كل ما تحتاج في هذا المحور

1) **مجموعة التعــريف:** $f(x)=e^{U}$ تكون معرفة حسب مجال تعريف $U(x)$

2) **خــواص:**

$$e^{-a}=\frac{1}{e^{a}}$$
$$\ln e^{a}=a$$
$$e^{\ln a}=a$$
$$e^{a}=e^{b}\Rightarrow a=b$$
$$e^{a}>e^{b}\Rightarrow a>b$$

$$e^{a}>0$$
$$e^{0}=1$$
$$e^{a}\times e^{b}=e^{a+b}$$
$$\frac{e^{a}}{e^{b}}=e^{a-b}$$
$$(e^{a})^{b}=e^{a\times b}$$

3) **النهايات الشهيرة:**

$$\lim_{x\to-\infty}x^{n}.e^{x}=0$$
$$\lim_{x\to0}\frac{e^{x}-1}{x}=\lim_{\alpha\to0}\frac{e^{\alpha}-1}{\alpha}=1$$

$$\lim_{x\to+\infty}e^{x}=+\infty$$
$$\lim_{x\to-\infty}e^{x}=0$$
$$\lim_{x\to+\infty}\frac{e^{x}}{x^{n}}=\lim_{\alpha\to+\infty}\frac{e^{\alpha}}{\alpha}=+\infty$$

4) **حساب المشتقــة:** $f(x)=e^{U}$ تكون مشتقتها $f'(x)=U'e^{U}$

5) **جدول الإشارة:** لدراسة إشارة من العبارة العامة $a.e^{\alpha x+\beta}+b$ $a.\alpha\neq0$ يكون:

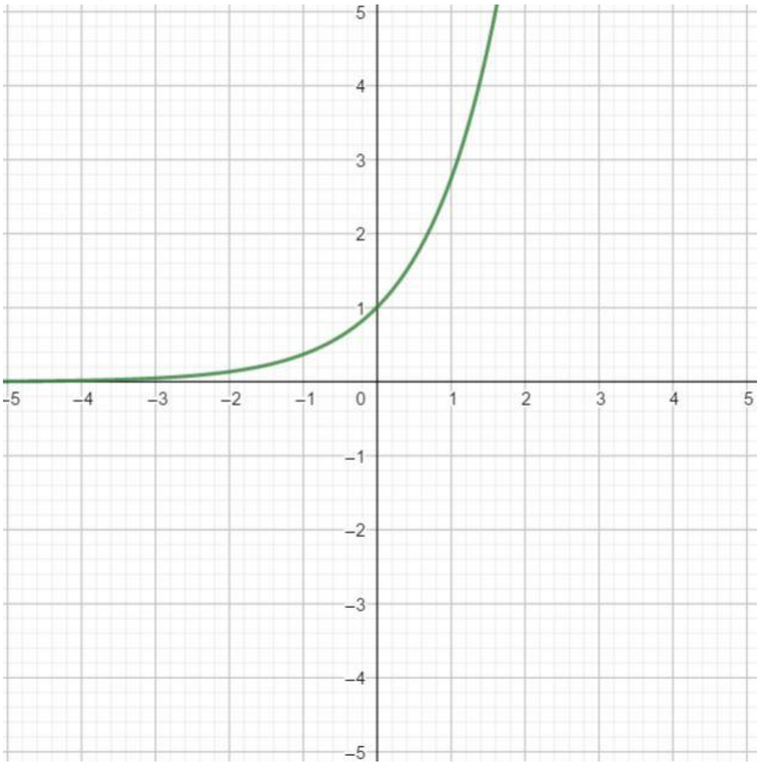
- إذا كان a و b متماثلان في الإشارة:

x	
$a.e^{\alpha x+\beta}+b$	نفس إشارة a

- إذا كان a و b مختلفان في الإشارة في الإشارة:

x		x_0	
$a.e^{\alpha x+\beta}+b$	عكس إشارة $a.\alpha$	0	نفس إشارة $a.\alpha$

6) **منحنى الدالة e^{x} أو $\exp(x)$:**



سلسلة التماريـن

التمريـن الأول: أحسب النهايات التالية:

$$\lim_{x\to+\infty} 2x+3-4e^{x}$$
$$\lim_{x\to-\infty} (x^2-3x+4)e^{x}$$
$$\lim_{x\to+\infty} \frac{e^{3x}+2}{e^{2x}-1}$$
$$\lim_{x\to 0} \frac{e^{2x}-1}{x}$$

