الدالة الأسية

تعريف الدالة الأسية

♠ الدالة الأسية f هي الدالة الوحيدة القابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ و تحقق

[1] ♦ $f' = f$ [2] ♦ $f(0) = 1$

ونكتب $f(x) = exp(x)$ و $f(x) = e^x$

خواص

[1] ♦ $e^0 = 1$ ، [2] ♦ $e^1 = e \approx 2.71$ ، [3] ♦ $e^x \neq 0$ ، [4] ♦ $e^{-x} = \dfrac{1}{e^x}$ ، [5] ♦ $e^{x+y} = e^x \times e^y$ ،

[6] ♦ $e^{x-y} = \dfrac{e^x}{e^y}$ ، [7] ♦ $(e^x)^n = e^{nx}$ ، [8] ♦ $(e^x)' = e^x$ ، [9] ♦ $e^x = e^y \Leftrightarrow x = y$ ، [10] ♦ $e^x < e^y \Leftrightarrow x < y$

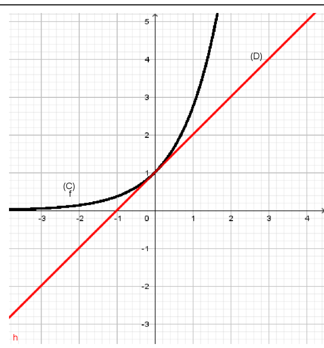
✠ الدالة المشتقة :

♠ $f(x) = e^x$ فإن $f'(x) = e^x$ فهي دالة متزايدة على $\mathbb{R}$ ومنه من أجل كل عددين حقيقيين x و y

[1] ♦ $e^x = e^y$ معناه $x = y$ [2] ♦ $e^x < e^y$ معناه $x < y$ [3] ♦ $e^x = y$ معناه $x = ln(y)$

✠ جدول تغيرات و التمثيل البياني للدالة الأسية :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	0 ↗	1	↗ $+\infty$



✠ مشتقة دالة أسية :

♠ نضع $f(x) = e^{u(x)}$ حيث u دالة عددية .

♠ إذا كانت الدالة u قابلة للاشتقاق على المجال I فإن الدالة f قابلة للاشتقاق على المجال I و بالتالي : $f'(x) = u'(x)e^{u(x)}$

✠ النهايات الشهيرة :

[1] ♦ $\lim\limits_{x \to +\infty} e^x = +\infty$ [2] ♦ $\lim\limits_{x \to -\infty} e^x = 0$ [3] ♦ $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^x - 1}{x} = 1$

[4] ♦ $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^x}{x} = +\infty$ [5] ♦ $\lim\limits_{x \to -\infty} xe^x = 0$ [6] ♦ $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^x}{x^n} = +\infty$ [7] ♦ $\lim\limits_{x \to -\infty} x^n e^x = 0$

✠ المعادلات التفاضلية :

[1] ♦ حل المعادلة التفاضلية $y' = ay$ هو من الشكل : $y = Ce^{ax}$ (C عدد حقيقي ثابت كيفي)

[2] ♦ حل المعادلة التفاضلية $y' = ay + b$ هو من الشكل : $y = Ce^{ax} - \dfrac{b}{a}$ (C عدد حقيقي ثابت كيفي)

الدالة اللوغارتمية النيبرية

تعريف الدالة اللوغارتمية

♠ نسمي الدالة اللوغارتمية النيبرية الدالة التي نرمز لها بـ $\ln$ هو التي ترفق كل x من $]0;+\infty[$ العدد الحقيقي $\ln x$ ونكتب $f(x)=\ln(x)$

خواص

[1] ♦ $\ln 1 = 0$ ، [2] ♦ $\ln e = 1$ ، [3] ♦ $\ln(a\times b)=\ln(a)+\ln(b)$ ، [4] ♦ $\ln(\frac{a}{b})=\ln(a)-\ln(b)$

[5] ♦ $\ln(\frac{1}{a})=-\ln(a)$ [6] ♦ $\ln(a)^n = n\ln(a)$ ، [7] ♦ $\ln\sqrt{a}=\frac{1}{2}\ln a$ ،

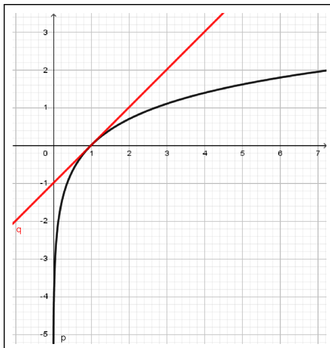
[8] ♦ $\ln(a)=\ln(b)$ معناه $a=b$ [9] ♦ $\ln(a)<\ln(b)$ معناه $a<b$

✠ الدالة المشتقة :

♠ $f(x)=\ln(x)$ فإن $f'(x)=\frac{1}{x}$ فهي دالة متزايدة على $]0;+\infty[$

✠ جدول تغيرات و التمثيل البياني للدالة اللوغارتمية :

x	0	1	e	$+\infty$
$f'(x)$		$+$		
$f(x)$	$-\infty$	0	1	$+\infty$



✠ مشتقة دالة لوغارتمية :

♠ نضع $f(x)=\ln(u(x))$ حيث u دالة عددية و $u\neq 0$.

♠ إذا كانت الدالة u قابلة للاشتقاق على المجال I فإن الدالة f قابلة للاشتقاق على المجال I و بالتالي : $f'(x)=\frac{u'(x)}{u(x)}$

♠ ملاحظة : إذا كانت $f(x)=\ln|u(x)|$ فإن $f'(x)=\frac{u'(x)}{u(x)}$.

✠ النهايات الشهيرة :

[1] ♦ $\lim_{x\to+\infty}\ln x=+\infty$ [2] ♦ $\lim_{x\overset{>}{\to}0}\ln x=-\infty$ [3] ♦ $\lim_{x\overset{>}{\to}0}x\ln x=0^-$ [4] ♦ $\lim_{x\to 0}\frac{\ln x+1}{x}=1$

[5] ♦ $\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}=0^+$ [6] ♦ $\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x^n}=0^+$ [7] ♦ $\lim_{x\overset{>}{\to}0}x^n\ln x=0$ [8] ♦ $\lim_{x\to 1}\frac{\ln x}{x-1}=1$

✠ دالة اللوغاريتم العشري :

♠ نسمي دالة اللوغاريتم العشري الدالة التي نرمز لها بـ $\log$ و المعرفة ب : $\log x=\frac{\ln x}{\ln 10}$

✓ التمرين 01

♠ بسط العبارات التالية :

[1] ♦ $(e^2)^3.(e^{-5}.e^{-1}).e^{-5}.e^4$ [2] ♦ $(e^x)^3.e^{-5x}$ [3] ♦ $(e^3-2)^2-(e^3+2)^2$ [4] ♦ $\frac{e^{2x+3}}{e^{-2x}}$ [5] ♦ $\frac{e^x+e^{-x}}{e^{2x}}$

✓ التمرين 02

♠ بيّن أن من أجل كل عدد حقيقي x مايلي : [1] ♦ $e^{-x}-e^{-2x}=\frac{e^x-1}{e^{2x}}$

[2] ♦ $\frac{1}{2e^{-x}+1}=\frac{e^x}{2+e^x}$ [3] ♦ $\frac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}=\frac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}$ [4] ♦ $x-2+\frac{8}{e^x+2}=x+2-\frac{4e^x}{e^x+2}$

✓ التمرين 03

♠ عيّن الأعداد الحقيقية a ، b و c في كل حالة من الحالات التالية :

[1] ♦ $\frac{e^x-2}{e^x+1}=a+\frac{b}{e^x+1}$ [2] ♦ $\frac{e^{2x}}{e^x+2}=ae^x+b+\frac{c}{e^x+2}$ [3] ♦ $\frac{e^{2x}-3e^x+5}{e^x+2}=ae^x+b+\frac{c}{e^x+2}$

✓ التمرين 04

♠ حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية :

[1] ♦ $e^{2x}=1$ [2] ♦ $2e^x+6=0$ [3] ♦ $e^{2x+1}-(e^x)^3=0$ [4] ♦ $e^{|x-1|}-e^2=0$ [5] ♦ $e^{x^2+3x-3}=e^{2x-1}$

[6] ♦ $(2e^{-x}-6).(-e^x+2)=0$ [7] ♦ $e^{2x}-3e^x+2=0$ [8] ♦ $e^x+2e^{-x}-3=0$ [9] ♦ $\frac{2e^x}{e^x+1}=\frac{1}{e^{-x}}$

✓ التمرين 05

♠ حل في $\mathbb{R}$ المتراجحات التالية :

[1] ♦ $e^{3x}\le 1$ [2] ♦ $e^x+6>0$ [3] ♦ $(-e^x+3).(e^x-e^2)\ge 0$ [4] ♦ $(e^{-x}-2).(e^x-1)\ge 0$ [5] ♦ $\frac{e^x-1}{2-e^x}>0$

[6] ♦ $e^{2x}-5e^x+6<0$ [7] ♦ $2e^{2x}-5e^x+2\ge 0$

✓ التمرين 06

[1] ♦ تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $(2x+1)(x^2-5x+6)=2x^3-9x^2+7x+6$

[2] ♦ حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $6e^{-3x}+7e^{-2x}-9e^{-x}+2=0$

[2] ♦ حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة : $2e^{3x}-9e^{2x}+7e^x+6\le 0$

✓ التمرين 07

♠ حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التفاضلية التالية :

[1] ♦ $y'=2y$ [2] ♦ $2y'-y=0$ [3] ♦ $y'+3y=2$ [4] ♦ $3y'-2y+1=0$

♠ حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التفاضلية التالية المرفقة بالشرط الإبتدائي :

[1] ♦ $y'-3y=0$ و $f(0)=3$ [2] ♦ $2y'+y=0$ و $f(\ln 4)=1$ [3] ♦ $y'+3y=2$ و $f(0)=2$

✓ التمرين 08

♠ أدرس تغيرات الدالة f على مجموعة التعريف D_f في كل حالة من الحالات التالية :

[1] ♦ $f(x)=3x-2+e^x$; $D_f=\mathbb{R}$ [2] ♦ $f(x)=e^x-ex-1$; $D_f=\mathbb{R}$

[3] ♦ $f(x)=(x-1)e^x$; $D_f=\mathbb{R}$ [4] ♦ $f(x)=(2-x)e^x-1$; $D_f=\mathbb{R}$

[5] ♦ $f(x)=(x+1)e^{-x}$; $D_f=\mathbb{R}$ [6] ♦ $f(x)=e^x+2e^{-x}-3$; $D_f=\mathbb{R}$

[7] ♦ $f(x)=2+(x-1)e^{-x}$; $D_f=\mathbb{R}$ [8] ♦ $f(x)=1+(x^2-1)e^{-x}$; $D_f=\mathbb{R}$

[9] ♦ $f(x)=1+(x^2+x-1)e^{-x}$; $D_f=\mathbb{R}$ [10] ♦ $f(x)=2-x^2e^{1-x}$; $D_f=\mathbb{R}$

[11] ♦ $f(x)=(1-x)e^{-x+1}+1$; $D_f=\mathbb{R}$ [12] ♦ $f(x)=(-x^3+2x^2)e^{-x+1}$; $D_f=\mathbb{R}$

[13] ♦ $f(x)=(x^2-x+1)e^{-x+1}-1$; $D_f=\mathbb{R}$ [14] ♦ $f(x)=(1-2x-e^{2x-2}$; $D_f=\mathbb{R}$

[15] ♦ $f(x)=e^{2x}-5e^x+3x+1$; $D_f=\mathbb{R}$ [16] ♦ $f(x)=\frac{e^{2x}+1}{e^{2x}-1}$; $D_f=\mathbb{R}-\{0\}$ [17] ♦ $f(x)=3-\frac{4}{e^x+1}$;

[18] ♦ $f(x)=\frac{e^{2x}-2}{1-e^x}$; $D_f=\mathbb{R}-\{0\}$ [19] ♦ $f(x)=\frac{x}{x-1}.e^{-x}$; $D_f=]-\infty;1[$; $D_f=\mathbb{R}$

✓ التمرين 09

♠ بسط العبارات التالية :

