

سلسلة في الدّوال الأسيّة التي وردت في امتحانات
الباكالوريا من 2008 إلى 2021

من إعداد: أ.عامر جمّال

amercena2022@gmail.com



فهرس

شعبة علوم تجريبية صفحة 4

شعبة رياضيات صفحة 14

شعبة تقني رياضي صفحة 24

تمرين 1

I - نعتبر الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $[-2, +\infty[$ كما يأتي: $f(x) = (ax + b)e^{-x} + 1$ حيث a و b عددان حقيقيان.

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد و متجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) وحدة الطول $1cm$.
عين قيمتي a و b بحيث تكون النقطة $A(-1, 1)$ تنتمي إلى (C_f) و معامل توجيه المماس عند A يساوي $(-e)$.

II - نعتبر الدالة العددية g للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $[-2, +\infty[$ كما يلي: $g(x) = (-x - 1)e^{-x} + 1$ و (C_g) تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق.

أ) بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 1$ و فسر هذه النتيجة بيانيا. (نذكر أن $\lim_{u \rightarrow -\infty} ue^u = 0$)

ب) ادرس تغيرات الدالة g ، ثم أنشئ جدول تغيراتها.

ج) بين أن المنحنى (C_g) يقبل نقطة انعطاف I يطلب تعيين احداثياتها.

د) اكتب معادلة المماس للمنحنى (C_g) عند النقطة I .

هـ) ارسم (C_g) باكالوريا علوم تجريبية 2008

و) H الدالة العددية المعرفة على $[-2, +\infty[$ كما يأتي: $H(x) = (\alpha x + \beta)e^{-x}$ حيث α و β عددان حقيقيان. عين α و β بحيث تكون H دالة أصلية للدالة: $x \mapsto g(x) - 1$.
استنتج الدالة الأصلية للدالة g و التي تنعدم عند القيمة 0 .

III - لتكن k الدالة المعرفة على المجال $[-2, +\infty[$ كما يأتي: $k(x) = g(x^2)$ باستعمال مشتقة دالة مركبة، عين اتجاه تغير الدالة k ثم شكل جدول تغيراتها.

تمرين 2

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R}^* كما يلي: $f(x) = x - \frac{1}{e^x - 1}$.
نرمز بـ (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1) أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

ب) أحسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ وفسر هندسيا النتيجة.

2) ادرس اتجاه تغير الدالة f على كل مجال من مجالي تعريفها ثم شكل جدول تغيراتها.

3) أ) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين (Δ) و (Δ') معادلتهما على الترتيب: $y = x$ و $y = x + 1$.

ب) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى كل من (Δ) و (Δ') .

(4) أثبت أن النقطة $\omega\left(0; \frac{1}{2}\right)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f) .

(5) أ) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين α و β حيث $\ln 2 < \alpha < 1$ و $-1,4 < \beta < -1,3$
 ب) هل توجد مماسات لـ (C_f) توازي المستقيم (Δ) ؟

باكالوريا علوم تجريبية 2010

ج) ارسم (Δ) ، (Δ') ثم المنحنى (C_f) .

د) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $(m-1)e^{-x} = m$.

تمرين 3

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R} : $f(x) = e^x - ex - 1$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1 أ- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

ب- احسب $f'(x)$ ثم ادرس إشارتها. ج- شكل جدول تغيرات الدالة f .

2 أ- بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = -ex - 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $(-\infty)$.

ب- اكتب معادلة للمستقيم (T) مماس للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0.

ج- بي أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل في المجال $]1, 75; 1, 76[$ حلا وحيدا α .

د- ارسم المستقيمين (Δ) و (T) ثم المنحنى (C_f) على المجال $] -\infty; 2]$.

3 أ- احسب بدلالة α ، المساحة $A(\alpha)$ للجزء المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و حامل محور الفواصل و

باكالوريا علوم تجريبية 2011

المستقيمين اللذين معادلتيهما: $x = \alpha$ و $x = 0$.

ب- أثبت أن : $A(\alpha) = \left(\frac{1}{2}e\alpha^2 - e\alpha + \alpha\right) u\alpha$ ($u\alpha$ هي وحدة المساحات).

تمرين 4

I) لتكن g الدالة المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $g(x) = 1 - xe^x$

1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$

2) ادرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3) أ- بي أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α على المجال $[-1; +\infty[$.

ب- تحقق أن $0,5 < \alpha < 0,6$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على \mathbb{R} .

II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $] -\infty; 2]$ كما يلي: $f(x) = (x-1)e^x - x - 1$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس (O, \vec{i}, \vec{j})

- (1) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$
- (2) لتكن f' مشتقة الدالة f . بين أنه من اجل كل عدد حقيقي من $]-\infty; 2]$ فإن: $f'(x) = -g(x)$.
استنتج إشارة $f'(x)$ على المجال $]-\infty; 2]$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .
- (3) بين أن $f(\alpha) = -\left(\frac{\alpha^2 + 1}{\alpha}\right)$ ، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$. (تدور النتائج إلى 10^{-2}).
- (4) أ- بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = -x - 1$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$.
ب- ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .
- (5) أ- بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين x_1 و x_2 حيث $-1,6 < x_1 < -1,5$ و $1,5 < x_2 < 1,6$.
ب- أنشئ (Δ) و (C_f) .
- (6) لتكن h الدالة المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $h(x) = (ax + b)e^x$.
أ- عين العددين الحقيقيين a و b بحيث تكون h دالة أصلية للدالة $x \mapsto xe^x$ على \mathbb{R} .
ب- استنتج دالة أصلية للدالة g على \mathbb{R} .

باكالوريا علوم تجريبية 2012

$f(X)$	X
0.037	0.20
0.016	0.21
-0.005	0.22
-0.026	0.23
-0.048	0.24
-0.070	0.25

تمرين 5

- (I) f الدالة المعرفة على $]-\infty; 1[$ ب: $f(X) = \frac{X}{X-1} + e^{\frac{1}{X-1}}$ ،
و (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) .
- (1) احسب $\lim_{X \rightarrow -\infty} f(X)$ و $\lim_{X \rightarrow 1} f(X)$ ، ثم استنتج المستقيمين المقاربين للمنحنى (C) .
- (2) احسب $f'(X)$. بين أن الدالة f متناقصة تماما على المجال $]-\infty; 1[$.
ثم شكل جدول تغيراتها.
- (3) بين أن المعادلة $f(X) = 0$ تقبل في $]-\infty; 1[$ حلا وحيدا α ، باستعمال جدول القيم أعلاه جد حصرا للعدد α .
- (4) ارسم المستقيمين المقاربين و المنحنى (C) ، ثم ارسم المنحنى (C') الممثل للدالة $|f|$.
- (5) عين بيانيا مجموعة قيم الأعداد الحقيقية m التي من أجلها يكون للمعادلة $|f(X)| = m$ حلان مختلفان في الإشارة.

باكالوريا علوم تجريبية 2013

(II) g الدالة المعرفة على $]-\infty; 1[$ ب: $g(X) = f(2X - 1)$. (عبارة $g(X)$ غير مطلوبة)

- (1) ادرس تغيرات الدالة g على $]-\infty; 1[$ ، ثم شكّل جدول تغيراتها.
- (2) أ) تحقّق من أنّ: $g\left(\frac{\alpha+1}{2}\right) = 0$ ، ثم بين أنّ $g'\left(\frac{\alpha+1}{2}\right) = 2f'(\alpha)$.
ب) استنتج معادلة (T) المماس لمنحنى الدالة g في النقطة ذات الفاصلة $\frac{\alpha+1}{2}$.
ج) تحقّق من أنّ: $y = \frac{2}{(\alpha-1)^3}X - \frac{\alpha+1}{(\alpha-1)^3}$ ، معادلة للمستقيم (T) .

تمرين 6

(I) g الدالة العدد المعرفة على \mathbb{R} ب: $g(x) = 1 - 2x - e^{2x-2}$.

- (1) ادرس اتجاه تغير الدالة g على \mathbb{R} .
- (2) بين أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في \mathbb{R} ، ثمّ تحقّق أنّ: $0,36 < \alpha < 0,37$.
- (3) استنتج إشارة $g(x)$ على \mathbb{R} .