التمريـن الثاني: حل في R ما يلي:

$$e^{x}=2$$
$$e^{x}=-3$$
$$e^{2x}-3e^{x}-10=0$$
$$e^{3x+4}+4e^{2x+3}-5e^{x+2}=0$$
$$e^{x}-5e^{-x}+4\geq 0$$

التمريـن الثالث:

نعتبر الدالة: $f(x)=(ax+b)e^{-x}+1$ المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$ حيث تمر بالنقطة $A(-1;1)$ ومعامل توجيهه عندها يساوي $-e$

1) أوجد العددين a وb
2) بين أن $\lim_{x\to+\infty} f(x)=1$
3) أدرس اتجاه تغير f ثم شكل جدول تغيراتها
4) بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف S يطلب تعيين احداثياتها
5) أوجد معادلة المماس (T) عند S
6) أنشئ المنحنى (C_f)
7) لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=f(x^2)$ عين اتجاه تغيرات الدالة g

التمريـن الرابــع:

I. g دالة معرفة بـ: $g(x)=e^{x}+x+1$
1) أدرس تغيرات الدالة g
2) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-1{,}28<\alpha<-1{,}27$
3) أدرس حسب قيم x إشارة $g(x)$

II. f دالة عددية ذات المجهول x حيث: $f(x)=\frac{xe^{x}}{e^{x}+1}$

نسمي (C) المنحنى البياني للدالة f في معلم متعامد ومتجانس
1) عين مجموعة التعريف البياني للدلة f ثم أحسب النهايات على أطراف مجال التعريف
2) بين أنه مهما كان x من D_f فإن: $f'(x)=\frac{e^{x}g(x)}{(e^{x}+1)^2}$
3) استنتج اتجاه تغيرات الدالة f
4) أحسب $f(\alpha)$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$
5) أكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C) عند النقطة التي فاصلتها معدومة
6) أدرس وضعية المنحنى (C) بالنسبة للمستقيم (Δ)
7) بين أن المنحنى (C) يقبل مستقيم مقارب مائل (D) معادلته y=x

التمريــن الخامس:

f دالة عددية معرفة بـ: $f(x) = x + \frac{e^x}{e^x+1}$ ونسمي (θ) المنحنى البياني للدالة f في المعلم المتعامد والمتجانس$(o,\vec{i},\vec{j})$

1) أدرس تغيرات الدالة f وأنشئ جدول تغيراتها
2) برهن أن المنحنى (θ) يقبل مستقيما مقاربا مائل بجوار $-\infty$ يطلب تعيين معادلته
3) برهن أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة: y=x+1 مستقيم مقارب مائل بجوار $+\infty$
4) برهن أن المنحنى (θ) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث: $-1 < \alpha < 0$
5) أوجد احداثيتي S نقطة تقاطع المنحنى (θ) مع محور التراتيب
6) برهن أن S مركز تناظر للمنحنى (θ)
7) أنشئ المنحنى (θ) (وحدة الطول = 4cm)
8) بين أنه توجد نقطة من المنحنى (θ) يكون عندها ميل المماس يساوي $\frac{5}{4}$
9) برهن أن المنحنى (θ) يقع في شريط حداه المستقيمان المقاربان

التمريــن السادس:

I. نعتبر الدالة g المعرفة على R بـ: $g(x) = e^{-x} + x - 1$

1) أدرس تغيرات الدالة g
2) أحسب g(0) ثم استنتج إشارة g(x) حسب قيم x

II. نعتبر فيما يلي الدالة f حيث: $f(x) = \frac{x}{x+e^{-x}}$ حيث (C_f) المنحنى البياني للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$

1) بين أن الدالة f معرفة على R
2) بين أنه يمكن كتابة f على الشكل: $f(x) = \frac{1}{1+\frac{1}{xe^x}}$
3) أحسب نهاية الدالة f على أطراف مجال التعريف ثم فسر النتيجة هندسيا
4) أدرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها
5) أكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها معدومة
6) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)
7) أنشئ المنحنى (C_f) آخذا بعين الاعتبار: $\frac{1}{1-e} \approx -0{,}6$

التمريــن الـــسابع:

f دالة عددية معرفة على R كما يلي: $f(x) = \frac{e^x-1}{xe^x+1}$ ونسمي (C_f) المنحنى البياني للدالة f

I. أدرس تغيرات الدالة h على R ثم أدرس اشارتها حيث: $h(x) = xe^x + 1$

II. نعتبر الدالة g المعرفة على R بـ: $g(x) = x + 2 - e^x$

1) أدرس تغيرات الدالة g
2) بين أن المعادلة g(x)=0 تقبل حلين α و β حيث: $1{,}14 < \alpha < 1{,}15$ و $-1{,}85 < \beta < -1{,}84$
3) أدرس حسب قيم x إشارة g(x)

III.

