

كل ما تحتاجه في هذا المحور

(1) مجموعة التعريف: $f(x)=\text{Ln}U$ تكون معرفة فقط إذا كانت $U>0$
(2) خواص:

$$\begin{aligned}\text{Ln}(1) &= 0 \\ \text{Ln}(e) &= 1 \\ \text{Ln}(a \cdot b) &= \text{Ln}(a) + \text{Ln}(b) \\ \text{Ln}\left(\frac{a}{b}\right) &= \text{Ln}(a) - \text{Ln}(b)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Ln}(a^n) &= n\text{Ln}(a) \\ \text{Ln}(a) &= \text{Ln}(b) \text{ معناه } a=b \\ \text{Ln}(a) < \text{Ln}(b) & \text{ معناه } a < b \\ \text{Ln}\left(\frac{1}{a}\right) &= -\text{Ln}(a)\end{aligned}$$

(3) النهايات الشهيرة:

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow +\infty} \text{Ln}x &= +\infty \\ \lim_{x \rightarrow 0} \text{Ln}x &= -\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\text{Ln}x}{x} &= \lim_{\alpha \rightarrow +\infty} \frac{\text{Ln}\alpha}{\alpha} = 0 \\ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{Ln}x}{x} &= \lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{\text{Ln}\alpha}{\alpha} = -\infty\end{aligned}$$

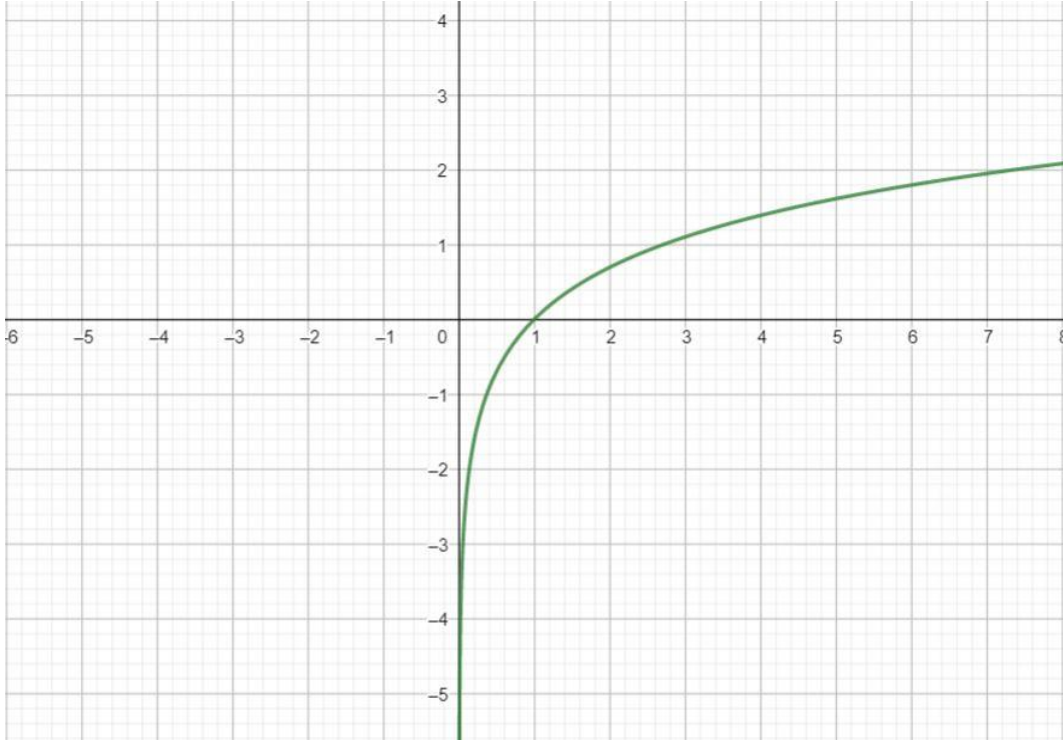
$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 0} x^n \cdot \text{Ln}x &= 0 \\ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{Ln}(x+1)}{x} &= \lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{\text{Ln}(\alpha+1)}{\alpha} = 1 \\ \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\text{Ln}(x)}{x-1} &= \lim_{\alpha \rightarrow 1} \frac{\text{Ln}(\alpha)}{\alpha-1} = 1\end{aligned}$$

