

تأشيرة النجاح في العلوم الفيزيائية

الجزء الثاني 2

شهادة
البكالوريا



تأليف الأستاذ : شنايت عز الدين
أستاذ رئيسي ثانوية الرياضيات «القبة»

تحت إشراف مفتشي التربية الوطنية
• زميت خالد • مجاهد نور الدين

الشعب :

• رياضيات • تقني رياضي
• علوم تجريبية

كتابة و رسومات : فديس محمد لمين



تأشيرة النجاح

في العلوم الفيزيائية

السنة الثالثة ثانوي
الجزء الثاني

للشعب:

رياضيات	
تقني رياضي	
علوم تجريبية	

تأليف الأستاذ: شنايت عزالدين

أستاذ رئيسي ثانوية الرياضيات - القبة -

تحت إشراف مفتشي التربية الوطنية:

مجاهد نورالدين

زميت خالد

الطبعة الثانية 2018

طبعة جديدة ومصححة

تأشيرة النجاح

في العلوم الفيزيائية

السنة الثالثة ثانوي
الجزء الثاني

من إعداد الأستاذ: شنايت عزالدين
طبع على حساب المؤلف

الإيداع القانوني: أوت 2017
ISBN : 978-9947-0-4980-8

الهاتف: 07 - 69 - 68 - 0550
البريد الإلكتروني: chenaitaz@gmail.com

© حقوق النشر والتوزيع محفوظة للمؤلف

لا يجوز نشر أي جزء من هذا الكتاب أو اختزال مادته بطريقة استرجاع أو نقله على أي نحو وبأي طريقة سواء كانت إلكترونية أو بالتصوير أو بالتسجيل أو خلاف ذلك إلا بموافقة المؤلف على ذلك كتابيا

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

مقدمة:

تلامذتنا الأعزاء،

لقد تم إعداد هذا الكتاب الجديد "تأشيرة النجاح في العلوم الفيزيائية" للسنة الثالثة ثانوي شعبة رياضيات، تقني رياضي والعلوم التجريبية وفق التوجيهات الجديدة لوزارة التربية الوطنية.

يتألف الكتاب من ثلاثة أجزاء رئيسية:

- الجزء الأول: يحتوي على ثلاث وحدات: المتابعة الزمنية لتحول كيميائي، التحولات النووية والظواهر الكهربائية (ثنائي القطب RC وثنائي القطب RL).
- الجزء الثاني: يحتوي على أربع وحدات: تطور جملة كيميائية نحو حالة التوازن، الظواهر الميكانيكية، مراقبة جهة تطور جملة كيميائية والظواهر المهتزة.
- الجزء الثالث: يحتوي على أسئلة نظرية على كامل المقرر الدراسي، بالإضافة إلى مجموعة كبيرة من الاختبارات النموذجية المقترحة لتحضير شهادة البكالوريا.

تتضمن كل وحدة ملخص للدرس يتمثل في الحد الأدنى الضروري الذي يجب عليك استيعابه متبوعاً بكم هائل من التمارين تمكنك من اختبار معلوماتك واستدراك ما لم يتم استيعابه بشكل جيد وتدارك الثغرات التي تشوب معلوماتك.

هذه التمارين متدرجة في الصعوبة مرفقة بحلول مفصلة تساعدك على التعامل مع وضعيات فيزيائية مشابهة وتعطيك منهجية في التعامل مع الاختبارات خلال السنة واختبار البكالوريا في نهاية السنة إن شاء الله.

أخذت هذه التمارين من نماذج بكالوريات جزائرية وأخرى أجنبية وامتحانات وفروض لمؤسسات تربوية، قمت بإجراء بعض التغييرات عليها التي أراها مناسبة للتلميذ ووضع تمارين من تأليفي الخاص. أنصح عزيزي التلميذ أن يقرأ الدرس عدة مرات حتى يتم استيعابه ثم يتدرج في حل التمارين دون النظر إلى الحل وبعدها يقيم الإجابة على ضوء الحل النموذجي المقترح.

نأمل أن تجدوا في هذا الكتاب ما يحفزكم ويشجعكم على الاجتهاد والرغبة في المزيد من الاستكشاف والمعرفة.

والله ولي التوفيق

الأستاذ: عز الدين شنايت

الإهداء

إلى الوالدين الكريمين حفظهما الله تعالى

إلى زوجتي وأبنائي الأعزاء

إلى إخواني وجميع أفراد عائلتي

إلى كل من علمني حرفا في هذه الدنيا

إلى جميع أصدقائي رفقاء دربي

إلى كل الأساتذة الذي دعموني وساندوني في عملي هذا

إلى تلاميذي الأعزاء

أهدي لكم جميعا هذا العمل المتواضع كتاب "تأشيرة النجاح في العلوم الفيزيائية"
الذي أرجو أن يكون سندا مفيدا للتلاميذ المقبلين على شهادة البكالوريا.

الأستاذ: عز الدين شنايت

الفهرس:

الوحدة الخامسة: تطور جملة ميكانيكية

I. مدخل لدراسة الحركة:	107
(1) نسبة الحركة	107
(2) أهم المراجع والمعالج العطالية	107
(3) دراسة الحركة في المعلم الديكارتي	108
(4) دراسة الحركة في معلم فريني	109
(5) العمل والطاقة	110
(6) بعض أنواع الحركات	111
II. قوانين نيوتن للحركة:	112
(1) مفهوم نقطة مادية	112
(2) مفهوم مركز العطالة	112
(3) قوانين نيوتن	112
(4) تطبيقات قوانين نيوتن	112
III. السقوط الشاقولي لجسم صلب في الهواء:	113
(1) الدراسة التجريبية	113
(2) تحليل النتائج	113
(3) القوى المطبقة على الجسم	113
(4) الدراسة النظرية	113
IV. السقوط الحر للأجسام الصلبة:	116
(1) تعريف	116
(2) الدراسة التجريبية	116
(3) تحليل البيان	116
(4) دراسة النظرية	116
V. حركة القذائف:	117
(1) الدراسة التجريبية	117
(2) الدراسة النظرية	117
(3) الدراسة الطاقوية لحركة القذيفة	121
(4) معادلات المسار لأهم أشكال القذائف	121
VI. حركة الكواكب والأقمار الاصطناعية:	123
(1) تعريف الحركة الدائرية المنتظمة	123
(2) عبارة التسارع في الحركة الدائرية المنتظمة	123
(3) دور الحركة الدائرية المنتظمة	123
(4) السرعة الزاوية (خاص بالرياضي والتقني رياضي)	123
(5) قانون الجذب العام لنيوتن	123
(6) قوانين كيبلر	124
(7) الدراسة النظرية لحركة كوكب P حول الشمس S	124
(8) دراسة حركة قمر اصطناعي S حول الأرض T	125
(9) القمر الاصطناعي الجيومستقر	126
VII. الحركات على المستوي:	127
(1) الحركة على مستوي أفقي	127
(2) حركة على مستوى مائل	127
(3) حركة جسمين متصلين	128
VIII. حدود ميكانيك نيوتن:	129
(1) حركة كوكب عطارد	129
(2) طيف الإصدار والامتصاص للذرات	129
تمارين الوحدة الخامسة:	130

الوحدة الرابعة: تطور جملة كيميائية نحو حالة التوازن

I. مكتسبات قبلية:	9
(1) التركيز الكتلي	9
(2) العلاقة بين التركيز الكتلي والتركيز المولي	9
(3) الكتلة الحجمية	9
(4) الكثافة	9
(5) نسبة النفوذة الكتلية لمحلول تجاري	9
(6) درجة الخل التجاري	10
(7) تركيز محلول تجاري	10
(8) بروتوكول تحضير محلول من مادة سائلة	10
(9) بروتوكول تحضير محلول من مادة صلبة نقية	10
(10) بروتوكول تحضير محلول من مادة صلبة غير نقية	10
(11) بروتوكول المعايرة اللونية لحمض بواسطة أساس قوي	10
II. مفهوم الـ pH:	11
(1) تعريف الـ pH	11
(2) الجداء الشاردي للماء	11
(3) سلم الـ pH	11
(4) طرق تعيين الـ pH	11
(5) كيفية استعمال الـ pH متر	11
III. تنكير بالأحماض والأسس:	12
(1) تعريف الحمض AH حسب برنشتد	12
(2) تعريف الأساس B حسب برنشتد	12
(3) الثنائيات (أساس/حمض)	12
IV. تطور جملة كيميائية نحو حالة التوازن:	13
(1) نسبة تقدم التفاعل النهائية τ_f	13
(2) مفهوم التوازن	14
(3) كسر التفاعل	15
(4) ثابت التوازن K	15
(5) ثابت الحموضة Ka	16
(6) العلاقة بين pH و pKa	16
(7) توزيع الصفة الغالبة	16
(8) مخطط توزيع الصفة الغالبة	17
(9) الكواشف الملونة	17
V. المعايرة الـ pH مترية:	18
(1) الهدف من المعايرة	18
(2) أشهر الأنواع	18
(3) البروتوكول التجريبي	18
(4) البيان $pH = f(V_b)$	18
(5) معادلة التفاعل الحادث	19
(6) خواص تفاعل المعايرة	19
(7) إحدائيات نقطة التكافؤ	19
(8) إيجاد التركيز المجهول للحمض	19
(9) إيجاد الـ pKa للثنائية	19
(10) إنشاء جدول تقدم التفاعل	19
(11) المتفاعل المحد والتقدم الأعظمي	19
(12) ثابت التوازن K لتفاعل المعايرة	19
(13) اختيار الكاشف المناسب للمعايرة	20
(14) حساب τ_f لتفاعل المعايرة	20
(15) حساب تراكيز جميع الأفراد الكيميائية	20
حالات المعايرة الـ pH مترية	21
تمارين الوحدة الرابعة:	24

الوحدة السادسة: مراحل تطور جملة كيميائية تطبيق على التحولات التلقائية (الأصعدة):

I. تعريف العمود	259
II. تركيب عمود ذاتي	259
III. شرح طريقة اشتغال العمود	259
IV. معادلة تفاعل اشتغال العمود	259
V. الرمز الاصطلاحي للعمود	259
VI. الفرة الكهربائية المحركة للعمود	260
VII. كمية الكهرباء المنتجة وكمية المادة المستهلكة	260
(1) العلاقة بين كمية الكهرباء وشدة التيار	260
(2) العلاقة بين كمية الكهرباء وكمية المادة المستهلكة	260
VIII. المحصلة الطاقوية	260
تمارين الأصعدة	261

مرحلة تحول كيميائي (تفاعل الأستر)

I. مكتسبات قبلية	267
(1) تذكر بالتحولات	267
(2) تذكر بالأحماض الكربوكسيلية	268
II. دراسة تفاعل الأستر	269
(1) تعريفه	269
(2) المعادلة الممنجة للتفاعل	269
(3) تسمية الأستر	269
(4) الدراسة التجريبية لتفاعل الأستر	270
(5) خواص تفاعل الأستر	271
(6) مراقبة السرعة	271
(7) مراقبة المردود	271
(8) مصطلحات هامة	271
III. دراسة تفاعل إمامة الأستر	271
(1) تعريف	271
(2) معادلة التفاعل	271
(3) الدراسة التجريبية لتفاعل الإمامة	271
(4) خواص تفاعل الإمامة	272
(5) مراقبة السرعة	272
(6) مراقبة المردود	271
IV. تفاعل التصين	272
(1) تعريفه	272
(2) خواصه	272
تمارين الأستر	273

الوحدة السابعة: تطور جملة مهتزة

① الاهتزازات الميكانيكية الحرة

I. الاهتزازات الحرة الميكانيكية الغير متخامدة: دراسة النواس	
المرن في الوضع الأفقي	306
(1) تمثيل القوى	306
(2) تعريف الدور الذاتي	306
(3) المعادلة التفاضلية للحركة	306
(4) عبارة الدور الذاتي	307
(5) التحليل البعدي للدور الذاتي	307
(6) المعادلة الزمنية للسرعة	307
(7) المعادلة الزمنية للتسارع	307
(8) العلاقة بين x و a	307
(9) البيانات	308
(10) العبارة اللحظية للطاقة الحركية وبياناتها	308
(11) العبارة اللحظية للطاقة المرنة وبياناتها	308

II. المعادلة التفاضلية للحركة باستعمال نظرية الطاقة	312
(1) البرهان أن الطاقة الكلية للجملة (جسم + نابض) ثابتة	312
III. الاهتزازات الحرة الميكانيكية الغير متخامدة: دراسة النواس	312
المرن في الوضع الشاقولي	312
(1) وصف النواس المرن في الوضع الشاقولي	312
(2) المعادلة التفاضلية للحركة	312
IV. الاهتزازات الحرة الميكانيكية الغير متخامدة: دراسة النواس البسيط	312
(1) تعريف	311
(2) المعادلة التفاضلية للحركة	311
IV. الاهتزازات الحرة الميكانيكية المتخامدة: دراسة النواس المرن في الوضع الأفقي	311
(1) تمثيل القوى	312
(2) المعادلة التفاضلية للحركة	312
(3) مناقشة أنماط الحركة حسب قيم الاحتكاك γ	312
V. الاهتزازات الحرة الميكانيكية المتخامدة: دراسة النواس المرن في الوضع الشاقولي	312
(1) وصف النواس المرن في الوضع الشاقولي	313
(2) المعادلة التفاضلية للحركة	313
② الاهتزازات الكهربائية الحرة	313