1) أحسب نهايتي f عند $-\infty$ و $+\infty$ ثم فسر النتيجة هندسيا
2) أكتب f'(x) بدلالة g(x) ثم شكل جدول تغيرات الدالة f
3) أحسب f(α) ثم عين حصرا له
4) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0
5) أدرس تغيرات الدالة U على R حيث: $U(x) = e^x - xe^x - 1$ ثم عين إشارتها
6) أدرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) بالنسبة إلى المماس (T)
7) أرسم المنحنى (C_f) والمماس (T) حيث نقبل $-1{,}19 < f(\beta) < -1{,}18$

نتائج التمارين

التمرين الأول:

$$\lim_{x\to+\infty} 2x+3-4e^{x} = -\infty$$

$$\lim_{x\to-\infty} (x^2-3x+4)e^{x} = 0$$

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{e^{3x}+2}{e^{2x}-1} = +\infty$$

$$\lim_{x\to0} \frac{e^{2x}-1}{x} = 2$$

التمرين الثاني:

$S_1 = \{\ln(2)\}$

$S_2 = \{\emptyset\}$

$S_3 = \{\ln(5)\}$

$S_4 = \{-1\}$

$S_5 = [0;+\infty[$

التمرين الثالث:

x	-2	0	$+\infty$
f'(x)	-	0	+
f(x)	e^2+1 ↘	0	↗ 1

x	-2	0	$+\infty$
g'(x)	-	0	+
g(x)	$-5e^{-4}+1$ ↘	0	↗ 1

$a = b = -1$

$f(x) = (-x-1)e^{-x}+1$

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = 1$

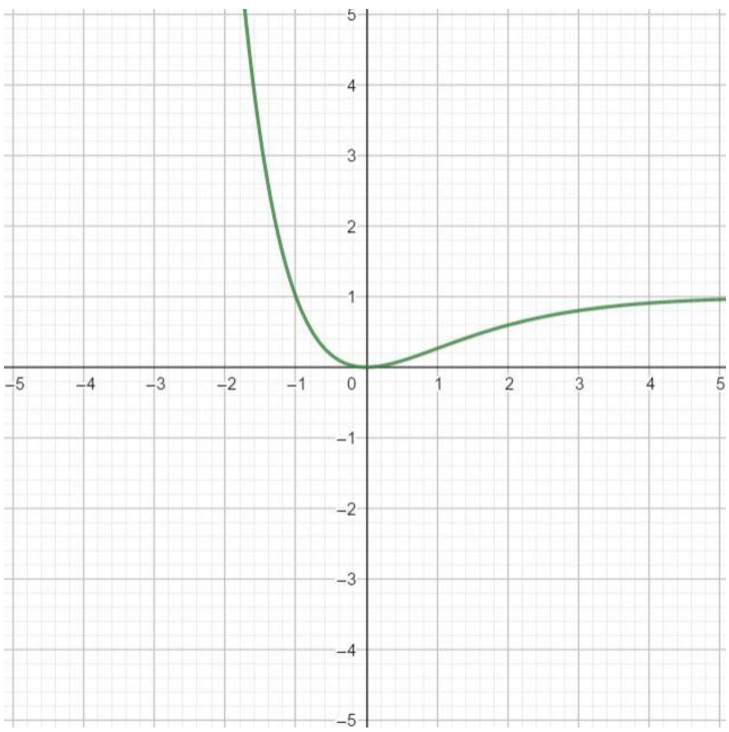
$f'(x) = xe^{-x}$

$f''(x) = (1-x)e^{-x}$

$S(1;\frac{-2}{e}+1)$

$(T): y = e^{-1}x - 3e^{-1} + 1$

$g'(x) = 2x^3e^{-x^2}$



التمريــن الرابع:

$D_g=\mathbb{R}$

$g(x) = e^x + x + 1$

$\lim\limits_{x\to-\infty} g(x) = -\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = +\infty$

$g'(x) = e^x + 1$

$g(-1{,}28) \times g(-1{,}27) < 0$

x	$-\infty$		$+\infty$
g'(x)		+	
g(x)	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$

x	$-\infty$		α		$+\infty$
g (x)		-	0	+	

$D_f=\mathbb{R}$

$f(x) = \dfrac{xe^x}{e^x+1}$

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 0$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

