تمارين الحساب في البكالوريا

شعبة : تقني رياضي

التمرين الأول باك 2008 م 1

n عدد طبيعي أكبر من 5 .

1) a و b عددان طبيعيان حيث : $a=n-2$ و $b=2n+3$.

أ- ماهي القيم الممكنة للقاسم المشترك الأكبر للعددين a و b ؟

ب- بيّن أن العددين a و b من مضاعفات 7 إذا و فقط إذا كان $n+5$ مضاعفا للعدد 7 .

جـ- عيّن قيم n التي من أجلها $PGCD(a;b)=7$.

2) نعتبر العددين الطبيعيين p و q حيث : $p=2n^2-7n-15$ و $q=n^2-7n+10$.

أ- بيّن أن كل من العددين p و q يقبل القسمة على $n-5$.

ب- عيّن تبعا لقيم n و بدلالة n ، $PGCD(p;q)$.

التمرين الثاني باك 2008 م 2

نعتبر المعادلة ذات المجهولين الصحيحين x و y : $4x-9y=319 \quad ..... \quad (1)$.

1) تأكد أن الثنائية $(82;1)$ حلا للمعادلة (1) . ثم حل المعادلة (1) .

2) عيّن الثنائيات $(a;b)$ الصحيحة، حلول المعادلة : $4a^2-9b^2=319 \quad ..... \quad (2)$.

3) إستنتج الثنائيات $(x_0;y_0)$ حلول المعادلة (1) بحيث x_0 و y_0 مربعين تامين .

التمرين الثالث باك 2009 م 1

1) أ- عيّن الأعداد الطبيعية التي مربع كل منها يقسم 2009 .

u_0 و a عددان طبيعيان غير معدومين . (u_n) متتالية هندسية أساسها a و حدها الأول u_0 بحيث : $u_1^2+u_2+35a^2=2009$.

ب- أحسب a و u_0 .

2) نضع : $a=7$ و $u_0=2$. أكتب u_n بدلالة n .

3) نضع : $S_n=u_0+u_1+...+u_n$.

أ- عبّر عن S_n بدلالة n .

ب- عيّن العدد الطبيعي n حتى يكون $S_n=800$.

التمرين الرابع باك 2009 م 2

1) حل المعادلة التفاضلية : $y'=(\ln 2)y$.

2) نسمي f الحل الخاص لهذه المعادلة الذي يحقق $f(0)=1$ ، عيّن عبارة $f(x)$.

3) n عدد طبيعي .

أ- أدرس بواقي القسمة الإقليدية على 7 للعدد 2^n .

ب- استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $f(2009)-4$ على 7 .

4) أ- أحسب بدلالة n ، المجموع S_n حيث $S_n=f(0)+f(1)+.....+f(n)$.

ب- عيّن قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها S_n يقبل القسمة على 7 .

التمرين الخامس باك 2010 م1

نعتبر العدد الطبيعي n الذي يكتب في نظام العد ذي الأساس 7 كما يلي : $n=\overline{11\alpha00}$ ، حيث α عدد طبيعي .

1) عيّن العدد α حتى يكون n قابلا للقسمة على 3 .

2) عيّن العدد α حتى يكون n قابلا للقسمة على 5 .

استنتج العدد α حتى يكون n قابلا للقسمة على 15 .

3) نأخذ : $\alpha=4$ ، أكتب العدد n في النظام العشري .

التمرين السادس باك 2010 م2

1) عيّن حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 10^n على 13.

2) تحقق أن : $(10^{2008})^2+10^{2008}+1\equiv 0[13]$.

3) عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث : $10^{2n}+10^n+1\equiv 0[13]$.

التمرين السابع باك 2011 م1

أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير في كل حالة مما يلي :

1) المعادلة $21x+14y=40$ لا تقبل حلولا في مجموعة الأعداد الصحيحة.

2) في نظام التعداد ذي الأساس 7 يكون : $\overline{3421}+\overline{1562}=\overline{5413}$.

3) باقي القسمة الإقليدية للعدد $1+3+3^2+....+3^{2011}$ على 7 هو 6 .

التمرين الثامن باك 2011 م2

من أجل كل عدد طبيعي n نضع : $A_n=2^n+3^n+4^n+5^n+6^n$.

1) تحقق أن : $4\equiv -3[7]$ ثم بيّن أن : $A_3\equiv 6[7]$.

2) أدرس، حسب قيم العدد الطبيعي n ، بواقي قسمة 2^n و 3^n على 7 .

3) بيّن أنه إذا كان n فرديا فإن: A_n+1 يقبل القسمة على 7 ، و استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد A_{2011} على 7.

4) ماهو باقي القسمة الإقليدية للعدد د A_{1432} على 7 ؟

التمرين التاسع باك 2012 م1

1) أدرس ، حسب قيم العدد الطبيعي n ، بواقي قسمة 9^n على 11.