I. الاهتزازات الحرة الكهربائية الغير متخامدة: (الدائرة LC)	314
(1) تعريف الدائرة LC	314
(2) المعادلة التفاضلية للدائرة بدلالة q	314
(3) عبارة النبض الذاتي وعبارة الدور الذاتي	314
(4) المعادلة التفاضلية بدلالة U_C	314
(5) المعادلة الزمنية لتيار كهربائي	314
(6) إثبات أن الطاقة الجملة (مكثفة + وشيعة) ثابتة	315
(7) إثبات أن T_0 متجانس مع الزمن	315
(8) المعادلة التفاضلية باستعمال الطاقة	315
(9) مخططات الطاقة	315
II. الاهتزازات الحرة الكهربائية المتخامدة: (الدائرة RLC)	315
(1) تعريف الدائرة RLC	316
(2) المعادلة التفاضلية بدلالة الشحنة q	316
(3) مناقشة أنماط الاهتزازات الكهربائية حسب قيم R	316
③ الاهتزازات القسرية	316

I. الاهتزازات الميكانيكية القسرية	317
(1) تعريف	317
(2) الدراسة التجريبية لنواس مرن يهتز قسريا	317
(3) النتائج	317
(4) خصائص التجاوب	317
(5) تأثير التخامد	317
II. الاهتزازات الكهربائية القسرية	318
(1) تعريف	318
(2) الدراسة التجريبية	318
(3) النتائج	318
(4) خصائص التجاوب	318
(5) تأثير التخامد	318
(6) ممانعة ثنائي القطب RLC على التسلسل	319
(7) دراسة العوامل المؤثرة على ممانعة الدائرة	319
تمارين الوحدة السابعة	320

الوحدة الرابعة:

تطور جملة كيميائية

نحو حالة التوازن

- I. مكتسبات قبلية.
- II. مفهوم الـ PH لمحلول مائي.
- III. الأحماض والأسس.
- IV. تطور جملة كيميائية نحو حالة التوازن.
- V. المعايرة الـ PH مترية.

في اليابان .. يترك الطلاب وحدهم في قاعة الامتحان ليعيشوا أجواء الاختبار !
أما عندنا 5 أساتذة حراس، حارسين في منخل الثانوية، 3 مراقبين في الرواق، تفتيش
التلميذ عند الدخول أو الخروج من المرحاض، هوائي لتنبؤ إشارة الهاتف، قطع
الانترنت ساعة قبل و ساعة بعد الاختبار، كاميرات مراقبة في كل مكان، دورية شرطة،
أمام منخل الثانوية، مدير المركز يحرس الجميع
و مع ذلك تتم عملية الغش ؟؟؟؟؟؟؟

I. مكتسبات قبلية:

(1) التركيز الكتلي $C_m(g/L)$:

هو النسبة بين كتلة المذاب m بوحدة الغرام (g) وحجم المحلول V بوحدة اللتر (L).

$$C_m = \frac{m}{V}$$

(2) العلاقة بين التركيز الكتلي C_m والتركيز المولي C :

$$C = \frac{n}{V} = \frac{\frac{m}{M}}{V} = \frac{m}{M \cdot V} = \frac{C_m}{M} \Rightarrow C = \frac{C_m}{M}$$

(3) الكتلة الحجمية $\rho(g/L)$:

هي النسبة بين كتلة عينة من المادة بوحدة (g) وحجم نفس العينة بوحدة (L):

$$\rho = \frac{m}{V}$$

أمثلة:

المادة	الماء	عسل النحل	الهواء	النحاس	الألمنيوم	الزيت
$\rho(g/l)$	1000	1450	1,29	8900	2700	890

بعض التحويلات:

$$1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ mL}$$

$$1 \text{ Kg/m}^3 = 1 \text{ g/L}$$

$$1 \text{ g/L} = 10^{-3} \text{ g/mL}$$

$$1 \text{ g/mL} = 10^3 \text{ g/L}$$

(4) الكثافة d :

يعتبر الماء كمرجع لتحديد كثافة المواد الصلبة والسائلة بينما يعتبر الهواء كمرجع لتحديد كثافة الغازات. وهي كتلة المادة على كتلة الماء أو الهواء المساوية لها في الحجم. / حالة مادة صلبة أو سائلة:

$$d = \frac{\rho_{\text{المادة}}}{\rho_{\text{الماء}}} = \frac{\rho_{\text{المادة}}(g/L)}{1000}$$

ب/ حالة مادة غازية:

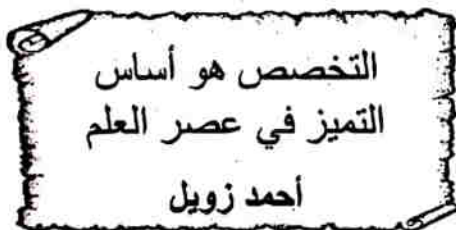
$$d = \frac{\rho_{\text{الغاز}}}{\rho_{\text{الهواء}}} = \frac{\frac{M}{V_M}}{\rho_{\text{الهواء}}} = \frac{M}{V_M \times \rho_{\text{الهواء}}} = \frac{M}{29}$$

(5) نسبة النقاوة الكتلية لمحلول تجاري $P\%$:

هي النسبة الكتلية بين كتلة المادة النقية و كتلة المحلول التجاري:

$$P\% = \frac{m_{\text{نقية}}}{m_{\text{محلول}}} \times 100$$

$$\begin{cases} m_{\text{نقية}} = C \cdot V \cdot M \\ m_{\text{محلول}} = \rho \cdot V \end{cases} \quad \text{حيث:}$$



(6) درجة الخل التجاري D° :

هي كتلة الخل النقي الموجودة في 100 g من الخل التجاري.

$$m_{\text{نقي}} = n \times M = C \cdot V \cdot M = C \cdot \frac{m_{\text{المحلول}}}{\rho} \cdot M$$

$$D^\circ = C \times \frac{100}{\rho} \times M$$

(7) تركيز محلول تجاري:

يعطى تركيز محلول تجاري كثافته d ونقاوته $P\%$ وكتلته المولية M بالعلاقة:

$$C = \frac{10 \times P\% \times d}{M}$$

ملاحظة: المحاليل التجارية المركزة يجب تمديدها قبل استعمالها تجريبيا.

(8) بروتوكول تحضير محلول من مادة سائلة:

لتحضير محلول S تركيزه C وحجمه V انطلاقا من محلول S_0 تركيزه C_0 ، يجب أخذ حجم V_0 يحسب كما يلي:

$$n_0 = n \Rightarrow C_0 \cdot V_0 = C \cdot V \Rightarrow V_0 = \frac{C \cdot V}{C_0}$$

بواسطة ماصة عيارية (أو مدرجة) نأخذ حجما V_0 من المحلول S_0 نضعه في حوجة عيارية سعتها V نكمل بالماء المقطر إلى خط العيار، نغلق السدادة ونرج المزيج جيدا حتى يتجانس المحلول.

(9) بروتوكول تحضير محلول من مادة صلبة نقية:

لتحضير محلول S تركيزه C وحجمه V انطلاقا من مادة صلبة نقية يجب أخذ كتلة m_0 تحسب كما يلي:

$$\frac{m_0}{M} = C \cdot V \Rightarrow m_0 = C \cdot V \cdot M$$

بواسطة ميزان إلكتروني نزن كتلة m_0 نضعها في حوجة عيارية سعتها V بها قليل من الماء المقطر نرج المزيج جيدا حتى تذوب الكتلة تماما، نكمل بالماء المقطر إلى خط العيار، نغلق السدادة ونعيد الرج حتى يتجانس المحلول.

(10) بروتوكول تحضير محلول من مادة صلبة غير نقية:

لتحضير محلول S تركيزه C وحجمه V انطلاقا من مادة صلبة نقية يجب أخذ كتلة m' تحسب كما يلي:

$$m' = \frac{m_{\text{نقي}}}{P} \times 100 = \frac{C \cdot V \cdot M}{P} \times 100$$

بواسطة ميزان إلكتروني حساس نزن كتلة m' نضعها في حوجة عيارية سعتها V بها قليل من الماء نرج المزيج جيدا حتى تذوب الكتلة تماما، نكمل بالماء المقطر إلى خط العيار، نغلق السدادة ونعيد الرج حتى يتجانس المحلول.

(11) بروتوكول المعايرة اللونية لحمض AH بواسطة أساس قوي (OH^-) :

نضع في بيشر حجما V_a من حمض تركيزه مجهول ونضعه فوق مخلوط مغناطيسي، نضيف إليه قليلا من كاشف مناسب، نملأ السحاحة بواسطة المحلول الأساسي تركيزه C_b معلوم، نسحب تدريجيا إلى غاية تغير لون الكاشف، نقرأ على السحاحة V_{bE} الحجم الواجب إضافته لتغير لون الكاشف. نطبق العلاقة $C_a \cdot V_a = C_b \cdot V_{bE}$ لإيجاد التركيز المجهول C_a للحمض AH .

II. مفهوم الـ pH :(1) تعريف الـ pH :

يعني الكمون الهيدروجيني ويمثل قياس مدى حموضة محلول ممدد ويعطى بالعلاقة: $pH = -\log[H_3O^+]$ حيث وحدة $[H_3O^+]$ تقدر بـ mol/L .
إذن:
أمثلة:

pH	2	3,4	4	7,2
$[H_3O^+] mol/L$	10^{-2}	$3,98 \times 10^{-4}$	10^{-4}	$6,31 \times 10^{-8}$

(2) الجداء الشاردي للماء:

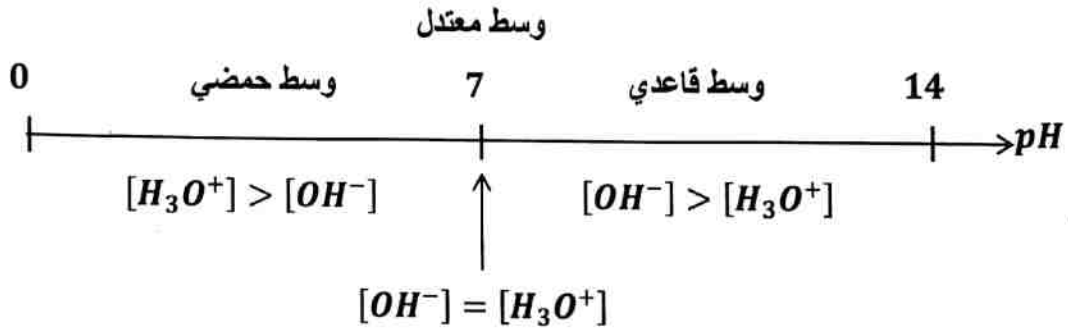
وجد تجريبيا أن في المحاليل المائية المخففة عند درجة $25^\circ C$ يكون لدينا:

$$[H_3O^+] \times [HO^-] = 10^{-14}$$

ونسمي المقدار 10^{-14} بثابت تفكك الماء ونرمز له Ke .

$$[OH^-] = \frac{10^{-14}}{[H_3O^+]} = \frac{10^{-14}}{10^{-pH}} \quad \text{ومنه :}$$

$$[OH^-] = 10^{pH-14} \quad mol/L \quad \text{إذا :}$$

(3) سلم الـ pH عند $25^\circ C$:(4) طرق تعيين الـ pH :

- الكواشف الملونة (مجال الـ pH).
- ورق الـ pH (قيمة غير دقيقة).
- الـ pH متر (الأكثر دقة).

(5) كيفية استعمال الـ pH متر:

- يضبط بمحلولين موائين معلومي الـ pH قبل استعماله.
- يغسل مسبار الجهاز بالماء المقطر قبل كل استعمال.
- يغمر المسبار في المحلول المراد معايرته وبشكل شاقولي.
- يرفع المسبار قليلا عن الأسفل حتى لا ينكسر أثناء دوران القطعة المغناطيسية.

