# تمارين الإحتمالات في البكالوريا

## الشعب العلمية

### التمرين الأول باك علمي 2020 م 1

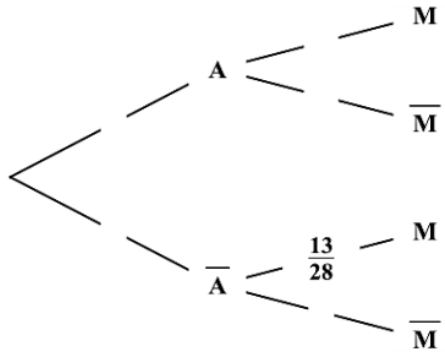
يحتوي وعاء $U$ على 4 كريات حمراء و 6 سوداء و يحتوي وعاء $V$ على 5 كريات حمراء و 3 سوداء و كل الكريات متماثلة و لا نفرق بينها عند اللمس .

نسحب عشوائيا كريتين في آن واحد من أحد الوعائين بالكيفية التالية :

نقوم بسحب بطاقة واحدة عشوائيا من كيس يحتوي على 6 بطاقات متماثلة و مرقمة من 1 إلى 6 ، إذا تحصلنا على أحد الرقمين 3 أو 5 نسحب الكرتين من $U$ و في باقي الحالات نسحب الكريتين من $V$ .

نسمي $A$ الحدث : "الحصول على أحد الرقمين 3 أو 5" .

نسمي $M$ الحدث : "الحصول على كريتين من نفس اللون" .




1) تحقق $P(\overline{A})$ أن إحتمال السحب من الوعاء $V$ هو $\frac{2}{3}$ .

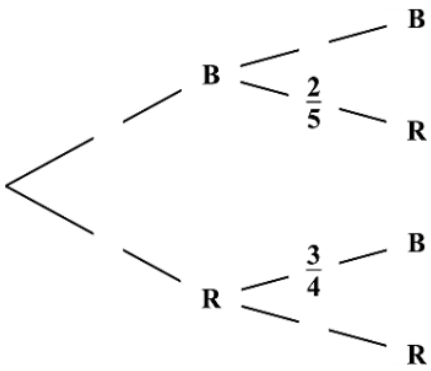
2) علما أن الكريتين المسحوبتين من $U$ ، بيّن أن إحتمال أن تكونا من نفس اللون هو $\frac{7}{15}$ .

3) أنقل شجرة الإحتمالات المقابلة ثم أكملها و استنتج $P(M)$ .

4) أحسب $P_{\overline{M}}(A)$ إحتمال السحب من الوعاء $U$ علما أن الكريتين المسحوبتين مختلفتا اللون .

### التمرين الثاني باك علمي 2020 م 2

كيس به ثلاث كريات بيضاء وكريتين حمراوين لا نميّز بينها عند اللمس ، نسحب عشوائيا كريتين على التوالي من الكيس بالكيفية التالية : إذا كانت الكرية المسحوبة بيضاء نعيدها إلى الكيس و إذا كانت حمراء لا نعيدها إلى الكيس .




1) أ ـ أنقل شجرة الإحتمالات المقابلة ثم أكملها.

$B$ يرمز إلى الحصول على كرية بيضاء و $R$ إلى الحصول على كرية حمراء .

بـ ـ أحسب إحتمال أن تكون الكرية المسحوبة الثانية حمراء .

2) ليكن $X$ المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب لكريتين عدد الكريات الحمراء المسحوبة .

أ ـ عيّن مجموعة قيم المتغير العشوائي $X$ .

بـ ـ بيّن أن : $P(X=1)=\frac{27}{50}$ ، ثم عرّف قانون إحتمال المتغير العشوائي $X$ .

جـ ـ أحسب $E(X)$ الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي $X$ .

### التمرين الثالث باك تقني 2020 م 1

يحتوي كيس على أربع كريات حمراء مرقمة بـ : 2 ، 2 ، 2 و ثلاث كريات خضراء مرقمة بـ : 2 ، 3 ، 3 .

الكريات لا نفرق بينها باللمس ، نسحب عشوائيا و في آن واحد كريتين من هذا الكيس .