[1] ♦ $\ln e^2 + \ln\sqrt{e}$ [2] ♦ $\ln e\sqrt{e}$ [3] ♦ $\ln e + \ln\frac{1}{e}$ [4] ♦ $\frac{e^{\ln 8}}{e^{3\ln 2}}$ [5] ♦ $(\ln\frac{1}{e})^2 + (\ln\frac{1}{e})^2$ [6] ♦ $\frac{e^{3+\ln 8}}{e^{2+\ln 4}}$

[7] ♦ $\frac{e^{2+\ln 3}}{e^{1-2\ln 3}}$ [8] ♦ $\ln\sqrt{e^5}$ [9] ♦ $e^{\ln 3} + e^{-\ln 5}$ [10] ♦ $2\ln(2+\sqrt{5}) + \ln(9-4\sqrt{5})$

[11] ♦ $\ln\frac{1}{2} + \ln\frac{2}{3} + \ln\frac{3}{4} + \ln\frac{4}{5} + \ln\frac{5}{6} + \ln\frac{6}{7}$

✓ التمرين 10

[1] ♦ بيّن أن من أجل كل عدد حقيقي $x > 1$: $e^{\ln(x-1)+\ln x} = x^2 - x$

[2] ♦ بيّن أن من أجل كل عدد حقيقي x : $\ln(e^x+1) = x + \ln(1+e^{-x})$ و $\ln(e^x+e^{-x}) = x + \ln(1+e^{-2x})$

[3] ♦ بيّن أن من أجل كل عدد حقيقي $x > 0$: $\ln(1+x) = \ln x + \ln(1+\frac{1}{x})$

✓ التمرين 11

♠ حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية :

[1] ♦ $\ln x = 2$ [2] ♦ $\ln x = -3$ [3] ♦ $2\ln x - 1 = 0$ [4] ♦ $\ln x^2 = 1$ [5] ♦ $(\ln x)^2 = 1$

[6] ♦ $\ln(x^2-1) = 0$ [7] ♦ $\ln|x+3| = 0$ [8] ♦ $\ln(x+3)(x+2) = \ln(x+11)$

[9] ♦ $\ln(x+3) + \ln(x+2) = \ln(x+11)$ [10] ♦ $\ln(x+2) - \ln 5 = 2\ln 2 - \ln(x-2)$

[11] ♦ $(\ln x)^2 - \ln x - 2 = 0$

✓ التمرين 12

♠ حل في $\mathbb{R}$ المتراجحات التالية :

[1] ♦ $\ln(2x^2-3x-2) \leq 2\ln 2$ [2] ♦ $\ln(2x-5) + \ln(x+1) =\leq 2\ln 2$ [3] ♦ $2\ln(x+5) \geq \ln(x+7)$

[4] ♦ $\ln(-x^2+x) > \ln 2x$ [5] ♦ $x\ln x - \ln x = 0$ [6] ♦ $(-2+\ln x).(1-2\ln x) \geq 0$

[7] ♦ $(\ln x)^2 - \ln x - 2 \geq 0$

✓ التمرين 13

♠ حل في $\mathbb{R}$ المعادلات و المتراجحات التالية :

[1] ♦ $\log(x) = 4$ [2] ♦ $\log(x) = -3$ [3] ♦ $\log(x) = 0.01$ [4] ♦ $\log(x) < 10$

[5] ♦ $\log(x) < \log(1-x)$ [6] ♦ $\log(\frac{x+3}{x-4}) - 1 < 0$

✓ التمرين 14

♠ أدرس تغيرات الدالة f على مجموعة التعريف D_f في كل حالة من الحالات التالية :

[1] ♦ $f(x) = x^2 + 2x + \ln(x+1)$; $D_f =]-1;+\infty[$

[2] ♦ $f(x) = x - 1 + \frac{\ln(x+1)}{1+x}$; $D_f =]-1;+\infty[$

[3] ♦ $f(x) = 1 + \ln(2x-1)$; $D_f =]\frac{1}{2};+\infty[$

[4] ♦ $f(x) = \frac{x-1}{x+1} + \ln\frac{x-1}{x+1}$; $D_f =]1;+\infty[$

[5] ♦ $f(x) = x + 5 + 6\ln(\frac{x}{x-1})$; $D_f =]-\infty;0[$

[6] ♦ $f(x) = x^2+2x+4-2\ln(x+1)$; $D_f =]-1;+\infty[$

[7] ♦ $f(x) = x - (\frac{1-2\ln(x+1)}{x+1})$; $D_f =]-1;+\infty[$

[8] ♦ $f(x) = 1 + \frac{2\ln x}{x}$; $D_f =]0;+\infty[$

[9] ♦ $f(x) = x^2 + 1 - \ln x$; $D_f =]0;+\infty[$

[10] ♦ $f(x) = \frac{\ln x}{x} + x - 1$; $D_f =]0;+\infty[$

[11] ♦ $f(x) = -1 + (x+1)e + 2\ln(x+1)$
$D_f =]-1;+\infty[$

[12] ♦ $f(x) = \frac{e}{x+1}\frac{\ln(x+1)}{(x+1)^2} + x - 1$; $D_f =]-1;+\infty[$

[13] ♦ $f(x) = \frac{1+2\ln(2x+1)}{(2x+1)^2}$; $D_f =]-\frac{1}{2};+\infty[$

[14] ♦ $f(x) = 2[-x+\ln(2x+1)]$; $D_f =]-\frac{1}{2};+\infty[$

[15] ♦ $f(x) = \frac{1}{x} - (\ln x)^2 - \ln x - 1$; $D_f =]0;+\infty[$

[16] ♦ $f(x) = \frac{1+\ln x}{1+x\ln x}$; $D_f =]0;+\infty[$

تمارين الدالة الأسية و اللوغارتمية

✓ التمرين 01 ◄

♠ نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = ax + b - \dfrac{4e^x}{e^x + 2}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. حيث a و b عددان حقيقيان .

[1] ♦ عيّن a و b بحيث يكون المماس في النقطة $A(ln2; ln2)$ للمنحنى (C_f) موازيا لحامل محور الفواصل .

[2] ♦ أدرس اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}$ ثم شكل جدول تغيراتها .

✓ التمرين 02 ◄

♠ f الدالة المعرفة على المجال $[0; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = x + 2 - e^x$.

[1] ♦ ادرس تغيرات الدالة f

[2] ♦ بيّن أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل في المجال $[0; +\infty[$ حلا وحيدا α. ثم استنتج اشارة $f(x)$ على المجال $[0; +\infty[$

[3] ♦ باستعمال جدول القيم جد حصرا للعدد α.

x	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4
$f(x)$	0.281	0.095	-0.120	-0.369	-0.655

✓ التمرين 03 ◄

♠ نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = (2 - x)e^x - 2$.

[1] ♦ ادرس تغيرات الدالة f

[2] ♦ بيّن أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين أحدهما معدوم و الأخر α حيث $1.59 < \alpha < 1.60$

[3] ♦ عين حسب قيم x اشارة $f(x)$

♠ نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يأتي : $g(x) = [f(x)]^2$

[4] ♦ احسب $g'(x)$ بدلالة $f(x)$ و $f'(x)$

[5] ♦ عين اشارة $g'(x)$، ثم شكل جدول تغيرات الدالة g .

✓ التمرين 04 ◄

♠ نعتبر الدالة العددية f معرفة على $\mathbb{R}*$ كما يلي: $f(x) = x - \dfrac{1}{e^x - 1}$.

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

[1] ♦ أثبت أن النقطة $w(0; \frac{1}{2})$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f).

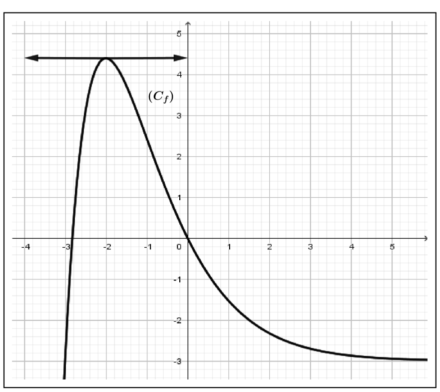
[2] ♦ بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين $(\triangle)$ و $(\triangle')$ معادلتهما $y = x + 1$ و $y = x$

[3] ♦ ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيمين $(\triangle)$ و $(\triangle')$.

✓ التمرين 05 ◄

♠ f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = (x + a)e^{-x} + b$.

و a و b عددان حقيقيان . وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.



[1] ♦ بقراءة بيانية للمنحني (C_f)

أ) ♠ عيّن $f(-3)$ ، $f(0)$ ، $f'(-2)$.

ب) ♠ عين حسب قيم x إشارة $f(x)$

[2] ♦ بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فإن : $f(x) = (x + 3)e^{-x} - 3$.

[3] ♦ شكل جدول تغيرات الدالة f

✓ التمرين 06 ◄

♠ نعتبر الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=x^2+a+b\ln(x)$.
(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. حيث a و b عددان حقيقيان .

[1] ♦ عيّن a و b بحيث (C_f) يقبل في النقطة $A(1;-1)$ مماسا معامل توجيهه 4

[2] ♦ أدرس تغيرات الدالة f على $]0;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها .

[3] ♦ بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل في المجال $]0;+\infty[$ حلا وحيدا α على المجال $]0;+\infty[$. ثم استنتج اشارة $f(x)$ على $]0;+\infty[$

✓ التمرين 07 ► BAC2019 علوم تجريبية ◄

♠ f الدالة العددية المعرفة على $]0;2[\cup]2;+\infty$ بـ: $f(x)=\dfrac{1}{x-2}+\ln x$.
(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

[1] ♦ أ) ♠ أحسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}2} f(x)$ و $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}2} f(x)$ ، ثم فسر النتائج هندسيا .

ب) ♠ أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

[2] ♦ ادرس اتجاه تغير الدالة f على $]0;2[\cup]2;+\infty$ و شكل جدول تغيراتها .

[3] ♦ نسمي (Γ) المنحنى البياني للدالة اللوغارتمية النيبرية " ln " في المعلم السابق .

أ) ♠ أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-\ln x)$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا .

ب) ♠ أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المنحنى (Γ).

[4] ♦ أرسم بعناية المنحنى (Γ) ثم المنحنى (C_f).

[5] ♦ g الدالة المعرفة على $]-\infty;-1[\cup]-1;0[$ بـ: $g(x)=f(-2x)$.
دون حساب عبارة $g(x)$ حدد اتجاه تغير الدالة g على مجموعة تعريفها

✓ التمرين 08 ◄

♠ نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=x+\dfrac{2}{e^x+1}$.
و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

[1] ♦ أحسب $f(-x)+f(x)$ من اجل كل عدد حقيقي ثم استنتج أن النقطة $\omega(0;1)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f)

[2] ♦ أ) ♠ أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم استنتج $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

ب) ♠ أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

[3] ♦ أ) ♠ بيّن أن المستقيم ذا المعادلة $y=x$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$

ب) ♠ أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)-(x+2)$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا.

[4] ♦ أ) ♠ بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α بحيث $-1.7<\alpha<-1.6$.

ب) ♠ من أجل أي قيمة للعدد k ، يكون العدد $(-\alpha)$ حلا للمعادلة $f(x)=k$.

[5] ♦ ارسم (C_f) ومستقيميه المقاربين.

✓ التمرين 09 ► BAC2010 علوم تجريبية ◄

♠ نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $f(x)=x-\dfrac{1}{e^x-1}$.
(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

[1] ♦ أ) ♠ أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ب) ♠ أحسب $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} f(x)$ ، و فسر هندسيا النتيجة .

[2] ♦ ادرس تغيرات الدالة f على كل المجال من مجالي تعريفها ثم شكل جدول تغيراتها .

[3] ♦ أ) ♠ بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين $(\triangle)$ و $(\triangle')$ معادلتهما $y = x + 1$ و $y = x$

ب) ♠ أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيمين $(\triangle)$ و $(\triangle')$.

[4] ♦ أثبت أن النقطة $w(0;\frac{1}{2})$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f).

[5] ♦ أ) ♠ بيّن أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين α و β حيث : $1 < \alpha < \ln 2$ و $-1.4 < \beta < -1.3$.

ب) ♠ هل توجد مماسات لـ (C_f) توازي المستقيم $(\triangle)$ ؟

جـ) ♠ ارسم $(\triangle)$ و $(\triangle')$ ثم المنحنى (C_f).