هل تعلم ؟

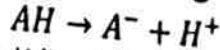
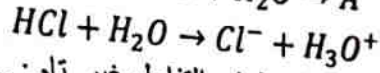
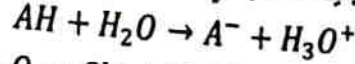
أول من اكتشف الأشعة الكونية هو
الدكتور هيس عام 1911 م



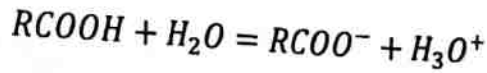
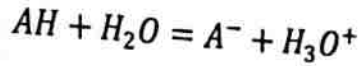
يوهانس نيكولاوس برنستد

III. تذكير بالأحماض والاسس

(1) تعريف الحمض (AH) حسب برنشتد :

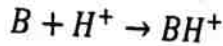
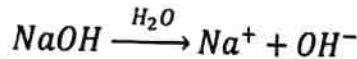
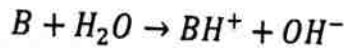
هو كل فرد كيميائي قادر على فقدان H^+ أو أكثر خلال تفاعل كيميائي.أ/ الحمض القوي: يتفكك كلياً في الماء، التفاعل تام : $x_f = x_{max}$ 

مثال :

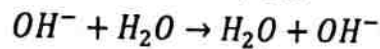
ب/ الحمض الضعيف: يتفكك جزئياً في الماء، التفاعل غير تام : $x_f < x_{max}$ 

مثال:

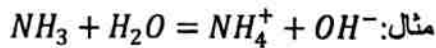
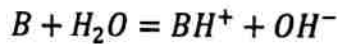
(2) تعريف الأساس (B) حسب برنشتد :

هو كل فرد كيميائي قادر على اكتساب H^+ أو أكثر خلال تفاعل كيميائيأ/ الأساس القوي: يتفكك كلياً في الماء، التفاعل تام : $x_f = x_{max}$ 

مثال:

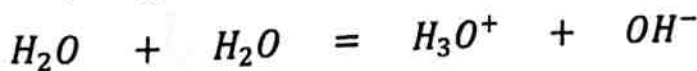
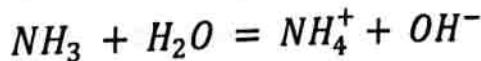
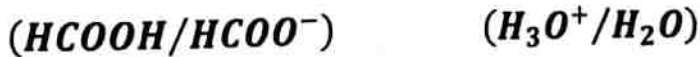
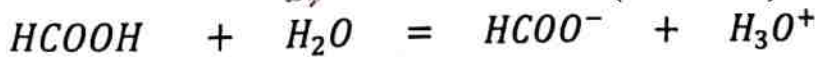


وتكتب أيضاً

ب/ الأساس الضعيف: يتفكك جزئياً في الماء، التفاعل غير تام : $x_f < x_{max}$.

مثال:

(3) الثنائيات (أساس/حمض):



جابر بن حيان

اهتم بدراسة العديد من العلوم، وتحديداً علم الكيمياء، الذي حرص على تأسيس أصول وقواعد خاصة به؛ حتى يتحكم بالتفاعلات الكيميائية.

IV. تطور جملة كيميائية نحو حالة التوازن:

(1) نسبة تقدم التفاعل النهائية τ_f :

$$\tau_f = \frac{x_f}{x_{max}} \begin{cases} \tau_f = 1 & \text{تفاعل تام} \\ \tau_f < 1 & \text{تفاعل غير تام} \end{cases}$$

حالات خاصة:

/ الحالة 01: تفكك حمض في الماء:

AH	+	H ₂ O	=	A ⁻	+	H ₃ O ⁺
n ₀		زيادة		0		0
n ₀ - x		زيادة		x		x
n ₀ - x _f		زيادة		x _f		x _f

$$\tau_f = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{n_f(H_3O^+)}{n_0} = \frac{[H_3O^+]_f \times V}{C_0 \times V}$$

$$\tau_f = \frac{[H_3O^+]_f}{C_0} = \frac{10^{-pH}}{C_0}$$

تطبيق 1: لديك محلول الإيثانويك تركيزه $C_0 = 10^{-2} \text{ mol/L}$ له $pH = 3,4$.

1- اكتب معادلة تفكك الإيثانويك في الماء ثم ضع جدولاً لتقدم التفاعل.

2- احسب τ_f نسبة تقدم التفاعل النهائية، ماذا تستنتج؟

3- أوجد تراكيز جميع الأفراد الموجودة في المحلول.

الحل:

1- المعادلة:

المعادلة		CH ₃ COOH + H ₂ O = CH ₃ COO ⁻ + H ₃ O ⁺			
الحالة	التقدم	كميات المادة (mol)			
ابتدائية	x = 0	n ₀	بوفرة	0	0
انتقالية	x	n ₀ - x	بوفرة	x	x
نهائية	x _f	n ₀ - x _f	بوفرة	x _f	x _f

2- حساب τ_f :

$$\tau_f = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{n_f(H_3O^+)}{n_0} = \frac{[H_3O^+]_f \times V}{C_0 \times V} = \frac{[H_3O^+]_f}{C_0} = \frac{10^{-pH}}{C_0} = \frac{10^{-3,4}}{10^{-2}}$$

$$\tau_f = 0,04 < 1 \Rightarrow \text{التفاعل غير تام} \Rightarrow \text{الحمض ضعيف}$$

3- إيجاد التراكيز:

$$[H_3O^+] = 10^{-pH} = 10^{-3,4} = 4 \times 10^{-4} \text{ mol/L}$$

$$[OH^-] = 10^{pH-14} = 10^{3,4-14} = 2,5 \times 10^{-11} \text{ mol/L}$$

$$[CH_3COO^-] = \frac{x_f}{V} = [H_3O^+] = 4 \times 10^{-4} \text{ mol/L}$$

$$[CH_3COOH] = \frac{n_0 - x_f}{V} = C_0 - [H_3O^+] = 9,6 \times 10^{-3} \text{ mol/L}$$

ب/ الحالة 02: تفكك أماس في الماء:

B	+	H ₂ O	=	BH ⁺	+	OH ⁻
n ₀		زيادة		0		0
n ₀ - x		زيادة		x		x
n ₀ - x _f		زيادة		x _f		x _f

اجب في أقل من 10 ثواني
 $987^2 - 986^2 = ?$

$$\tau_f = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{n_f(OH^-)}{n_0} = \frac{[OH^-]_f \times V}{C_0 \times V}$$

$$\tau_f = \frac{[OH^-]_f}{C_0} = \frac{10^{pH-14}}{C_0}$$

تطبيق 2: لديك محلول لغاز النشادر NH₃ تركيزه C₀ = 10⁻¹ mol/L، له pH = 11,1.

1- اكتب معادلة تفكك النشادر في الماء ثم ضع جدولاً لتقدم التفاعل.

2- احسب τ_f نسبة تقدم التفاعل النهائية، ماذا تستنتج؟

3- أوجد تراكيز جميع الأفراد الموجودة في المحلول.

الحل:

1- المعادلة:

المعادلة	التقدم	NH ₃ + H ₂ O = NH ₄ ⁺ + OH ⁻
الحالة		كميات المادة (mol)
ابتدائية	x = 0	n ₀ 0 0
انتقالية	x	n ₀ - x x x
نهائية	x _f	n ₀ - x _f x _f x _f

2- حساب τ_f:

$$\tau_f = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{n_f(OH^-)}{n_0} = \frac{[OH^-]_f \times V}{C_0 \times V} = \frac{[OH^-]_f}{C_0} = \frac{10^{pH-14}}{C_0} = \frac{10^{11,1-14}}{10^{-1}}$$

الأساس ضعيف ⇒ التفاعل غير تام ⇒ τ_f = 0,012 < 1

3- إيجاد التراكيز:

$$[H_3O^+] = 10^{-pH} = 10^{-11,1} = 7,9 \times 10^{-12} \text{ mol/L}$$

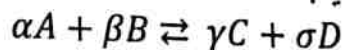
$$[OH^-] = 10^{pH-14} = 10^{11,1-14} = 1,2 \times 10^{-3} \text{ mol/L}$$

$$[NH_4^+] = \frac{x_f}{V} = [OH^-] = 1,2 \times 10^{-3} \text{ mol/L}$$

$$[NH_3] = \frac{n_0 - x_f}{V} = C_0 - [OH^-] = 9,8 \times 10^{-2} \text{ mol/L}$$

(2) مفهوم التوازن:

ليكن التفاعل الكيميائي النمذج بالمعادلة التالية:



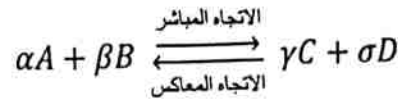
نقول عن تفاعل كيميائي أنه في حالة توازن إذا بقيت كمية مادة المتفاعلات والنواتج ثابتة غير معدومة، وتكون عندها سرعة التفاعل في الاتجاه المباشر تساوي سرعة التفاعل في الاتجاه المعاكس.

$$(n_A, n_B, n_C, n_D) \Leftrightarrow \begin{pmatrix} \text{الجملة في} \\ \text{حالة التوازن} \end{pmatrix}$$

تأشيرة النجاح في العلوم الفيزيائية

(3) كسر التفاعل Q_r :

ليكن التفاعل الكيميائي النمذج بالمعادلة التالية:



أ/ تعريفه: نعرف كسر التفاعل كما يلي:

$$Q_r = \frac{[C]^\gamma [D]^\sigma}{[A]^\alpha [B]^\beta}$$

ب/ حسابه: لمتابعة تطور جملة كيميائية يحسب كسر التفاعل في حالتين أساسيتين هما:

- الحالة الأولى: كسر التفاعل الابتدائي $Q_{ri}(t=0)$

$$Q_{ri} = \frac{[C]_i^\gamma [D]_i^\sigma}{[A]_i^\alpha [B]_i^\beta}$$

- الحالة الثانية: كسر التفاعل النهائي Q_{rf}

$$Q_{rf} = \frac{[C]_f^\gamma [D]_f^\sigma}{[A]_f^\alpha [B]_f^\beta}$$

إذا كان أحد المتفاعلات أو النواتج ماء (المذيب) أو مادة صلبة يأخذ تركيزه القيمة: 1 mol/L

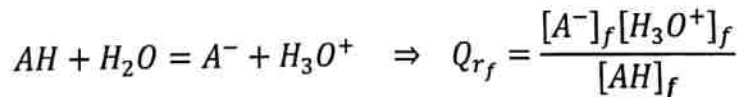
ج/ فائدته: معرفة جهة تطور الجملة

- $Q_{ri} < Q_{rf}$ الجملة تتطور في الاتجاه المباشر.

- $Q_{ri} > Q_{rf}$ الجملة تتطور في الاتجاه المعاكس.

- $Q_{ri} = Q_{rf}$ الجملة لا تتطور (حالة التوازن).

د/ أمثلة:



(4) ثابت التوازن K :

نسمي كسر التفاعل في الحالة النهائية بثابت التوازن K

$$Q_{rf} = K$$

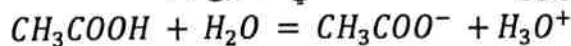
ملاحظات:

K ليست له وحدة.

إذا كان $K > 10^4$ نقول عن التفاعل أنه شبه تام.

K لا يتعلق بالحالة الابتدائية للجملة وإنما يتعلق بدرجة الحرارة فقط.

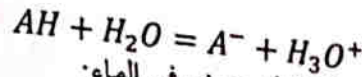
تطبيق 3: احسب K ثابت التوازن للمعادلة المستعملة في التطبيق 1.



الحل:

$$K = \frac{[CH_3COO^-]_f [H_3O^+]_f}{[CH_3COOH]_f} = \frac{4 \times 10^{-4} \times 4 \times 10^{-4}}{9,6 \times 10^{-3}} = 1,66 \times 10^{-5}$$

الوحدة 04: تطور جملة كيميائية نحو حالة التوازن

(5) ثابت الحموضة K_a للثنائية (AH/A^-) :

ليكن لدينا التفاعل التالي:

يعرف ثابت الحموضة بأنه ثابت التوازن لمعادلة تفكك حمض في الماء:

$$K_a = \frac{[A^-]_f [H_3O^+]_f}{[AH]_f}$$

ونعرف أيضا pK_a للثنائية (AH/A^-) :

$$pK_a = -\log K_a$$

$$K_a = 10^{-pK_a} \quad \text{أي:}$$

أمثلة عن قيم K_a و pK_a لبعض الثنائيات عند $25^\circ C$:

pK_a	K_a	الثنائية (أساس / حمض)
3,8	$1,6 \times 10^{-4}$	$(HCOOH/HCOO^-)$
4,8	$1,6 \times 10^{-5}$	(CH_3COOH/CH_3COO^-)
4,2	$6,3 \times 10^{-5}$	$(C_6H_5COOH/C_6H_5COO^-)$
9,2	$6,3 \times 10^{-10}$	(NH_4^+/NH_3)
0	1	(H_3O^+/H_2O)
14	10^{-14}	(H_2O/OH^-)

فائدته: مقارنة قوة الأحماض.