بكالوريا علوم تجريبية 2015

(II) f الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} ب: $f(x) = xe^{2x+2} - x + 1$.

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) .

- (1) أ) بين أنّه من أجل كل x من \mathbb{R} : $f'(x) = e^{2x+2}g(-x)$.
ب) استنتج أنّ الدالة f متناقصة تماما على $]-\infty; -\alpha[$ ومتزايدة تماما على $[-\alpha; +\infty[$.
- (2) احسب نهاية f عند $+\infty$ وعند $-\infty$ ، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f .
- (3) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) + x - 1]$ ثمّ فسّر النتيجة هندسيا .
- (4) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (δ) الذي معادلته $y = -x + 1$.
- (5) أنشئ (C_f) و (δ) على المجال $]-\infty; \frac{1}{2}[$ ، نأخذ $f(\alpha) \approx 0,1$.
- (6) أ) تحقّق أنّه من أجل كل x من \mathbb{R} : $2f(x) + f'(x) - f''(x) = 1 - 2x - 3e^{2x+2}$.
ب) استنتج دالة أصلية للدالة f على \mathbb{R} .

تمرين 7

بكالوريا علوم تجريبية 2016 (المسرب)

(I) g الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} ب: $g(x) = 1 + (x^2 + x - 1)e^{-x}$.

- (1) أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$.
ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكّل جدول تغيراتها .

(2) أ) بين أن للمعادلة $g(x) = 0$ حلين في \mathbb{R} ، أحدهما معدوم والآخر α حيث: $-1,52 < \alpha < -1,51$
 ب) استنتج إشارة $g(x)$ على \mathbb{R} .

II) الف الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = -x + (x^3 + 3x + 2)e^{-x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) ، (وحدة الطول 1cm) .

(1) أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

ب) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = -g(x)$ ، (حيث f' هي الدالة المشتقة للدالة f) .

ج) شكّل جدول تغيرات الدالة f على \mathbb{R} ، (نأخذ $f(\alpha) = 0,38$) .

د) عين دون حساب: $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\alpha + h) - f(\alpha)}{h}$ ، ثم فسّر النتيجة هندسياً .

(2) أ) بي أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = -x$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.

ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

ج) بين أن للمنحنى (C_f) نقطتي انعطاف يطلب تعيين إحداثيهما .

د) ارسم (C_f) و (Δ) على المجال $[-2; +\infty[$.

هـ) ناقش بياناً وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة

حلول المعادلة: $0 = (m - x)e^x + (x^3 + 3x + 2)$ على المجال $[-2; +\infty[$.

III) h و H الدالتان المعرفتان على \mathbb{R} بـ: $h(x) = x + f(x)$ و $H(x) = (ax^2 + bx + c)e^{-x}$.

(1) عين الأعداد الحقيقية a ، b و c حتى تكون الدالة H دالة أصلية للدالة h على \mathbb{R} .

(2) أ) احسب التكامل التالي: $A(\lambda) = \int_0^\lambda h(x)dx$ حيث λ عدد حقيقي موجب تماماً

وفسّر النتيجة هندسياً .

ب) احسب $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} A(\lambda)$.

تمرين 8 باكالوريا علوم تجريبية 2016 (الدورة الثانية)

I - لتكن g الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} بـ: $g(x) = 2e^x - x^2 - x$

1- أ) احسب $g'(x)$ من أجل كل x من \mathbb{R} ، ثم ادرس اتجاه تغير الدالة g (حيث g' هي مشتقة الدالة g)

ب) بين أنه، من أجل كل x من \mathbb{R} ، $g'(x) > 0$.

ج) احسب نهايتي الدالة g عند كل من $-\infty$ و $+\infty$ ، ثم شكّل جدول تغيراتها .

- -2 بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $-1,38 < \alpha < -1,37$.
- -3 استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x .
- II - لتكن f الدالة المعرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = \frac{x^2 e^x}{e^x - x}$
- وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

• -1 أ) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

• ب) بين أنه، من أجل كل x من \mathbb{R} ، $f'(x) = \frac{x e^x g(x)}{(e^x - x)^2}$ (حيث f' هي مشتقة الدالة f)

• ج) ادرس اتجاه تغير الدالة f على \mathbb{R} ، ثم شكّل جدول تغيراتها.

• -2 أ) بين أن $f(\alpha) = \alpha^2 + 2\alpha + 2 + \frac{2}{\alpha - 1}$ ، ثم استنتج حصرًا للعدد $f(\alpha)$

• ب) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x^2]$ ، ثم فسر النتيجة بيانًا.

• ج) أنشئ المنحنى (C_f) (تعطى $f(\alpha) \approx 0,29$)

تمرين 9

I (نعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $f(x) = 2 - x^2 e^{1-x}$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس (O, \vec{i}, \vec{j})

1) بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$ و أعط تفسيرًا هندسيًا لهذه النتيجة، ثم احسب النهاية $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$

2) أ) بين أنه من أجل كل x من \mathbb{R} ، $f'(x) = x(x-2)e^{1-x}$

• ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

3) اكتب معادلة لـ (T) المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

II (نعتبر الدالة العددية h المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $h(x) = 1 - x e^{1-x}$

1) بين أنه من أجل كل x من \mathbb{R} فإن: $h(x) \geq 0$ ، ثم ادرس الوضع النسبي

• للمنحنى (C_f) والمماس (T)

بكالوريا علوم تجريبية 2017

2) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α حيث $-0,7 < \alpha < -0,6$

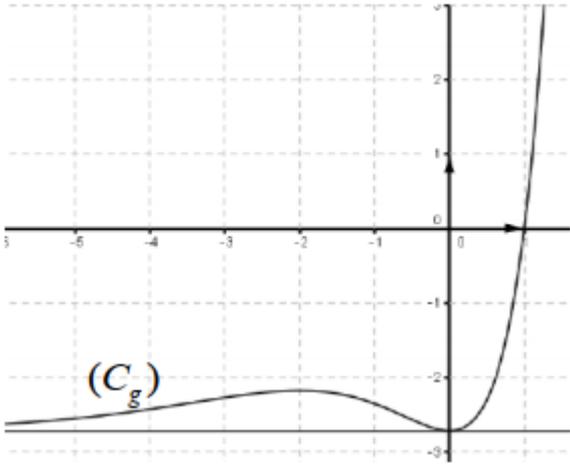
3) أنشئ المماس (T) والمنحنى (C_f) على المجال $[-1; +\infty[$

4) الدالة المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $F(x) = 2x + (x^2 + 2x + 2)e^{1-x}$. تحقق ان F دالة أصلية للدالة

f على \mathbb{R} ، ثم احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و حامل محور الفواصل و

المستقيمين اللذين معادلتيهما: $x = 0$ و $x = 1$

تمرين 10 (باكالوريا علوم تجريبية 2017) (الاستثنائية)



- (I) نعتبر الدالة g المعرفة على \mathbb{R} بـ: $g(x) = x^2e^2 - e$
 تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$
 (كما هو في الشكل المقابل).
 - احسب $g(1)$
 - بقراءة بيانية عين إشارة $g(x)$ ثم استنتج إشارة $g(-x)$
 - حسب العدد الحقيقي x .

- (II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجموعة \mathbb{R}^* كما يلي: $f(x) = e^{-x} - 2 - \frac{e}{x}$
 التمثيل البياني للدالة f في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

- (1) احسب النهايات الآتية: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$
- (2) بين أن المنحنى (γ) الذي معادلته: $y = e^{-x} - 2$ والمنحنى (C_f) متقاربان بجوار $-\infty$ ثم ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى (γ) .
- (3) بين أن: من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم x لدينا: $f'(x) = \frac{-g(-x)}{x^2}$
- (4) استنتج أن الدالة f متزايدة تماما على كل من المجالين $[-1; 0[$ و $]0; +\infty[$ ومتناقصة تماما على المجال $] -\infty; -1]$ ، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f .
- (5) بين كيف يمكن إنشاء المنحنى (γ) انطلاقا من منحنى الدالة: $x \mapsto e^x$ ثم ارسم بعناية كلا من المنحنيين (γ) و (C_f) في نفس المعلم السابق.
- (6) ليكن n عددا طبيعيا و $A(n)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنيين (C_f) و (γ) والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x = -e^n$ و $x = -e^{n+1}$
 احسب العدد الحقيقي I حيث $I = A(0) + A(1) + \dots + A(2016)$

تمرين 11

- I. الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $g(x) = 2 + (x-1)e^{-x}$

(أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$

- (ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكّل جدول تغيراتها.