1) نعتبر الحدثين : $A$ "الحصول على كريتين تحملان نفس الرقم" و $B$ "الحصول على كريتين مختلفتين في اللون" .

أ ـ أحسب إحتمال كلا من الحدثين $A$ و $B$ .

بـ ـ بيّن أن إحتمال الحصول على كريتين تحملان نفس الرقم و مختلفتين في اللون يساوي $\frac{4}{21}$ .

جـ ـ استنتج إحتمال الحصول على كريتين تحملان نفس الرقم أو مختلفتين في اللون .

2) ليكن $X$ المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب جداء الرقمين الظاهرين على الكريتين المسحوبتين .
عرّف قانون إحتمال المتغير العشوائي $X$ .

3) في لعبة ، يقوم لاعب بسحب كريتين : إذا كان جداء رقميهما 4 يربح $x^2$ دينار ، إذا كان جداء رقميهما 6 يخسر دينار و إذا كان جداء رقميهما 9 يخسر 130دينار . ( $x$ و $y$ عددان طبيعيان غير معدومين )
عيّن قيمة كلا من $x$ و $y$ حتى تكون هذه اللعبة عادلة .

## التمرين الرابع باك تقني 2020 م 2

يحتوي كيس على كريتين خضراوين تحملان الرقمين 1، 2 و ثلاث كريات كريات حمراء تحمل الأرقام 1، 2 ، 2 و أربع كريات بيضاء تحمل الأرقام 2 ، 3 ، 3 ، 4 . (الكريات متماثلة لا نفرق بينها باللمس ).

**I)** نسحب من هذا الكيس ثلاث كريات في آن واحد .

1) أحسب إحتمال كلا من الحدثين $A$ و $B$ التاليين :
$A$ " الحصول على ثلاث كريات من نفس اللون " و $B$ " الحصول على كرية بيضاء على الأقل " .

2) ليكن $X$ المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب أكبر الأرقام المحصل عليها .

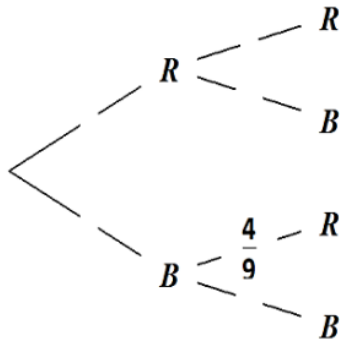
أ- بيّن أن $P(X=3)=\frac{3}{7}$ ، ثم عرّف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي $X$ .

ب- أحسب الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي $X$ .

**II)** نسحب الأن ثلاث كريات على التوالي دون إرجاع .
ليكن $C$ الحدث " الحصول على ثلاث أرقام جداؤها زوجي " .
أحسب إحتمال $C$ .

## التمرين الخامس باك رياضي 2020 م 1

صندوق به 5 كريات بيضاء و 3 كريات حمراء . (كل الكريات متماثلة لا نفرق بينها باللمس ).
نسحب من الصندوق كرية واحدة بحيث : إذا ظهرت كرية حمراء نعيدها إلى الصندوق و نضيف له كرية بيضاء و إذا ظهرت كرية بيضاء نعيدها إلى الصندوق و نضيف له كرية حمراء ، و نكرر العملية مرة ثانية .




1) أنقل شجرة الإحتمالات المقابلة التي تنمذ هذه التجربة ثم أكملها .

2) بيّن أن إحتمال أن يوجد في الصندوق 7 كريات بيضاء هو $\frac{1}{8}$ .

3) أحسب إحتمال أن يوجد بالصندوق 4 كريات حمراء على الأقل .

4) ليكن $X$ المتغير العشوائي الذي يأخذ كقيمة عدد الكريات البيضاء الموجودة في الصندوق بعد العملية الثانية .

أ- برر أن قيم المتغير العشوائي هي : 5 ، 6 و 7 .

ب- عرّف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي $X$ ، ثم أحسب $E(X)$ أمله الرياضياتي .