$f'(x) = \dfrac{e^x \times g(x)}{(e^x+1)^2}$

$f(\alpha) = \alpha + 1$

$-0{,}28 < f(\alpha) < -0{,}27$

$(\Delta) : y = \frac{1}{2}x$

$f(x) - y = \dfrac{x(e^x-1)}{2(e^x+1)}$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) - y = 0 \,;\, y = x$ م.م.م

x	$-\infty$		α		$+\infty$
f'(x)		-	0	+	
f(x)	0	$\searrow$	$f(\alpha)$	$\nearrow$	$+\infty$

x	$-\infty$		1		$+\infty$
f(x)-y		+	0	+	
الوضعية		(C_f) فوق (Δ)	(C_f) يمس (Δ)	(C_f) فوق (Δ)	

التمريــن الخامــس:

$D_f=\mathbb{R}$

$f(x) = x + \dfrac{e^x}{e^x+1}$

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

$f'(x) = \dfrac{e^{2x}+3e^x+1}{(e^x+1)^2}$

$g(-1{,}28) \times g(-1{,}27) < 0$

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) - y = 0$; y=x م.م.م

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) - y = 0$; y=x+1 م.م.م

$x < f(x) < x+1$

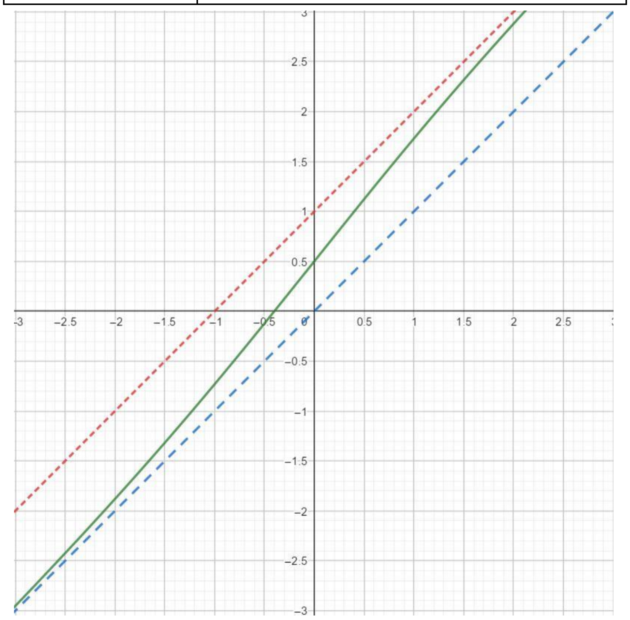
$f(-1) \times f(0) < 0$

S(0 ;1/2)

$f(x) + f(-x) = 1$

$f'(x) = \frac{5}{4} \Rightarrow$ x=0

x	$-\infty$		$+\infty$
f'(x)		+	
f(x)	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$



التمريـن الســادس:

$D_g=\mathbb{R}$

$g(x)=e^{-x}+x-1$

$\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=+\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$

$g'(x)=-e^{-x}+1$

$g(0)=0$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
g'(x)		-	0	+	
g(x)	$+\infty$	↘	0	↗	$+\infty$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
g(x)		+	0	+	

$D_f=\mathbb{R}$

$f(x)=\dfrac{x}{x+e^{-x}}=\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{xe^{x}}}$