(ج) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-0,38 < \alpha < -0,37$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على \mathbb{R}

II . لتكن f الدالة المعرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) =$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس (O, \vec{i}, \vec{j})

باكالوريا علوم تجريبية 2018

(1) أ) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

ب) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - (2x + 1))$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا.

ج) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) حيث: $y = 2x + 1$: (Δ)

(2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x يكون $f'(x) = g(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

(3) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 .

(4) ارسم (Δ) ، (T) والمنحنى (C_f) (نأخذ $f(\alpha) = 0,8$) .

(5) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة ذات المجهول x : $x = (1 - m)e^x$

(6) أ) باستعمال الكاملة بالتجزئة عين الدالة الأصلية للدالة $x \mapsto xe^{-x}$ على \mathbb{R} والتي تنعدم من أجل $x = 1$

ب) احسب العدد A مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها $x = 1$ ، $x = 3$ و $y = 2x + 1$

تمرين 12 المستوى منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس (O, \vec{i}, \vec{j})

تؤخذ وحدة الطول $2cm$

(C_f) و (C_g) التمثيلان البيانيان للدالتين f و g المعرفتين على \mathbb{R} كما يلي: $g(x) = e^x - ex$ و $f(x) = e^x - \frac{1}{2}ex^2$

(1) أ) ادرس اتجاه تغير الدالة g

ب) استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x الحقيقية .

باكالوريا علوم تجريبية 2019

(2) ادرس اتجاه تغير الدالة f

(3) احسب كلاً من $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

(4) ادرس الوضع النسبي للمنحنيين (C_f) و (C_g) على \mathbb{R}

(5) ارسم على المجال $[0; 2]$ المنحنيين (C_f) و (C_g) في نفس المعلم (O, \vec{i}, \vec{j}) . (يُعطى $e^2 - 2e \approx 2$)

(6) احسب بالسنتمتر المربع، مساحة الحيزّ المستوي المحدّد بالمنحنين (C_f) و (C_g) .

(7) الدالة المعرفة على المجال $[-2; 2]$ كما يلي: $h(x) = \frac{1}{2}ex^2 - e^{|x|}$ وليكن (Γ) تمثيلها البياني في المعلم

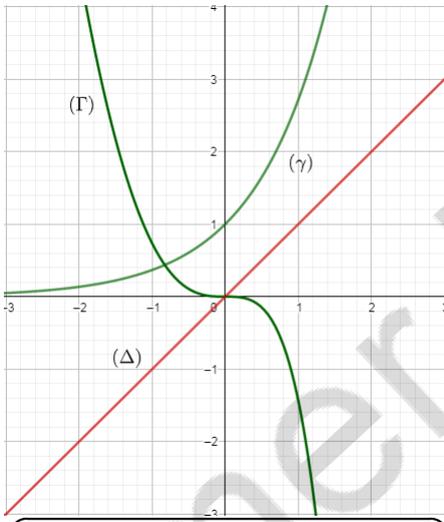
السابق.

(أ) بين أنّ h دالة زوجية

(ب) من أجل $x \in [0; 2]$ احسب $h(x) + f(x)$ ثم استنتج كيفية رسم (Γ) انطلاقاً من (C_f) ثم ارسمه.

تمرين 13

(I) المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس (O, \vec{i}, \vec{j})



في الشكل المرفق، (Γ) المنحنى الممثل للدالة g المعرفة على \mathbb{R} بـ: $g(x) = 2x^2 + 2x - 2xe^x$ المستقيم ذو المعادلة: $y = x$ و (γ) المنحنى الممثل للدالة: $x \mapsto e^x$

بقراءة بيانية:

(1) برّر أنّه من أجل كل عدد حقيقي x : $e^x - x$

(2) حدّد تبعاً لقيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$ علماً أنّ $g(0) = 0$

(3) الدالة العددية f معرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = -1 + \frac{2e^x}{e^x - x}$ باكالوريا علوم تجريبية 2020
ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم السابق.

(II)

(1) بين أنّ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ واحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ثمّ فسّر نتيجتي النهايتين هندسياً.

(2) أ. بين أنّه من أجل كل عدد حقيقي x يكون: $f'(x) = \frac{2e^x(1-x)}{(e^x - x)^2}$

ب. استنتج اتجاه تغير الدالة f ثمّ شكّل جدول تغيراتها.

(3) أ. اكتب معادلة لـ (T) المماس للمنحنى (C_f) في النقطة A ذات الفاصلة 0.

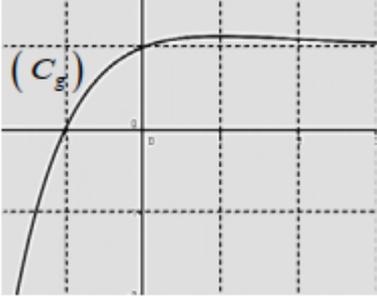
ب. بين أنّه من أجل كل عدد حقيقي x يكون: $f(x) - (2x + 1) = \frac{g(x)}{e^x - x}$

ج. استنتج الوضع النسبي لـ (C_f) و (T) على \mathbb{R} ، ماذا تمثل النقطة A بالنسبة إلى (C_f) ؟

(4) بين أنّ المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α في المجال $]-\infty; 1]$ ، ثمّ تحقق أنّ: $-0.6 < \alpha < 0.5$.

(5) أنشئ المماس (T) والمستقيمين المقاربين ثم المنحنى (C_f) .

I (الدالة العددية g معرفة على \mathbb{R} بـ: $g(x) = 1 + xe^{-x-1}$ ، (C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) (الشكل المقابل)



(1) احسب $g(-1)$.

(2) بقراءة بيانية، حدّد حسب قيم x إشارة $g(x)$.

II (الدالة العددية f معرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = x - (x + 1)e^{-x-1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس (O, \vec{i}, \vec{j})

(1) تحقّق أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x غير معدوم: $f(x) = x \left[1 - (1 + \frac{1}{x})e^{-x-1} \right]$

ثمّ احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

(2) أ. بين أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x : $f'(x) = g(x)$

ب. استنتج أنّ الدالة f متزايدة تماماً على $[-1; +\infty[$ ومتناقصة تماماً على $]-\infty; -1]$ ثمّ شكّل جدول تغيراتها.

(3) أ. احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x)$ ثمّ فسّر النتيجة هندسياً.

ب. ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = x$

ج. بين أنّ (C_f) يقبل مماساً (τ) موازياً للمستقيم (Δ) يطلب كتابة معادلة له.

(4) أ. بين أنّ (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتهما α و β

حيث: $0,3 < \alpha < 0,4$ و $-1,8 < \beta < -1,9$

ب. ارسم المستقيمين (Δ) و (τ) ثمّ ارسم المنحنى (C_f) على المجال $]-2; +\infty[$.

(5) الدالة العددية h معرفة على المجال $[-2; 2]$ بـ: $h(x) = -|x| + (|x| - 1)e^{|x|-1}$

(C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ. بين أنّ الدالة h زوجية.

ب. بين أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x من المجال $[-2; 0]$: $h(x) = f(x)$

ج. اشرح كيف يمكن رسم (C_h) انطلاقاً من (C_f) ثمّ ارسمه.

بكالوريا علوم تجريبية 2021

تمرين 15

I) الدالة المعرفة على \mathbb{R} بالعلاقة: $f(x) = x - 1 + \frac{4}{e^x + 1}$ و C_f تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1- ادرس تغيرات الدالة f .

2- بين أن C_f يقبل نقطة انعطاف ω و اكتب معادلة لمماس C_f عند النقطة ω .

- اثبت أن ω مركز تناظر للمنحنى C_f .

باكالوريا رياضيات 2008

3- احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x + 3)]$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x - 1)]$

- استنتج أن C_f يقبل مستقيمين مقاربين يطلب إعطاء معادلة لكل منهما.

4- بين أن C_f يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها x_0 من المجال $]-2, 77; -2; 76[$.

- احسب $f(1)$ و $f(-1)$ (تدور النتائج إلى 10^{-2}) ثم ارسم C_f و مستقيمه المقاربين.

II) الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} بالعلاقة: $g(x) = -x + 3 - \frac{4}{e^x + 1}$ و C_g منحنى الدالة g .

1- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $g(x) = f(-x)$.

- استنتج أنه يوجد تحويل نقطي بسيط يحول C_f إلى C_g .

2- أنشئ في نفس المعلم السابق C_g (دون دراسة الدالة g).

تمرين 16

I - الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $g(x) = (3 - x)e^x - 3$

(1) ادرس تغيرات الدالة g .

(2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل في \mathbb{R} حلين أحدهما معدوم و الآخر α حيث $2,82 < \alpha < 2,83$

باكالوريا رياضيات 2010

(3) استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

II - الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $\begin{cases} f(x) = \frac{x^3}{e^x - 1}; x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(1) بين أن الدالة f تقبل الاشتقاق عند $x_0 = 0$ ، اكتب معادلة لـ (τ) مماس (C_f) عند المبدأ O .

$$(2) \text{ أ) بين أن } \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 e^{-x} = 0 \text{ ثم احسب } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \text{ ، } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$$

$$\text{ب) بين أنه من أجل } x \neq 0 \text{ فإن: } f'(x) = \frac{x^2}{(e^x - 1)^2} g(x)$$

$$\text{ج) تحقق أن } f(\alpha) = \alpha^2(3 - \alpha) \text{ ثم عين حصرًا له.}$$

$$\text{د) أنشئ جدول تغيرات الدالة } f.$$

$$(3) \text{ احسب } f(x) + x^3 \text{ واستنتج الوضعية النسبية لـ } (C_f) \text{ و } (C) \text{ منحنى الدالة } x \mapsto -x^3$$

$$\text{بين أن } \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) + x^3] = 0 \text{ وفسر النتيجة هندسيًا.}$$

$$(4) \text{ أنشئ في نفس المعلم المماس } (\tau) \text{ والمنحنيين } (C) \text{ و } (C_f)$$

تمرين 17 نعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $f(x) = (3x + 4)e^x$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

$$1/ \text{ (أ) احسب } f', f'' \text{ ثم برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي } n \text{ غير معدوم فإن: } f^{(n)}(x) =$$

$$(3x + 3n + 4)e^x \text{ حيث: } f', f'', \dots, f^{(n)} \text{ المشتقات المتتابعة للدالة } f$$

$$\text{(ب) استنتج حل المعادلة التفاضلية: } y'' = (3x + 16)e^x$$

$$2/ \text{ (أ) بين أن: } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0 \text{ وفسر النتيجة هندسيًا}$$

$$\text{(ب) ادرس اتجاه تغير الدالة } f \text{ ثم شكل جدول تغيراتها.}$$

$$3/ \text{ (أ) اكتب معادلة المماس } (\Delta) \text{ للمنحنى } (C_f) \text{ في النقطة } \omega \text{ التي فاصلتها } \frac{-10}{3}$$

$$\text{(ب) بين أن } \omega \text{ هي نقطة انعطاف للمنحنى } (C_f)$$

$$\text{(ج) ارسم } (\Delta) \text{ و } (C_f) \text{ على المجال }]-\infty; 0]$$

بكالوريا رياضيات 2011

$$4/ \text{ (أ) عدد حقيقي من المجال }]-\infty; 0] \text{ ، باستعمال التكامل بالتجزئة جد } \int_{-1}^x te^t dt \text{ ثم استنتج دالة}$$

$$\text{أصلية للدالة } f \text{ على المجال }]-\infty; 0]$$

$$\text{(ب) عدد حقيقي أصغر تمامًا من } -\frac{4}{3}$$

$$\text{احسب بدلالة } \lambda \text{ المساحة } A(\lambda) \text{ للجزء من المستوي المحدد بالمنحنى } (C_f) \text{ و المستقيمت التي}$$

$$\text{معادلتها: } y = 0 \text{ ، } x = -\frac{4}{3} \text{ و } x = \lambda \text{ ، ثم جد } \lim_{x \rightarrow -\infty} A(\lambda)$$

تمرين 18

$$I) \text{ هي الدالة المعرفة على } \mathbb{R} \text{ كما يلي: } g(x) = 2 - xe^x$$

$$1) \text{ ادرس تغيرات الدالة } g \text{ ، ثم شكل جدول تغيراتها.}$$

(2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على \mathbb{R} ، ثم تحقق أن: $0,8 < \alpha < 0,9$.

(3) عين، حسب قيم x ، إشارة $g(x)$.

(II) f هي الدالة المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $f(x) = \frac{2x+2}{e^x+2}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ ، (وحدة الطول $2cm$)

(1) بين أن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ ، ثم فسّر النتيجة هندسيا.

(2) أ- احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$

ب- بين أن المستقيم (Δ') ذا المعادلة $y = x + 1$ مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) .

(3) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى كل من (Δ) و (Δ') ، حيث (Δ) هو المستقيم ذو المعادلة $y = x$

(4) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = \frac{2g(x)}{(e^x+2)^2}$ ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f .

ب- بين أن: $f(\alpha) = \alpha$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

(5) ارسم (Δ) ، (Δ') و (C_f) .

(6) ناقس بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة $f(x) = f(m)$.

(III) (U_n) هي المتتالية العددية المعرفة على \mathbb{N} كما يلي: $U_0 = 0$

ومن أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} = f(U_n)$

(1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \leq U_n < \alpha$

(2) باستعمال (Δ) و (C_f) مثل على محور الفواصل الحدود: U_0 ، U_1 و U_2 .

ثم نحن اتجاه تغير (U_n) .

(3) برهن أن المتتالية (U_n) متقاربة، ثم احسب نهايتها.

باكالوريا رياضيات 2012

تمرين 19

I - الدالة g معرفة على \mathbb{R} ب: $g(x) = 1 + (x^2 - 1)e^{-x}$

1. أ- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$

ب- ادرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها. (نأخذ: $g(1 - \sqrt{2}) = -0,25$)

($g(1 + \sqrt{2}) = 1,43$)

2. أ- بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين في \mathbb{R} ، ثم تحقق أن أحدهما معدوم والآخر α ، حيث:
 $-0,8 < \alpha < -0,7$
 ب- استنتج إشارة $g(x)$ ، حسب قيم العدد الحقيقي x .

- II - الدالة f معرفة على \mathbb{R} ب: $f(x) = x - (x+1)e^{-x}$
 • منحنى الدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (وحدة الطول $2cm$)

- 1- أ- احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
 ب- بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x$ ، مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$
 ج- ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ)
 2- أ. بين أنه، من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = g(x)$
 (يرمز f' إلى الدالة المشتقة للدالة f)
 ب. شكّل جدول تغيرات الدالة f على \mathbb{R} . (نأخذ $f(\alpha) \approx -0,9$)
 3- أ- بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسين، معامل توجيه كل منهما يساوي 1، يطلب تعيين معادلة لكل منهما.
 ب- مثل (C_f) والمماسين والمنحنى (C_f) .

باكالوريا رياضيات 2013

تمرين 20

I (g) الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $g(x) = (2-x)e^x - 1$

- 1 ادرس تغيرات الدالة g
 2 بين أن للمعادلة $g(x) = 0$ في \mathbb{R} حلان α و β حيث $-1,2 < \alpha < -1,1$ و $1,8 < \beta < 1,9$
 3 استنتج إشارة $g(x)$ على \mathbb{R}

II (f) الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x - x}$

- 1 احسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$ وفسر النتيجة هندسياً.
 2 بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \frac{g(x)}{(e^x - x)^2}$
 واستنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.
 3 بين أن: $f(\alpha) = \frac{1}{\alpha - 1}$ واستنتج حصراً للعددين $f(\alpha)$ و $f(\beta)$
 4 احسب $f(1)$ ثم ارسم المنحنى (C_f)

باكالوريا رياضيات 2014

(5) λ عدد حقيقي اكبر أو يساوي 1

(أ) احسب بدلالة λ العدد $a(\lambda)$ حيث $a(\lambda) = \int_1^\lambda [f(x) - 1] dx$
 (ب) احسب نهاية $a(\lambda)$ عندما يتؤول λ إلى $+\infty$

تمرين 21

f الدالة المعرفة بـ: $f(0) = 0$ ومن أجل كل عدد حقيقي x

من المجال $] -\infty; 0[$ ، $f(x) = (x-1)e^{\frac{1}{x}}$ ،

(\mathcal{C}_f) المنحنى البياني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

(1) ادرس استمرارية الدالة f عند 0 من اليسار.