د) ♠ ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة : $(m-1)e^{-x} = m$

✓ التمرين 10 ◄ $\mathbb{BAC}$2009 علوم تجريبية ►

♠ h دالة عددية معرفة على المجال $]-1;+\infty[$ كما يلي: $h(x) = x^2 + 2x + \ln(x+1)$.

[1] ♦ $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} -1} h(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} h(x)$

[2] ♦ بيّن أنه من أجل كل x من المجال $]-1;+\infty[$: $h'(x) = \dfrac{1+2(x+1)^2}{x+1}$

واستنتج اتجاه تغير الدالة h ثم أنجز جدول تغيراتها .

[3] ♦ أحسب $h(0)$ واستنتج اشارة $h(x)$ حسب قيم x

♠ لتكن f دالة عددية معرفة على المجال $]-1;+\infty[$ كما يلي: $f(x) = x - 1 - \dfrac{\ln(x+1)}{x+1}$.

نسمي (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

[1] ♦ أ) ♠ أحسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} -1} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا .

ب) ♠ باستخدام النتيجة $\lim\limits_{t \to +\infty} \dfrac{e^t}{t} = +\infty$ ، برهن أن $\lim\limits_{u \to +\infty} \dfrac{\ln u}{u} = 0$

جـ) ♠ استنتج $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

د) ♠ أحسب $\lim\limits_{x \to +\infty} [f(x) - (x-1)]$ واستنتج وجود مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f)

هـ) ♠ أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم المقارب المائل .

[2] ♦ بيّن أنه من أجل كل x من المجال $]-1;+\infty[$: $f'(x) = \dfrac{h(x)}{(x+1)^2}$، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

[3] ♦ بين أن المنحنى (C_f) يقطع المستقيم ذو المعادلة $y = 2$ عند نقطة فاصلتها محصورة بين 3.3 و 3.4

[4] ♦ أرسم (C_f).

✓ التمرين 11 ◄

♠ g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = (1+ax^2)e^{bx}$.

(C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. حيث a و b عددان حقيقيان .

$(\triangle)$ المماس لـ (C_g) عند النقطة ذات الفاصلة 0

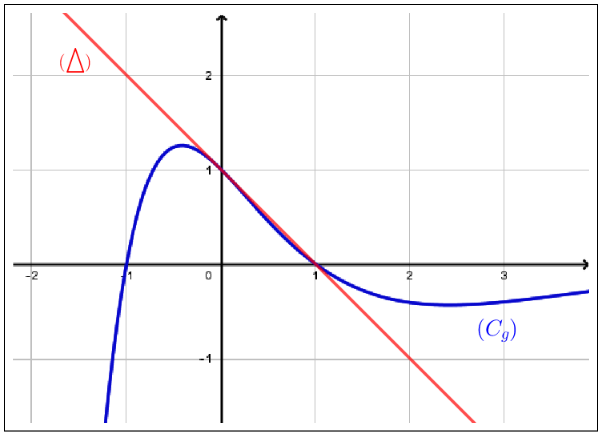
بقراءة بيانية :

[1] ♦ أ) ♠ عيّن $g'(-1)$ ، $g(0)$ و $g'(0)$.

ب) ♠ أكتب معادلة لـ $(\triangle)$.

[2] ♦ بإستخدام المعطيات السابقة بيّن أن : $g(x) = (1-x^2)e^{-x}$.

♠ لتكن f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=(x+1)^2e^{-x}$.
و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.



[1] ♦ أ) ♠ أحسب $\lim\limits_{t\to-\infty} f(x)$ وبيّن أن $\lim\limits_{t\to+\infty} = 0$
(نقبل أن $\lim\limits_{t\to-\infty} t^2e^t=0$)
ب) ♠ بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x)=g(x)$
ج) ♠ أدرس إتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها .
د) ♠ عيّن دون حساب $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)-1}{x}$ ثم فسر النتيجة هندسيا .
هـ) ♠ أكتب معادلة (d) المماس لـ (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .
[2] ♦ h دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x)=f(x^2)$.
♦ دون حساب عبارة $h(x)$ أحسب $h'(x)$ وشكل جدول تغيراتها .

✓ التمرين 12 ► $\mathbb{BAC}2013$ علوم تجريبية ◄

♠ g الدالة المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ: $g(x)=x^2+2x+4-\ln(x+1)$.
[1] ♦ أدرس تغيرات الدالة g، ثم شكل جدول تغيراتها .
[2] ♦ استنتج أنه من أجل كل x من المجال $]-1;+\infty[$: $g'(x)>0$
♠ f الدالة المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ: $f(x)=x-\dfrac{1-2\ln(x+1)}{x+1}$.
و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.
[1] ♦ أحسب $\lim\limits_{t\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\>}} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا .
[2] ♦ أ) ♠ بيّن أنه من أجل كل x من المجال $]-1;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(x+1)^2}$ حيث f' هي مشتقة الدالة f.
ب) ♠ أدرس إتجاه تغير الدالة f على المجال $]-1;+\infty[$، ثم شكل جدول تغيراتها .
ج) ♠ بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]-1;+\infty[$، ثم تحقق أن $0<\alpha<0.5$
[3] ♦ أ) ♠ بيّن أن المستقيم $(\triangle)$ ذا المعادلة $y=x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$
ب) ♠ أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم $(\triangle)$.
[4] ♦ نقبل المستقيم (T) ذو المعادلة $y=x+\dfrac{2}{\sqrt{e^3}}$، مماس للمنحنى (C_f) في نقطة فاصلتها x_0
أ) ♠ أحسب x_0
ب) ♠ أرسم المستقيمين المقاربين و المماس (T) ثم المنحنى (C_f).
ج) ♠ عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m بحيث تقبل المعادلة $f(x)=x+m$ حلين متمايزين .

✓ التمرين 13 ◄

♠ g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=(a-2x)e^{x+1}+b$.
(C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. حيث a و b عددان حقيقيان .
[1] ♦ عين a و b حيث يحققان الشرطان التاليان :
♦ g هي حل للمعادلة التفاضلية: $y'-y=-2e^{x+1}-2$
♦ المنحنى (C_g) يقبل مماسا معامل توجيهه 1 عند النقطة ذات الفاصلة -1
[2] ♦ نقبل الأن : $a=1$ و $b=2$

أ) ♠ أكتب عبارة $g(x)$، ثم أدرس تغيرات الدالة g (حساب النهايات مطلوب نقبل أن $\lim_{x\to-\infty} xe^x = 0$)

ب) ♠ بيّن أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $\alpha \in]0.68; 0.69[$

♠ f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = 1 + \dfrac{4x+2}{1+e^{x+1}}$.

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

[1] ♦ أ) ♠ أحسب $\lim_{t\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ (نقبل أن $\lim_{x\to+\infty} \dfrac{e^t}{t} = +\infty$)

ب) ♠ بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \dfrac{2g(x)}{(1+e^{x+1})^2}$

ج) ♠ استنتج إتجاه تغير الدالة f، ثم شكل جدول تغيراتها .

[2] ♦ بيّن أن : $f(\alpha) = 4\alpha - 1$ ، ثم أعط حصرا لـ $f(\alpha)$

[3] ♦ أ) ♠ تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) - (4x-3) = \dfrac{(-2-4x)e^{x+1}}{1+e^{x+1}}$

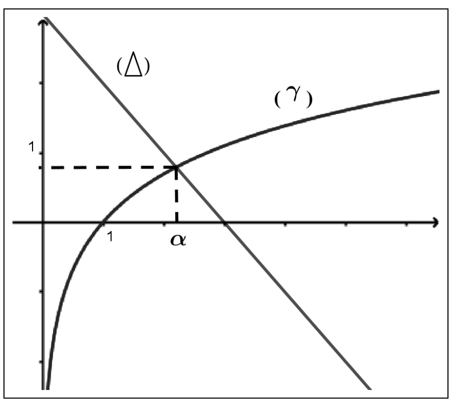
ب) ♠ أحسب $\lim_{x\to-\infty} [f(x) - (4x-3)]$ ثم فسر النتيجة بيانيا .

[4] ♦ أدرس الوضع النسبي بين المنحنى (C_f) و المستقيم $(\triangle)$ الذي معادلته $y = 4x - 3$.

[5] ♦ أرسم المنحنى (C_f) و مستقيماته المقاربة في نفس المعلم .

✓ التمرين 14 ► $\mathbb{BAC}$2015 علوم تجريبية ◄

المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.



$[I]$ ♦ (γ) التمثيل البياني للدالة $x \to \ln x$ و $(\triangle)$ المستقيم ذو المعادلة $y = -x + 3$ ، α هي فاصلة نقطة تقاطع (γ) و $(\triangle)$.

[1] ♦ بقراءة بيانية حدّد وضعية (γ) بالنسبة إلى $(\triangle)$ على $]0; +\infty[$

[2] ♦ g الدالة المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $g(x) = x - 3 + \ln x$
استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

[3] ♦ تحقق أن : $2.2 < \alpha < 2.3$

$[II]$ ♦ f الدالة المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = (1 - \dfrac{1}{x})(\ln x - 2)$. و (C_f) تمثيلها البياني .

[1] ♦ أحسب $\lim_{x \overset{>}{\to} 0} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

[2] ♦ بيّن أنه من أجل كل x من $]0; +\infty[$: $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^2}$. ثم شكل جدول تغيّرات الدالة f

[3] ♦ بيّن أن : $f(\alpha) = \dfrac{-(\alpha-1)^2}{\alpha}$ ، ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$

[4] ♦ أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبةإلى حامل محور الفواصل ، ثم أنشئ (C_f) على المجال $]0; e^2]$.

✓ التمرين 15 ► $\mathbb{BAC}$2015 علوم تجريبية ◄

$[I]$ ♦ g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = 1 - 2x - e^{2x-2}$.

[1] ♦ ادرس اتجاه تغير الدالة g على $\mathbb{R}$

[2] ♦ بيّن أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$ ، ثم تحقق أن : $0.36 < \alpha < 0.37$

[3] ♦ استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

[II] ♦ f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = xe^{2x+2} - x + 1$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

[1] ♦ أ) ♠ بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = e^{2x+2}g(-x)$.

ب) ♠ استنتج أن الدالة f متناقصة تماما على $]-\infty;-\alpha]$ و متزايدة تماما على $[-\alpha;+\infty[$.

[2] ♦ أحسب نهاية f عند $+\infty$ و $-\infty$ ثم شكل جدول تغيّرات الدالة f

[3] ♦ أحسب : $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)+x-1]$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

[4] ♦ أدرس وضعية المنحنى (C_g) بالنسبةإلى المستقيم $(\triangle)$ الذي معادلته $y=-x+1$.

[5] ♦ أنشئ $(\triangle)$ و (C_g) على المجال $]-\infty;\frac{1}{2}]$. نأخذ $f(-\alpha) \approx 0.1$

✓ التمرين 16 ► $\mathbb{BAC}$2012 علوم تجريبية ◄

♠ لتكن الدالة f المعرفة على $]-\infty;0[$ كما يلي : $f(x) = x+5+6\ln(\dfrac{x}{x-1})$.

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

[1] ♦ أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ <}} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا .

[2] ♦ بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty;0[$: $f'(x) = \dfrac{x^2-x-6}{x(x-1)}$

استنتج إتجاه تغير الدالة f، ثم شكل جدول تغيراتها .

[3] ♦ أ) ♠ بيّن أن المستقيم $(\triangle)$ الذي معادلته $y=x+5$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$

ب) ♠ أدرس الوضع النسبي بين المنحنى (C_f) و المستقيم $(\triangle)$.

[4] ♦ بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين α و β حيث : $-3.5<\alpha<-3.4$ و $-1.1<\beta<-1$.

[5] ♦ أنشئ المنحنى (C_f) والمستقيم . $(\triangle)$.

[6] ♦ أ) ♠ نعتبر النقطتين $A(-1;3+6\ln(\frac{3}{4}))$ و $B(-2;\frac{5}{2}+6\ln(\frac{3}{4}))$

بيّن أن : $y=\frac{1}{2}x+\frac{7}{2}+6\ln\frac{3}{4}$ معادلة ديكارتية للمستقيم (AB).

ب) ♠ بين أن المستقيم (AB) يمس المنحنى (C_f) في M_0 يطلب تعيين احداثياتها .