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0\Rightarrow$ y=0 م.م.أ

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1\Rightarrow$ y=1 م.م.أ

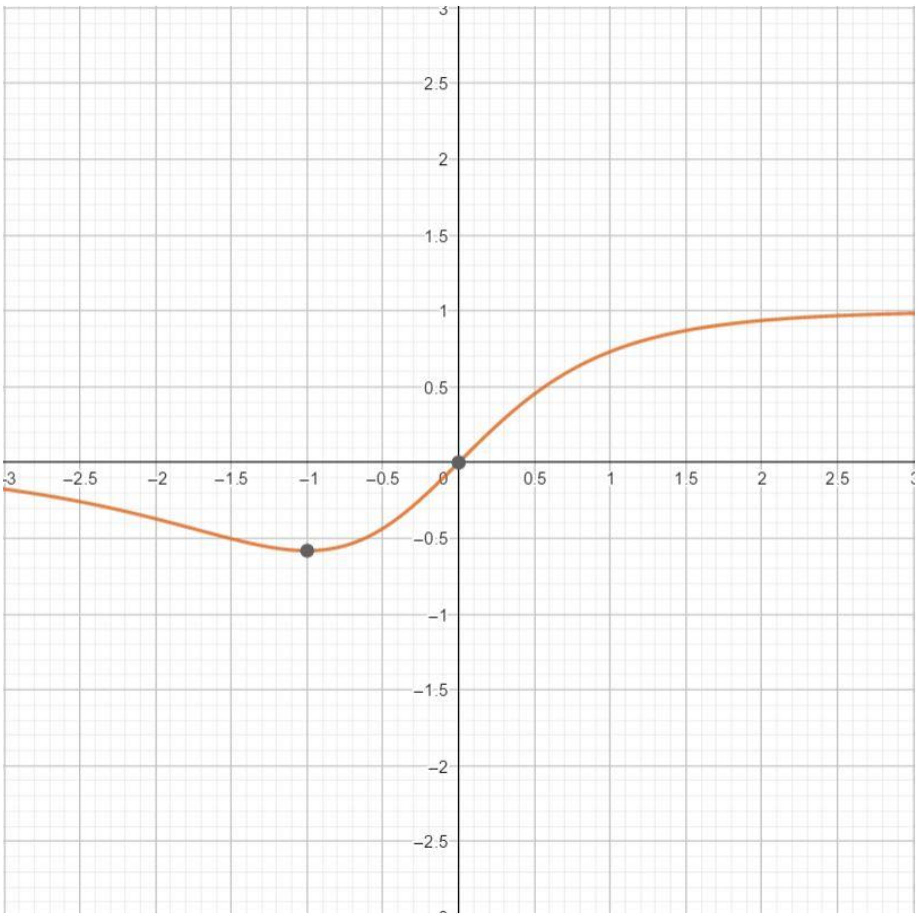
$f'(x)=\dfrac{e^{-x}(x+1)}{(x+e^{-x})^2}$

$(\Delta): y=x$

$f(x)-y=\dfrac{-x\times g(x)}{x+e^{-x}}$

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
f'(x)		-	0	+	
f(x)	0	↘	$-0,6$	↗	1

x	$-\infty$	0	$+\infty$
f(x)-y	+	0	-
الوضعية	(C_f) فوق (Δ)	(C_f) يقطع (Δ)	(C_f) تحت (Δ)



التمريـن الســابع:

$D_h=\mathbb{R}$

$h(x) = xe^x + 1$

$\lim_{x \to -\infty} h(x) = 1$

$\lim_{x \to +\infty} h(x) = +\infty$

$h'(x) = (x+1)e^x$

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
h'(x)		-	0	+	
h(x)	1	↘	0,6	↗	$+\infty$

x	$-\infty$		$+\infty$
h(x)		+	

$D_g=\mathbb{R}$

$g(x) = x + 2 - e^x$

$\lim_{x \to -\infty} g(x) = -\infty$

$\lim_{x \to +\infty} g(x) = -\infty$

$g'(x) = 1 - e^x$

$g(1{,}14) \times g(1{,}15) < 0 \Rightarrow g(\alpha) = 0$

$g(-1{,}85) \times g(-1{,}84) < 0 \Rightarrow g(\beta) = 0$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
g'(x)		+	0	-	
g(x)	$-\infty$	↗	1	↘	$-\infty$

x	$-\infty$		β		α		$+\infty$
g(x)		-	0	+	0	-	

$D_f=\mathbb{R}$

$f(x) = \dfrac{e^x - 1}{xe^x + 1}$

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = -1 \Rightarrow$ y=-1 م.م.أ

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = 0 \Rightarrow$ y=0 م.م.أ

$f'(x) = \dfrac{e^x \times g(x)}{[h(x)]^2}$

$f(\alpha) = \dfrac{1}{\alpha + 1}$

$0{,}465 < f(\alpha) < 0{,}467$

(T) : y=x

$u(x) = e^x - xe^x - 1$

$\lim_{x \to -\infty} u(x) = -1$

$\lim_{x \to +\infty} u(x) = -\infty$

$u'(x) = -xe^x$

$f(x) - y = \dfrac{(1+x) \times u(x)}{h(x)}$

x	$-\infty$		β		α		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	
$f(x)$	-1	↘	$f(\beta)$	↗	$f(\alpha)$	↘	0

x	$-\infty$		0		$+\infty$
u'(x)		+	0	-	
u(x)	-1	↗	0	↘	$-\infty$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
u(x)		-	0	-	

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
f(x)-y		+	0	-	0	-	
الوضعية		(C_f) فوق (T)	(C_f) يقطع (T)	(C_f) تحت (T)	(C_f) يمس (T)	(C_f) تحت (T)