(4) حساب المشتقة: $f(x)=\text{Ln}U$ تكون مشتقتها $f'(x)=\frac{U'}{U}$

(5) جدول الإشارة: لدراسة إشارة من العبارة العامة $a \cdot \text{Ln}(\alpha x + \beta) + b$ نتقدم في x_0 و $\alpha \neq 0$ يكون:

x	x_0
$a \cdot \text{Ln}(\alpha x + \beta) + b$	عكس إشارة α ϕ نفس إشارة α

(6) منحنى الدالة $\text{Ln}(x)$:



(7) الدالة اللوغاريتمية العشرية: حالة خاصة من الدوال اللوغاريتمية لها نفس الخصائص ولكن لا تستعمل كثيرا في الرياضيات تكون كالتالي:

$$\log(x) = \frac{\ln(x)}{\ln(10)} = \frac{1}{\ln(10)} \ln(x)$$

$$\log(10^x) = 10^{\log(x)} = x$$

سلسلة التمارين

التمرين الأول: حل في \mathbb{R} المعادلتين الآتيتين:

$$\ln(2x-4)+\ln(x-2)=3\ln 2$$

$$(\ln x)^2+2\ln x-3>0$$

التمرين الثاني:

(I) g الدالة المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $g(x)=2x^2-1+\ln x$

- (1) أدرس تغيرات الدالة g
- (2) بين أن المعادلة $g(x)$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,78 < \alpha < 0,79$
- (3) استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x

(II) f الدالة المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $f(x)=2x-\frac{\ln x}{x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس ($0, \vec{i}, \vec{j}$)

(1) تقبل أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$

أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$

(2) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها

(3) أ- بين أن المستقيم (D) الذي معادلته $y=2x$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$

ب- أدرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) و المستقيم (D)

(4) بين أنه توجد نقطة من المنحنى (C_f) يكون عندها المماس (T) موازيا للمستقيم (D)

ثم أكتب معادلة المماس (T)

(5) بين أن $f(\alpha) = \frac{4\alpha^2-1}{\alpha}$ ثم استنتج حصر العدد $f(\alpha)$

(6) أنشئ (T) و (C_f)

(7) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m وجود عدد حلول المعادلة ذات المجهول x : $f(x)=2x+m$

التمرين الثالث:

f دالة عددية معرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = \frac{a+b\ln 2x}{4x^2}$ حيث a و b عدنان حقيقيان و (C_f) المنحنى الممثل لها في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس ($0, \vec{i}, \vec{j}$)

(1) عين a و b بحيث يكون المماس في النقطة $A\left(\frac{1}{2}; 1\right)$ للمنحنى (C_f) موازيا لحامل محور الفواصل

(2) g الدالة العددية المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي: $g(x) = \frac{1+2\ln 2x}{4x^2}$ و (C_g) المنحنى الممثل لها في المستوى المنسوب إلى المعلم السابق.

أ- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$ ثم فسر النتيجةين هندسيا

ب- أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها

ج- حل في $]0; +\infty[$ المعادلة $g(x)=0$

د- أنشئ (C_g)

التمرين الرابع:

- (I) لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $+\infty[; \frac{1}{2}]$: $f(x)=1+\ln(2x-1)$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(\vec{i}, \vec{j}, 0)$
- (1) أحسب $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
- (2) بين أن الدالة f متزايدة تماما على المجال I ثم شكل جدول تغيراتها
- (3) عين فاصلة النقطة من (C_f) التي يكون فيها المماس موازيا للمستقيم (d) ذي المعادلة $y=x$
- (4) أ- أثبت أنه من أجل كل x من I يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل:
ب- استنتج أنه يمكن رسم (C_f) انطلاقا من a و b عدنان حقيقيين يطلب تعيينهم
- ب- استنتج أنه يمكن رسم (C_f) انطلاقا من (C) منحنى الدالة اللوغاريتمية النيبيرية \ln ثم ارسم (C) و (C_f) .
- (II) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال I : $g(x)=f(x)-x$
- (1) أحسب $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} g(x)$ ثم بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty$
- (2) أدرس اتجاه التغير الدالة g على I ثم شكل جدول تغيراتها
- (3) أ- أحسب $g(1)$ ثم بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل في المجال $+\infty[; \frac{3}{2}]$ حلا وحيدا α .
تحقق أن $2 < \alpha < 3$
- ب- أرسم (C_g) منحنى الدالة g على المجال $+\infty[; \frac{1}{2}]$ في المعلم السابق
- (4) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال I ثم حدد وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى (d)
- (5) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $+\infty[; \alpha]$ فإن $f(x)$ ينتمي إلى المجال $+\infty[; \alpha]$

التمرين الخامس:

- (I) g دالة معرفة على المجال $+\infty[; 0]$: $g(x) = \frac{2x^2}{x^2+1} - \ln(1+x^2)$
- (1) أدرس تغيرات الدالة g
- (2) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $2 < \alpha < 2,5$
- (3) عين إشارة $g(x)$ على المجال $+\infty[; 0]$
- (II) f دالة عددية ذات المجهول x معرفة على المجال $+\infty[; 0]$:
- $f(0)=0$ و $f(x) = \frac{\ln(1+x^2)}{x}$
- (1) أدرس قابلية اشتقاق الدالة f عند 0
- (2) استنتج معادلة المماس (D) للمنحنى (C) عند $x_0=0$
- (3) بين أنه يمكن كتابة f على الشكل $f(x) = \frac{2\ln x}{x} + \frac{1}{x} \ln(1 + \frac{1}{x^2})$ ثم استنتج نهاية f عند $+\infty$
- (4) أدرس اتجاه تغير الدالة f
- (5) بين أن $f(\alpha) = \frac{2\alpha}{\alpha^2+1}$ ثم عين حصرا له
- (6) أنشئ في معلم متعامد ومتجانس المنحنى (C)

التمرين السادس:

1- الجدول (1) يعطي بعض المعلومات عن دالة U معرفة وقابلة للاشتقاق على R

x	$-\infty$	-1	$\frac{1}{2}$	2	$+\infty$
U(x)	+	0	-	-	+
U'(x)	-		0	+	+

ضع جدول تغيرات U

2- نعرف دالتين f و g كما يلي :

$$g(x)=e^{U(x)} \text{ و } f(x)=\ln(U(x))$$

أ- أحد العبارتين صحيحة وصحح الخاطئة منهما:

عبارة (1): الدالة f معرفة على R

عبارة (2): الدالة g معرفة على R

ب- أحسب $f'(x)$ و $g'(x)$ ثم حدد اتجاه تغير كل منهما

ج- أحسب $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$

د- حل في R المعادلة $g(x)=1$

3- إليك الجدول (2) ثم اقترح الجواب الصحيح مع التبرير:

x	-2	0	$\frac{1}{2}$	2	3
U(x)	4	-2	$-\frac{9}{5}$	0	4
U'(x)	-5	1	0	3	3

أ- مماس منحنى الدالة g في النقطة ذات الفاصلة 2 يوازي:

- حامل محور الفواصل

- المستقيم $y=x$ (Δ)

- المستقيم $y=3x$ (Δ')

ب- العدد $f'(-2)$:

- غير موجود

- يساوي $-\frac{5}{4}$

- يساوي $+\frac{1}{4}$

- يساوي -20

التمرين السابع:

$$\left\{ \begin{array}{l} f(x)=\frac{\ln(1+x)}{x} \\ f(0)=1 \end{array} \right.$$

f دالة معرفة على المجال $[0; +\infty[$ بـ

(1) بين أن $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$ ثم أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) حل في R : $f(x)=0$ ثم فسر ذلك هندسيا