(2) احسب $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$ ، ثم فسّر النتيجة هندسياً.

(3) (أ) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكّل جدول تغيراتها.

(4) (أ) بين أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - x] = 0$

(ب) استنتج أن المنحنى (\mathcal{C}_f) يقبل مستقيماً مقارباً مائلاً (Δ) بجوار $-\infty$ ، يُطلب تعيين معادلة له.

(5) g الدالة المعرفة على المجال $] -\infty; 0[$ بـ: $g(x) = \frac{g(x)}{x}$

(أ) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$

(ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكّل جدول تغيراتها.

(6) (أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $] -\infty; 0[$ ، $f(x) > x$ ،

(ب) استنتج وضعية المنحنى (\mathcal{C}_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

(ج) أنشئ المنحنى (\mathcal{C}_f) .

باكالوريا رياضيات 2015

(7) (u_n) المتتالية المعرفة بـ: $u_0 = -3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = f(u_n)$

(أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n < 0$ ،

(ب) حدّد اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

(ج) بين أن المتتالية (u_n) متقاربة، ثمّ عين $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(8) m عدد حقيقي . h_m الدالة ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $] -\infty; 0[$ بـ:

$$h_m(x) = xe^{\frac{1}{x}} - mx$$

- أ) احسب $h'_m(x)$ حيث h'_m هي الدالة المشتقة للدالة h_m .
- ب) باستعمال المنحنى (C_f) ، ناقش باينيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة $h'_m(x) = 0$.

تمرين 22

I) الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $\phi(x) = (x^2 - x + 1)e^{-x+1} - 1$.

- 1) أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} \phi(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} \phi(x)$.
- ب) ادرس اتجاه تغير الدالة ϕ ثم شكل جدول تغيراتها.
- 2) بين أن المعادلة $\phi(x) = 0$ تقبل في \mathbb{R} ، حلاً α يختلف عن 1 ثم تحقق أن: $2,79 < \alpha < 2,80$.
- 3) استنتج إشارة $\phi(x)$ على \mathbb{R} .
- II) f و g الدالتان العدديتان المرفتان على \mathbb{R} كما يلي: $f(x) = (2x - 1)e^{-x+1}$ و $g(x) = \frac{2x - 1}{x^2 - x + 1}$.
- (C_f) و (C_g) تمثيلاهما البيانيان في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

- 1) أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
- ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
- 2) بين أن للمنحنيين (C_f) و (C_g) مماساً مشتركاً (T) في النقطة ذات الفاصلة 1 ثم جد معادلة له.
- 3) ارسم المماس (T) والمنحنى (C_f) .
- 4) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(x) - g(x) = \frac{(2x - 1)\phi(x)}{x^2 - x + 1}$.
- ب) ادرس إشارة الفرق $f(x) - g(x)$ على \mathbb{R} ثم استنتج الوضع النسبي للمنحنيين (C_f) و (C_g) .
- ج) باستعمال مكاملة بالتجزئة، احسب بدلالة العدد الحقيقي x : $\int_1^x f(t)dt$.
- د) احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنيين (C_f) و (C_g) والمستقيمين اللذين معادلتيهما: $x = 1$ و $x = 2$.

(III

- 1) احسب $f''(x)$ ، $f^{(3)}(x)$ و $f^{(4)}(x)$. أعط تخميناً لعبارة $f^{(n)}(x)$ حيث n عدد طبيعي غير معدوم. ($f^{(n)}(x)$ الدالة المشتقة من المرتبة n للدالة f)
- 2) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $f^{(n)}(x) = (-1)^n [2x - (2n + 1)]e^{1-x}$.
- 3) (u_n) المتتالية العددية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، كيلي: $u_n = f^{(n)}(1)$.
- أ) احسب بدلالة العدد الطبيعي غير المعدوم k ، المجموع: $u_k + u_{k+1}$.
- ب) استنتج بدلالة n ، المجموع: $u_1 + u_2 + \dots + u_{2n}$.

بكالوريا رياضيات 2016

تمرين 23

- تعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = (-x^3 + 2x^2)e^{-x+1}$
- (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1 - أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، استنتج وجود مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) يطلب تعيين معادله له.

ب) بين أن: من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = x(x^2 - 5x + 4)e^{-x+1}$ ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

2) اكتب معادلة (T) مماس المنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 2.

3) الدالة المعرفة على المجال $[0; +\infty[$ كما يلي: $h(x) = x^2e^{-x+2} - 4$

ادرس اتجاه تغير الدالة h ثم استنتج إشارة $h(x)$

• حدّد عندئذ وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى (T) على المجال $[0; +\infty[$

4) ارسم المماس (T) والمنحنى (C_f) على المجال $[0; +\infty[$

5) نعتبر m وسيط حقيقي و المعادلة ذات المجهول الحقيقي x الموجب: $f(x) = m(x-2) \cdots (E)$

ناقش بياناً حسب قيم m عدد حلول المعادلة (E) .

باكالوريا رياضيات 2017

6) الدالة المعرفة على المجال $[0; +\infty[$ بـ: $g(x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$

اعتماداً على السؤال رقم (1)، شكل جدول تغيرات الدالة g

تمرين 24 (باكالوريا رياضيات 2017 (الدورة الاستثنائية))

المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ حيث: $\|\vec{i}\| = 1cm$

I) نعتبر الدالة f المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $f(x) = (x+1)^2e^{-x}$ • (C) تمثيلها البياني.

1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

2) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3) أثبت أن المنحنى (C) يقبل نقطتي انعطاف يطلب تعيين إحداثيهما، احسب $f(-2)$ ، ثم ارسم

• المنحنى (C)

II) ليكن m وسيط حقيقي، نعتبر الدالة f_m المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $f_m(x) = (x^2 + mx + 1)e^{-x}$

وليكن (C_m) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

- (1) أثبت أن جميع المنحنيات (C_m) تشمل نقطة ثابتة ω يطلب تعيين إحداثياتها.
- (2) ادرس اتجاه تغير الدالة f_m واستنتج قيم m التي من أجلها تقبل الدالة f_m قيمتين حديتين يطلب تعيينهما.
- (3) M_m نقطة من المنحنى (C_m) فاصلتها x_m حيث $x_m = 1 - m$ أثبت أنه عندما m يسمح \mathbb{R} فإن M_m تنتمي إلى منحنى يطلب تعيين معادله له.
- (4) ادرس حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، حيث $m \neq 2$ ، الوضعية النسبية للمنحنيين (C) و (C_m)
- (5) احسب بدلالة العدد الحقيقي الموجب تماما α ، مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنيين (C) و (C_m) والمستقيمين اللذين معادلتيهما: $x = \alpha$ و $x = 0$ ، ثم احسب: $\lim_{\alpha \rightarrow +\infty} A(\alpha)$

تمرين 25

I. g الدالة العددية المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = (1 + x + x^2)e^{\frac{1}{x}} - 1$

(1) بين أنه من أجل كل x من المجال $]0; +\infty[$: $g'(x) = \frac{(x+1)(2x^2+1)}{x^2} e^{\frac{1}{x}}$ واستنتج اتجاه تغير الدالة g على المجال $]0; +\infty[$

(2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,9 < \alpha < 1$ ، واستنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$

II. f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{1}{x} + (1+x)e^{-\frac{1}{x}}$ و (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

باكالوريا رياضيات 2018

(1) أ) احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ب) بين أنه من أجل كل x من المجال $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ واستنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

(2) بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} (xe^{\frac{1}{x}} - x) = 1$ (يمكن وضع $t = -\frac{1}{x}$) ثم استنتج أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مقارب للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

(3) h الدالة العددية على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $h(x) = \frac{1}{x} - 1 + e^{-\frac{1}{x}}$

أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$ و ادرس اتجاه تغير الدالة h واستنتج إشارة $h(x)$ على $]0; +\infty[$

ب) تحقق أن $f(x) - x = (1+x)h(x)$

ثم استنتج الوضعية النسبية لـ (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ)

(4) ارسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) (نأخذ $f(\alpha) = 1.73$)