- الحمض الأقوى من له أكبر K_a أو أصغر pK_a .- الأساس الأقوى من له أصغر K_a أو أكبر pK_a .ملاحظة: إذا كانت لديك أحماض لها نفس التركيز C_0 فالحمض الأقوى من له أقل pH .(6) العلاقة بين pH و pK_a :

$$K_a = \frac{[A^-]_f [H_3O^+]_f}{[AH]_f}$$

$$\frac{K_a}{[H_3O^+]_f} = \frac{[A^-]_f}{[AH]_f}$$

$$\frac{10^{-pK_a}}{10^{-pH}} = \frac{[A^-]_f}{[AH]_f} \Rightarrow 10^{pH-pK_a} = \frac{[A^-]_f}{[AH]_f}$$

$$pH - pK_a = \log \frac{[A^-]_f}{[AH]_f}$$

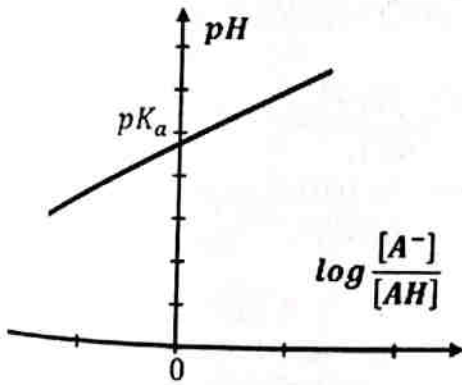
$$pH = pK_a + \log \frac{[A^-]_f}{[AH]_f}$$

(7) توزيع الصفة الغالبة:

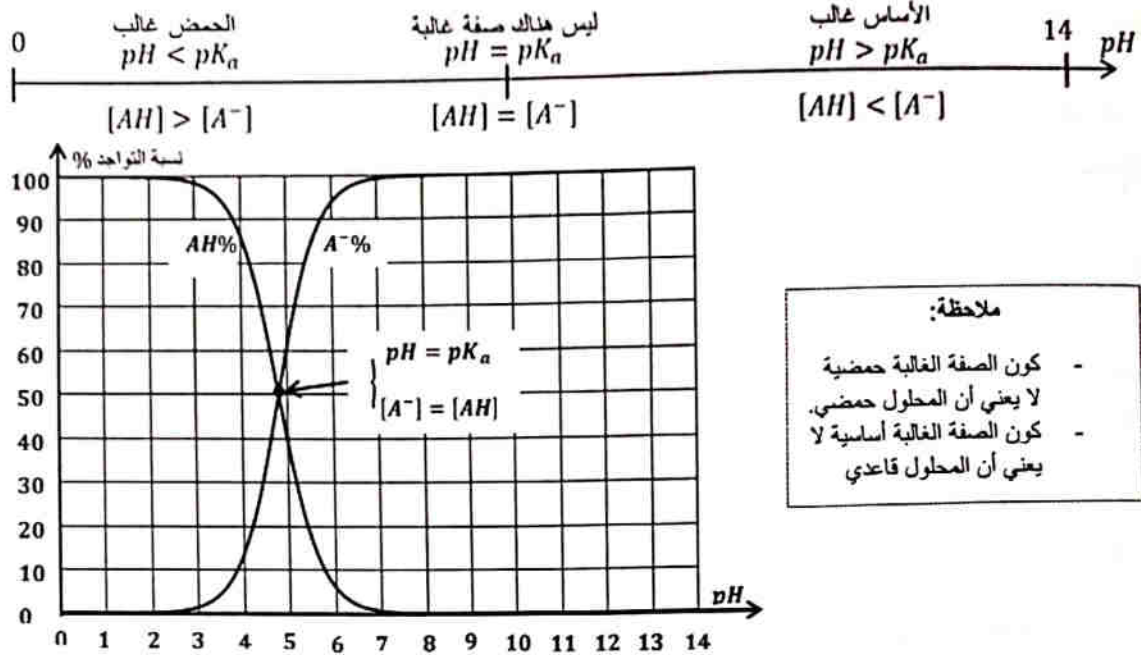
$$[AH]_f = [A^-]_f \Rightarrow pH = pK_a$$

$$[AH]_f < [A^-]_f \Rightarrow pH > pK_a$$

$$[AH]_f > [A^-]_f \Rightarrow pH < pK_a$$



(8) مخطط توزيع الصفة الغالبة:

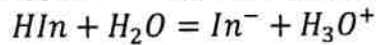


$$AH\% = \frac{[AH]}{[AH] + [A^-]} \times 100 \quad : \text{نسبة تواجد } AH$$

$$A^-\% = \frac{[A^-]}{[AH] + [A^-]} \times 100 \quad : \text{نسبة تواجد } A^-$$

(9) الكواشف الملونة:

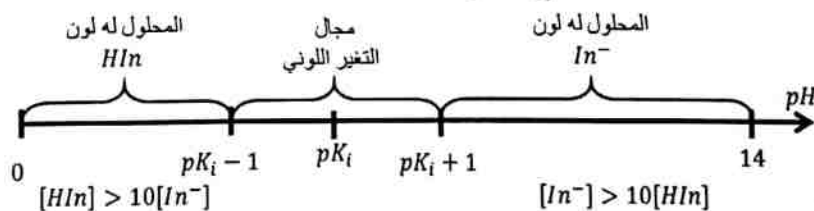
هي عبارة عن ثنائيات (أساس/حمض) يرمز لها (HIn/In^-) تتميز بأن لون الحمض يختلف عن لون الأساس،
يعبر عن تفاعل الكاشف الملون مع الماء بالمعادلة التالية:



ترقق المعادلة بالتوابت K_i و pK_i .

$$K_i = \frac{[In^-]_f [H_3O^+]_f}{[HIn]_f} \Rightarrow pK_i = -\log K_i$$

$$pH = pK_i + \log \frac{[In^-]_f}{[HIn]_f}$$



الكاشف	K_i	pK_i	مجال تغير اللون	لون الحمض	لون الكاشف في مجال تغير اللون	لون الأساس
الهيليانتين	$1,8 \times 10^{-4}$	3,74	3,1 - 4,4	وردي	برتقالي	أصفر
أحمر الميثيل	10^{-5}	5	4,2 - 6,2	أحمر	برتقالي	أصفر
أزرق البروموتيمول	$1,6 \times 10^{-7}$	6,8	6,2 - 7,6	أصفر	أخضر	أزرق
الفينول فتالين	$2, \times 10^{-10}$	9,7	8,2 - 10	عديم اللون	عديم اللون	أحمر قرميدي

V. المعايرة الـ pH مترية:

(1) الهدف من المعايرة:

إيجاد تركيز مجهول لمحلل حمضي أو أساسي.

(2) أشهر الأنواع:

- معايرة حمض قوي (H_3O^+) بأساس قوي (OH^-).
- معايرة أساس قوي (OH^-) بحمض قوي (H_3O^+).
- معايرة حمض ضعيف (AH) بأساس قوي (OH^-).
- معايرة أساس ضعيف (B) بحمض قوي (H_3O^+).

(3) البروتوكول التجريبي:

مثال: معايرة حمض ضعيف (CH_3COOH) تركيزه C_a مجهول بأساس قوي (OH^-).

الخطوات:

- نضع في بيشر حجما $V_a = 15ml$ من المحلول المعاير CH_3COOH .

- نضع البيشر فوق مخلوط مغناطيسي ونضيف إليه قطرات من كاشف مناسب (فينول فتالين).

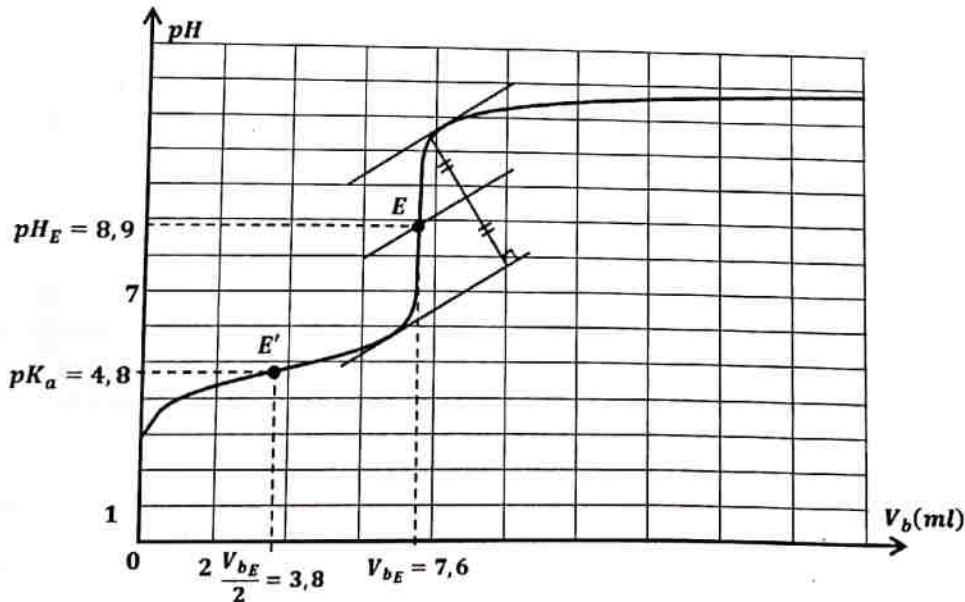
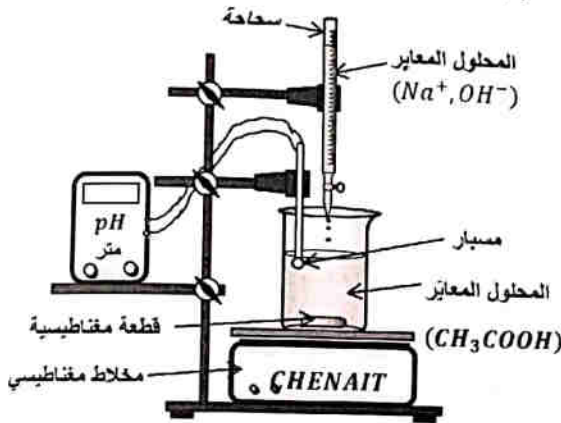
- نضبط جهاز الـ pH متر ونغمر المسبار في البيشر بشكل مناسب.

- نملأ السحاحة بواسطة محلول المعاير (Na^+, OH^-).- تركيزه $C_b = 0,2 mol/L$.

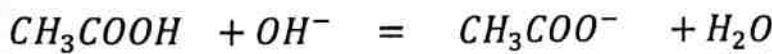
- نشغل المخلوط المغناطيسي.

- نسحح تدريجيا محلول (Na^+, OH^-) ونسجل قيمالـ PH بعد كل إضافة (يمكن استعمال $ExAO$)- ندون النتائج في جدول ثم نرسم البيان $pH = f(V_b)$

رسم تخطيطي لجهاز المعايرة:

(4) البيان $pH = f(V_b)$ 

(5) معادلة التفاعل الحادث:



(6) خواص تفاعل المعايرة:

- سريع

- ناشر للحرارة

- تام

(7) إحداثيات نقطة التكافؤ:

نجد نقطة التكافؤ E بطريقة المماسات المتوازية كما يوضح الشكل، أو باستعمال بيان $f(V_b) = \frac{dpH}{dV_b}$ فنجد:

$$E(V_{bE} = 7,6 \text{ ml} , \quad pH_E = 8,9)$$

(8) إيجاد التركيز المجهول للحمض:

عند التكافؤ يكون المزيج في الشروط الستوكيومترية، إذا تحقق العلاقة:

$$C_a V_a = C_b \cdot V_{bE}$$

$$C_a = \frac{C_b \cdot V_{bE}}{V_a} = \frac{0,2 \times 7,6}{15} \simeq 0,10 \text{ mol/L}$$

(9) إيجاد الـ pK_a للثنائية (AH/A^-) :

من نقطة نصف التكافؤ E' لدينا:

$$V_b = \frac{V_{bE}}{2} \Rightarrow [AH] = [A^-] \Rightarrow pH = pK_a = 4,8$$

(10) إنشاء جدول تقدم التفاعل:

CH_3COOH	$+$	OH^-	$=$	CH_3COO^-	$+$	H_2O
$C_a V_a$		$C_b V_b$		0		زيادة
$C_a V_a - x_f$		$C_b V_b - x_f$		x_f		زيادة

(11) المتفاعل المحد والتقدم الأعظمي: نميز ثلاث حالات:

الحالة	المتفاعل المحد	التقدم الأعظمي
$V_b < V_{bE}$	OH^-	$x_{max} = C_b \cdot V_b$
$V_b = V_{bE}$	لا يوجد محد (التكافؤ)	$x_{max} = C_b \cdot V_{bE} = C_a \cdot V_a$
$V_b > V_{bE}$	AH	$x_{max} = C_a \cdot V_a$

(12) ثابت التوازن K لتفاعل المعايرة:

$$K = \frac{[CH_3COO^-]_f}{[CH_3COOH]_f [OH^-]_f}$$

نضرب البسط والمقام في $[H_3O^+]$ نجد:

$$K = \frac{[CH_3COO^-]_f [H_3O^+]_f}{[CH_3COOH]_f [OH^-]_f [H_3O^+]_f} = \frac{K_a}{K_e} = \frac{10^{-pK_a}}{10^{-pK_e}} = \frac{10^{-4,8}}{10^{-14}} = 10^{9,2}$$

$K > 10^4$ إذن تفاعل المعايرة تام.

(13) اختيار الكاشف المناسب للمعايرة:

نختار الكاشف الذي يقع الـ pH_E ضمن مجال تغير لونه.

اسم الكاشف	pH مجال التغير اللوني
أحمر الميثيل	6,2 - 4,2
أزرق البروموتيمول	7,6 - 6,0
الفينول فتالين	10,0 - 8,0

نختار في مثالنا: الفينول فتالين لأن: $pH_E = 8,9$ ينتمي إلى مجال تغير لونه $[8,0 - 10,0]$.

الوحدة 04: تطور جملة كيميائية نحو حالة التوازن

(14) حساب τ_f لتفاعل المعايرة:مثلاً: عند إضافة حجم $V_b = 3,8 \text{ ml}$ من البين لدينا: $pH = 4,8$ إيجاد x_{max} : المتفاعل المحد هو: OH^- لأننا قبل التكافؤ، ومنه $x_{max} = C_b V_b$ إيجاد x_f : من جدول تقدم التفاعل: $x_f = C_b V_b - n_f(OH^-)$

$$\tau_f = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{C_b V_b - n_f(OH^-)}{C_b V_b} = \frac{C_b V_b - [OH^-] \times (V_a + V_b)}{C_b V_b}$$

$$\tau_f = \frac{0,2 \times 3,8 \times 10^{-3} - 10^{4,8-14} \times (15 + 3,8) \times 10^{-3}}{0,2 \times 3,8 \times 10^{-3}} \approx 1$$

إذن: تفاعل المعايرة تام.