(3) $g(x) = \ln(1+x) - (x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3})$: حيث $[0; +\infty[$ على المجال

أ- أدرس اتجاه تغيرات الدالة g

ب- أحسب $g(0)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$

ج- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x موجب يكون $\ln(1+x) \leq x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3}$

د- نفس المطلوب السؤال السابق حيث يكون $\ln(1+x) \geq x - \frac{x^2}{2}$

هـ- تحقق أن : $-\frac{1}{2} \leq \frac{\ln(1+x)-x}{x^2} \leq \frac{x}{3} - \frac{1}{2}$

(4) أدرس قابلية اشتقاق الدالة f عند الصفر

(5) استنتج معادلة المماس (Δ) للمنحنى (φ) عند النقطة التي فاصلتها معدومة

التمرين الثامن:

(I) لتكن f الدالة المعرفة بـ $f(x) = x - 1 - 2\ln x$

(1) أحسب نهايات الدالة f على أطراف مجال التعريف

(2) أدرس اتجاه تغيرات الدالة f ثم أحسب $f(1)$

(3) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $[3,5; 3,6]$

(4) أدرس حسب قيم x إشارة $f(x)$ ثم استنتج إشارة $f(\frac{1}{x})$

(II) g دالة عددية معرفة بـ:

$g(x) = -x^2 + x + x^2 \cdot \ln x$ و $g(0) = 0$ حيث $x > 0$

(1) أدرس استمرارية الدالة g عند 0

(2) أدرس قابلية اشتقاق الدالة g عند 0

(3) عين نهاية الدالة g عند $+\infty$

(4) من أجل $x > 0$ أحسب $g'(x)$ و تحقق أن: $g'(x) = x \cdot f(\frac{1}{x})$

(5) استنتج إشارة $g'(x)$

(6) أحسب $g(\frac{1}{\alpha})$ ثم عين حصر له

(7) أكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (φ) عند النقطة التي فاصلتها معدومة

(8) أنشئ المنحنى (φ) والمماس (Δ) على المجال $[1; 3]$

التمرين التاسع:

الجزء الأول:

h دالة عددية معرفة على $]-1; +\infty[$ كما يلي : $h(x) = x^2 + 2x + \ln(x+1)$

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -1} h(x)$

(2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1; +\infty[$: $h'(x) = \frac{1+2(x+1)^2}{x+1}$

واستنتج اتجاه تغير الدالة h ثم أنجز جدول تغيراتها

(3) أحسب $h(0)$ و استنتج إشارة $h(x)$ حسب قيم x

الجزء الثاني: لتكن f دالة معرفة على $]-1; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = x - 1 - \frac{\ln(x+1)}{x+1}$

نسمي (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (O, \vec{i}, \vec{j})

(1) أ- أحسب $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ ثم فسر هذه النتيجة ببيانها

ب- باستخدام النتيجة $\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{e^t}{t} = +\infty$ برهن أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln U}{U} = 0$

ج- استنتج $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

د- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x - 1)]$ واستنتج وجود مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f)

هـ- أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم المقارب المائل

(2) بين أنه من أجل كل x من المجال $]-1; +\infty[$ يكون : $f'(x) = \frac{h(x)}{(x+1)^2}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

(3) بين أن المنحنى (C_f) يقطع المستقيم ذو المعادلة $y=2$ عند نقطة فاصلتها محصورة بين 3,3 و 3,4

(4) أرسم (C_f)