## التمرين السادس باك رياضي 2020 م 2

يحتوي صندوق على كريات متماثلة منها : $n$ كرية بيضاء تحمل العدد $\pi$ ( $n$ عدد طبيعي و $n\geq 2$ )
و 4 كريات حمراء تحمل الأعداد $\frac{\pi}{2}$ ، $\frac{\pi}{2}$ ، $\frac{\pi}{3}$ و $\pi$ و كريتين خضراوين تحملان العددين $\frac{\pi}{2}$ و $\frac{\pi}{3}$ .
نسحب عشوائيا كريتين في آن واحد من هذا الصندوق .

1) أ- أحسب إحتمال كلا من الحدثين $A$ و $B$ حيث :
$A$ " سحب كريتين من نفس اللون " و $B$ " سحب كريتين تحملان نفس العدد علما أنهما من نفس اللون " .

ب- عيّن العدد الطبيعي $n$ حتى يكون : $P(A)=\frac{17}{55}$ .

2) نفرض فيما يلي : $n=5$ و نسمي $\alpha$ و $\beta$ العددين الظاهرين على الكريتين المسحوبتين .
نعتبر $X$ المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة سحب العدد : $\cos(\alpha)\cos(\beta)$ .

أ- برر أن قيم المتغير العشوائي $X$ هي : $-\frac{1}{2}$ ، 0 ، $\frac{1}{4}$ و 1 .

ب- بيّن أن : $P(X=0)=\frac{27}{55}$ .

جـ- عرّف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي $X$ ، ثم أحسب أمله الرياضياتي $E(X)$ .

## التمرين السابع باك علمي 2019 م 1

يحتوي كيس على خمس كريات حمراء منها أربع كريات تحمل الرقم 1 و كرية واحدة تحمل الرقم 2 و سبع كريات خضراء منها أربع كريات تحمل الرقم 1 و ثلاث كريات تحمل الرقم 2 . ( كل الكريات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس )

نسحب عشوائيا كرتين من الكيس في آن واحد و نعتبر الحادثتين $A$ و $B$ حيث :

$A$ : "سحب كريتين من نفس اللون" ، $B$ : "سحب كريتين تحملان نفس الرقم"

1) بيّن أن إحتمال الحادثة $A$ هو $P(A)=\frac{31}{66}$ و احسب إحتمال الحادثة $B$ .

2) علما أن الكريتين المسحوبتين من نفس اللون ، ما إحتمال أن تحملا نفس الرقم ؟

3) ليكن $X$ المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات الحمراء المتبقية في الكيس .
عرّف قانون الإحتمال للمتغيّر العشوائي و أحسب أمله الرياضياتي .

## التمرين الثامن باك علمي 2019 م 2

يحتوي صندوق على 10 كريات لا نفرق بينها عند اللمس منها كريتان تحملان الرقم 0 و ثلاث تحمل الرقم 1 و الكريات الأخرى تحمل الرقم 2 . نسحب عشوائيا و في آن واحد ثلاث كريات من الصندوق .

ليكن $X$ المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل سحب جداء الأرقام المسجلة على الكريات المسحوبة .

1) عرّف قانون الإحتمال للمتغيّر العشوائي $X$ ، ثم أحسب أمله الرياضياتي $E(X)$ .

2) بيّن أن إحتمال الحصول على ثلاث كريات كل منها تحمل رقما زوجيا هو $\frac{7}{24}$ .

3) نسحب الآن من الصندوق كريتين على التوالي دون إرجاع .
ما إحتمال الحصول على كريتين تحملان رقمين مجموعهما فردي علما أن جداؤهما زوجي ؟

## التمرين التاسع باك تقني 2019 م 1

توجد إجابة صحيحة واحدة من بين الأجوبة المقترحة في كل حالة من الحالات التالية . إختر الإجابة الصحيحة مبررا إختيارك .

يحتوي كيس على ثلاث كريات بيضاء تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 3 و كريتين سوداوين تحملان الرقمين 1 ، 2 .
(الكريات لا نفرق بينها عند اللمس )

نسحب من الكيس 3 كريات عشوائيا و في آن واحد.

$X$ المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكريات السوداء المسحوبة .

