# كل ما تحتاج في هذا المحور

1) **نوعا معادلات التفاضل:**

| الشــكل | $ay + y' = 0$ | $ay + y' = b$ |
|---|---|---|
| **حلها العام** | $y = ke^{-ax}$ | $y = ke^{-ax} + \frac{b}{a}$ |

2) **نوعا الحلول:**

| إذا كان | K مجهول | K معلوم |
|---|---|---|
| **نوع الحــل** | عام | خاص |

**ملاحظة:** لإيجاد الحل الخاص يستوجب إعطاء معادلة تسمى بـ **"الشرط الإبتدائي"** لإيجاد العدد المجهول K من الحل العام تكون عموما نقطة معرفة A(x ;y) أو ميل مماس f'(x) عند فاصلة ما.

# سلسلة التماريـن

## التمريــن الأول:

نعتبر المعادلة التفاضلية: $y' - 3y = 2 \dots (E)$

1) عين حلول المعادلة التفاضلية (E)
2) عين الحل الخاص $g$ للمعادلة (E) بحيث منحنى الدالة $g$ يقبل مماسا عند النقطة التي فاصلتها معدومة معامل توجيهه يساوي 3+
3) أدرس على R تغيرات الدالة h المعرفة بـ: $h(x) = 3x + \frac{1}{3} - g(x)$
4) أدرس إشارة الدالة h(x) ثم استنتج وضعية المنحنى $g$ بالنسبة إلى المستقيم (Δ) الذي معادلته: $y = 3x + \frac{1}{3}$

## التمريــن الثاني:

I. 1) حل المعادلة التفاضلية (E): $y' = -2y + 3$

2) عين الدالة f القابلة للاشتقاق على R بحيث f حل للمعادلة (E) وتمثيلها البياني $(C_f)$ يقبل عند النقطة ذات الفاصلة 1 مماسا معامل توجيهه 2+

II. لتكن المعادلتين التفاضليتين: $y' + 2y = 3e^{-3x} \dots (1)$

$y' + 2y = 0 \dots (2)$

1) تحقق أن الدالة g المعرفة بـ $g(x) = -3e^{-3x}$ هي حل للمعادلة (1)
2) حل المعادلة التفاضلية (2)
3) بين أن الدالة h المعرفة بـ: $h(x) = \frac{9}{2}e^{-2x}$ هي حل للمعادلة التفاضلية (2) ماذا تستنتج؟
4) أثبت أن الدالة f حيث: $f = g + h$ حلا للمعادلة التفاضلية (1)

## التمريــن الثالث:

لنكن المعادلتين التفاضليتين: $y' + 2y = 0 \dots (E_0)$

$y' + 2y = x^2 \dots (E)$

1) حل المعادلة التفاضلية $(E_0)$
2) عين دالة كثيرة حدود من الدرجة الثانية g تحقق المعادلة (E)
3) برهن أن الدالة f حلا للمعادلة (E) إذا وفقط إذا كانت (f-g) حلا للمعادلة $(E_0)$
4) استنتج عبارة f حل المعادلة التفاضلية (E)

## التمريــن الرابــع:

لتكن المعادلة التفاضلية (E) معرفة كيما يلي: $y' + y = 2(x+1)e^{-x} \dots (E)$

1) عين العددين α و $\beta$ حيث الدالة g المعرفة كما يلي: $g(x) = (\alpha x^2 + \beta x)e^{-x}$ هي حل للمعادلة (E)
2) حل المعادلة التفاضلية (E’) حيث: $y' + y = 0$
3) بين أن الدالة f حل للمعادلة (E) يعني أن (f-g) حل للمعادلة (E’)
4) استنتج حلول المعادلة التفاضلية (E) والتي منحناها يمر من A(0 ;2)

# نتائج التمارين

## التمرين الأول:

$$g(x) = ke^{3x} - \frac{2}{3}$$
$$k = 1$$
$$h(x) = 3x + 1 - e^{3x}; h'(x) = 3 - 3e^{x}$$

| x | $-\infty$ | | 0 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| h'(x) | | + | 0 | - | |
| h(x) | $-\infty$ | ↗ | 0 | ↘ | $-\infty$ |

| x | $-\infty$ | | 0 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| h(x) | | - | 0 | - | |

$$g(x) - y = -h(x)$$

| x | $-\infty$ | | 0 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| g(x)-y | | + | 0 | + | |
| الوضعية | | $(C_g)$ فوق $(\Delta)$ | $(C_g)$ يقطع $(\Delta)$ | $(C_g)$ فوق $(\Delta)$ | |

## التمرين الثاني:

$$f(x) = ke^{-2x} + \frac{3}{2}$$
$$k = -e^{2}$$
$$g(x) = -3e^{-3x}\,; g'(x) = 9e^{-3x}$$
$$g'(x) + 2g(x) = 3e^{-3x}$$
$$t(x) = ke^{-2x}$$
$$h'(x) + 2h(x) = 0 \Rightarrow k = \frac{9}{2}$$
$$(g+h)' + 2(g+h) = 3e^{-3x}$$

## التمرين الثالث:

$$h(x) = ke^{-2x}$$
$$g(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}$$
$$f' + 2f = g' + 2g = x^2$$
$$f(x) = ke^{-2x} + g(x) = ke^{-2x} + \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}$$

## التمرين الرابع:

$$g(x) = (x^2 + 2x)e^{-x}$$
$$t(x) = ke^{-x}$$
$$f' + f = g' + g = 2(x+1)e^{-x}$$
$$k = 2$$
$$f(x) = 2e^{-x} + g(x) = (x^2 + 2x + 2)e^{-x}$$