نتائج التمارين

التمرين الأول:

$$S_1 = \{4\}; \quad S_2 =] - \infty; e^{-3}[U]e; +\infty[$$

التمرين الثاني:

$$g(x) = 2x^2 - 1 + \ln x$$

$$D_f =]0; +\infty[$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$$

$$g'(x) = \frac{4x^2 + 1}{x}$$

$$g(0,78) = -0,03$$

$$g(0,79) = 0,01$$

x	0		+∞
g'(x)		+	
g(x)	-∞	↗	+∞

x	0	α	+∞
g(x)	-	ϕ	+

x	0	α	+∞
f'(x)	-	ϕ	+
f(x)	+∞	↘ f(α) ↗	+∞

$$f(x) = 2x - \frac{\ln x}{x}$$

$$D_f =]0; +\infty[$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

$$g'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$$

x	0	1	+∞
f(x)-y	+	ϕ	-
الوضعية	(C _f) فوق (Δ)	(C _f) يقطع (Δ)	(C _f) تحت (Δ)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - y = 0$$

$$f(x) - y = -\frac{\ln(x)}{x}$$

$$S(e; 2e - \frac{1}{e})$$

$$A(1; 2)$$

$$(\Delta) : y = 2x$$

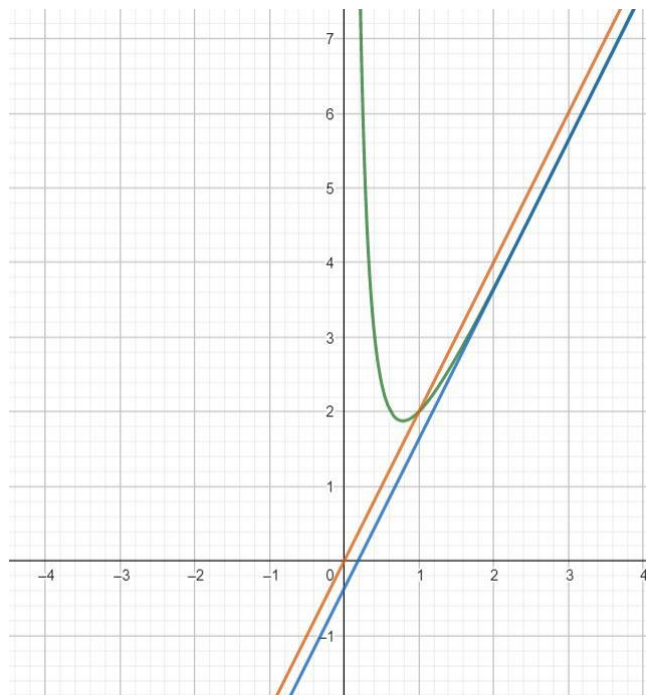
$$(T) : y = 2x - \frac{1}{e}$$

$$1,8 < f(\alpha) < 1,9$$

$$f(x) = 2x + m$$

لا يوجد حلول لما $m \in]-\infty; -\frac{1}{e}]$

يوجد حل وحيد لما $m \in]-\frac{1}{e}; +\infty[$



التمرين الثالث :

$$D_f =]0 ; +\infty[$$

$$a=1 ; b=2$$

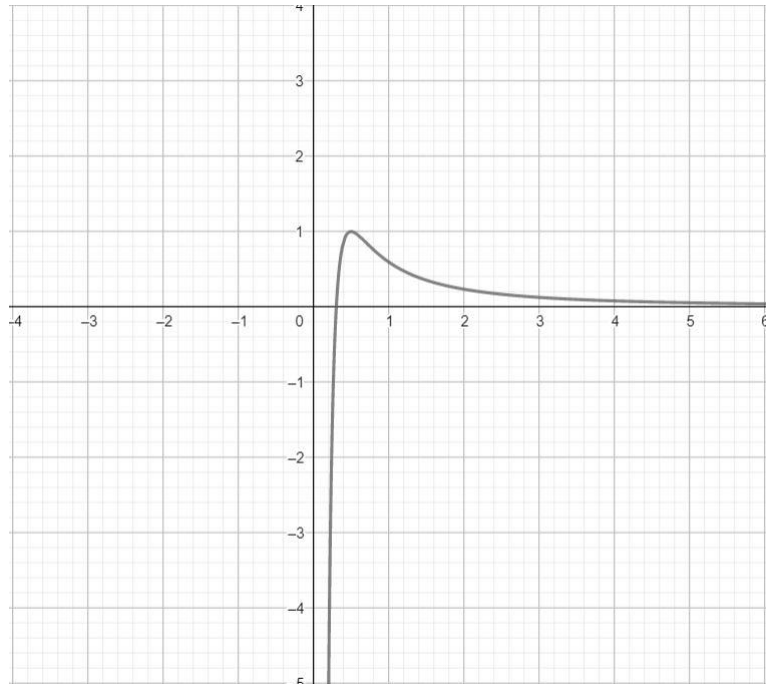
$$g(x) = \frac{1 + 2\ln 2x}{4x^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = -\infty \Rightarrow x=0 \text{ ع.م.م}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 0 \Rightarrow y=0 \text{ أ.م.م}$$