2) ماهو باقي قسمة العدد 2011^{2012} على 11؟

3) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، العدد : $(4\times 9^{15n+1}+4\times 2011^{10n}+2011^{2012})$ يقبل القسمة على 11.

4) عيّن الأعداد الطبيعية n بحيث يكون العدد : $(2011^{2012}+2n+2)$ مضاعفا للعدد 11.

التمرين العاشر باك 2012 م 2

نسمي (S) الجملة التالية : $\begin{cases} x\equiv 3[15] \\ x\equiv 6[7] \end{cases}$ ، حيث x عدد صحيح .

1) بيّن أن العدد 153 حل للجملة (S).

2) إذا كان x_0 حلا لـ (S) ، بيّن أن : $(x$ حلا لـ (S) $)$ يكافئ $\left(\begin{cases} x-x_0\equiv 0[15] \\ x-x_0\equiv 0[7] \end{cases}\right)$

3) حل الجملة (S) .

4) يريد مكتبي وضع عدد من الكتب في علب ، فإذا استعمل علبا تتسع لـ 15 كتابا بقي لديه 3 كتب ، و إذا استعمل علبا تتسع لـ 7 كتب بقي لديه 6 كتب.

إذا علمت أن عدد الكتب التي بحوزته محصورة بين 500 و 600 كتابا ، ما عدد هذه الكتب ؟

التمرين الحادي عشر باك 2013 م 2

x و y عددان صحيحان و (E) المعادلة ذات المجهول $(x;y)$ التالية : $11x+7y=1$.

1) عيّن $(x_0;y_0)$ ، حل المعادلة (E) الذي يحقق: $x_0+y_0=-1$.

بـ- استنتج حلول المعادلة (E) .

2) a و b عددان طبيعيان و S العدد الذي يحقق : $\begin{cases} S=11a+1 \\ S=7b+2 \end{cases}$.

أ- بيّن أن $(a;-b)$ حل للمعادلة (E) .

بـ- ماهو باقي القسمة الإقليدية للعدد S على 77 ؟

3) n عدد طبيعي باقي قسمته على 11 هو 1 و باقي قسمته على 7 هو 2 .

عيّن أكبر قيمة للعدد n حتى يكون $n<2013$.

التمرين الثاني عشر باك 2014 م 2

n و p عددان طبيعيان .

1) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية على 16 للعدد 5^n .

2) نضع $C_n = 16n + 9$ و $D_p = 5^p$.

أ ـ بيَن أنه إذا كان $p = 4k + 2$ حيث عدد k طبيعي ، فإنه يوجد عدد طبيعي n يحقق $D_p = C_n$.

بـ ـ عيّن n من أجل $p = 6$.

3) f هي الدالة المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ : $f(x) = 5^{(4x+2)} - 9$.

أدرس تغيّرات الدالة f ، ثم استنتج إشارة $f(x)$.

4) (u_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $u_0 = 1$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = 5^4\left(u_n + \frac{9}{16}\right) - \frac{9}{16}$.

أ ـ برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = \dfrac{5^{(4n+2)} - 9}{16}$.

بـ ـ برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، u_n عدد طبيعي .

5) إستنتج إتجاه تغيّر المتتالية (u_n) .

التمرين الثالث عشر باك 2015 م 1

1) عيّن حسب قيم العدد الطبيعي n ، باقي القسمة الإقليدية للعدد 8^n على 13.

بـ ـ استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد : $42 \times 138^{2015} + 2014^{2037} - 3$ على 13.

2) أ ـ بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $(5n+1)\times 64^n - 5^{2n+3} \equiv (5n+6)8^{2n}\,[13]$.

بـ ـ عيّن مجموعة قيم العدد الطبيعي n حتى يكون : $(5n+1)\times 64^n - 5^{2n+3} \equiv 0\,[13]$.

التمرين الرابع عشر باك 2016 م 1

نعتبر المعادلة (E) ذات المجهول $(x;y)$: $6x - 7y = 19$ ، حيث x و y عددان صحيحان .

1) جد الحل الخاص $(x_0;y_0)$ للمعادلة (E) حيث $x_0 = y_0$ ، ثم حل المعادلة (E).

2) استنتج قيم العدد الصحيح λ التي تحقق $\begin{cases}\lambda \equiv 24\,[7]\\ \lambda \equiv 5\,[6]\end{cases}$ ، ثم عيّن باقي قسمة العدد λ على 42 .

3) عيّن جميع الثنائيات $(x;y)$ حلول المعادلة (E) حيث : $|x+y-1| \le 13$.

4) أ ـ أدرس بواقي القسمة الإقليدية للعدد 5^n على 7 .

بـ ـ عيّن مجموعة قيم العدد الطبيعي n التي تحقق الجملة : $\begin{cases}n - 5^n \equiv 2020\,[7]\\ n \equiv 1437\,[6]\end{cases}$.

