيّن أن الدالة  $f$  حل للمعادلة  $(E)$  إذا وفقط إذا كانت الدالة  $f - h$  حل للمعادلة  $(E_0)$ .  
ب. حل المعادلة  $(E_0)$ .  
ج. استنتج مما سبق الحال العام  $(E)$ .
3. عيّن الحل الخاص  $g$  للمعادلة  $(E)$  والذي يحقق:  $g(0) = 0$ .
- (II) أدرس تغيرات الدالة  $k$  المعرفة على المجال  $[0, 2\pi]$  كما يلي:  $k(x) = e^{-x} \sin x$ .

التمرين 28: ر 2008

- (I)  $f$  الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  بالعبارة:  $f(x) = x - 1 + \frac{4}{e^x + 1}$  و  $(C_f)$  تمثيلها البياني في  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .
1. ادرس تغيرات الدالة  $f$ .
2. بيّن أن  $(C_f)$  يقبل نقطة انعطاف  $\omega$  واكتب معادلة لمماس  $(C_f)$  في النقطة  $\omega$ .  
أثبت أن  $\omega$  هي مركز تناظر للمنحنى  $(C_f)$ .
3. احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x - 1)]$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x + 3)]$ .  
استنتج أن  $(C_f)$  يقبل مستقيمين مقاربين يطلب إعطاء معادلة لكل منهما.
4. بيّن أن  $(C_f)$  يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها  $x_0$  من المجال  $]-2,77; -2,76[$ .  
احسب  $f(1)$  و  $f(-1)$  (تدور النتائج إلى  $10^{-2}$ ) ثم أرسم  $(C_f)$  ومستقيمه المقاربين.
- (II)  $g$  الدالة العددية المعرفة  $\mathbb{R}$  بالعبارة:  $g(x) = -x + 3 - \frac{4}{e^x + 1}$ .  $C_g$  منحنى الدالة  $g$ .
1. بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  فإن  $g(x) = f(-x)$ .  
استنتج أنه يوجد تحويل نقطي بسيط يحول  $(C_f)$  إلى  $C_g$ .
2. أنشئ في نفس المعلم السابق  $C_g$  (دون دراسة الدالة  $g$ ).

التمرين 29: ع 2008

- (I) نعتبر الدالة العددية للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة على المجال  $[-2; +\infty[$  كما يأتي:
- $$f(x) = (ax + b)e^{-x} + 1$$
- حيث  $a$  و  $b$  عدنان حقيقيان.
- $(C_f)$  المنحنى الممثل للدالة  $f$  في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  وحدة الطول 1cm.
- عيّن قيمتي  $a$  و  $b$  بحيث تكون النقطة  $A(-1, 1)$  تنتمي إلى  $(C_f)$  وعامل توجيه المماس عند  $A$  يساوي  $(-e)$ .
- (II) نعتبر الدالة العددية للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة على المجال  $[-2; +\infty[$  كما يأتي:
- $$g(x) = (-x - 1)e^{-x} + 1$$
- و  $(C_g)$  تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق.
- أ. بيّن أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 1$  وفسر النتيجة بيانياً. (نذكر أن  $\lim_{u \rightarrow +\infty} ue^u = 0$ )
- ب. ادرس تغيرات الدالة  $g$  ثم شكّل جدول تغيراتها.
- ج. بيّن أن المنحنى  $(C_g)$  يقبل نقطة انعطاف  $I$  يطلب تعيين إحداثيها.
- د. اكتب معادلة المماس للمنحنى  $(C_g)$  عند النقطة  $I$ .
- هـ. ارسم  $(C_g)$ .
- (III) لتكن  $k$  الدالة المعرفة على المجال  $[-2; +\infty[$  كما يأتي:  $k(x) = g(x^2)$ .  
باستعمال مشتق دالة مركبة، عيّن اتجاه تغير الدالة  $k$  ثم شكّل جدول تغيراتها.

### التمرين 30: المغرب في 2007 الدورة العادية

(I) نعتبر الدالة العددية  $g$  المعرفة على  $IR$  كما يلي:  $g(x) = e^{-x} + x - 1$ .

أ. احسب  $g'(x)$ ، ثم أدرس تغيرات الدالة  $g$ .

ب. بين أنه من أجل كل  $x \in IR$  فإن  $g(x) \geq 0$ ، ثم استنتج أنه من أجل كل  $x \in IR$  فإن  $e^{-x} + x \geq 1$  (لاحظ أن:  $g(0) = 0$ ).

(II) لتكن  $f$  الدالة المعرفة على  $IR$  كما يلي:  $f(x) = \frac{x}{x + e^{-x}}$ .

وليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

1. بين أن:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$  وأن  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ ، ثم فسّر هندسيا هاتين النتيجتين.

2. بين أنه من أجل كل  $x \in IR$  فإن  $f'(x) = \frac{(1+x)e^{-x}}{(x+e^{-x})^2}$ .

3. أدرس إشارة  $f'(x)$ ، ثم أنشئ جدول تغيرات الدالة  $f$ .

ب. أكتب معادلة المماس للمنحنى  $(C_f)$  في النقطة  $O(0,0)$  مبدأ المعلم.