$$g'(x) = \frac{-\ln 2x}{x^3}$$

$$S \left(\frac{1}{2\sqrt{e}} ; 0 \right)$$



x	0	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
g'(x)		+	-
g(x)	$-\infty$	1	0

التمرين الرابع :

$$I =]\frac{1}{2} ; +\infty[$$

$$f(x) = 1 + \ln(2x-1)$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

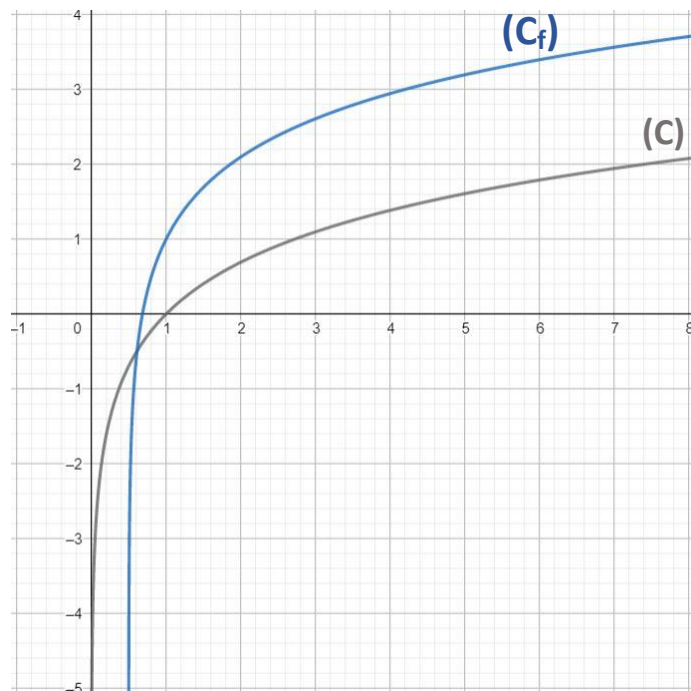
$$f'(x) = \frac{2}{2x-1}$$

$$S \left(\frac{3}{2} ; 1 + \ln 2 \right)$$

$$a = -\frac{1}{2} ; b = 1 + \ln 2$$

$$\vec{v} \left(\frac{1}{2} ; 1 + \ln 2 \right)$$

x	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
f'(x)		+
f(x)	$-\infty$	$+\infty$

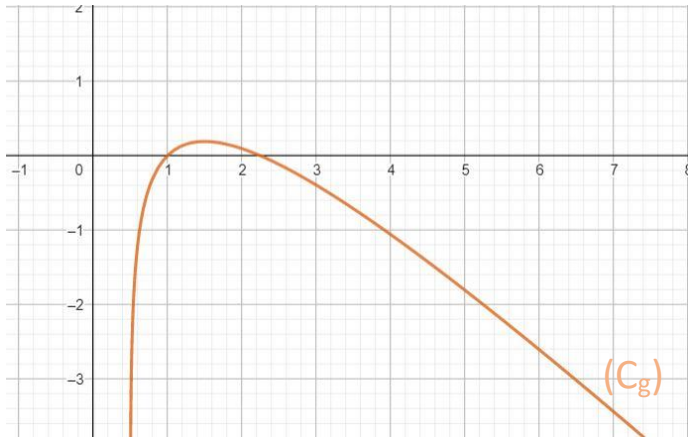


$D_g =]\frac{1}{2}; +\infty[$
 $g(x) = f(x) - x$
 $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} g(x) = -\infty$
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty$
 $g'(x) = \frac{-2x + 3}{2x - 1}$
 $g(1) = 0; g(\alpha) = 0$
 $g(3/2) = 0,2;$
 $g(2) = 0,09; g(3) = -0,03$
 $f(x) - y = g(x)$
 $1 < f(x) < \alpha$