✓ التمرين 17 ◄

♠ g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = x+2-\dfrac{4e^x}{e^x+2}$.

(C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

[1] ♦ أثبت أن من أجل كل عدد حقيقي x : $g(x) = x-2+\dfrac{8}{e^x+2}$.

[2] ♦ أ) ♠ أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

ب) ♠ بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $g'(x) = (\dfrac{e^x-2}{e^x+2})^2$

جـ) ♠ استنتج إتجاه تغيّر الدالة g، ثم شكل جدول تغيراتها .

[1] ♦ بيّن دون حساب $g''(x)$ أن للمنحنى (C_g) نقطة إنعطاف يطلب تعيين احداثياها.

[4] ♦ أثبت أن المنحنى (C_g) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين $(\triangle)$ و $(\triangle')$ يطلب تعيين معادلتهما .

أدرس وضعية المنحنى (C_g) بالنسبة إلى كل من $(\triangle)$ و $(\triangle')$.

[5] ♦ بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $-2<\alpha<-1$

[6] ♦ أرسم المستقيمين المقاربين $(\triangle)$ و $(\triangle')$، ثم المنحنى (C_f).

[7] ♦ ناقش بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة $f(x)=x+m$.

✓ **التمرين 18** ► BAC 2014 رياضيات ◄

[1] ♦ f الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=(1+2\ln x)(-1+\ln x)$.
(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

أ) ♠ أدرس تغيرات الدالة f

ب) ♠ أكتب معادلة المماس $(\triangle)$ للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة e (حيث e أساس اللوغاريتم النيبري)

جـ) ♠ عين فواصل نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل ثم أرسم (C_f) على المجال $]0;e^2]$

[2] ♦ g الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=1-\ln x$.
(C_g) تمثيلها البياني في المعلم السابق .

أ) ♠ أدرس تغيرات الدالة g

ب) ♠ عيّن الوضع النسبي للمنحنيين (C_f) و (C_g) ثم أرسم (C_g) على المجال $]0;e^2]$

✓ **التمرين 19** ◄

[I] ♦ g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=2e^{2x}-5e^{x}+2$.

[1] ♦ بيّن أن : $g(x)=(2e^{x}-1)(e^{x}-2)$.

[2] ♦ ادرس اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

[II] ♦ f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي : $f(x)=-2x+2+\dfrac{e^{x}}{1-e^{x}}$.
و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

[1] ♦ بيّن أن : $f(x)=-2x+1+\dfrac{1}{1-e^{x}}$.

[1] ♦ أ) ♠ أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

ب) ♠ أحسب $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}0}f(x)$ و $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0}f(x)$ وفسر هندسيا النتيجة .

جـ) ♠ بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$: $f'(x)=-\dfrac{g(x)}{(1-e^{x})^2}$

د) ♠ استنتج إتجاه تغيّر الدالة f، ثم شكل جدول تغيراتها .

[3] ♦ أ) ♠ بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين $(\triangle)$ و $(\triangle')$ معادلتيهما $y=-2x+2$ و $y=-2x+1$.

ب) ♠ أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى كل من $(\triangle)$ و $(\triangle')$.

[4] ♦ أثبت أن النقطة $A(0;\dfrac{3}{2})$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f).

[5] ♦ أرسم المستقيمين المقاربين $(\triangle)$ و $(\triangle')$، ثم المنحنى (C_f).

[6] ♦ ناقش بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة $f(x)=-2x+m$.

✓ **التمرين 20** ► BAC 2012 رياضيات ◄

[I] ♦ g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=2-xe^{x}$.

[1] ♦ ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها .

[2] ♦ بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$ ، ثم تحقق أن : $0.8<\alpha<0.9$

$[II]$ ♦ f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{2x+2}{e^x+2}$.

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

[1] ♦ بيّن أن : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ ثم فسر النتيجة هندسيا .

[2] ♦ أ) ♠ أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

ب) ♠ بيّن أن المستقيم $(\triangle')$ ذا المعادلة $y=x+1$ هو مستقيم مقارب للمنحنى (C_f)

[3] ♦ أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى كل من $(\triangle)$ و $(\triangle')$. حيث $(\triangle)$ هو المستقيم ذو المعادلة $y=x$

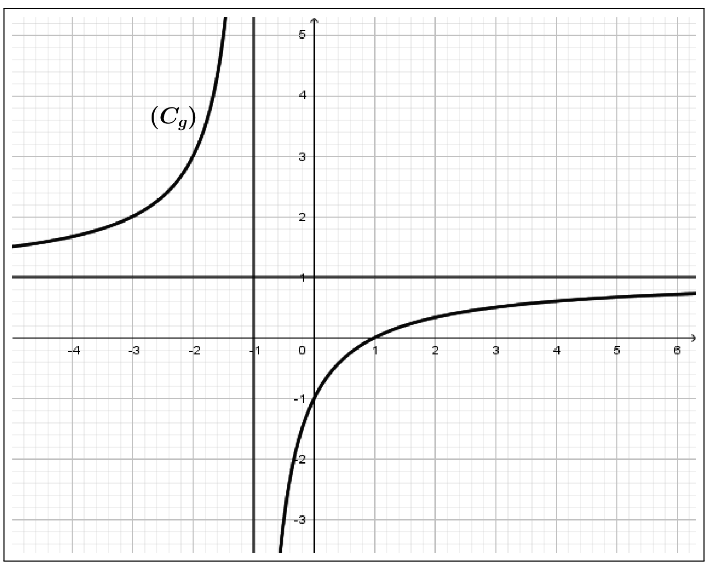
[4] ♦ أ) ♠ بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=-\dfrac{2g(x)}{(e^x+2)^2}$ ثم استنتج إتجاه تغيّر الدالة f

ب) ♠ بين أن : $f(\alpha)=\alpha$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

[5] ♦ أرسم $(\triangle)$ ، $(\triangle')$. و (C_f).

[6] ♦ ناقش بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x)=f(m)$.

✓ التمرين 09 ◄ $\mathbb{BAC}$2011 علوم تجريبية ►



$[I]$ ♦ نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ بـ :

$g(x)=\dfrac{x-1}{x+1}$ و (C_g) تمثيلها البياني في المستوي

منسوب إلى معلم متعامد و متجانس كما هو مبين في الشكل المقابل.

✠ بقراءة بيانية ✠

أ) ♠ شكل جدول تغيرات الدالة g

ب) ♠ حل بيانيا المتراجحة $g(x)\geq 0$

ج) ♠ عين بيانيا قيم x التي من أجلها $0<g(x)<1$

$[II]$ ♦ لتكن الدالة f المعرفة على $]1;+\infty[$. بـ : $f(x)=\dfrac{x-1}{x+1}+\ln(\dfrac{x-1}{x+1})$.

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

[1] ♦ احسب $\lim\limits_{\substack{>\\x\to1}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجتين هندسيا .

[2] ♦ أ) ♠ بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]1;+\infty[$: $g'(x)=\dfrac{2}{(x+1)^2}$.

ب) ♠ أحسب $f'(x)$ و ادرس اشارتها ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

[3] ♦ باستعمال الجزء $[I]$ السؤال ج)، عيّن اشارة العبارة $\ln(\dfrac{x-1}{x+1})$ على المجال $]1;+\infty[$

سلسلة المتفوق في الرياضيات

Bac 2022

تمارين ومسائل في الدوال الأسية

-مبرهنة القيم المتوسطة (الدوال المساعدة)

التزايد المقارن(حساب النهايات)

حصر العدد $f\ (\alpha)$

-التفسير الهندسي للعدد المشتق –معادلة المماس

-المستقيمات المقاربة

-مركز ومحور التناظر

-انشاء منحنيات دوال تحوي رمز القيمة مطلقة

-بعض المناقشات البيانية

$$f\ (x)=\mathrm{f(m)}$$
$$f\ (x)=e^{m}$$
$$f\ (x)=\ln m$$
$$f\ (x)=mx+b$$

BY LALAOUNA ALI MOUNIR

تمرين 1

I. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x-(x^2+1)e^{-x+1}$

نسمي (C_f) المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1- أ) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ وبيَن أنَ : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

ب) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=1+(x-1)^2e^{-x+1}$

ج) استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

2- بين أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=x$ مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $+\infty$ ثم أدرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) بالنسبة إلى (Δ).

3- بيَن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث ، $1.8<\alpha<1.9$.

4- أكتب معادلة ديكارتية للمماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

5- بيَن أنه من أجل كل عدد حقيقي x، $f''(x)=-(x-1)(x-3)e^{-x+1}$ ثم استنتج أنَ (C_f) يقبل نقطتي انعطاف يطلب تعيينهما .

6- أحسب $f(3),f(0)$ ثم أرسم (Δ)، (T) و (C_f).

7- ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التالية :
$(E): f(x)=x+m$

تمرين 2

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=(ax^2+bx+c)e^{-x}$.

حيث a ؛ b و c أعداد حقيقية و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس

1- عين الأعداد الحقيقية a ؛ b و c بحيث يقبل (C_f) عند النقطة $A(0;-3)$ مماسا معامل توجيهه 3 و العدد $\sqrt{3}$ حل للمعادلة $f(x)=0$.

2- نضع $a=1$, $b=0$, $c=-3$

أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم أدرس اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

3- أكتب معادلة لـ (T) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها $x=0$ ثم عين إحداثيات نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل .

4- أرسم (T) و (C_f) .

5- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$ فإن $f(x)+2f'(x)+f''(x) = 2e^{-x}$ ثم استنتج دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$.

6- أحسب بوحدة المساحات ، مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) ومحور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x=1$ و $x=3$

7- m وسيط حقيقي ؛ ناقش بيانيا وحسب قيم m عدد وإشارة حلول المعادلة $x^2-3+me^x=0$.

تمرين 3

I) g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = e^{x-2} + 1 - x$

1) ادرس اتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها.

2) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x) = x - 1 + \frac{x}{e^{x-2}}$

(C_f) المنحنى الممثل لها في مستو مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(o, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ (وحدة الطول $1\ cm$).

1) أ) احسب النهايات عند حدود مجال التعريف.

ب) اثبت أن المستقيم (d) ذو المعادلة $y = x - 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.

جـ) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (d).

2) اثبت أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = \frac{g(x)}{e^{x-2}}$ ثم استنتج اتجاه تغيرالدالة f وشكل جدول تغيراتها.

3) أ) بين أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة واحدة فاصلتها α حيث $0{,}1 < \alpha < 0{,}2$

ب) اثبت أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف I يطلب تعيين احداثياتها.

جـ) عين معادلة المماس (T) الذي يوازي المستقيم (d).

4) ارسم (d) , (T) و (C_f).

5) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $\frac{x}{e^{x-2}} = m + 1$

6) أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة عين H دالة أصلية للدالة h على $\mathbb{R}$ حيث : $h(x) = xe^{2-x}$ والتي تنعدم عند $x = -1$.

ب) احسب A مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيم (d) والمستقيمين $x = 2$ و $x = 0$.

تمرين 4

نعتبر الدالة f المعرفة على IR بـ : $f(x) = \ln(e^x + 2e^{-x})$ و (c) تمثيلها في معلم متعامد ومتجانس

1. ا/ أثبث أنه من أجل كل عدد حقيقي x, $f(x) = x + \ln(1 + 2e^{-2x})$

ب/ أحسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و بين أن المستقيم (D) الذي معادلته $y = x$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C)

ج/ أدرس الوضعية النسبية للمنحنى (C) والمستقيم (D)

2. أ/ بين انه من اجل كل عدد حقيقي x , $f(x) = -x + \ln(2 + e^{2x})$

ب/ احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ وبين أن المستقيم (D') الذي معادلته $y = -x + \ln 2$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C)

ج/ ادرس الوضعية النسبية للمنحنى (C) و المستقيم (D')

3. ادرس اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها

4. ارسم (D) و (D') و (C)

5. نضع : $I=\int_2^3 [f(x) - x]\, dx$

-1 فسر هندسيا العدد I

-2 بين أنه من اجل كل xمن $[0, +\infty[$, $\ln(1 + x) \leq x$

-3 أستنتج أن $0 \leq I \leq \int_2^3 2e^{-2x} dx$ واعط حصرا للعدد I سعته 0.02

تمرين 5

1) g الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـــ : $g(x)=x^2e^x$

أ*/ أدرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $]0;+\infty[$.