(15) حساب تراكيز جميع الأفراد الكيميائية عند إضافة حجم $V_b < V_{bE}$:الأفراد هي: H_2O , H_3O^+ , OH^- , Na^+ , CH_3COO^- , CH_3COOH من أجل إضافة $V_b < V_{bE}$ نستخرج من البين قيمة الـ pH ثم نحسب تراكيز الأفراد كما يلي:

$$[H_2O] = \text{زيادة}$$

$$[H_3O^+] = 10^{-pH}$$

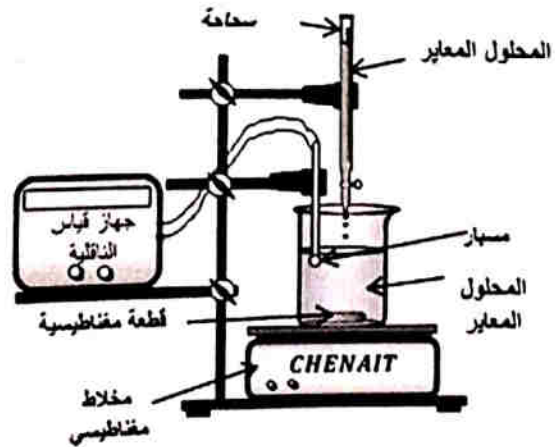
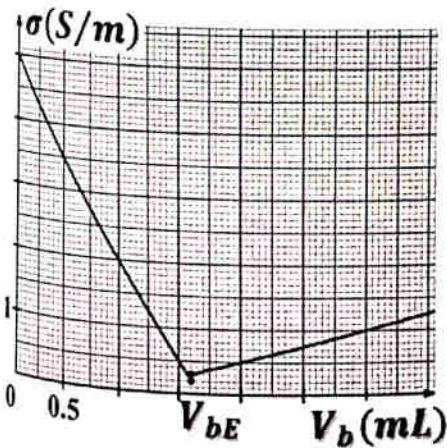
$$[OH^-] = 10^{pH-14}$$

$$[Na^+] = \frac{C_b \cdot V_b}{V_a + V_b}$$

$$[CH_3COO^-] = \frac{x_{max}}{V_T} = \frac{C_b \cdot V_b}{V_a + V_b}$$

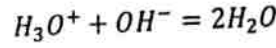
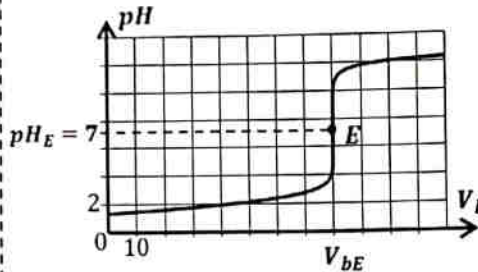
$$[CH_3COOH] = \frac{C_a \cdot V_a - x_{max}}{V_T} = \frac{C_a \cdot V_a - C_b \cdot V_b}{V_a + V_b}$$

ملاحظة هامة:

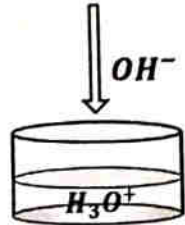
يمكن استبدال جهاز الـ pH متر بجهاز قياس الناقلية و يصبح اسمها المعايرة بالناقلية، وتحدد نقطة التكافؤ للبين $\sigma = f(V_b)$ كما يوضحه الشكل.

حالات المعايرة الـ pH مترية:

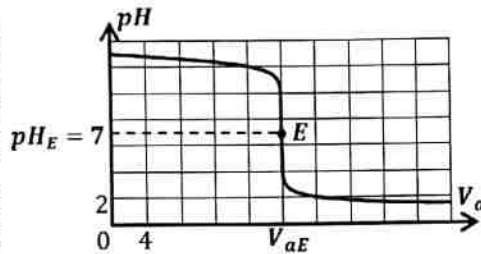
معايرة حمض قوي H_3O^+ بأساس قوي OH^- :



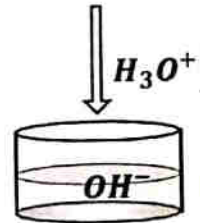
$$C_a \cdot V_a = C_b \cdot V_{bE} \text{ عند التكافؤ:}$$



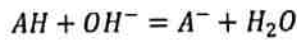
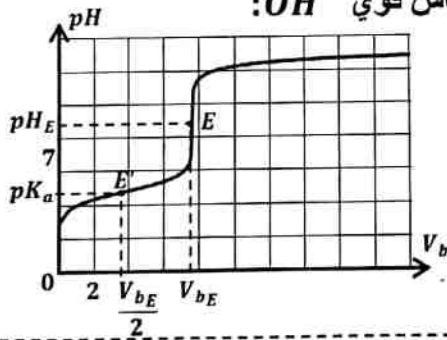
معايرة أساس قوي OH^- بحمض قوي H_3O^+ :



$$C_a \cdot V_{aE} = C_b \cdot V_b \text{ عند التكافؤ:}$$



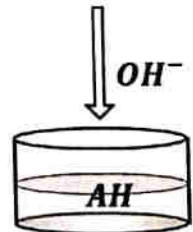
معايرة حمض ضعيف AH بأساس قوي OH^- :



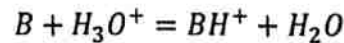
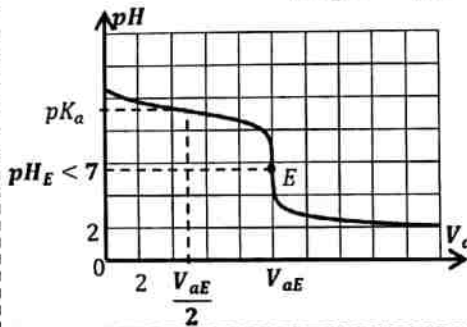
يمكن استخراج $pK_a(AH/A^-)$

من نقطة نصف التكافؤ

$$C_a \cdot V_a = C_b \cdot V_{bE} \text{ عند التكافؤ:}$$



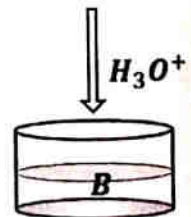
معايرة أساس ضعيف B بحمض قوي H_3O^+ :



يمكن استخراج $pK_a(BH^+/B)$

من نقطة نصف التكافؤ

$$C_a \cdot V_{aE} = C_b \cdot V_b \text{ عند التكافؤ:}$$



تطبيق:

(1) بين أن عند تفكك حمض ضعيف AH تركيزه C في الماء يكون لدينا :

$$\tau_f = \frac{10^{-pH}}{C} \quad \dots \dots (1)$$

$$\tau_f = \frac{K_a}{K_a + 10^{-pH}} \quad \dots \dots (2)$$

$$\tau_f = \frac{1}{1 + 10^{pK_a - pH}} \quad \dots \dots (3)$$

$$pH = pK_a + \log \frac{[A^-]_f}{[AH]_f} \quad \dots \dots (4)$$

$$\frac{[AH]_f}{[A^-]_f} = C \times 10^{pH} - 1 \quad \dots \dots (5)$$

$$K = \frac{C \cdot \tau_f^2}{1 - \tau_f} \quad \dots \dots (6)$$

$$Q_{rf} = K = K_a = \frac{[H_3O^+]^2}{C - [H_3O^+]} \quad \dots \dots (7)$$

$$Q_{rf} = \frac{x_{max} \cdot \tau_f^2}{V(1 - \tau_f)} \quad \dots \dots (8)$$

$$Q_{rf} = \frac{10^{-2pH}}{C - 10^{-pH}} \quad \dots \dots (9)$$

(2) بين أن عند تفكك أساس ضعيف B تركيزه المولي C في الماء يكون:

$$\tau_f = \frac{10^{pH-14}}{C}$$

$$\tau_f = \frac{1}{1 + K_a \times 10^{pH}}$$

$$Q_{rf} = K = \frac{[OH^-]^2}{C - [OH^-]}$$

$$\tau_f = \frac{1}{1 + 10^{pH - pK_a}}$$

$$K = \frac{x_f^2}{V(C \cdot V - x_f)}$$

(3) بين أنه عند تفكك حمض ضعيف جدا تركيزه المولي C_A في الماء يكون:

$$C_A = 10^{pK_a - 2pH}$$

(4) بين أنه عند تفكك أساس ضعيف جدا في الماء تركيزه المولي C_B يكون:

$$C_B = 10^{(2pH - pK_a - pK_e)}$$

(5) بين أنه عند تفكك حمض قوي في الماء يكون:

$$pH = -\log C_A$$

(6) بين أنه عند تفكك أساس قوي في الماء يكون:

$$pH = 14 + \log C_B$$

(7) نمزج n_0 mol من CH_3COOH مع n_0 mol من NH_3 ، بين أن:

$$\tau_f = \frac{\sqrt{K}}{1 + \sqrt{K}}$$

(8) في تفاعل حمض-أساس بين الثنائيتين (A_1/B_1) و (A_2/B_2) بين أن:

$$K = 10^{pK_{a2} - pK_{a1}}$$

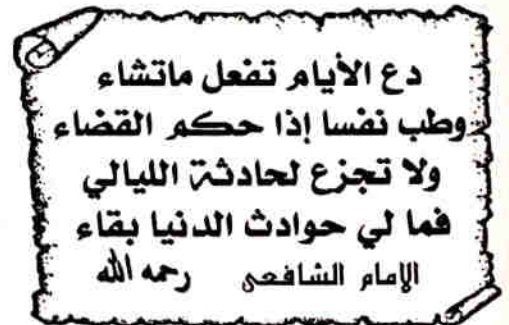
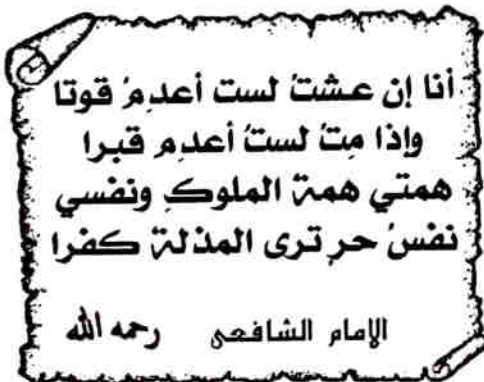
(9) نعاير حمضا ضعيفا في الماء بواسطة أساس قوي. بين أن:

$$pK_a = pH + \log \left(\frac{C_A \cdot V_A}{C_B \cdot V_B} - 1 \right)$$

(10) نمزج حجمين متساويين من حمض الإيثانويك تركيزه المولي C وميثانات الصوديوم تركيزه المولي $2C$ بين أن:

$$K = \frac{\tau_f^2}{(2 - \tau_f)(1 - \tau_f)}$$

ملاحظة: جل هذه العلاقات يوجد البرهان الخاص بها في التمارين القادمة.



التمرين 01:

تفكك حمض الإيثانويك CH_3COOH في الماء هو تحول كيميائي يعبر عنه بتفاعل ينمذج بالمعادلة التالية:

$$CH_3COOH_{(aq)} + H_2O_{(l)} = CH_3COO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$$

نقيس في درجة الحرارة $25^\circ C$ الناقلية النوعية للمحلول الذي تركيزه الابتدائي $c_0 = 1 \times 10^{-2} mol.L^{-1}$ فنجد $\sigma = 1,6 \times 10^{-2} S.m^{-1}$.