التمرين الخامس عشر باك 2017 م 2

1) بيّن أن : من أجل كل عدد طبيعي k، $4^{5k} \equiv 1\,[11]$.

2) استنتج حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 4^n على 11 .

3) بيّن أنه من أجل عدد طبيعي n العدد $(2\times 2017^{5n+3} + 3\times 1438^{10n} + 1)$ يقبل القسمة على 11.

4) عيّن قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون العدد $(2\times 2017^{5n+2} + n - 3)$ قابلا للقسمة على 11.

التمرين السادس عشر باك 2017 (الإستثنائي)م 1

1) عيّن ، حسب قيم العدد الطبيعي n ، باقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 5 .

2) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد 1437^{2017} على 5.

3) برهن أن : من أجل كل عدد طبيعي n العدد $(48^{4n+3} - 2\times 9^{2n+1} + 1)$ مضاعف للعدد 5 .

4) عيّن قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد $(3^{4n} + 27^n - 4)$ قابلا للقسمة على 5 .

التمرين السابع عشر باك 2019 م 2

(u_n) و (v_n) المتتاليتان العدديتان المعرفتان على $\mathbb{N}$ كما يلي : $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = 7u_n - 18n + 9 \end{cases}$ و $v_n = u_n - 3n + 1$.

1) أثبت أن المتتالية (v_n) هندسية يُطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

2) أكتب v_n بدلالة n ، ثم استنتج u_n بدلالة n .

3) أحسب بدلالة n المجموع S_n بحيث : $S_n = u_0 + u_1 + ... + u_n$.

4) أ- أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية لـ 7^n على 9 .

ب- ما هو باقي القسمة الإقليدية على 9 للعدد $1442^{2019} + 1962^{1954} + 1954^{1962}$.

جـ- أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $6S_n - 7u_n \equiv 0[9]$.

التمرين الثامن عشر باك 2019 م 2

1) نعتبر المعادلة ذات المجهول $(x; y)$: $(E) \quad ..... \quad 5x - 3y = 1$ ، حيث x و y عددان صحيحان .

أ- تحقق أن الثنائية $(6n+2; 10n+3)$ حل للمعادلة (E) حيث n عدد طبيعي .

ب- استنتج أن العددين $10n+3$ و $6n+2$ أوليان فيما بينهما .

2) نضع : $a = 10n+3$ و $b = 3n+5$ و ليكن d القاسم المشترك الأكبر للعددين a و b .

أ- بيَن أن $d = 1$ أو $d = 41$.

ب- بيَن أنه إذا كان $d = 41$ فإن $n \equiv 12[41]$.

3) ليكن العددان الطبيعيان : $A = 20n^2 + 36n + 9$ و $B = 6n^2 + 19n + 15$.

أ- بيَن أن العددين A و B يقبلان القسمة على $2n+3$.

ب- جد بدلالة n و حسب قيم n القاسم المشترك الأكبر للعددين A و B .

التمرين التاسع عشر باك 2020 م 1

نعتبر المعادلتين $(E_1) \quad .... \quad 693x - 216y = 738$ و $(E_2) \quad .... \quad 77x - 24y = 82$ ، حيث x و y عددان صحيحان .

1) جد $PGCD(693; 216)$ و استنتج أن المعادلتين (E_1) و (E_2) متكافئتان .

2) تحقق أن الثنائية $(2; 3)$ حل للمعادلة (E_2) ، ثم أوجد حلولها في $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$.

3) جد الثنائيات $(x; y)$ حلول المعادلة (E_2) التي تحقق $|y - x| \leq 54$.

4) ليكن N عددا طبيعيا يُكتب $\overline{\beta 68 \alpha}$ في النظام ذي الأساس 9 و يكتب $\overline{1\alpha\beta 0\alpha}$ في النظام ذي الأساس 6 .

حيث α و β عددان طبيعيان .

جد العددين α و β ، ثم أكتب العدد N في النظام العشري .

التمرين العشرون باك 2020 م 2

1) أ- أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 5 .

ب- استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $8^{2020} - 2 \times 3^{1441} - 1$ على 5 .

2) من أجل كل عدد طبيعي n ، نعتبر العدد الطبيعي a_n حيث : $a_n = 3^{n+1} + 4$.

عيَن الأعداد الطبيعية n التي من أجلها يكون : $a_n \equiv 0[5]$.

3) نعتبر العدد الطبيعي b_n بحيث : $b_n = 7a_n + 5$.

أ- عيَن القيم الممكنة للقاسم المشترك الأكبر للعددين a_n و b_n .

ب- بيَن أن $a_n \equiv 0[5]$ إذا و فقط إذا كان $b_n \equiv 0[5]$.

جـ- استنتج الأعداد الطبيعية n التي من أجلها يكون a_n و b_n أوليَين فيما بينهما .

" The only way to learn mathematics is to do mathematics "

كتابة : خالد بخاخشة

نشر يوم 2021/02/27