ب*/ استنتج أنه : إذا كان $0<x<1$ فإن $g(x)<g\left(\frac{1}{x}\right)$ و إذا كان $x>1$ فإن $g(x)>g\left(\frac{1}{x}\right)$

2) نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي :

$$f(x)=(x^2-2x+2)e^x+e^{\frac{1}{x}}-3e$$

(C_f) تمثيـلها البيــاني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

h دالـة عددية معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $h(x)=e^{\frac{1}{x}}-3e$. (C_h) تمثيلها البياني **(<u>أنظر الملحق</u>)**

أ*/ أحسـب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to0}f(x)$.

ب*/ بين أنه من أجل كل من x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x)=g(x)-g\left(\frac{1}{x}\right)$ ، ثم احسب $f'(1)$.

ج*/ شكل جدول تغيرات الدالة f على المجال $]0;+\infty[$.

3) أ*/ بين أن المعادلة: $(x^2-2x+2)e^x=-h(x)$ تقبل حلين α و β حيـث: $1.5<\beta<1.6$ و $0.5<\alpha<0.6$ ، ثم استنتج أن المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطتين .

ب*/ أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمنحنى (C_h).

ج*/ بين ان المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) في النقطة التي فاصلتها 1 يطلب كتابة معادلته .

---

4) أ*/ أرسم (T) و (C_f) . **(الملحـــق يعـــاد مع ورقة الإجابـــة)**

ب*/ m عدد حقيقي موجب تماما ، أوجد قيمة m حتى تقبل المعادلة (E) حلين متمايزين:

$$(E)...f(x)=(m^2-2m+2)e^m+h(m)$$

5) أ*/ بين أنه من أجل كل من x من المجال $]0;+\infty[$: $\int_1^x[f(t)-h(t)]dt=(x^2-4x+6)e^x-3e$

ب*/ ليكن العدد λ من المجـال $]0;1]$ ،

$A(\lambda)$ مســاحة الحيز المستوي المحـدد بالمنحنيين (C_h) و (C_f) و المستقيمين اللذين معادلتاهما : $x=\lambda$ و $x=1$.

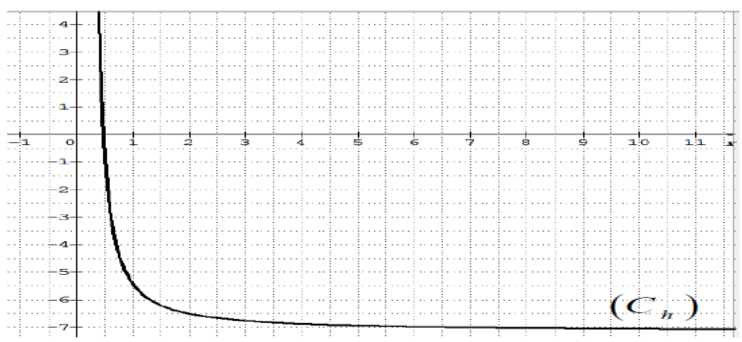
* استنتـــج $A(\lambda)$ (مقدرة بوحدة المساحة) ، ثم احســب $\lim\limits_{\lambda\to0}A(\lambda)$.

<u>الملحق:</u>

الاسم :..........

اللقب : ....

القسم :.........



تمرين 6

I) الدالة العددية g معرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $g(x)=1-e^{2x}-2xe^{2x}$

1) أ) عين نهايتي الدالة g

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

2) احسب $g(0)$ واستنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

II) f دالة العددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x+3-xe^{2x}$

نرمزبـ (C_f) لتمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) عين نهاية الدالة f عند $+\infty$ وعند $-\infty$

2) بين أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلة له .

3) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4) بين أن (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتاهما α و β حيث $-3,5<\alpha<-3$ و $0,5<\beta<1$

5) ارسم (Δ) و (C_f)

6) أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة ، عين الدالة الأصلية للدالة $x\rightarrow xe^{2x}$ التي تنعدم من أجل $x=0$

ب) احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بـ (C_f) والمستقيم (Δ) والمستقيمين ذي المعادلتين $x=0$ و $x=1$

III) h الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}-\{0\}$ كما يلي : $h(x)=\dfrac{1+3x-e^{\frac{2}{x}}}{x}$

أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم : $h(x)=f\left(\dfrac{1}{x}\right)$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة h ، ثم شكل جدول تغيراتها

تمرين 7

I. نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=1+4xe^{2x}$

1. أدرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.
2. استنتج إشارة $g(x)$ من أجل كل عدد حقيقي x

II. لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=(2x-1)e^{2x}+x+1$، و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. (الوحدة 2cm)

1. أحسب $\lim_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty}f(x)$
2. أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
3. أ. بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x+1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$

   ب. أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ)
4. أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة O
5. بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثيها.
6. أنشئ المستقيمين (T) و (Δ) و المنحنى (C_f)
7. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة:

   $(2x-1)e^{2x}+x=x+m+1$
8. أ. باستعمال المكاملة بالتجزئة أحسب التكامل $\int_0^1(2x-1)e^{2x}dx$

   ب. أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المماس (T) و المستقيمين ذوا المعادلتين:

   $x=0$ و $x=1$

تمرين 8

f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرّفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة: $f(x)=\dfrac{3e^{x}-1}{e^{x}+1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فإن: $f(-x)+f(x)=2$ ، فسّر هذه النتيجة بيانيا.
2. احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، ثم استنتج أن (C_f) يقبل مستقيمن مقاربين يطلب تعيين معادلتيهما.
3. احسب $f'(x)$ لكل x من $\mathbb{R}$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.
4. جد معادلة ديكارتية للمماس (Δ) للمنحني (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 0 .
5. لتكن الدالة العددية u للمتغير الحقيقي x المعرّفة على $\mathbb{R}$ بما يلي: $u(x)=f(x)-(x+1)$

   أ / بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $u'(x)=-\left(\dfrac{e^{x}-1}{e^{x}+1}\right)^{2}$.

   ب / استنتج تغيرات الدالة u ثم حدد إشارتها. (احسب $(u(0)$

   ج / استنتج مما سبق الوضع النسبي للمنحني (C_f) والمستقيم (Δ).
6. انشئ (C_f) ومقاربيه والمستقيم (Δ).
7. ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $(3-m)e^{x}-m-1=0$.

تمرين 9

I) نعتبر الدالة العددية g المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=e^{-x}+x-1$

1) أدرس تغيرات الدالة g.

2) احسب $g(0)$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x)=\dfrac{x}{x+e^{-x}}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1 / أ / بيّن أنّ: $f(x)=\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{xe^{x}}}$ لكلّ x من $\mathbb{R}^{*}$

ب / احسب : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم فسّر النتيجتين هندسيا.

2 / أ / بيّن أنّ : $f'(x)=\dfrac{(1+x)e^{-x}}{(x+e^{-x})^{2}}$ لكلّ x من $\mathbb{R}$.

ب / أدرس إشارة $f'(x)$ ثم ضع جدول تغيّرات الدالة f.

3 / أ / أكتب معادلة المماس (Δ) للمنحني (C_f) عند النقطة O.

ب / تحقّق من أنّ: $x-f(x)=\dfrac{xg(x)}{g(x)+1}$ لكلّ x من $\mathbb{R}$. ثم استنتج الوضع النسبي للمنحني (C_f) والمماس (Δ)

4 / أنشئ (Δ) و (C_f) ، (نأخذ $\dfrac{1}{1-e}\approx-0,6$)

تمرين 10

المستوى منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

I- نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=1+4xe^{2x}$

1.احسب $\lim_{x\to+\infty} g(x)$ و بين ان $\lim_{x\to-\infty} g(x)=1$

2.بين أنه من اجل كل x من $\mathbb{R}$: $g'(x)=4(2x+1)e^{2x}$. وادرس تغيرات الدالة ثم شكل جدول التغيرات

3.بين ان العدد $g\left(-\frac{1}{2}\right)=\left(1-\frac{2}{e}\right)$ هو قيمة حدية صغرى للدالة g

4. استنتج حسب قيم x من $\mathbb{R}$: $g(x)>0$

II- نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=(2x-1)e^{2x}+x+1$

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في هذا المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\|=2cm;\|\vec{j}\|=2cm$

1.أ- احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

ب- بين أن : $\lim_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$.

2- أ. بين أنه من اجل كل x من $\mathbb{R}$: $f`(x)=g(x)$

ب. استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3-أ. بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x+1$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (c_f) بجوار $-\infty$

ب. أدرس الوضع النسبي للمنحنى (c_f) و المستقيم (Δ).

4-أ. اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (c_f) عند النقطة التى فاصلتها 0 .

ب.بين ان المنحنى (c_f) يقبل نقطة انعطاف فاصلتها $-\frac{1}{2}$. وترتيبها $\left(\frac{1}{2}-\frac{2}{e}\right)$

جـ. احسب $f(0)$ ما ذا تستنتج

د. ثم انشئ (T) و(Δ) والمنحنى (c_f) .

1

تمرين 11

I) لتكن الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة : $f(x)=1-\frac{1}{2}x-\frac{2}{e^x+1}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ مع $\|\vec{i}\|=2cm$

1)أ) تحقق من أن $\frac{1}{e^{-x}+1}=1-\frac{1}{e^x+1}$ لكل x من $\mathbb{R}$

ب) استنتج أن الدالة f فردية ثم أحسب النهايتين : $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)$

2) أ)بين انه من اجل كل عدد حقيقي x فان : $f'(x)=-\frac{1}{2}\left(\frac{e^x-1}{e^x+1}\right)^2$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

جـ) استنتج انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $[0;+\infty[$ فان : $1-\frac{2}{e^x+1}\le\frac{1}{2}x$

3)أ) أحسب $\lim_{x\to+\infty}\left[f(x)-1+\frac{1}{2}x\right]$ ثم فسر النتيجة هندسيا .

ب) استنتج ان المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا آخر (Δ) عند $-\infty$ يطلب تعيين معادلته

4) أرسم المستقيم (d) ذو المعادلة $y=1-\frac{1}{2}x$ و المستقيم (Δ) ثم أنشئ المنحنى (C_f)

5) ليكن λ عددا حقيقيا موجبا تماما

أ) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x يكون : $\frac{1}{e^x+1}=\frac{e^{-x}}{e^{-x}+1}$

ب) أحسب بال cm^2 مساحة الحيز المستوي $A(\lambda)$ المحصور بين المنحنى (C_f) والمستقيم (d) والمستقيمين ذو المعادلتين : $x=0$ و $x=\lambda$ ، ثم أحسب $A(\lambda)$ لما λ يؤول إلى $+\infty$

تمرين 12

I) لتكن الدالة g المعرفة على R بـ: $g(x)=\frac{x}{2}-1+2e^{\frac{x}{2}}$

أ-ادرس تغيرات الدالة g وشكل جدول تغيراتها.

ب-بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا واحدا α حيث: $-0,8<\alpha<-0,7$. استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

II) لتكن الدالة f المعرفة على ℝ بـ: $f(x)=2x-1-xe^{-\frac{x}{2}}$

و ليكن (C) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ- بين أن $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$ ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب- بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=2x-1$ مقارب للمنحني (C).

ج- ادرس وضعية (C) بالنسبة إلى (Δ).

2) أ-بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=e^{-\frac{x}{2}}g(x)$

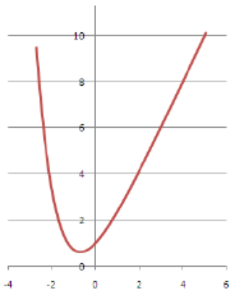
ب- شكل جدول تغيرات الدالة f .

ج- عين معادلة المماس (T) للمنحنى (C) عند النقطة التي فاصلتها 2.

3) أنشئ (T)، (Δ) و (C). (توخذ $f(\alpha)\approx-1,4$)

4) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $f(x)=2x+m$

تمرين 13



نقبل أن التمثيل البياني المرفق هو للدالة: $h: x\mapsto 2x+\frac{1}{e^x}$ على ℝ، ونعتبر الدالة: $f: x\mapsto x^2-\frac{1}{e^x}$ المعرفة على ℝ، و (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس. حيث يدل الرمز e إلى أساس اللوغاريتم النبييري.