x	1/2	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
g'(x)		+	-
g(x)		0,2	

x	1/2	1	α	$+\infty$
g(x)		-	+	-

x	1/2	1	α	$+\infty$
f(x)-y		-	+	-
الوضعية		(Cf) تحت (d)	(Cf) فوق (d)	(Cf) تحت (d)



التمرين الخامس:

$D_g = [0; +\infty[$
 $g(x) = \frac{2x^2}{x^2 + 1} - \ln(1 + x^2)$
 $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 0$
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty$
 $g'(x) = \frac{(-2x)(x^2 - 1)}{(x^2 + 1)^2}$
 $g(1,5) = 0,13$
 $g(2) = -0,009$

x	0	1	$+\infty$
g'(x)		+	-
g(x)	0	0,3	$-\infty$

x	0	α	$+\infty$
g(x)		+	-

$$D_f = [0; +\infty[$$

$$f(x) = \frac{\ln(1+x^2)}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = 1 = f'(0)$$

$$y = x$$

$$f(x) = \frac{2\ln x}{x} + \frac{1}{x} \ln\left(1 + \frac{1}{x^2}\right)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0 \Rightarrow y = 0 \text{ أ.م.م}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0) = 0$$

$$f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$$

$$0,6 < f(\alpha) < 1,2$$

x	0	1	$+\infty$
f'(x)	+	0	-
f(x)	0	f(α)	0



التمرين السادس:

$$D_f =]-\infty; -1[\cup]2; +\infty[$$

$$D_g =]-\infty; +\infty[$$

$$g(x) = e^U$$

$$g'(x) = U' \cdot e^U$$

$$f(x) = \ln(U)$$

$$f'(x) = \frac{U'}{U}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -\infty$$

$$S = \{-1; 2\}$$

$$y = 3x - 6$$

$$f'(-2) = \frac{-5}{4}$$

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
U'(x)	-	0	+
U(x)			

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
g'(x)	-	0	+
g(x)			

x	$\frac{1}{2}$	-1	2	$+\infty$
f'(x)	-			+
f(x)				

التمرين السابع:

$$D_f =]0 ; +\infty[$$

$$f(x) = \frac{\ln(1+x)}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$$

x	0	$+\infty$
$g'(x)$		-
$g(x)$	0	$-\infty$

x	0	$+\infty$
$h'(x)$		+
$h(x)$	0	$+\infty$

$$g(x) = \ln(1+x) - \left(x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3}\right)$$

$$g'(x) = \frac{-x^3}{1+x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty$$

$$g(x) \leq 0$$

$$\ln(1+x) \leq \left(x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3}\right)$$

$$h(x) = \ln(1+x) - \left(x - \frac{x^2}{2}\right)$$

$$h'(x) = \frac{x^2}{1+x}$$

$$h(x) \geq 0 \Rightarrow \ln(1+x) \geq \left(x - \frac{x^2}{2}\right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} h(x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = +\infty$$

$$-\frac{1}{2} \leq \frac{\ln(1+x)-x}{x^2} \leq -\frac{1}{2} + \frac{x}{3}$$

حسب نظرية النهايات بالمقارنة $\frac{f(x)-f(0)}{x-0} = -\frac{1}{2}$

$$y = -\frac{1}{2}x + 1$$

التمرين الثامن:

$$D_f =]0 ; +\infty[$$

$$f(x) = x - 1 - 2\ln x$$

$$f'(x) = \frac{x-2}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

$$f(3,5) = -0,0055$$

$$f(3,6) = 0,038$$

$$D_f =]0 ; +\infty[$$

$$g(x) = -x^2 + x + x^2 \cdot \ln x$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 0 \Rightarrow 0$$