4. أ. تحقق من أجل كل  $x \in IR$  فإن  $x - f(x) = \frac{xg(x)}{g(x)+1}$ ، ثم أدرس إشارة  $x - f(x)$  على  $IR$ .

ب. استنتج الوضع النسبي للمنحنى  $(C_f)$  والمستقيم  $(D)$  الذي معادلته  $y = x$ .

5. أنشئ  $(D)$  ثم  $(C_f)$ . نأخذ  $\frac{1}{1-e} \approx -0.6$ .

### التمرين 31: المغرب في 2006 الدورة الاستدراكية

(I) دالة عددية معرفة على  $[0, +\infty[$  بما يلي:  $g(x) = (x-1)e^x + x + 1$ .

1. احسب  $g'(x)$  لكل  $x$  من  $[0, +\infty[$ ، ثم استنتج أن الدالة  $g$  متزايدة تماما على  $[0, +\infty[$ .

2. بين أن:  $g(x) \geq 0$  لكل  $x$  من  $[0, +\infty[$  (لاحظ أن:  $g(0) = 0$ ).

(II) نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $]0, +\infty[ \cup ]-\infty, 0]$  كما يلي:  $f(x) = \frac{xe^x}{(e^x - 1)^2}$ .

وليكن  $(C_f)$  التمثيل البياني للدالة  $f$  في المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

1. بين أن  $f$  دالة فردية.

2. أ. احسب  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  وفسّر النتيجة بيانيا.

ب. بين أن:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$  وفسّر هذه النتيجة بيانيا.

3. أ. بين أن:  $f'(x) = \frac{-e^x g(x)}{(e^x - 1)^3}$  من أجل كل  $x$  من  $]0, +\infty[$ .

ب. عين جدول تغيرات الدالة  $f$  على  $]0, +\infty[$ .

4. أنشئ  $(C_f)$  على  $]0, +\infty[ \cup ]-\infty, 0]$ .

### التمرين 32: من بكالوريا الجزائر شعبة علوم الطبيعة والحياة 2005

(I) نعتبر الدالة العددية  $g$  المعرفة على  $IR$  كما يلي:  $g(x) = x + 1 + e^x$ .

1. أدرس تغيرات الدالة  $g$ .
2. بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث:  $-1,28 < \alpha < -1,27$ .
3. استنتج حسب العدد الحقيقي  $x$  إشارة  $g(x)$ .

(II)  $f$  الدالة العددية المعرفة على  $IR$  كما يلي:  $f(x) = \frac{xe^x}{e^x + 1}$ .

( $C_f$ ) المنحنى الممثل للدالة  $f$  في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ . (وحدة الطول 2cm)

1. أ. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$ :  $f'(x) = \frac{e^x \cdot g(x)}{(e^x + 1)^2}$ .
- ب. أدرس تغيرات الدالة  $f$ .
2. بين أن  $f(\alpha) = \alpha + 1$  واستنتج حصرا للعدد  $f(\alpha)$ .
3. أ. ليكن  $(T)$  مماس المنحنى ( $C_f$ ) في النقطة ذات الفاصلة 0. اكتب معادلة للمستقيم  $(T)$ .
- ب. بين أن المنحنى ( $C_f$ ) يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y = x$  ثم أدرس الوضع النسبي للمنحنى ( $C_f$ ) والمستقيم  $(\Delta)$ .
4. احسب  $f(-1)$  و  $f(1)$  ثم ارسم كل من المنحنى ( $C_f$ ) والمستقيم  $(\Delta)$  والمماس  $(T)$ .

### التمرين 33: من بكالوريا الجزائر شعبة التكنولوجيا 2002

(I) نعتبر الدالة العددية  $g$  المعرفة على  $IR$  كما يلي:  $g(x) = e^x - x + 2$ .

1. احسب  $g'(x)$ ، ثم أدرس تغيرات الدالة  $g$ .
2. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  فإن  $g(x) \geq 3$ .

(II) لتكن  $f$  الدالة المعرفة على  $IR$  كما يلي:  $f(x) = (x-1)e^{-x} + x + 1$ .

( $C_f$ ) منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

1. بين أن  $f$  تقبل الإشتقاق على  $IR$  وأنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  فإن:  $f'(x) = e^{-x} \cdot g(x)$ .
2. أ. بين أن المنحنى ( $C_f$ ) يقبل مستقيما مقاربا مائلا  $(\Delta)$  يطلب تعيين معادلته.
- ب. أدرس وضعية المنحنى ( $C_f$ ) بالنسبة إلى المستقيم  $(\Delta)$ .
3. بين أن المنحنى ( $C_f$ ) يقبل نقطة انعطاف  $I$  يطلب تعيين إحداثيها.
4. أرسم كل من المنحنى ( $C_f$ ) والمستقيم  $(\Delta)$ .
5. ليكن  $(T_a)$  المستقيم الذي معادلته:  $y = x + a$  حيث  $a$  عدد حقيقي.
- أ. عين قيمة  $a$  بحيث يكون  $(T_a)$  مماس للمنحنى ( $C_f$ ) في نقطة يطلب تعيين إحداثيها.
- ب. ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$ ، عدد حلول المعادلة ذات المجهول  $x$ :  $(m-1)e^x - x + 1 = 0$ .