كل ما تحتاج في هذا المحور

1) **تعريف:** نقول أن العددين الصحيحين a و b متوافقان بترديد n (طبيعي) إذا وفقط إذا كان a-b من مضاعفات n في Z ونكتب $a\equiv b[n]$ ويقرأ a يوافق b بترديد n

ملاحظة: يكون عادة العدد b عدد طبيعيا (عدد موجب) وأصغر من n

الموافقة	المعادلة	القسمة الاقليدية
$a \equiv b[n]$	$a = kn + b$	a مقسوم | n قاسم b باقي | k حاصل

2) **خواص:**

- إذا كان: $a\equiv b[n]$ فإن: $b\equiv a[n]$
- إذا كان: $a\equiv b[n]$ و $b\equiv c[n]$ فإن: $a\equiv c[n]$
- إذا كان: $a\equiv b[n]$ و $c\equiv d[n]$ فإن: $a\pm c\equiv b\pm d[n]$ و $ac\equiv bd[n]$
- إذا كان: $a\equiv b[n]$ و $k\in Z$ فإن: $a+k\equiv b+k[n]$ و $ak\equiv bk[n]$
- إذا كان: $a\equiv b[n]$ فإن: $a^p\equiv b^p[n]$ حيث $p\in N$
- إذا كان: $a\equiv b[n]$ فإن: $a\equiv b+kn[n]$ و $a+kn\equiv b[n]$
- إذا كان: $ab\equiv 0[n]$ فإن: $a\equiv 0[n]$ أو $b\equiv 0[n]$ مع n عدد أولي
- إذا كان: $a\equiv b[nm]$ فإن: $a\equiv 0[n]$ و $a\equiv 0[m]$ حيث $m\in N^*$ وأولي مع n

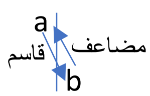
حالات خاصة:

- كل الأعداد توافق صفر بترديد نفسها: $a\equiv 0[a]$
- اذا كان العدد a يقبل القسمة على n هذا يعني: $a\equiv 0[n]$
- إذا كان: $a<n$ فإن: $a\equiv a[n]$

3) **القاسم المشترك الأكبر PGCD والمضاعف المشترك الأصغر PPCM:**

- $PGCD(a;b)=PGCD(b;r)$ حيث $a\leq b$ و r باقي قسمة a على b
- $PGCD(ka\,;kb)=|k|PGCD(a;b)=k.PGCD(b;r)$ حيث $k\in Z^*$
- إذا كان: $PGCD(a;b)=1$ فإن: $PGCD(a;b^n)=PGCD(a^n;b^n)=1$ مع $n\in N^*$
- إذا كان: $PGCD(a\,;b)=1$ و $PGCD(a\,;c)=1$ فإن: $PGCD(a\,;bc)=1$
- إذا كان: $PGCD(a\,;b)=d$ فإن: $d\backslash a$ و $d\backslash b$ أيضا: $d\backslash ma+nb$ مع $PGCD(ma\,;nb)=1$
- $PGCD(a\,;b).PPCM(a\,;b)=ab$

ملاحظة: $PGCD(a\,;b)=1$ تعني أن a و b عددان أوليان فيما بينهما



4) **المبرهنات:**

- **مبرهنة بيزو:**

يكون العددان الطبيعيان غير المعدومين a و b أوليان فيما بينهما إذا وفقط إذا وجد عددان صحيحان x و y حيث: $\mathbf{ax + by = 1}$

- **مبرهنة غوص:**

a, b و c ثلاث أعداد صحيحة غير معدومة, إذا كان a يقسم الجداء bc وكان a أوليا مع b فإن a يقسم c

- **مبرهنة فيرما الصغرى:**

إذا كان p عددا أوليا و a عددا طبيعيا لا يقبل القسمة على p فإن p يقسم العدد $(\mathbf{a^{p-1} - 1})$

سلسلة التمارين

التمريــن الأول:

1) أ-عين حسب قيم العدد الطبيعي n باقي القسمة الاقليدية للعدد 8^n على 13

ب- استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $3 - 2014^{2037} + 42 \times 138^{2015}$ على 13

2) أ- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $(5n+1) \times 64^n - 5^{2n+3} \equiv (5n+6)8^{2n}[13]$

ب- عين مجموعة قيم العدد الطبيعي n حتى يكون: $(5n+1) \times 64^n - 5^{2n+3} \equiv 0[13]$

التمرين الثــاني:

n عدد طبيعي أكبر من 5.

1) A و b عددان طبيعيان حيث : $a=n-2$ و $b=2n+3$

أ- ماهي القيم الممكنة للقاسم المشترك الأكبر للعددين a وb ؟

ب- بين أن العددين a وb من مضاعفات 7 إذا وفقط إذا كان $n+5$ مضاعفا للعدد 7

ج- عين قيم n التي يكون من أجلها $PGCD(a\ ;b)=7$

2) نعتبر العددين الطبيعيين p وq حيث:

$$\begin{cases} p = 2n^2 - 7n - 15 \\ q = n^2 - 7n + 10 \end{cases}$$

أ- بين أن كلا من العددين p وq يقبل القسمة على n-5

ب- عين تبعا لقيم n وبدلالة n: $PGCD(p\ ;q)$

التمرين الثــالث:

1) α و β عددان طبيعيان بحيث:

$$\begin{cases} \alpha + \beta = 4035 \\ \alpha - \beta = 1 \end{cases}$$

عين α وβ ثم بين أن العددين $\frac{\alpha}{2}$ و β أوليان فيما بينهما

2) عين كل الثنائيات الصحيحة $(x\ ;y)$ التي تحقق المعادلة: $1009x - 2017y = 1$

3) عين الأعداد الصحيحة a التي تحقق الجملة:

$$\begin{cases} a \equiv 2019[2017] \\ a \equiv 2019[1009] \end{cases}$$

4) أ- n عدد طبيعي، أدرس تبعا لقيم n بواقي القسمة الاقليدية للعدد $7n$ على 9

ب- L عدد طبيعي يكتب في النظام ذي الأساس 7 كما يلي:

$$L = \overline{111\ldots1}$$

عين باقي القسمة الإقليدية للعدد $42L$ على 9