الدالة مستمرة عند 0

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x)-g(0)}{x-0} = 1 \Rightarrow 0$$

الدالة قابلة للاشتقاق عند 0

$$(\Delta) : y = x$$

$$g'(x) = x f\left(\frac{1}{x}\right)$$

$$g\left(\frac{1}{\alpha}\right) = \frac{\alpha-1}{2\alpha^2}$$

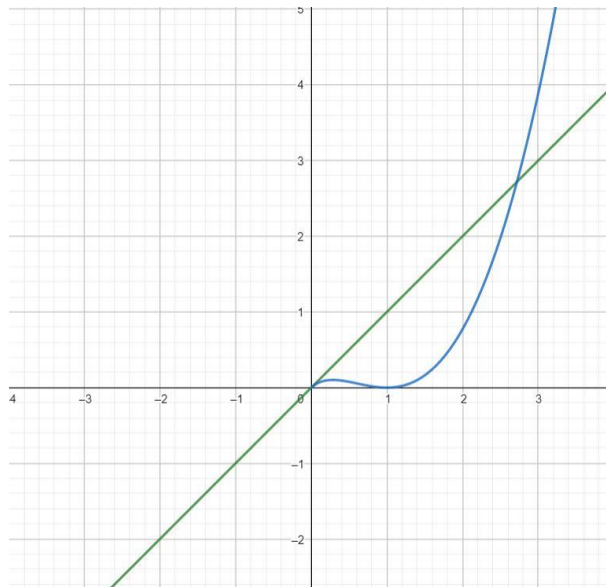
$$0,095 < g\left(\frac{1}{\alpha}\right) < 0,1$$

x	0	2	$+\infty$
$f'(x)$		-	ϕ +
f(x)	$+\infty$	$-0,4$	$+\infty$

x	0	1	α	$+\infty$
f(x)		+	ϕ -	ϕ +

x	$\frac{1}{+\infty}$	$\frac{1}{\alpha}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{0^+}$
$f\left(\frac{1}{x}\right)$		+	ϕ -	ϕ +

x	0	$\frac{1}{\alpha}$	1	$+\infty$
$g'(x)$		+	ϕ -	ϕ +
g(x)	0	$g\left(\frac{1}{\alpha}\right)$	0	$+\infty$



التمرين التاسع :

$$D_h =] - 1 ; +\infty[$$

$$h(x) = x^2 + 2x + \ln(x + 1)$$

$$h'(x) = \frac{2(x + 1)^2 + 1}{x + 1} = \frac{2x^2 + 4x + 6}{x + 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} h(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = +\infty$$

x	-1	$+\infty$
h'(x)		+
h(x)	$-\infty$	$+\infty$

x	-1	0	$+\infty$
h(x)	-	0	+

$$D_f =] - 1 ; +\infty[$$

$$f(x) = x - 1 - \frac{\ln(x + 1)}{x + 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = +\infty \Rightarrow x = -1 \text{ ع.م.م}$$

$$\lim_{U \rightarrow +\infty} \frac{\ln U}{U} = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{t}{e^t} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - y] = 0 \Rightarrow y = x - 1 \text{ م.م.م}$$

$$f(x) - y = \frac{-\ln(x + 1)}{x + 1}$$

$$f'(x) = \frac{\ln(x)}{(x + 1)^2}$$

$$f(3,3) < f(\alpha) < f(3,4) \Rightarrow 1,96 < k = 2 < 2,06$$

x	-1	0	$+\infty$
f(x)-y	+	0	-
الوضعية	(Cf) فوق م.م.م	(Cf) يقطع م.م.م	(Cf) تحت م.م.م

x	-1	0	$+\infty$
f'(x)	-	0	+
f(x)	$+\infty$	-1	$+\infty$