- (1) حدد الثنائيات (أساس/حمض) المشاركة في هذا التفاعل.
- (2) أنشئ جدولا لتقدم التفاعل الحادث.
- (3) اكتب عبارة ثابت التوازن الكيميائي K بدلالة c_0 و $[H_3O^+]_{eq}$.
- (4) يعطى الشكل العام لعبارة الناقلية النوعية في كل لحظة بدلالة التراكيز المولية والناقلية النوعية المولية الشاردية لمختلف الأفراد الكيميائية المتواجدة في المحلول بالصيغة:

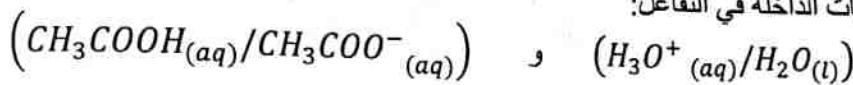
$$\sigma(t_0) = \sum_{i=1}^{i=n} \lambda_i [x_i]$$

- (5) اكتب العبارة الحرفية للناقلية النوعية $\sigma(t)$ للمحلول السابق، (يهمل التفكك الذاتي للماء).
- أ/ احسب التراكيز المولية لمختلف الأفراد الكيميائية المتواجدة في المحلول عند توازن الجملة الكيميائية.
- ب/ احسب ثابت التوازن الكيميائي K .
- ج/ عين النسبة النهائية للتقدم τ_f . ماذا تستنتج؟

المعطيات: $\lambda_{H_3O^+} = 35,9 \times 10^{-3} S.m^2.mol^{-1}$ $\lambda_{CH_3COO^-} = 4,10 \times 10^{-3} S.m^2.mol^{-1}$

تصحيح التمرين 01:

(1) الثنائيات الداخلة في التفاعل:



(2) جدول التقدم:

المعادلة		$CH_3COOH + H_2O = CH_3COO^- + H_3O^+$			
الحالة	التقدم	كميات المادة (mol)			
ابتدائية	$x = 0$	$C_0 V_0$	بوفرة	0	0
انتقالية	x	$C_0 V_0 - x$	بوفرة	x	x
نهائية	x_f	$C_0 V_0 - x_f$	بوفرة	x_f	x_f

(3) كتابة عبارة K :

$$K = \frac{[CH_3COO^-]_f [H_3O^+]_f}{[CH_3COOH]_f}$$

$$[CH_3COO^-]_f = [H_3O^+]_f = \frac{x_f}{V}$$

$$[CH_3COOH]_f = \frac{n_0 - x_f}{V} = C_0 - [CH_3COO^-]_f = C_0 - [H_3O^+]_f$$

$$K = \frac{[H_3O^+]_f^2}{C_0 - [H_3O^+]_f}$$

(4) الكتابة الحرفية للناقلية النوعية $\sigma(t)$:

$$\sigma(t) = \lambda_{H_3O^+} \times [H_3O^+] + \lambda_{CH_3COO^-} \times [CH_3COO^-]$$

(5) / حساب التراكيز المولية:

$$[H_3O^+] = [CH_3COO^-] = \frac{\sigma_f}{\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{CH_3COO^-}} = \frac{1,6 \times 10^{-2}}{35,9 \times 10^{-3} + 4,10 \times 10^{-3}}$$

$$[H_3O^+] = [CH_3COO^-] = 0,4 \text{ mol/m}^3 = 4 \times 10^{-4} \text{ mol/L}$$

$$[CH_3COOH] = C_0 - [CH_3COO^-]_f = 9,6 \times 10^{-3} \text{ mol/L}$$

ب/ حساب ثابت التوازن K:

$$K = \frac{[(H_3O^+)_{(aq)}]_f^2}{C_0 - [(H_3O^+)_{(aq)}]_f} = 1,67 \times 10^{-5}$$

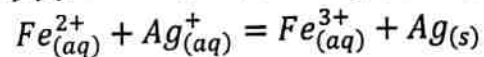
ج/ حساب τ_f :

$$\tau_f = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{[H_3O^+]_f}{C_0} = 0,04 \Rightarrow \tau_f = 4\%$$

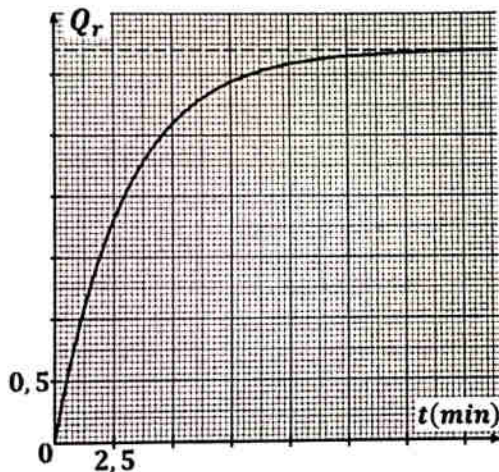
الاستنتاج: $\tau_f < 1$ إذن التفاعل غير تام ومنه الحمض ضعيف.

التمرين 02:

ضع في بيشر محلولاً لكبريتات الحديد الثنائي يحتوي على 1 mol من شوارد الحديد الثنائي Fe^{2+} ثم نضيف له محلول نترات الفضة يحتوي على 1 mol من شوارد الفضة Ag^+ فنحصل على وسط تفاعلي حجمه: $V = 1L$ نمذج التحول الكيميائي الحاصل بتفاعل معادلته الكيميائية:



يمثل البيان التالي تغيرات كسر التفاعل Q_r بدلالة الزمن t :



- (1) شكل جدول تقدم التفاعل.
- (2) اكتب عبارة كسر التفاعل في كل لحظة بدلالة التقدم x
- (3) مستعينا بالبيان أوجد قيمة التقدم x عند اللحظة $t = 5min$ واستنتج التركيب المولي للمزيج عندها.
- (4) احسب النسبة النهائية لتقدم التفاعل. ماذا تستنتج؟

تصحيح التمرين 02:

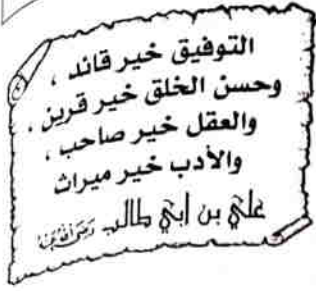
(1) جدول التقدم:

المعادلة		$Fe_{(aq)}^{2+} + Ag_{(aq)}^+ = Fe_{(aq)}^{3+} + Ag_{(s)}$			
الحالة	التقدم	كميات المادة (mol)			
ابتدائية	$x = 0$	1	1	0	0
انتقالية	x	$1 - x$	$1 - x$	x	x
نهائية	x_f	$1 - x_f$	$1 - x_f$	x_f	x_f

(2) عبارة Q_r بدلالة x :

$$Q_r = \frac{[Fe^{3+}] \times 1}{[Fe^{2+}] \times [Ag^+]} \quad \text{علما أن } [Ag] = 1$$

$$Q_r = \frac{\frac{x}{V}}{\left(\frac{1-x}{V}\right) \times \left(\frac{1-x}{V}\right)} = \frac{x}{(1-x)^2} \quad (V = 1L)$$



(3) حساب قيمة x من أجل: $t = 5 \text{ min}$

من البيان عند: $t = 5 \text{ min}$ $Q_r = 2,6$

$$\frac{x}{(1-x)^2} = 2,6 \Rightarrow \frac{x}{1-2x+x^2} = 2,6$$

$$2,6x^2 - 6,2x + 2,6 = 0$$

حلول المعادلة هي:

$$\begin{cases} x_1 \approx 0.53 \text{ mol} & \text{مقبول} \\ x_2 \approx 1.8 \text{ mol} & \text{مرفوض} \end{cases}$$

التركيب المولي عند $t = 5 \text{ min}$

$$n(\text{Fe}^{2+}) = n(\text{Ag}^+) = 1 - x = 1 - 0.53 = 0.47 \text{ mol}$$

$$n(\text{Fe}^{3+}) = n(\text{Ag}) = x = 0.53 \text{ mol}$$

(4) حساب τ_f

من البيان: $Q_{rf} = 3.2$

$$\frac{x_f}{(1-x_f)^2} = 3,2 \Rightarrow 3,2x_f^2 - 7,4x_f + 3.2 = 0$$

$$\begin{cases} x = 0.57 \text{ mol} & \text{مقبول} \\ x = 1.7 \text{ mol} & \text{مرفوض} \end{cases}$$

حلول المعادلة هي:

$$\tau_f = \frac{x_f}{x_{\max}} = \frac{0,57}{1} = 0,57$$

$\tau_f < 1$ منه التفاعل غير تام.

التمرين 03:

بغرض تحضير محلول (S_1) لغاز النشادر $\text{NH}_3(g)$ ، نحل $1,2 \text{ L}$ منه في 500 mL من الماء المقطر.

(1) أ/ احسب التركيز المولي C_1 للمحلول (S_1)، علماً أن الحجم المولي في شروط التجربة $V_M = 24 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1}$.
ب/ اكتب المعادلة الكيميائية للتفاعل المنمذج للتحويل الكيميائي الحاصل.

(2) إن قياس pH المحلول (S_1) في 25°C أعطى القيمة $11,1$

أ/ أنشئ جدولاً لتقدم التفاعل.

ب/ احسب نسبة التقدم النهائي τ_{1f} . ماذا تستنتج؟

(3) كلف الأستاذ في حصة الأعمال المخبرية فوج من التلاميذ لتحضير محلول (S_2) حجمه $V = 50 \text{ mL}$ وتركيزه المولي $C_2 = 2 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ انطلاقاً من المحلول (S_1).

أ/ ما هي الخطوات العملية المتبعة لتحضير المحلول (S_2)؟

ب/ إن قيمة pH المحلول (S_2) المحضر تساوي $10,8$ ، احسب قيمة نسبة التقدم النهائي τ_{2f} للتفاعل، ماذا تستنتج؟

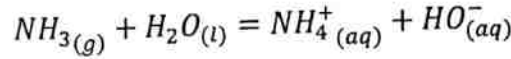
(4) احسب قيمة ثابت الحموضة K_a للثنائية $(\text{NH}_4^+ / \text{NH}_3(aq))$.

تصحيح التمرين 03:

(1) أ/ حساب التركيز المولي C_1 :

$$C_1 = \frac{n}{V} = \frac{Vg}{V_M \times V} = \frac{1,2}{24 \times 0,5} = 0,1 \text{ mol/L}$$

ب/ كتابة المعادلة الكيميائية:



(2) أ/ إنشاء جدول التقدم:

المعادلة		$NH_{3(g)} + H_2O_{(l)} = NH_4^+_{(aq)} + HO^-_{(aq)}$			
الحالة	التقدم	كميات المادة (mol)			
ابتدائية	$x = 0$	n_1	بوفرة	0	0
انتقالية	x	$n_1 - x$	بوفرة	x	x
نهائية	x_f	$n_1 - x_f$	بوفرة	x_f	x_f

$$[H_3O^+]_f = 10^{-PH} = 10^{-11,1} = 7,9 \times 10^{-12} \text{ mol/L} \quad \text{حساب } x_f:$$

$$[HO^-]_f = \frac{Ke}{[H_3O^+]_f} = \frac{10^{-14}}{7,9 \times 10^{-12}} = 1,26 \times 10^{-3} \text{ mol/L}$$

$$x_f = [HO^-] \times V = 1,26 \times 10^{-3} \times V$$

ب/ حساب τ_{1f} :

$$\tau_{1f} = \frac{x_f}{x_{Max}} = \frac{1,26 \times 10^{-3} \times V}{0,1 \times V} = 0,013 = 1,3\%$$

نستنتج أن النشادر لا يتفاعل كلياً مع الماء (تفاعل غير تام).

$$V_1 = \frac{C_2 \cdot V_2}{C_1} = 10 \text{ ml} \quad \text{أ/ خطوات تحضير المحلول: نأخذ بواسطة ماصة عيارية سعتها 10 ml حجماً:}$$

و نضعه في حوجة سعتها 50 مل ثم نكمل الباقي بالماء المقطر لخط العيار، نغلق الحوجة ونرجها جيداً حتى يتجانس المحلول.

ب/ حساب نسبة التقدم النهائي:

$$[H_3O^+]_f = 10^{-PH} = 10^{-10,8} = 1,6 \times 10^{-11} \text{ mol/L} \quad \bullet \text{ حساب } [H_3O^+]_f:$$

$$[HO^-]_f = \frac{Ke}{[H_3O^+]_f} = \frac{10^{-14}}{1,6 \times 10^{-11}} = 0,625 \times 10^{-3} \text{ mol/L} \quad \bullet \text{ حساب } [HO^-]_f:$$

$$\tau_{2f} = \frac{x_f}{x_{Max}} = \frac{[HO^-] \times V_2}{C_2 \times V_2} = \frac{[HO^-]}{C_2} = \frac{0,625 \times 10^{-3}}{2 \times 10^{-2}} = 3,1\%$$

نستنتج أن عملية التمديد تزيد من قيمة τ_f و الجملة تتطور باتجاه تشكل (HO^-) و (NH_4^+)

$$PH = Pka + \log \left(\frac{[NH_3]_f}{[NH_4^+]_f} \right) \quad \text{ب/ حساب قيمته } Ka: \quad (4)$$

$$Pka = PH - \log \left(\frac{[NH_3]_f}{[NH_4^+]_f} \right) = pH - \log \left(\frac{C_1 - [OH^-]}{[OH^-]} \right)$$

نعوض قيم المحلول الأول S_1 :

$$pka = 11,1 - \log \left(\frac{0,1 - 1,26 \times 10^{-3}}{1,26 \times 10^{-3}} \right) = 9,2$$

$$Ka = 10^{-Pka} = 10^{-9,2} = 6,3 \times 10^{-10}$$

ملاحظة: يمكن حساب K_a مباشرة من العلاقة:

$$K_a = \frac{[NH_3]_f \cdot [H_3O^+]_f}{[NH_4^+]_f}$$

التمرين 04:

محلول مائي S_0 لحمض الإيثانويك CH_3COOH ، حجمه V_0 وتركيزه المولي $C_0 = 1 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$

- (1) اكتب معادلة التفاعل الممنجة لتفكك حمض الإيثانويك في الماء.
- (2) أنشئ جدولا لتقدم التفاعل. نرسم بـ x_{eq} إلى تقدم التفاعل عند التوازن.
- (3) اكتب عبارة كل من:

أ/ نسبة التقدم النهائي τ_f بدلالة C_0 و $[H_3O^+]_{eq}$.

ب/ كسر التفاعل عند التوازن، وبين أنه يمكن كتابته على الشكل:

$$Q_{req} = \frac{[H_3O^+]_{eq}^2}{C_0 - [H_3O^+]_{eq}}$$

ج/ الناقلية النوعية σ_{eq} عند التوازن بدلالة $\lambda_{H_3O^+}$ ، $\lambda_{CH_3COO^-}$ و $[H_3O^+]_{eq}$.

نهمل $[HO^-]_{eq}$ أمام $[H_3O^+]_{eq}$.