/1 أنشر وبسط العبارة: $\frac{1}{e^x}\left(4\left(\frac{x}{2}e^{\frac{x}{2}}\right)^2-1\right)$، ثم بين أن: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$.

/2 أدرس اتجاه تغير f، وشكل جدول تغيراتها.

/3 جد إحداثيتي نقطة الانعطاف لـ(C).

/4 أدرس الفروع اللانهائية والمستقيمات المقاربة لـ(C).

/5 أثبت أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في R، وهو يحقق: $0,5<\alpha<0,8$، ثم بين أن: $h(\alpha)=\alpha(2+\alpha)$.

/6 هات أحسن تقريب تآلفي لـf بجوار الـ0.

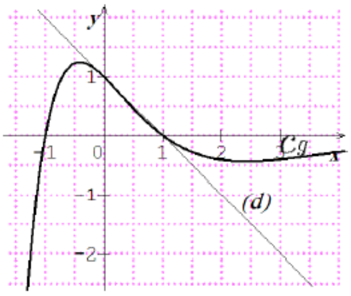
/7 أنشئ (C)، و(Δ) مماسه عند النقطة $A(0,-1)$.

/8 أحسب S مساحة الحيز المستوي المحدد بـ(C) ومحوري المعلم والمستقيم المعرف بالمعادلة: $x=-2$.

(يُعطى: $e^{-0,8}=0,45$ ، $e^{-0,5}=0,6$)

تمرين 14

I- g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=(1+ax^2)e^{bx}$ حيث a و b عددان حقيقيان ، C_g تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إل معلم متعامد متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$ و (d) مماس C_g في النقطة فاصلتها 0 ، (أنظر الشكل المقابل)



1- بقراءة بيانية احسب $g(-1)$ ، $g(0)$ و $g'(0)$.

2- اكتب معادلة للمماس (d).

3- باستعمال المعطيات السابقة بين أن : $g(x)=(1-x^2)e^{-x}$

II- f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=(1+x)^2e^{-x}$

C_f تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إل معلم متعامد متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$

1- احسب نهايتي f عند $-\infty$ و $+\infty$.

2- ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3- أ) عين دون حساب $\lim_{x\to 0}\dfrac{f(x)-1}{x}$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.

ب) اكتب معادلة لـ : (Δ) مماس C_f عند النقطة فاصلتها 0.

4- أ) أنشئ C_f و (Δ).

ب) عين قيم الوسيط m حتى يكون للمعادلة : $f(x)=m$ حل سالب.

5- h دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x)=f(x^2)-1$

- دون كتابة عبارة الدالة h احسب $h'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة h .

تمرين 15

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=2e^{2x}+4e^x-6$

1/ أدرس تغيرات الدالة g وشكل جدول تغيراتها

2/حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $g(x)=0$ ثم إستنتج ثم إستنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

II) لتكن الدالة f ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=(x-\dfrac{1}{2})e^{2x}+4(x-1)e^x-3x^2$

(C) منحناها البياني في مستو منسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$

1/بين أنه من أجل $x\in\mathbb{R}$ فإن $f'(x)=xg(x)$

2/أحسب $\lim_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty}f(x)$

3/أدرس تغيرات الدالة f وشكل جدول تغيراتها

4/ إستنتج وجود نقطة إنعطاف I للمنحنى (C) يطلب تعيينها ثم أكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C) عند I

5/برهن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حل وحيد $\alpha\in\left]\dfrac{1}{2};1\right[$

6/أنشئ المماس (Δ) والمنحنى (C)

تمرين 16

I) g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـــ : $g(x)=x+1-e^{x}$

ا). ادرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

ب). استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $g(x)\leq 0$

II) f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ : $f(x)=(-2x^{2}-x+1)e^{-x}$.

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$. (وحدة الطول $2cm$)

أ). احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

ب). بملاحظة أن : $f(x)=\left(-2-\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x^{2}}\right)x^{2}e^{-x}$ ، أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا .

جـ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x)=\left(2x^{2}-3x-2\right)e^{-x}$ ، عين إشارة $f'(x)$

د) شكل جدول تغيرات الدالة f.

3) أ) عين معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0

ب) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f(x)-(1-2x)=(1-2x)\times g(x)\times e^{-x}$

جـ) استنتج وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمماس (T) .

4) أ) ادرس تقاطع المنحنى (C_f) ومحور الفواصل

ب) ارسم (C_f) و (T) على المجال $]-1;+\infty[$.

5) F الدالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـــ : $\mathrm{F}(x)=\left(ax^{2}+bx+c\right)e^{-x}$

عين الاعداد الحقيقية a ، b و c بحيث تكون الدالة F دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$

تمرين 17

I – نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $g(x)=e^{x}+x+1$

1) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

2) أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

3) برهن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على $\mathbb{R}$ و تحقق أن: $-1.28\prec\alpha\prec-1.27$ ثم استنتج اشارة $g(x)$.

II – نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x و المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $f(x)=\dfrac{xe^{x}}{e^{x}+1}$

و (C_f) المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) أ– أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ وفسر النتيجة هندسيا ، ثم $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=\dfrac{e^{x}}{\left(e^{x}+1\right)^{2}}\times g(x)$ ،استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3) بين أن : $f(\alpha)=\alpha+1$.ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$ (تدور النتائج الى 10^{-2}).

4) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة الى المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x$.

5) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

6) أرسم (Δ)،(T) و (C_f).

تمرين 18

I) – g دالة عددية معرفة على R بـ: $g(x) = (x-1)e^{-x} + 2$

1. أحسب نهايات الدالة g عند حدود مجموعة تعريفها.
2. أدرس اتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها.
3. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]-0.38; -0.37[$.
4. استنتج اشارة $g(x)$ على R.

II) – f دالة عددية معرفة على R بـ: $f(x) = 2x + 1 - xe^{-x}$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{\imath}; \vec{\jmath})$ وحدة الطول $2cm$.

1. – أ– أحسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها.
   ب– بين أن : $f'(x) = g(x)$ استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها.
2. أ– بين أن المستقيم (d) ذي المعادلة $y = 2x + 1$ مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $+\infty$.
   ب– أدرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (d).
3. بين أن $f(\alpha) = \frac{2\alpha^2+\alpha-1}{\alpha-1}$
4. أرسم (d) و (C_f) نأخذ $\alpha = -0.37$.
5. أحسب بالسنتيمتر المربع مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) والمستقيمات ذات المعادلات $y = 2x + 1$ ، $x = 0$ و $x = 2$.

III) – (Δ_m) مستقيم معادلته $y = 2x + m$ حيث m عدد حقيقي .

1. عين m حتى يكون (Δ_m) مماسا للمنحني (C_f) عند نقطة يطلب تعيين احداثياتها.
2. أكتب معادلة للمماس (Δ_m) في هذه الحالة.
3. ناقش بيانيا، وحسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد و إشارة حلول المعادلة:

$$1 - \frac{x}{e^x} - m = 0$$

تمرين 19

المستوي منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = 2cm$.

1) g دالة معرفة على المجال $]-\infty, +\infty[$ بـ : $g(x) = e^x + x + 1$.

أ) أدرس تغيرات الدالة g .

ب) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل في $\mathbb{R}$ حلا وحيدا α حيث $-1,28 < \alpha < -1,27$. استنتج إشارة $g(x)$.

2) f دالة معرفة على المجال $]-\infty, +\infty[$ بـ : $f(x) = \frac{xe^x}{e^x + 1}$. نسمي (C) المنحني الممثل للدالة f .

أ) أحسب $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا. أحسب $\lim_{x \to +\infty} f(x)$.

ب) بين أن (C) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) عند $+\infty$ معادلته $y = x$. حدد وضعية (C) بالنسبة لـ (Δ) .

جـ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x) = \frac{e^x g(x)}{(e^x + 1)^2}$ ، عين إشارة $f'(x)$. شكل جدول تغيرات الدالة f.

د) بين أن: $f(\alpha) = \alpha + 1$ ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$. أنشئ (Δ) ، (C) .

تمرين 20

I) نعتبر الدالة g المعرفة على R كما يلي $g(x)=(x-1)e^{-x}+2$

1- احسب نهايات الدالة g عند حدود مجال التعريف ثمّ ادرس اتجاه تغيرات الدالة g

2- شكل جدول تغيرات g ثم علّل وجود عدد حقيقي α حيث $-0.38 \prec \alpha \prec -0.36$ يحقق $g(\alpha)=0$

3 - استنتج إشارة $g(x)$ على R

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على R بـ $f(x)=2x+1-xe^{-x}$

(c_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

2 ا- بين انه من اجل كل x من R: $f'(x)=g(x)$ تم استنتج إشارة $f'(x)$ وشكل جدول تغيرات الدالة f

ب- بين ان $f(\alpha)=2\alpha+3+\dfrac{2}{\alpha-1}$ تم جد حصرا للعدد $f(\alpha)$.

3- بين ان (c_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعين إحداثيتها

4- ا- بين ان (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) معادلته $y=2x+1$ بجوار $+\infty$

ب- ادرس الوضع النسبي للبيان (C_f) والمستقيم (Δ)

جـ - أنشئ المنحنى (C_f) في المعلم السابق وعلى المجال $]-1.5;+\infty[$ يعطى $f(-1.5)=4.72$

5- لتكن الدالة h المعرفة على R كمايلي: $h(x)=f(x^2e^x)$

باستعمال مشتق دالة مركبة . استنتج اتجاه تغير الدالة h تم شكل جدول تغيراتها

6- لتكن الدالة k المعرفة على R كما يلي $k(x)=(ax+b)e^{-x}$

ا- عين العددين الحقيقيين a و b بحيث تكون الدالة k دالة أصلية للدالة $x\to -xe^{-x}$

ب- استنتج دالة أصلية للدالة f على R

تمرين 21

I- الجدول التالي هو جدول تغيرات الدالة العددية g والمعرفة على المجال $\mathbb{R}$ كما يلي

$g(x)=(x-1)e^{-x}+2$

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
$g(x)$	...	$\nearrow$	...	$\searrow$	...

أ)احسب $g(2)$، ثم أتمم النهايات المنقوصة في جدول التغيرات

ب)علل وجودعدد حقيقي وحيد α بحيث: $-0,38 \prec \alpha \prec -0,36$ يحقق: $g(\alpha)=0$

جـ)استنتج اشارة $g(x)$ على المجال $\mathbb{R}$.

II- f الدالة العددية المعرفة على المجال $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=2x+1-xe^{-x}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) بيّن أن: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.

2) أ- بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=g(x)$ ثم استنتج إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيراتها.

ب- بيّن أن: $f(\alpha)=2\alpha+3+\dfrac{2}{\alpha-1}$، ثم جد حصرا للعدد $f(\alpha)$.

3) بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة إنعطاف يطلب تعيين إحداثيتها.

4-أ- بيّن أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (d) معادلته: $y=2x+1$، ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (d)

جـ-أنشئ المنحنى (C_f) في المعلم السابق وعلى المجال $]-1,5;+\infty[$ (تعطى $f(-1,5)=4,72$)

5) لتكن الدالة h والمعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $h(x)=f(x^2.e^x)$.

بالستعمال مشتق دالة مركبة ، استنتج اتجاه تغير الدالة h ثم شكل جدول تغيراتها.

6) لتكن الدالة k والمعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $k(x)=(ax+b)e^{-x}$.

أ-عيّن العددين الحقيقيين a و b بحيث تكون k دالة أصلية للدالة $x\mapsto -xe^{-x}$

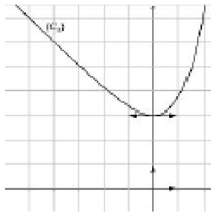
ب- استنتج دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$.

تمرين 22

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$

الجزء الأول

في الشكل المقابل (C_g) التمثيل البياني للدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=ae^x+b-x$ حيث a و b عددان حقيقيان



بقراءة بيانية

1) عين نهايتي الدالة g عند $-\infty$ و $+\infty$ ثم عين g(0) و g'(0)

2) عين إتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها و إستنتج إشارة g(x)

3) أحسب g'(x) بدلالة a و b حيث g' هي الدالة المشتقة للدالة g .