- (5) (u_n) متتالية عددية معرفة على \mathbb{N}^* بجدوها العام u_n حيث: $u_n = \frac{n}{n+1}f\left(\frac{1}{n}\right) - \frac{n^2}{n+1}$
- (أ) اكتب u_n بدلالة n ثم بين أن المتتالية (u_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول u_1
- (ب) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث:

$$S_n = \left(\frac{1}{2}f(1) - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{2}{3}f\left(\frac{1}{2}\right) - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{3}{4}f\left(\frac{1}{3}\right) - \frac{1}{4}\right) + \dots + \left(\frac{n}{n+1}f\left(\frac{1}{n}\right) - \frac{1}{n+1}\right)$$

تمرين 26

- (I) f_k الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} بـ: $f_k(x) = (x+1)e^{-kx}$ حيث k وسيط حقيقي.
- ليكن (\mathcal{E}_k) التمثيل البياني للدالة f_k في المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

- (1) بين أن كل المنحنيات (\mathcal{E}_k) تمر من نقطتين ثابتتين يطلب تعيينهما.
- (2) احسب نهائي الدالة f_k عند $-\infty$ وعند $+\infty$ (ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي k)
- (3) (أ) احسب $f'_k(x)$ ، ثم حدّد حسب قيم الوسيط الحقيقي k اتجاه تغير الدالة f_k .
- (ب) شكّل جدول تغيرات الدالة f_k من أجل k عدد حقيقي موجب تماما
- (4) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي k الأوضاع النسبية للمنحنيين (\mathcal{E}_k) و (\mathcal{E}_{k+1}) .

(II) f الدالة المعرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = (x+1)^2e^{-2x}$

نسمي (\mathcal{E}_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

- (1) شكّل جدول تغيرات الدالة f ، ثم ارسم المنحنى (\mathcal{E}_f) على المجال $[-\frac{3}{2}; +\infty[$.
- (2) (أ) بين أن المعادلة $f(x) = 1$ تقبل حلين في \mathbb{R} أحدهما α حيث $-1,27 < \alpha < -1,28$.
- (ب) عين قيم العدد الحقيقي m التي من أجلها تقبل المعادلة $\left|\frac{x+1}{e^x}\right| = \left|\frac{m+1}{e^m}\right|$ حلا وحيدا.
- (3) g الدالة المعرفة على \mathbb{R} بـ: $g(x) = (x+1)e^{-2x}$
- (أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $g'(x) + 2g(x) - e^{-2x} = 0$

بكالوريا رياضيات 2019

- ثم استنتج دالة أصلية لـ g على \mathbb{R} .
- (ب) باستعمال الكاملة بالتجزئة، احسب A مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (\mathcal{E}_f) ومحور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x = -1$ و $x = 0$.

تمرين 27

- (I) الدالتان العدديتان g و h معرفتان على المجال $] -\infty; 0]$ كما يلي: $g(x) = -2e^x$ و $h(x) = x(e^x + 1)$
- حدّد إشارة من $h(x)$ و $g(x)$ على المجال $] -\infty; 0]$.

- (II) الدالة العددية f معرفة على المجال $] -\infty; 0]$ بـ: $f(x) = (x-3)e^x + \frac{1}{2}x^2$
- (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(1) أ. بين أنه من أجل كل x من المجال $] -\infty; 0]$: $f'(x) = h(x) + g(x)$

ب. استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $] -\infty; 0]$

(2) احسب $f(0)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

(3) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $] -\infty; 0]$ ثم تحقق أن $-1.5 < \alpha < -1.4$

(4) (P) هو التمثيل البياني للدالة: $x \mapsto \frac{1}{2}x^2$ على المجال $] -\infty; 0]$

أ. احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left[f(x) - \frac{1}{2}x^2 \right]$ ثم فسّر النتيجة بيانيا.

ب. ادرس الوضع النسبي للمنحنين (P) و (C_f)

ج. أنشئ (P) ثم المنحنى (C_f) على المجال $] -\infty; 0]$

(5) ليكن m وسيطا حقيقيا، ناقش بيانيا وحسب قيم m عدد حلول المعادلة:

$$|f(x)| = e^m \text{ في }] -\infty; 0]$$

باكالوريا رياضيات 2020

تمرين 28

(I) الدالة العددية g معرفة على \mathbb{R} بـ: $g(x) = (x^2 - 3)e^x + 3$

(1) ادرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

(2) أ. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α يُحقق: $1,53 < \alpha < 1,54$

ب. احسب $g(0)$ ثم استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$

(II) الدالة العددية f معرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = 3x + 1 + (x^2 - 2x - 1)e^x$

(C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(2) أ. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = g(x)$

ب. استنتج أن f متزايدة تماما على كل من $] -\infty; 0]$ و $[\alpha; +\infty[$ ومتناقصة تماما على $[0; \alpha]$

ج. شكل جدول تغيرات الدالة f

(3) أ. بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = 3x + 1$ مقارب مائل لـ (C) عند $-\infty$

ب. ادرس وضعية (C) بالنسبة إلى (Δ)

ج. بين أن (C) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها β تحقق: $2,03 < \beta < 2,04$

د. بين أن (C) يقبل مماسين (T) و (T') موازيين لـ (Δ) (لا يطلب كتابة معادلة لـ (T) و (T'))

(4) ارسم (Δ) ، (T) ، (T') و (C) على $]-\infty; 1 + \sqrt{2}]$

(نأخذ $\alpha \simeq 1,53$ ، $f(\alpha) \simeq -2,3$ ، $f(\sqrt{3}) \simeq -2,1$ و $f(-\sqrt{3}) \simeq -3,2$)

(5) الدالة العددية h معرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $h(x) = f[\ln(x)]$

أ. احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} h(x)$

ب. ادرس اتجاه تغير الدالة h ثم شكل جدول تغيراتها.

باكالوريا رياضيات 2021

تمرين 29

نعتبر الدالة x المعرفة على \mathbb{R} كما يأتي: $f(x) = x + \frac{2}{e^x + 1}$

ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1. احسب $f(x) + f(-x)$ من أجل كل عدد حقيقي x ، ثم استنتج أن النقطة $\omega(0; 1)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f)

2. ادرس تغيرات الدالة f على المجال $]0; +\infty[$ ثم استنتج جدول تغيراتها على \mathbb{R} .

3. بين أن المستقيم ذي المعادلة $y = x$ هو مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.

احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x + 2)]$ ، استنتج المستقيم المقارب للمنحنى (C_f) عند $-\infty$.

4. بين أن للمعادلة $f(x) = 0$ حلا وحيدا α بحيث $-1,7 < \alpha < -1,6$

باكالوريا تقني رياضي 2009

5. ارسم (C_f) من أجل $x \in \mathbb{R}$

6. بين أنه من أجل كل x من \mathbb{R} : $f(x) = x + \frac{2e^{-x}}{e^{-x} + 1}$

7. احسب $A(\alpha)$ مساحة الحيز من المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمت ذات المعادلات:

$$x = \alpha \text{ و } x = 0 \text{ و } y = x + 2$$

بين أن $A(\alpha) = 2 \ln(-\alpha)$ ثم استنتج حصرا للعدد $A(\alpha)$

تمرين 30

الدالة العددية على \mathbb{R}^* بالعبارة: $f(x) = \frac{3xe^x - 3x - 4}{3(e^x - 1)}$

ليكن (C_f) منحنى f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1. عين العددين a و b بحيث: $f(x) = ax + \frac{b}{3(e^x - 1)}$ من أجل كل x من \mathbb{R}^*

2. احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجالات تعريفها.

3. بين أن f متزايدة تماما على كل مجال من مجالي تعريفها ثم شكل جدول تغيراتها.

4. أ- (D) و (D') المستقيمان اللذان معادلتاهما على الترتيب: $y = x$ و $y = x + \frac{4}{3}$

بين أن (D) و (D') مقاربان للمنحنى (C_f) ، ثم حدّد وضعيته بالنسبة لكل منهما

بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين x_0 و x_1 حيث $0,9 < x_0 < 0,91$ و $-1,66 < x_1 < -1,65$

ج- احسب من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم $f(x) + f(-x)$. فسّر النتيجة هندسيا.