(4) أ/ باستخدام العلاقات المستنتجة سابقا، أكمل الجدول الموالي:

المحلول	$C(\text{mol.L}^{-1})$	$\sigma_{eq}(\text{s.m}^{-1})$	$[H_3O^+]_{eq}(\text{mol.L}^{-1})$	$\tau_f(\%)$	Q_{req}
S_0	$1,0 \times 10^{-2}$	0,016			
S_1	$5,0 \times 10^{-2}$	0,036			

علما أن: $\lambda_{CH_3COO^-} = 3,6 \text{ mS.m}^2.\text{mol}^{-1}$ و $\lambda_{H_3O^+} = 35,0 \text{ mS.m}^2.\text{mol}^{-1}$

ب/ استنتج تأثير التركيز المولي للمحلول على كل من:

- نسبة التقدم النهائي τ_f .
- كسر التفاعل عند التوازن Q_{req} .

تصحيح التمرين 04:

(معادلة التفاعل: $CH_3COOH_{(aq)} + H_2O_{(l)} = CH_3COO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$)

(جدول التقدم والتفاعل:)

المعادلة	$CH_3COOH_{(aq)} + H_2O_{(l)} = CH_3COO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$				
الحالة	التقدم	كميات المادة (mol)			
ابتدائية	$x = 0$	n_0	بوفرة	0	0
انتقالية	x	$n_0 - x$	بوفرة	x	x
نهائية	$x_f = x_{eq}$	$n_0 - x_{eq}$	بوفرة	x_{eq}	x_{eq}

(أ/ كتابة عبارة τ_f بدلالة C_0 و $[H_3O^+]_f$)

$$\tau_f = \frac{x_{eq}}{x_{max}} = \frac{n(H_3O^+)}{n_0} = \frac{[H_3O^+]_{eq}}{C_0}$$

$$\tau_f\% = \frac{[H_3O^+]_{eq}}{C_0} \times 100$$

ب/ كتابة عبارة كسر التفاعل Q_{req} عند التوازن:

$$Q_{req} = \frac{[CH_3COO^-]_{eq} \times [H_3O^+]_{eq}}{[CH_3COOH]_{eq} \times [H_2O]_{eq}} \quad \text{مع } [H_2O] = 1$$

• نبين أنه يمكن كتابة Q_{req} على الشكل:

$$Q_{req} = \frac{[H_3O^+]_{eq}^2}{C_0 - [H_3O^+]_{eq}}$$

لدينا من جدول تقدم التفاعل:

$$[H_3O^+] = [CH_3COO^-] = \frac{x_{eq}}{V}$$

$$[CH_3COOH] = \frac{n_0 - x_{eq}}{V} = \frac{n_0}{V} - \frac{x_{eq}}{V}$$

وأيضا:

$$[CH_3COOH]_{eq} = C_0 - [H_3O^+]_{eq}$$

إذا:

$$Q_{req} = \frac{[CH_3COO^-]_{eq} \times [H_3O^+]_{eq}}{[CH_3COOH]} = \frac{[H_3O^+]_{eq}^2}{C_0 - [H_3O^+]_{eq}} \quad \text{و عليه:}$$

ج/ عبارة σ_{eq} بدلالة: $\lambda_{H_3O^+}$ و $\lambda_{CH_3COO^-}$ و $[H_3O^+]_{eq}$:

$$\sigma_{eq} = \lambda_{H_3O^+} \times [H_3O^+]_{eq} + \lambda_{CH_3COO^-} \times [CH_3COO^-]_{eq}$$

$$[H_3O^+]_{eq} = [CH_3COO^-]_{eq} \quad \text{لدينا مما سبق:}$$

$$\sigma_{eq} = [H_3O^+]_{eq} \times (\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{CH_3COO^-})$$

(أ/ إكمال الجدول: العلاقات اللازمة لإكمال الجدول:

$$[H_3O^+]_{eq} = \frac{\sigma_{eq}}{(\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{CH_3COO^-})} \Rightarrow Q_{req} = \frac{[H_3O^+]_{eq}^2}{C_0 - [H_3O^+]_{eq}}$$

$$\tau_f \% = \frac{[H_3O^+]_{eq}}{C}$$

المحلول	$C (mol/L)$	$\sigma_{eq} (S.m^{-1})$	$[H_3O^+]_{eq} (mol/L)$	$\tau_f \%$	Q_{req}
S_0	1×10^{-2}	0,016	4×10^{-4}	4%	$1,7 \times 10^{-5}$
S_1	5×10^{-2}	0,036	$9,3 \times 10^{-4}$	1,8%	$1,7 \times 10^{-5}$

ب/ يؤثر التركيز المولي على: $\tau_f \%$ كالتالي: $C_0 \propto \tau_f$
 « يعني كلما نقص التركيز زادت نسبة τ_f »

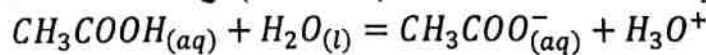
لا يؤثر التركيز المولي على Q_{req}

ملاحظة:

Q_{req} يتأثر بدرجة الحرارة.

التمرين 05:

I. نمذج التحول الكيميائي المحدود لحمض الإيثانويك (حمض الخل) مع الماء بتفاعل كيميائي معادلته:



هل تعلم ؟
 أول مترو كهربائي للأنفاق
 استخدم في لندن عام 1890م

- 1) أعط تعريفا للحمض وفق نظرية برونشتد.
- 2) اكتب الثنائيتين (أساس/حمض) الداخلتين في التفاعل الحاصل.
- 3) اكتب عبارة ثابت التوازن (K) الموافق للتفاعل الكيميائي السابق.

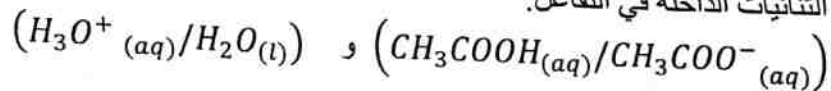
II. نحضر محلولاً مائياً لحمض الإيثانويك حجمه $V = 100 \text{ mL}$ وتركيزه $C = 2.7 \times 10^{-3} \text{ mol/L}$ ، وقيمة الـ pH له في الدرجة $25^\circ C$ تساوي 3,7

- (1) استنتج التركيز المولي النهائي لشوارد الهيدرونيوم في محلول حمض الإيثانويك.
- (2) أنشئ جدولاً تقدم التفاعل، ثم احسب كلا من التقدم النهائي x_f و التقدم الأعظمي x_{max} .
- (3) احسب قيمة النسبة النهائية (τ_f) لتقدم التفاعل. ماذا تستنتج؟
- (4) احسب:

أ/ التركيز المولي النهائي لكل من (CH_3COOH) و (CH_3COO^-) .
 ب/ قيمة pK_a للثنائية (CH_3COOH/CH_3COO^-) ، واستنتج النوع الكيميائي المتغلب في المحلول الحمضي. برر إجابتك

تصحيح التمرين 05:

- I. (1) تعريف الحمض حسب برونشستد: هو كل فرد كيميائي بإمكانه فقد بروتون (H^+) أو أكثر خلال تفاعل كيميائي.
- (2) الثنائيات الداخلة في التفاعل:



(3) كتابة عبارة K :

$$K = \frac{[CH_3COO^-]_f [H_3O^+]_f}{[CH_3COOH]_f}$$

$$[H_3O^+]_f = 10^{-pH} = 10^{-3,7} = 2 \times 10^{-4} \text{ mol/L} \quad \text{II}$$

(2) جدول التقدم

المعادلة		$CH_3COOH_{(aq)} + H_2O_{(l)} = CH_3COO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$			
الحالة		كميات المادة (mol)			
التقدم					
ابتدائية	$x = 0$	$C.V$	بوفرة	0	0
انتقالية	x	$C.V - x$	بوفرة	x	x
نهائية	x_f	$C.V - x_f$	بوفرة	x_f	x_f

$$x_{max} = n_0 = C.V = 2,7 \times 10^{-4} \text{ mol}$$

$$x_f = [H_3O^+].V = 2 \times 10^{-4} \times 0,1 = 2 \times 10^{-5} \text{ mol}$$

(3) حساب قيمة τ_f :

$$\tau_f = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{2 \times 10^{-5}}{2,7 \times 10^{-4}} = 0,074$$

$\tau_f < 1$ ومنه تفاعل حمض الإيثانويك مع الماء غير تام (محدود) ومنه فإن الحمض ضعيف

(4) أ/ حساب $[CH_3COOH]_f$ و $[CH_3COO^-]_f$:

$$[CH_3COO^-]_f = [H_3O^+]_f = 2 \times 10^{-4} \text{ mol/l}$$

$$[CH_3COOH]_f = C_0 - [CH_3COO^-]_f = 2,5 \times 10^{-3} \text{ mol/l}$$

ب/ حساب قيمة Pk_a للثنائية:

الطريقة 1:

$$K_a = \frac{[CH_3COO^-]_f [H_3O^+]_f}{[CH_3COOH]_f} = 1,6 \times 10^{-5}$$

$$Pka = -\log k_a = 4,8$$

الطريقة 2:

$$PH = Pka + \log \left(\frac{[CH_3COO^-]_f}{[CH_3COOH]_f} \right)$$

$$Pka = PH - \log \left(\frac{[CH_3COO^-]_f}{[CH_3COOH]_f} \right) \Rightarrow Pk_a = 4,8$$

الصفة الغالبة هي: الحمضية لأن $PH < Pk_a$ أي $[CH_3COOH]_f > [CH_3COO^-]_f$

التمرين 06:

نعتبر محلولاً مائياً لحمض الإيثانويك حجمه $V = 100ml$ وتركيزه المولي $C = 1 \times 10^{-2} mol/L$ نقيس الناقلية G لهذا المحلول في الدرجة $25^\circ C$ بجهاز قياس الناقلية، ثابت خليته $K = 1,2 \times 10^{-2} m$ فكانت النتيجة $G = 1,92 \times 10^{-4} S$

- (1) احسب كتلة الحمض النقي المنحلة في الحجم V من المحلول.
- (2) أكتب معادلة التفاعل المنمذج لتفكك حمض الإيثانويك في الماء.
- (3) أنشئ جدولاً لتقدم التفاعل. عرف التقدم الأعظمي x_{max} وعبر عنه بدلالة التركيز C للمحلول و حجمه V .
- (4) أ/ أعط عبارة الناقلية النوعية σ_f للمحلول:
- بدلالة الناقلية G_f للمحلول و الثابت K للخلية.
- بدلالة التركيز المولي لشوارد الهيدرونيوم $[H_3O^+]_f$ ، والناقلية المولية الشاردية $\lambda_{H_3O^+}$ والناقلية المولية الشاردية $\lambda_{CH_3COO^-}$ (نهمل التشرّد الذاتي للماء).
- ب/ استنتج عبارة $[H_3O^+]_f$ في الحالة النهائية (حالة التوازن) بدلالة K ، G_f ، $\lambda_{H_3O^+}$ و $\lambda_{CH_3COO^-}$ ، احسب قيمته.

ج/ استنتج قيمة PH المحلول

د/ احسب τ_f ، ماذا تستنتج؟

- (5) أوجد عبارة كسر التفاعل Q_{rf} في الحالة النهائية (حالة التوازن) بدلالة $[H_3O^+]_f$ والتركيز C للمحلول. ماذا يمثل Q_{rf} في هذه الحالة؟

(6) احسب pka للثنائية (CH_3COOH/CH_3COO^-) .

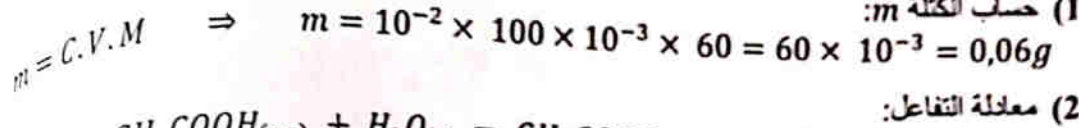
$$M(O) = 16g/mol \quad M(H) = 1g/mol \quad M(C) = 12g/mol$$

$$\lambda_{CH_3COO^-} = 4.1 mS.m^2.mol^{-1} \quad \lambda_{H_3O^+} = 35 mS.m^2.mol^{-1} \quad Ke = 10^{-14}$$



تصحيح التمرين 06:

(1) حساب الكتلة m :
 $m = 10^{-2} \times 100 \times 10^{-3} \times 60 = 60 \times 10^{-3} = 0,06g$



(3) جدول التقدم

المعادلة	التقدم	كميات المادة (mol)			
		$CH_3COOH_{(aq)} + H_2O_{(l)} = CH_3COO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$			
الحالة					
ابتدائية	$x = 0$	10^{-3}	بوفرة	0	0
انفعالية	x	$10^{-3} - x$	بوفرة	x	x
نهائية	x_f	$10^{-3} - x_f$	بوفرة	x_f	x_f
اعظمية	x_{max}	$10^{-3} - x_{max}$	بوفرة	x_{max}	x_{max}

- التقدم الأعظمي x_{max} هو التقدم الذي يبلغه التفاعل عندما يختفي المتفاعل المحد.