4) بإستعمال المعطيات السابقة بين أن $g(x)=e^x+2-x$

الجزء الثاني

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x+(x-1)e^{-x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المعلم السابق

1) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا $f'(x)=e^{-x}\times g(x)$

3) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0<\alpha<\frac{1}{2}$ و إستنتج إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

4) أثبت أن المستقيم (Δ) ذو العادلة $y=x$ مقارب مائل للمنحني (C_f) بجوار $+\infty$ ثم أدرس الأوضاع النسبية لهما .

5) بين أن المنحني (C_f) يقبل نقطة إنعطاف يطلب تعيين إحداثياتها .

6) أكتب معادلة للمماس (T) للمنحني (C_f) الذي يوازي المستقيم (Δ) .

7) أرسم (Δ) ، (T) و (C_f)

8) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة $\frac{x-1}{e^x}=m \leftarrow$ (E)

9) لتكن A_λ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها $y=x$ ، $x=1$ و $x=\lambda$ حيث λ عدد حقيقي أكبر تماما من 1 .

- باستعمال المتكامل بالتجزئة احسب $\int_1^\lambda (x-1)e^{-x}\,dx$ و إستنتج A_λ بدلالة λ ثم احسب $\lim\limits_{\lambda\to+\infty} A_\lambda$

تمرين 23

الجزء الأول :

لتكن الدالةgالمعرفة كما يلي: $\begin{cases} g(x)=x^2e^{-\frac{1}{x^2}} & , \ x\in\mathbb{R}^* \\ g(0)=0 \end{cases}$.

و ليكن (C_g) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

1) بين أن الدالة g زوجية .

2) أدرس إستمرارية و قابلية اشتقاق الدالةg عند 0 مُفسراً قابلية الاشتقاق هندسيا .

3) أدرس تغيرات الدالة g .

الجزء الثاني :

لتكن الدالةhالمعرفة من أجل كل عدد حقيقي x بـ : $h(x)=x^2-1$ و ليكن (C_h) تمثيلها البيانيفينفس المعلم .

1) بين أن : $\lim\limits_{x\to+\infty}[g(x)-h(x)]=0$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي tفإن$e^t\geq t+1$ثم استنتج الوضع النسبي للمنحنيين (C_g) و (C_h) .

3) أرسم(C_g) و (C_h) .

4) من أجل كل عدد طبيعي n نعتبر (u_n) المتتالية العددية المعرفة بـــ: $u_n=\int_{e^{e^{2n}}}^{e^{e^{4n+4}}} g\left(\frac{1}{\sqrt{\ln(x)}}\right)dx$

أ ــأعط تفسير هندسي للعدد $_0$ ثم أكتب u_n بدلالة n

ب - أحسب المجموع $_n$ بدلالة nحيث $S_n=u_0+u_1+\cdots+u_n$.

تمرين 24

I. لتكن الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=1+x+e^{x}$

1. ادرس تغيرات الدالة g.
2. برهن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل في $\mathbb{R}$ حلا وحيدا α.
   . تحقق أن α من المجال $]-1.3\ ;\ -1.2[$.
3. حدد تبعا لقيم x إشارة $g(x)$.

II. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{x\,e^{x}}{1+e^{x}}$ نسمي (Γ) المنحنى البياني لها .

1. ا) ادرس تغيرات الدالة f (نلاحظ أن $f'(x)$ و $g(x)$ من نفس الإشارة).
   - برهن أن $f(\alpha)=1+\alpha$
   - برهن أن المنحنى (Γ) يقبل مستقيما مقاربا (Δ) حيث $y=x$ معادلة له .
   - اكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (Γ) عند النقطة O مبدأ المعلم .
   - ادرس وضعية المنحنى (Γ) بالنسبة للمماس (T) .
2. H نقطة فاصلتها x وترتيبها معدوم ،المستقيم الموازي للمحور (yy') والمار من H يقطع (Γ) في النقطة M ويقطع المقارب (Δ) في النقطة N ، نضع $\varphi(x)=\overline{MN}$.

   ا) بين أن $\varphi(x)=\dfrac{x}{1+e^{x}}$

   ب) برهن انه من اجل كل عدد حقيقي x لدينا: $\varphi'(x)=\dfrac{e^{x}}{\left(1+e^{x}\right)^{2}}.g(-x)$

   استنتج أن $\overline{MN}$ يكون أكبر ما يمكن عند $(-\alpha)$

   جـ) برهن أن $f(-\alpha)=1$

   د) برهن ان المماس للمنحنى (Γ) عند النقطة A ذات الفاصلة $(-\alpha)$ يوازي المستقيم (Δ).

   هـ)ارسم في المعلم المتعامد $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ المنحنى (Γ) و (Δ) و (T) (تؤخذ 5cm كوحدة)
3. ا) برهن انه من اجل كل عدد حقيقي x حيث $x\geq1$ لدينا : $\dfrac{e^{x}}{1+e^{x}}\leq f(x)\leq x$

   ب)استنتج باستعمال المتباينة السابقة حصرا لمساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (Γ) و المستقيمات التي معادلاتها : $y=0$ و $x=1$ و $x=-\alpha$

تمرين 25

I) لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=-4e^{2x}+17e^{x}-4$

- بين انه من اجل كل عدد حقيقي x، $g(x)=-4\left(e^{x}-4\right)\left(e^{x}-\dfrac{1}{4}\right)$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

II) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^{*}$ بـ : $f(x)=\dfrac{(4x+9)e^{x}-4x}{9\left(1-e^{x}\right)}$ و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) بين انه من اجل كل عدد حقيقي غير معدوم x، $f(x)=-\dfrac{4}{9}x+\dfrac{e^{x}}{1-e^{x}}$.
2) عين العددين الحقيقيان a، b بحيث من اجل كل عدد حقيقي غير معدوم x : $f(x)=ax+b+\dfrac{1}{1-e^{x}}$.
3) احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجالات مجموعة تعريفهـــا.
4) أ) بين انه من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم x، $f'(x)=\dfrac{g(x)}{9\left(1-e^{x}\right)^{2}}$

   ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتهـــــا
5) بين انه من اجل كل عدد حقيقي غير معدوم x : $f(-x)=-1-f(x)$. ماذا تستنتج؟
6) أ)بين ان (Δ_1) و (Δ_2) مستقيمان مقاربان للمنحنى (C_f) معادلتهما على الترتيب: $y=-\dfrac{4}{9}x-1$ و $y=-\dfrac{4}{9}x$

   ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة لكل من المستقيمين (Δ_1) و (Δ_2).
7) أنشئ (Δ_1) و (Δ_2) و (C_f).
8) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة $\dfrac{e^{x}}{1-e^{x}}=m$

تمرين 26

I) g الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=2(1-e^{-x})-x$

1. أ – احسب النهايتين $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} g(x)$.

ب–ادرس اتجاه تغير الدالة g

جـ–بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $\ln 4 \le \alpha < \ln 6$.

د –استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

2. نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بـ : $u_0=1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=2(1-e^{-u_n})$

أ – بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $1\le u_n<\alpha$.

ب – تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}-u_n=g(u_n)$ ثم استنتج أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما .

جـ–بين أن المتتالية (u_n) متقاربة ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

II) f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=\dfrac{1-e^x}{x^2}$

وليكن (C_f) المنحنى الممثل للدالة في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1. أ–أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ فسر النتيجة بيانيا .

ب–تحقق أن : $f(\alpha)=\dfrac{1}{\alpha(\alpha-2)}$.

2. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$، $f'(x)=\dfrac{e^x g(x)}{x^3}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

3. أنشئ (C_f) (نأخذ $\alpha=1,5$) .

تمرين 28

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x+1+e^{-x}$

نرمز بـ : (c_g) لمنحنى الدالة g و بـ : $(c_{\ln})$ لمنحنى الدالة " اللوغاريتم النيبيري"

1 - أ) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

ب) أحسب $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

أستنتج إشارة $f(x)$

2 - نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=\ln(x+1+e^{-x})$

أ) أدرس تغيرات الدالة g

ب) - بين أن $\lim\limits_{x\to-\infty}(g(x)+x)=0$ ثم فسر النتيجة بيانيا

- بين أن : $g(x)+x<0$ من أجل كل x من المجال $]-\infty,-1[$

- بين أن : $0<g(x)-\ln x \le \ln\left(\dfrac{x+1}{x}\right)$ من أجل كل عدد حقيقي x موجب تماما ، ثم أستنتج $\lim\limits_{x\to+\infty}(g(x)-\ln x)$ ، فسر النتيجة بيانيا

- ليكن (Δ) مماس (c_g) في النقطة ذات الفاصلة : -2 ، أكتب معادلة لـ (Δ)

- أنشئ (c_g) و $(c_{\ln})$ و (Δ) في نفس المعلم المتعامد والمتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$

- ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $x+1+e^{-x}(1-e^{m})=0$

3) نعتبر المعادلة التفاضلية : $y'+y=x+2$ ، تأكد أن الدالة f حلا خاصا لهذه المعادلة التفاضلية

تمرين 29

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j})$.

I- نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=(x-1)e^{-x}+2$

أ) أدرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

ب) علل وجود عدد حقيقي وحيد α بحيث $-0,38 \prec \alpha \prec -0,36$ والذي يحقق $g(\alpha)=0$

جـ) استنتج اشارة $g(x)$ على المجال $\mathbb{R}$.

II- f الدالة العددية المعرفة على المجال $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=2x+1-xe^{-x}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني.

1) بيّن أن : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.

2) أ- بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=g(x)$

ب- استنتج إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيراتها.

جـ- بيّن أن $f(\alpha)=2\alpha+3+\dfrac{2}{\alpha-1}$ ثم جد حصرا للعدد $f(\alpha)$.

3) بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة إنعطاف يطلب تعيين إحداثيتها.

4-أ- بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (d) معادلته $y=2x+1$، ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (d).

ب- أنشئ المنحنى (C_f) في المعلم السابق و على المجال $[-1,5\,;+\infty[$ (تعطى $f(-1,5)=4,72$)

5) لتكن الدالة h والمعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $h(x)=f(x^2.e^x)$.

بالستعمال مشتق دالة مركبة ، استنتج اتجاه تغير الدالة h ثم شكل جدول تغيراتها.

6) لتكن الدالة k والمعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $k(x)=(ax+b)e^{-x}$.

أ-عيّن العددين الحقيقين a و b بحيث تكون k دالة أصلية للدالة $x\mapsto -xe^{-x}$

ب- استنتج دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$.

الدوال الأسية		
(1	$\lim\limits_{x\to+\infty} e^{x}=+\infty$	
(2	$\lim\limits_{x\to-\infty} e^{x}=0$	
(3	$\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^{x}}{x^{n}}=+\infty$	مع $(n\in {}^{*})$
(4	$\lim\limits_{x\to-\infty} x^{n}e^{x}=0$	مع $(n\in {}^{*})$
(5	$\lim\limits_{x\to0} \dfrac{e^{x}-1}{x}=1$	

سلسلة المتفوق في الرياضيات

Bac 2022

تمارين ومسائل في الدوال اللوغاريتمية

-الجزء الأول-

ملخص هام

حل معادلات و متراجحات ودراسة اشارة مقدار

التدرب على حساب مشتقة

التزايد المقارن(حساب النهايات)

-حل مسائل بسيطة

-

BY LALAOUNA ALI MOUNIR

حل معادلات

ملاحظة يجب ايجاد مجموعة تعريف قبل الحل في المعادلات والمتراجحات

تمرين 1

حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية : 1) $e^x = 8$ ، 2) $\ln x = 1 + \ln 3$

3) $2\ln^2 x - 3\ln x - 2 = 0$ ، 4) $\ln(3-x) - \ln\sqrt{x+1} = \frac{1}{2}\ln(2x)$

5) $\ln(4x-10) + \ln(2x-2)^2 - 2\ln(4x-4) = 0$

6) $2(\ln x)^3 - 7(\ln x)^2 + 3(\ln x) = 0$

تمرين 2

حل في المجموعة $\mathbb{R}$ المعادلات التالية:

1) $\ln(2x-3) = \ln(x-3) + \ln 5$

2) $\ln(x^2-5) - \ln(4-x) = 2\ln 2$

3) $\ln|x-4| + \ln(7-3x) = \ln 2$

4) $\ln x^2 - \ln\sqrt{x} - 6 = 0$

5) $(\ln x)^2 - \frac{5}{2}\ln x + 1 = 0$

6) $(\ln x)^4 - 10(\ln x)^2 + 9 = 0$

7) $(\ln x)^3 + 3(\ln x)^2 - 4 = 0$

8) $\ln(\sin x) + \ln(\cos x) = \ln\frac{\sqrt{3}}{4}$

<table>
<tr><td>e^2 ، $\sqrt{e}$</td><td>e^4</td><td>2</td><td>3 ، -7</td><td>4</td></tr>
<tr><td>$\frac{\pi}{3}$ ، $\frac{\pi}{6}$ $[2\pi]$</td><td>e ، e^{-2}</td><td colspan="3">e^3 ، e ، e^{-1} ، e^{-3}</td></tr>
</table>

حل متراجحات

حل في $\mathbb{R}$ المتراجحات التالية : 1) $\ln x \prec 1$ ، 2) $\ln 2x \succ -1$

3) $\ln(2x+3) \prec 4$ ، 4) $\ln(x-2)^2 \geq 0$ ، 5) $\ln\left(\frac{2x-1}{x+3}\right) \leq 0$ ، 6) $2\ln(x-1) + 3 \geq 0$

ادرس إشارة العبارات الجبرية التالية :

1) $2\ln x - 1$ ، 2) $\ln^2 x - \ln x - 6 \prec 0$ ، 3) $(\ln x - 1)\ln x$

4) $\frac{2-\ln x}{1+\ln x}$ ، 5) $3 + 2\ln x$ ، 6) $2x\ln(1-x)$ ، 7) $2\ln(x-1) + 3$

حل في $\mathbb{R}^2$ الجمل التالية :

(1 $\begin{cases} x^2+2y=16 \\ \ln\left(\frac{x}{y}\right)=-\ln 3 \end{cases}$ ، (2 $\begin{cases} \ln x+\ln y=\ln\sqrt{3}-2\ln 2 \\ 2(x+y)=\sqrt{3}+1 \end{cases}$

(3 $\begin{cases} x.y=4 \\ (\ln x)^2+(\ln y)^2=\frac{5}{2}(\ln 2)^2 \end{cases}$ ، (4 $\begin{cases} x+y=19 \\ \ln x+\ln y=2\ln 2+\ln 15 \end{cases}$

حل في $\mathbb{R}$ جمل المعادلات التالية:

(1 $\begin{cases} \ln x+\ln y=\ln 10 \\ x+y=7 \end{cases}$

(2 $\begin{cases} \ln(x+1)+2\ln(y-2)=4 \\ 3\ln(x+1)-\ln(y-2)=5 \end{cases}$

(3 $\begin{cases} \ln x+\ln y=1 \\ \frac{3}{\ln x}-\frac{2}{\ln y}=2 \end{cases}$

$(e^2-1\,;\,e+2)$	$(5\,;\,2)$ ، $(2\,;\,5)$
$(\sqrt{e}\,;\,\sqrt{e})$ ، $(e^3\,;\,e^{-2})$	

- من أجل كل $x\in\,]0;+\infty[$ أثبت ما يلي :

/1 $\ln(x+2)=\ln x+\ln\left(1+\frac{2}{x}\right)$ /2 $\ln(2+x^2)=2\ln x+\ln\left(\frac{2}{x^2}+1\right)$

/3 $\ln\left(\frac{x^2+x}{x+1}\right)=\ln\left(\frac{x+1}{1+\frac{1}{x}}\right)$ /4 $\ln(x^4+2x^3-x+7)=4\ln x+\ln\left(1+\frac{2}{x}-\frac{1}{x^3}+\frac{7}{x^4}\right)$

- حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية :

/1 $\ln(x+2)-2\ln 3=\ln\left(\frac{1}{5}\right)$ /5 $\ln(6x-\sqrt{35})=\ln\sqrt{6-\sqrt{35}}+\ln\sqrt{6+\sqrt{35}}$

/2 $\ln(x^2-2+x)-\ln 4=0$ /6 $\ln^2 x+\ln x-6=0$

/3 $\ln x+\ln(4-x)=\ln(2x-1)+\ln 3$ /7 $\ln^2(x-1)+\frac{5}{2}\ln(x-1)^2+4=0$

/4 $\ln|2x+1|+\ln|x-1|=\ln 2$ /8 $\ln^4 x-\ln^2 x-2=0$

- حل في $\mathbb{R}$ المتراجحات التالية :

/1 $2\ln(x-3)<1$ /5 $\ln(x-1)+\ln(4-x)>\ln(x+4)$

/2 $\ln(2x^2-x-1)\geq 0$ /6 $-\ln\left(\frac{1}{x-3}\right)+\ln(x-2)\geq\ln(x^2+1)$

/3 $|\ln x+2|\leq e$ /7 $\ln^2(x^2-1)-\ln(x^2-1)-2>0$

/4 $\frac{-\ln x+2}{3-\ln 3x}<0$

التدرب على حساب المشتقة

تمرين 1

عيّن الدالة المشتقة للدّالة f في المجموعة التي تكون فيها قابلة للاشتقاق:

$f(x) = \ln(x^2 + 4x - 5)$ (1

$f(x) = 2x - 1 + \ln|2x - 1|$ (2

$f(x) = \ln(-x) + \ln\sqrt{2x+3}$ (3

$f(x) = \dfrac{1 + 2\ln x}{x+1}$ (4

$f(x) = \dfrac{1 + \ln x^2}{x+1}$ (5

$f(x) = x\ln x - \ln(\ln x)$ (6

$f(x) = x + \ln\left(\dfrac{2x-1}{2x+1}\right)$ (7

$f(x) = \sqrt{\ln x} + (\ln x)^2$ (8

تمرين2

اوجد الدالة المشتقة في كل حالة

$f(x) = \ln(x-2)^2$ /1 ، $f(x) = \ln x + (\ln x)^2$ /2 ، $f(x) = \dfrac{x+2}{x+1} + \ln|x+1|$ /3

$f(x) = \dfrac{1}{x}(1 + \ln x)$ /4 ، $f(x) = \dfrac{x + 3 + 2\ln(x+1)}{x+1}$ /5 ، $f(x) = \dfrac{1}{x^2} + \ln|x|$ /6

$f(x) = x^2 - 3x + \dfrac{5}{2}\ln|2x+3|$ /7 ، $f(x) = \ln(x^2 - 2x + 2)$ /8

$f(x) = \ln\left|\dfrac{x+1}{x-1}\right|$ /9 ، $f(x) = -2x + \ln\left(\dfrac{x}{x+1}\right)$ /10 ، $f(x) = \dfrac{1}{x(1 - \ln x)}$ /11

$f(x) = x^2 - 2x - \ln(x-1)^2$ /12 ، $f(x) = \ln\dfrac{1}{2}\left(e^x - 2\right)^2$ /13

التدرب على حساب النهايات

تمرين1

احسب النهايات التالية:

(1 $\lim\limits_{x\to+\infty} x+\ln(2x+3)$

(2 $\lim\limits_{x\to-\infty} \ln(x^2+x-2)$

(3 $\lim\limits_{x\to0^+} \dfrac{1+\ln x}{x^2}$

(4 $\lim\limits_{x\to+\infty} x\ln x - x$

(5 $\lim\limits_{x\to-\infty} 2x-1+\ln(-x)$ $(X=-x)$

(6 $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x\ln x}{x+1}$

(7 $\lim\limits_{x\to0^+} \dfrac{x+1}{x}+\ln x$

(8 $\lim\limits_{x\to+\infty} \ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$

(9 $\lim\limits_{x\to-\infty} x+\ln\left(\dfrac{x}{x-2}\right)$

(10 $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}2} x+\ln\left(\dfrac{x-2}{x+2}\right)$

(11 $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}2} x+\ln\left(\dfrac{2+x}{2-x}\right)$

(12 $\lim\limits_{x\to-\infty} \ln\left|\dfrac{x+1}{x^2-4}\right|$

(13 $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln(x+2)}{x}$

(14 $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln(x^2+3)}{x}$

(15 $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln(x^2+1)}{x^2}$

(16 $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln x}{(x+1)^2}$

(17 $\lim\limits_{x\to0^+} x\ln x^2 - x$

(18 $\lim\limits_{x\to0^+} \sqrt{x}\ln x-\sqrt{x}$

(19 $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}1} (1-x)\ln(1-x)$

(20 $\lim\limits_{x\to+\infty} \ln(x^2-1)-\ln(x+2)$

(21 $\lim\limits_{x\to+\infty} x^2-2-\ln(x-1)$

(22 $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{2x-\ln x}{x+\ln x}$

(23 $\lim\limits_{x\to0^+} \dfrac{\ln(x+1)}{x^2}$

(24 $\lim\limits_{x\to0^+} \dfrac{\ln(2x+1)}{x}$

(25 $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}2} \dfrac{\ln(x-1)}{x-2}$

(26 $\lim\limits_{x\to+\infty} x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$ $\left(X=\dfrac{1}{x}\right)$

(27 $\lim\limits_{x\to0^+} x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$

احسب النهـــــــــــايات التالية :

(1 $\lim\limits_{x\to+\infty} (x-\ln x)$ ، (2 $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln(2x+1)}{x}$ ، (3 $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln(x+2)}{\ln x}$

(4 $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} \dfrac{3}{x}+5\ln x$ ، (5 $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} \sqrt{x}.\ln x$ ، (6 $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{(\ln x)^2}{x}$

(7 $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln(x^2+x+1)}{x}$ ، (8 $\lim\limits_{x\to+\infty} \left[x+2-\ln(x+1)^2\right]$ ، (9 $\lim\limits_{x\to+\infty} x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$

احسب النهـــــــــــايات التالية :

1) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3x-2\ln x}{x+\ln x}$ ، 2) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2-2}{x\ln x}$ ، 3) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+3x-x^2)}{x}$

4) $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}\dfrac{\ln(1+3x)}{\sqrt{x}}$ ، 5) $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}-1}\dfrac{1}{x+1}+\ln(x+1)$ ، 6) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln x}{\sqrt{x}}$

حل مسائل بسيطة

تمرين 1

f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفـــــة بـــ: $f(x)=\dfrac{x+\ln x}{x}$

وليكن C_f منحنيها البياني في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) ادرس تغيرات الدالة f
2) اكتب معادلات المستقيمات المقاربة للمنحنى C_f
3) بيّن أن المعادلة : $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا x_0 في المجال $\left]\dfrac{1}{2};1\right[$
4) ارسم المنحنى C_f.

تمرين 2

f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفـــــة بـــ:

$$f(x)=(\ln x)^2-\ln x-2$$

وليكن C_f منحنيها البياني في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) ادرس تغيرات الدالة f
2) عيّن إحداثيات نقط تقاطع المنحنى C_f مع المحورين الإحداثيين .
3) ادرس الفروع اللانهائية للمنحنى C_f
4) ارسم المنحنى C_f.

تمرين 3

f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفـــــة بـــ

$$f(x)=\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$$

– أثبت أن الدالة f فردية .

تمرين 4

f الدالة العددية : $f(x)=\frac{1}{2}x^2-x+\ln|x+1|$

وليكن C_f منحنيها البياني في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) ادرس تغيرات الدالة f و الفروع اللانهائية للمنحني C_f

2) برهن أنه توجد نقطتا انعطاف للمنحني C_f يطلب تعيين إحداثيي كل منهما.

3) جد معادلة كل من المماسين للمنحني C_f عند نقطتي الانعطاف

4) أنشئ هذين المماسين ثم أنشئ المنحني C_f .

تمرين 5

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=\ln(e^{2x}-e^{x}+1)$

(C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد و متجانس

1. أ- ادرس نهايات الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$.
   ب-عين الدالة المشتقة للدالة f.
   ج-ادرس إشارة $f'(x)$.استنتج تغيرات f.
2. أ- بين أن المستقيم D الذي معادلته $y=2x$ مقارب للمنحني (C) عند $+\infty$.
   ب- ارسم المستقيم D و المنحني (C).
3. k عدد حقيقي موجب تماما
   ناقش حسب قيم k عدد حلول المعادلة $e^{2x}-e^{x}+1-k=0$
   أ) بالحساب. ب) باستعمال تغيرات الدالة f.

....يتبع بالجزء الثاني والخاص بالمسائل

BY LALAOUNA ALI MOUNIR