د- ارسم (D) و (D') و (C_f)

باكالوريا تقني رياضي 2010

هـ- x عدد حقيقي، (D_m) المستقيم المعرف بالمعادلة $y = x + m$

ناقش بيانيا حسب قيم m عدد حلول المعادلة $f(x) = x + m$

5. نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يأتي: $g(x) = [f(x)]^2$

ادرس تغيرات الدالة g دون حساب $g(x)$ بدلالة x

تمرين 31

أ) الدالة العددية المعرفة على مجموعة الأعداد الحقيقية \mathbb{R} كما يلي: $f(x) = 3 - \frac{4}{e^x + 1}$

(C_f) منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1- ادرس تغيرات الدالة f

2- عين المستقيمت المقاربة للمنحنى (C_f)

3- بين أن للمنحنى (C_f) نقطة انعطاف ω يطلب تعيينها ثم اكتب معادلة لمماس (C_f) عندها.

4- لتكن g الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $g(x) = f(x) - x$

5- أ- ادرس تغيرات الدالة g

ب- بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $2,7 < \alpha < 2,8$

6- أ- حل في \mathbb{R} المعادلة: $f(x) = 0$.

ب- ارسم المماس والمستقيم (Δ) الذي معادلته: $y = x$ والمنحنى (C_f) .

ب) (U_n) المتتالية العددية المعرفة كما يلي: $U_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} = f(U_n)$

1- باستخدام (C_f) والمستقيم (Δ) مثل U_0 و U_1 و U_2 على حامل محور الفواصل.

2- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $1 \leq U_n < \alpha$.

3- بي أن المتتالية (U_n) متزايدة تماما.

4- استنتج أن (U_n) متقاربة و بين أن: $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \alpha$.

باكالوريا تقني رياضي 2011

تمرين 32

I - g هي الدالة المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $g(x) = -4 + (4 - 2x)e^x$

1- ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكّل جدول تغيراتها.

2- بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين أحدهما معدوم والآخر α حيث: $59 < \alpha < 60$.

3- استنتج إشارة $g(x)$.

II - f هي الدالة المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $f(x) = \frac{2x - 2}{e^x - 2x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

باكالوريا تقني رياضي 2012

(وحدة الطول 2cm)

1- بين أن (C_f) يقبل عند $-\infty$ و $+\infty$ مستقيمين مقاربين معادلتاهما على الترتيب $y = -1$ و $y = 0$

2- أ) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \frac{g(x)}{(e^x - 2x)^2}$

ب) استنتج إشارة $f'(x)$ ، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f .

ج) احسب $f(1)$ ، ثم استنتج، حسب قيم x ، إشارة $f(x)$.

4- أ) بين أن: $f(\alpha) = -1 + \frac{1}{\alpha - 1}$ ، حيث α هو العدد المعرف في السؤال 1 من الجزء I.

ب) استنتج حصرًا للعدد $f(\epsilon)$ (تدور النتائج إلى 10^{-2}) ج- ارسم (C_f) .

5- ناقش بيانها، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد وإشارة حلول المعادلة: $2x - 2 = (e^x -$

$2x)(m + 1)$

- 6- h هي الدالة المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $h(x) = [f(x)]^2$
- أ) احسب $h'(x)$ بدلالة كل من $f(x)$ و $f'(x)$ ، ثم استنتج إشارة $h'(x)$
- ب) شكل جدول تغيرات الدالة h

تمرين 33

I - الدالة g معرفة على \mathbb{R} كما يلي: $g(x) = (x-1)e^x$

- 1) ادرس تغيرات g
- 2) بين أنه، من أجل كل عدد حقيقي x : $1 + (x-1)e^x \geq 0$

II - الدالة f معرفة على $[0; +\infty[$ كما يلي:

$$\begin{cases} f(x) = \frac{e^x - 1}{x}; x > 0 \\ f(0) = 1 \end{cases}$$

- 1- أ) بين أن f مستمرة على $[0; +\infty[$
- ب) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

2- أ) تحقق أنه، من أجل كل عدد حقيقي x من $[0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{1 + (x-1)e^x}{x^2}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

III - n عدد طبيعي حيث $n \geq 1$ ؛ الدالة المعرفة على $[0; +\infty[$ بـ: $f_n(x) = \frac{e^x - 1}{x} + n \ln x$

و (C_n) منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1- ادرس اتجاه تغير الدالة f_n على $[0; +\infty[$

2- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_n(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f_n(x)$

3- ادرس الوضع النسبي للمنحنين (C_n) و (C_{n+1})

4- بين أن جميع المنحنيات تمر من نقطة ثابتة B يطلب تعيين إحداثياتها.

5- أ) بين أنه، يوجد عدد حقيقي وحيد α_1 من $]0, 3[; 0, 4[$ بحيث $f_1(\alpha_1) = 0$

ب) بين أنه، من أجل كل عدد طبيعي n حيث $n \geq 1$ فإن: $f_n(\alpha_1) < 0$ ، ثم برهن أنه يوجد عدد حقيقي وحيد α_n من $]\alpha_1; 1[$ بحيث $f_n(\alpha_n) = 0$

6- أ) بالاعتماد على الجزء II؛ بين أنه، من أجل كل x من $]0; 1[$: $\frac{e^x - 1}{x} \leq e - 1$

ب) استنتج أنه، من أجل كل عدد طبيعي n حيث $n \geq 1$: $\ln(\alpha_n) \geq \frac{1-e}{n}$ ، ثم $\alpha_{n \geq \frac{1-e}{n}}$

ج) جد نهاية المتتالية (α_n)

تمرين 34

هي الدالة المعرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = (x-1)e^x$ (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

- (1) عين نهاية f عند كل من $-\infty$ و $+\infty$
- (2) أدرس اتجاه تغير الدالة f على \mathbb{R} ثم شكل جدول تغيراتها.
- (3) أ) بين أن المعادلة $f(x) = 1$ تقبل حلا وحيدا α على \mathbb{R} ، ثم تحقق أن $1,27 < \alpha < 1,28$
 ب) أكتب معادلة لـ (T) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 وحدد وضعية (C_f) بالنسبة إلى (T)
 ج) أرسم (T) و (C_f)

باكالوريا تقني رياضي 2014

(4) عين قيم العدد الحقيقي m التي من أجلها تقبل المعادلة: $(x-1)e^x - (m-1)e^m = -1$ حلا واحدا في \mathbb{R}

(5) هي الدالة المعرفة على \mathbb{R} بـ: $h(x) = (|x|+1)e^{-|x|}$ و (C_h) تمثيلها البياني
 أ) بين أن الدالة h زوجية.
 ب) ارسم (C_h) مستعينا بالمنحنى (C_f)

(6) دالة معرفة على \mathbb{R} بـ: $g(x) = (ax+b)e^x$ حيث: a, b عدنان حقيقيان
 عين a, b حتى يكون: من أجل كل x من \mathbb{R} ; $g'(x) = f(x)$

تمرين 35

(I) الدالة المعرفة على \mathbb{R} بما يلي: $g(x) = (x+2)e^x - 2$

- (1) احسب: $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$
- (2) ادرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.
- (3) احسب $g(0)$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$

(II) الدالة المعرفة على \mathbb{R} بما يلي: $f(x) = 2x + 3 - (x+1)e^x$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

باكالوريا تقني رياضي 2015

(1) بين أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

- (2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = -g(x)$ ،
 ب) استنتج إشارة $f'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .
 ج) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = 2x + 3$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $-\infty$
 ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .
- (3) أ) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين α و β حيث: $0,92 < \alpha < 0,93$ و $-1,56 < \beta < -1,55$
 ب) ارسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) على المجال $]-\infty; \frac{3}{2}]$
- (4) أ) بين أن الدالة: $x \mapsto xe^x$ هي دالة أصلية للدالة $x \mapsto (x+1)e^x$ على \mathbb{R} .
 ب) احسب A مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتيهما:
 $x = 0$ ، $x = \alpha$ (حيث α هي القيمة المعرفة في السؤال 3) أ))
 ج) جد حصرا للعدد A .