1) قيم المتغيّر العشوائي $X$ هي : أ) $\{1;2;3\}$ ب) $\{0;2;3\}$ جـ) $\{0;1;2\}$ .

2) الأمل الرياضياتي $E(X)$ لـ $X$ هو : أ) $E(X)=\frac{4}{5}$ ب) $E(X)=\frac{6}{5}$ جـ) $E(X)=\frac{11}{10}$ .

3) إحتمال "الحصول على كريّة واحدة سوداء تحمل الرقم 1 من الكريات المسحوبة"
يساوي : أ) $\frac{7}{10}$ ب) $\frac{9}{10}$ جـ) $\frac{3}{5}$ .

4) إحتمال "باقي قسمة مجموع مربعات الأرقام التي تحملها الكريات المسحوبة على 13 هو 1"
يساوي : أ) $\frac{2}{5}$ ب) $\frac{3}{10}$ جـ) $\frac{1}{5}$ .

## التمرين العاشر باك تقني 2019 م 2

يحتوي كيس على أربع كريات بيضاء تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 3 ، 4 و ثلاث كريات حمراء تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 3 و كريتين سوداوين تحملان الرقمين 1 ، 2 ( كل الكريات متشابهة لا نفرق عند اللمس )

نسحب عشوائيا و في آن واحد 3 كريات من هذا الكيس .

1) أحسب إحتمال الأحداث التالية :

$A$ : "الحصول على كرية بيضاء واحدة" .

$B$ : "الحصول على كريتين بيضاوين على الأكثر" .

$C$ : "الحصول على ثلاث كريات تحمل أرقاما غير أولية" .

2) نعتبر المتغيّر العشوائي $X$ الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات التي تحمل أرقاما أولية .

أ ـ عيّن قيم المتغير العشوائي $X$ ، ثم عرّف قانون إحتماله .

بـ ـ أحسب $P(X^2-X\leq 0)$ .

## التمرين الحادي عشر باك رياضي 2019 م 2

صندوقان غير شفافين $U_1$ و $U_2$ ، يحتوي الصندوق $U_1$ على 4 كريات حمراء و ثلاث كريات سوداء و يحتوي الصندوق $U_2$ على 3 كريات حمراء و كريتين سوداوين . ( كل الكريات متشابهة لا نفرق عند اللمس )

نرمي نردا غير مزيف ذا ستة أوجه مرقمة من 1 إلى 6 .

إذا ظهر الرقمان 2 أو 4 نسحب عشوائيا كريتين في آن واحد من الصندوق $U_1$ .

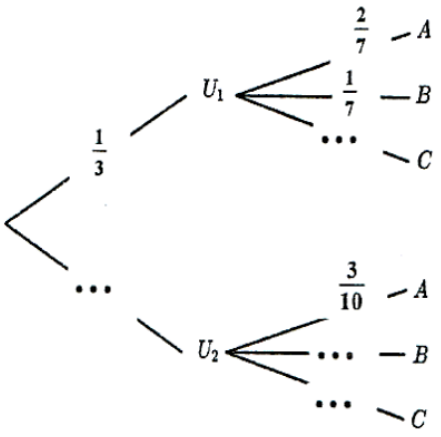
و في باقي الحالات نسحب عشوائيا كريتين في آن واحد من الصندوق $U_2$ .

نعتبر الأحداث $A$ ، $B$ و $C$ المعرفة بـ :

$A$ : " سحب كريتين حمراوين " .

$B$ : " سحب كريتين سوداوين " .

$C$ : " سحب كريتين من لونين مختلفين " .




1) أنقل و أكمل شجرة الإحتمالات .

2) أحسب إحتمالات الأحداث $A$ ، $B$ و $C$ .

نعتبر المتغيّر العشوائي $X$ الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات الحمراء المسحوبة .

3) أ ـ عيّن قيم المتغير العشوائي $X$ .

بـ ـ عرّف قانون الإحتمال للمتغيّر العشوائي $X$ .

4) أحسب الأمل الرياضياتي $E(X)$ .

"The only way to learn mathematics is to do mathematics"

كتابة : خالد بخاخشة

نشر يوم 2021/03/02