تمرين 36

- الدالة العددية المعرفة على المجال $]-\infty; 1[$ بـ: $f(x) = \frac{x}{x-1}e^{-x}$
 و (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$
- (1) احسب $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا و احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$
- (2) بين أنه من أجل كل x من $]-\infty; 1[$: $f'(x) = \frac{(-x^2 + x - 1)e^{-x}}{(x-1)^2}$ و ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
- (3) أ) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة صفر.
 ب) h دالة عددية معرفة على المجال $]-\infty; 1[$ بـ: $h(x) = e^{-x} + x - 1$
 ادرس اتجاه تغير الدالة h ثم استنتج أنه من أجل كل x من $]-\infty; 1[$: $h(x) \geq 0$
- (4) بين انه من أجل كل x من $]-\infty; 1[$: $f(x) + x = \frac{xh(x)}{x-1}$ ثم استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المماس (T) ، فسر النتيجة بيانيا.

- (5) أكتب معادلة المستقيم (Δ) الذي يشمل مبدأ المعلم O والنقطة $A(-2; \frac{2}{3}e^2)$ ثم ارسم المستقيمين

بكالوريا تقني رياضي 2018

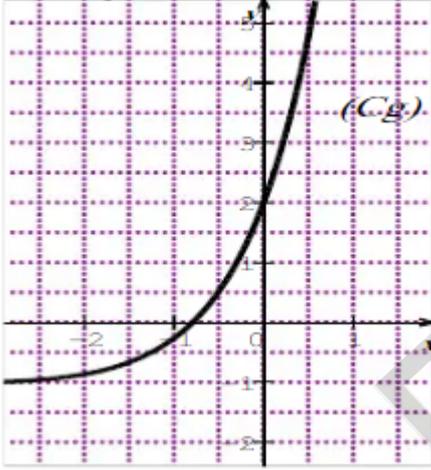
(T) ، (Δ) والمنحنى (C_f) على المجال $]-\infty; 1[$.

- (6) أ) بين أنه من أجل كل x من $]-\infty; 1[$: $\frac{x}{x-1} \leq f(x) < e^{-x}$
 ب) تحقق أنه من أجل كل x من $]-\infty; 1[$: $\frac{x}{x-1} = 1 + \frac{1}{x-1}$ ثم بين أن : $1 - \ln(2) \leq \int_{-1}^0 f(x)dx < e - 1$

(7) m وسيط حقيقي ، ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة :
 $f(x) = mx$ ، حيث $x \in [-2; 1]$.

تمرين 37

(I) الدالة المعرفة على \mathbb{R} كما يلي : $g(x) = (x+3)e^x - 1$ و (C_g) تمثيلها البياني كما هو مبين في الشكل .
 بقراءة بيانية



باكالوريا تقني رياضي 2019

(أ) حدّد إشارة $g(-1)$ و $g\left(\frac{-1}{2}\right)$.

(ب) استنتج وجود عدد حقيقي α وحيد من المجال

$\left]-1; \frac{-1}{2}\right]$ بحيث $g(\alpha) = 0$ ثم تحقّق أنّ : $-0,8 < \alpha < -0,7$

(ج) استنتج إشارة $g(x)$ على \mathbb{R} .

(II) الدالة المعرفة على \mathbb{R} بـ : $f(x) = (x+2)(e^x - 1)$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f'(x)$.

(2) بين أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f'(x) = g(x)$ ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f .

(3) أ) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) + x)$ ثم استنتج أنّ (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلة له .

ب) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) .

ج) اكتب معادلة لـ (T) مماس (C_f) الموازي للمستقيم (Δ) .

(4) ارسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) على المجال $]-\infty; 1]$ (يعطى $f(\alpha) \approx -0,7$)

(5) احسب $f(x) - g(x)$ ثم استنتج دالة أصلية للدالة f على \mathbb{R} .

(6) الدالة المعرفة على \mathbb{R} كما يلي : $h(x) = |x|(e^{|x|-2} - 1) + 1$ و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق .

أ) بين أنّ الدالة h زوجية .

ب) تاكد أنّه من أجل كلّ x من المجال $[0; +\infty[$ فإن : $h(x) = f(x-2) + 1$.

ج) اشرح كيف يمكن رسم (C_h) انطلاقا من (C_f) ثم ارسم (C_h) على المجال $[-3; 3]$.

تمرين 38

الدالة العددية f معرفة على المجال $[-1; +\infty[$ بـ: $f(x) = x - 1 + \frac{1}{4}(2e^{-x} - 1)^2$ (وحدة الطول 2cm) (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس

- (1) أ. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[-1; +\infty[$: $f'(x) = (1 - e^{-x})(2e^{-x} + 1)$.
 ب. ادرس إشارة $f'(x)$ واستنتج اتجاه تغير الدالة f .
 ج. احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f .

- (2) أ. بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y = x - \frac{3}{4}$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) . ب. ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

- (3) بين أن المنحنى البياني (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا للمستقيم (Δ) يُطلب كتابة معادلة له .

- (4) بين أن المنحنى البياني (C_f) يقبل نقطة انعطاف يُطلب تعيينها .

- (5) ارسم (Δ) ، (T) و المنحنى البياني (C_f) .

باكالوريا تقني رياضي 2020

- (6) ليكن m وسيطا حقيقيا. عين مجموعة قيم m التي من أجلها تقبل المعادلة: $f(x) = x + m$ حلين مختلفين .

تمرين 39

I (الدالة العددية g معرفة على المجال $[0; +\infty[$ بـ: $g(x) = x^2 - 5 + e^{x-1}$

- (1) بين أن الدالة g متزايدة تماما على $[0; +\infty[$
 (2) أ. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $1,71 < \alpha < 1,72$
 ب. استنتج حسب قيم العدد الحقيقي الموجب x إشارة $g(x)$

II (الدالة العددية f معرفة على المجال $[0; +\infty[$ بـ: $f(x) = x + 1 + (-x^2 - 2x + 3)e^{1-x}$
 (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

- (1) أ. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[0; +\infty[$: $f'(x) = g(x)e^{1-x}$
 ب. استنتج أن الدالة f متزايدة تماما على $[\alpha; +\infty[$ ومتناقصة تماما على $[\alpha; +\infty[$
 ج. بين أن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f

- (2) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x + 1$ مقارب مائل لـ (C) ثم ادرس وضعية (C) بالنسبة إلى (Δ)

(3) بين أن (C) يقبل مماسا (T) موازيا لـ (Δ) في نقطة A يُطلب تعيين فاصلتها (لا يطلب كتابة معادلة (T))

(4) أ. بين أن (C) يقبل نقطة انعطاف وحيدة فاصلتها $(1 + \sqrt{6})$
ب. ارسم (Δ) ، (T) و (C) (نأخذ $f(\alpha) \simeq 1,1$ ، $f(\sqrt{5}) \simeq 1,4$ و $f(1 + \sqrt{6}) \simeq 3,1$)

(5) الدالة العددية h معرفة على المجال $] -\infty; 0]$ بـ: $h(x) = -x + 1 + (-x^2 + 2x + 3)e^{1+x}$
 (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

باكالوريا تقني رياضي 2021

أ. تحقق أنه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $] -\infty; 0]$: $h(x) = f(-x)$
ب. اشرح كيفية رسم (C_h) انطلاقا من (C) ثم ارسمه.

تمرين 40 (باكالوريا تقني رياضي 2017 (الدورة الاستثنائية))

(I) لتكن الدالة g المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $g(x) = 1 - 2xe^{-x}$
- ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم استنتج إشارة $g(x)$

(II) نعتبر الدالة f المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $f(x) = (x + 1)(1 + 2e^{-x})$
 (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = 1cm$

(1) أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$
ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(2) أ) بين أن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x] = 1$ ثم استنتج معادلة لـ (Δ) ، المستقيم المقارب المائل للمنحنى (C_f)
ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ)

(3) اثبت أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا وحيدا (T) يوازي (Δ) يُطلب تعيين معادلة له.

(4) باستعمال المنحنى (C_f) ، عين قيم الوسيط الحقيقي m حتى يكون للمعادلة $f(x) = x + m$ حلين مختلفين.

(5) ليكن α عددا حقيقيا موجبا، نرمز بـ $A(\alpha)$ إلى مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) وبالمستقيمت التي معادلاتها على الترتيب: $y = x + 1$ ، $x = -1$ و $x = \alpha$
ب- احسب $A(\alpha)$ بدلالة α ثم $\lim_{\alpha \rightarrow +\infty} A(\alpha)$

-تمت و الحمد لله-