$C \times V - x_{max} = 0 \Rightarrow x_{max} = C \times V = 10^{-3} mol$

(4) أ/ عبارة النقلية بدلالة G_f و K : لدينا: $G_f = \sigma_f \cdot K$ ومنه $\sigma_f = \frac{G_f}{K}$

• عبارة σ_f بدلالة C و λ :

$\sigma_f = \lambda_{H_3O^+} \times [H_3O^+]_f + \lambda_{CH_3COO^-} \times [CH_3COO^-]_f$

ب/ عند التوازن:

$[H_3O^+]_f = [CH_3COO^-]_f = \frac{x_f}{V}$

$\frac{G_f}{K} = \lambda_{H_3O^+} \times [H_3O^+]_f + \lambda_{CH_3COO^-} \times [CH_3COO^-]_f = [H_3O^+]_f (\lambda_{CH_3COO^-} + \lambda_{H_3O^+})$

$[H_3O^+]_f = \frac{G_f}{K \times (\lambda_{CH_3COO^-} + \lambda_{H_3O^+})} = 4,1 \times 10^{-4} mol/L$

ج/ قيمة PH المحلول:

$PH = -\log[H_3O^+]_f \approx 3,4$

د/ حساب τ_f :

التفاعل غير تام $\Rightarrow \tau_f = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{[H_3O^+]_f}{C} = \frac{4,1 \times 10^{-4}}{10^{-2}} = 0,041 < 1$

(5) إيجلا عبارة Qr_f :

$Qr_f = \frac{[CH_3COO^-]_f \times [H_3O^+]_f}{[CH_3COOH]_f} = \frac{[H_3O^+]_f^2}{C - [H_3O^+]_f}$

• يمثل كسر التفاعل النهائي ثابت الحموضة Ka و ثابت التوازن K :

$K = Ka = Qr_f = \frac{(4,1 \times 10^{-4})^2}{95,9 \times 10^{-4}} = 1,67 \times 10^{-5}$

(6) حساب Pka الثنائية: $\Rightarrow Pka = -\log Ka \approx 4,8$

التمرين 07:

(1) نحضر محلولاً مائياً S_1 حجمه $V = 200 \text{ mL}$ لحمض البنزويك C_6H_5COOH بتركيز مولي $C_1 = 1 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$ ، ثم نقيس pH هذا المحلول فنجد $pH_1 = 3,1$.

ا/ اكتب معادلة تفاعل حمض البنزويك مع الماء.

ب/ أنشئ جدولاً لتقدم هذا التفاعل.

ج/ احسب نسبة التقدم النهائي τ_{1f} لهذا التفاعل. ماذا تستنتج؟

د/ اكتب عبارة ثابت الحموضة K_{al} للثنائية $C_6H_5COOH(aq)/C_6H_5COO^-(aq)$.

ه/ أثبت أن K_{al} يعطى بالعلاقة $K_{al} = c_1 \times \frac{\tau_{1f}^2}{1-\tau_{1f}}$ ، ثم احسب قيمته.

(2) نأخذ حجماً 20 mL من المحلول S_1 ونمده 10 مرات بالماء فنحصل على محلول S'_1 لحمض البنزويك بتركيز مولي C'_1 ، ثم نقيس pH هذا المحلول فنجد $pH'_1 = 3,6$.

ا/ أثبت أن: $C'_1 = 1,00 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$.

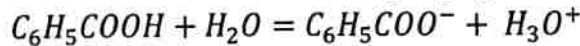
ب/ احسب القيمة الجديدة لنسبة التقدم النهائي τ_{2f} لتفاعل حمض البنزويك مع الماء.

ج/ ما هو تأثير تخفيف المحاليل على نسبة التقدم النهائي؟

تصحيح التمرين 07:

(1) لدينا: $S_1(C_6H_5COOH) \begin{cases} V = 200 \text{ mL} \\ C_1 = 10^{-2} \text{ mol/L} \\ PH_1 = 3,1 \end{cases}$

ا/ معادلة تفكك C_6H_5COOH في الماء:



ب/ جدول تقدم التفاعل:

المعادلة		$C_6H_5COOH + H_2O = C_6H_5COO^- + H_3O^+$			
الحالة	التقدم	كميات المادة (mol)			
ابتدائية	$x = 0$	n_0	بوفرة	0	0
انتقالية	x	$n_0 - x$	بوفرة	x	x
نهائية	x_f	$n_0 - x_f$	بوفرة	x_f	x_f

حيث: $n_0 = C_1 \times V = 10^{-2} \times 200 \times 10^{-3} = 2 \times 10^{-3} \text{ mol}$

ج/ حساب τ_f لهذا التفاعل (التفكك): $\tau_f = \frac{x_f}{x_{max}}$

من جدول تقدم التفاعل نلاحظ أن C_6H_5COOH هو المحد.

$$n_0 - x_{max} = 0 \Rightarrow x_{max} = n_0 \Rightarrow x_{max} = 2 \times 10^{-3} \text{ mol}$$

ومن جهة أخرى: $x_f = n_f(H_3O^+) = [H_3O^+]_f \cdot V$

$$x_f = 10^{-PH} \times V \Rightarrow x_f = 1,6 \times 10^{-4} \text{ mol}$$

$$\tau_{f1} = \frac{1,6 \times 10^{-4}}{2 \times 10^{-3}} = 0,8 \times 10^{-1}$$

$\tau_{f1} = 0,08 = 8\%$ نستنتج أن حمض البنزويك حمض ضعيف لأن $\tau_{f1} < 1$

د/ عبارة Ka_1 :

$$K = Ka_1 = \frac{[C_6H_5COO^-]_{eq}[H_3O^+]_{eq}}{[C_6H_5COOH]_{eq}}$$

ه/ الإثبات:

$$Ka_1 = \frac{[C_6H_5COO^-]_{eq}[H_3O^+]_{eq}}{[C_6H_5COOH]_{eq}} \quad \text{لدينا:}$$

$$\begin{aligned} [C_6H_5COO^-]_{eq} &= [H_3O^+]_{eq} \quad \dots\dots\dots ① \\ [C_6H_5COOH]_f &= C_0 - [H_3O^+]_f \quad \dots\dots\dots ② \end{aligned}$$

و:

$$Ka_1 = \frac{[H_3O^+]_f^2}{C_0 - [H_3O^+]_f} \quad \text{من ① و ② ينتج:}$$

$$\tau_f = \frac{[H_3O^+]}{C_1} \Rightarrow [H_3O^+] = \tau_f \times C \Rightarrow Ka_1 = \frac{(\tau_f \times C_1)^2}{C_1 - \tau_f \times C_1}$$

$$Ka_1 = \frac{\tau_f^2 \times C_1^2}{C_1(1 - \tau_f)} \Rightarrow Ka_1 = \frac{\tau_f^2 \times C_1}{(1 - \tau_f)}$$

• حساب قيمة Ka_1 :

$$Ka_1 = 10^{-2} \frac{0,08^2}{1 - 0,08} = \frac{64 \times 10^{-6}}{9,2 \times 10^{-1}} \rightarrow Ka_1 = 6,9 \times 10^{-5}$$

سأل الأستاذ: هل المذيع
مذكر أو مؤنث؟
فأجاب تلميذ: مؤنث لأنه لا
يكف عن الكلام.

$$S_1' \begin{cases} V' = 200 \text{ ml} \\ C_1' = ? \\ PH_1' = 3.6 \end{cases} \quad (2)$$

$$C_1' = 10^{-3} \text{ mol/L} \quad \text{إثبات أن}$$

قانون التمديد:

$$C_1 \cdot V = C_1' \cdot V' \Rightarrow C_1' = C_1 \times \frac{V}{V'} = C_1 \times 10^{-1}$$

$$C_1' = 10^{-2} \times 10^{-1} = 10^{-3} \text{ mol/L}$$

حساب القيمة الجديدة ل τ_{2f} :

$$\tau_{2f} = \frac{x_f}{x_{max}}$$

من جدول التقدم لدينا:

$$x_{max} = V' \times C_1' = 10^{-3} \times 200 \times 10^{-3} = 2 \times 10^{-4} \text{ mol}$$

ولدينا أيضا:

$$x_f = [H_3O^+]_{eq} \times V' = 10^{-3,6} \times 0,2 = 5 \times 10^{-5} \text{ mol}$$

$$\tau_{2f} = \frac{5 \times 10^{-5}}{2 \times 10^{-4}} = 0,25 = 25\% \quad \text{إذن:}$$

نلاحظ أن: $\tau_{2f} > \tau_{1f}$ إذن: عند تخفيف المحاليل تزيد نسبة التقدم النهائي للتفاعل.

التمرين 08:

لدينا حجم $V_0 = 80 \text{ mL}$ من محلول S_0 لكلور الأمونيوم صيغته $(\text{NH}_4^+, \text{Cl}^-)_{aq}$ تركيزه $C_0 = 10^{-3} \text{ mol/L}$

(1) قياس الـ pH هذا المحلول يعطي القيمة 5,2.

أ/ اكتب معادلة تفاعل شاردة الأمونيوم مع الماء.

ب/ شاردة الأمونيوم عبارة عن حمض. بين أنه حمض ضعيف.

ج/ أعط عبارة ثابت الحموضة k_a للثنائية (أساس/حمض) التي تنتمي إليها شاردة الأمونيوم.

د/ استنتج عبارة الـ pH بدلالة pK_a وتركيزي النوعين الأساس والحمض المشكلين للثنائية السابقة.

هـ/ علما أن pK_a لهذه الثنائية يساوي 9,2. أوجد قيمة النسبة: $\frac{[\text{الأساس}]}{[\text{الحمض}]}$ ما النوع الكيميائي الذي يمثل أقلية؟

(2) نضيف لـ S_0 حجم $V_1 = 20 \text{ mL}$ من محلول الصود تركيزه $C_1 = 10^{-3} \text{ mol/L}$.

أ/ اكتب معادلة التفاعل الحادث، وأنشئ جدولا لتقدم التفاعل.

ب/ استنتج عبارة ثابت التوازن K الموافق لهذا التفاعل بدلالة تراكيز مختلف الأنواع الكيميائية عند التوازن

ج/ بين أن K يمكن كتابته على الشكل: $K = \frac{K_a}{K_e}$. حيث K_e الجداء الشاردي للماء.

د/ احسب قيمة K علما أن $pK_e = 14$.

هـ/ بفرض أن التفاعل تام احسب قيمة pH النهائية.

تصحيح التمرين 08:

(1)

أ/ معادلة التفاعل $\text{NH}_4^+_{(aq)} + \text{H}_2\text{O}_{(l)} = \text{NH}_3_{(aq)} + \text{H}_3\text{O}^+_{(aq)}$ في الماء:

ب/ حساب $\tau_f = \frac{x_f}{x_{\max}}$

إنشاء جدول التقدم:

المعادلة		$\text{NH}_4^+_{(aq)} + \text{H}_2\text{O}_{(l)} = \text{NH}_3_{(aq)} + \text{H}_3\text{O}^+_{(aq)}$			
الحالة	التقدم	كميات المادة (mol)			
ابتدائية	$x = 0$	n_0	بوفرة	0	0
انتقالية	x	$n_0 - x$	بوفرة	x	x
نهائية	x_f	$n_0 - x_f$	بوفرة	x_f	x_f

نلاحظ من جدول التقدم أن:

$$x_f = n_f(\text{H}_3\text{O}^+) = [\text{H}_3\text{O}^+]_f \times V \Rightarrow x_{\max} = n_0 = C_0 \cdot V_0$$

$$\tau_f = \frac{10^{-5.2}}{10^{-3}} = 0.6 \times 10^{-2}$$

وبالتالي:

$\tau_f = 0.6\%$ و منه $\tau_f < 1$ إذن التفكك غير تام، NH_4^+ حمض ضعيف.

لا تضع البيض كله
في سلة واحدة
وارن بافت

ج/ عبارة K_a للثنائية (NH_4^+/NH_3) :

$$K_a = \frac{[NH_3]_f \times [H_3O^+]_f}{[NH_4^+]_f}$$

د/ استنتاج عبارة pH بدلالة pK_a وتركيز الأساس و الحمض المشكلة للثنائية (NH_4^+/NH_3) :
لدينا سابقا :

$$K_a = \frac{[NH_3]_f [H_3O^+]_f}{[NH_4^+]_f}$$

$$\frac{K_a}{[H_3O^+]_f} = \frac{[NH_3]_f}{[NH_4^+]_f} \rightarrow \log \left(\frac{K_a}{[H_3O^+]_f} \right) = \log \left(\frac{[NH_3]_f}{[NH_4^+]_f} \right)$$

$$\log K_a - \log [H_3O^+]_f = \log \left(\frac{[NH_3]_f}{[NH_4^+]_f} \right) \rightarrow -\log [H_3O^+]_f = -\log K_a + \log \left(\frac{[NH_3]_f}{[NH_4^+]_f} \right)$$

$$PH = Pka + \log \left(\frac{[NH_3]_f}{[NH_4^+]_f} \right) \dots \dots \dots ①$$

ه/ علما أن: $Pka = 9,2$

إيجاد قيمة النسبية: من العلاقة ① ينتج: $\log \left(\frac{[NH_3]_f}{[NH_4^+]_f} \right) = PH - Pka = 5,2 - 9,2$

$$\log \left(\frac{[NH_3]_f}{[NH_4^+]_f} \right) = -4 \Rightarrow \left(\frac{[NH_3]_f}{[NH_4^+]_f} \right) = 10^{-4}$$

إذن العنصر الذي يمثل الأقلية هو NH_3

(2)
أ/ معادلة التفاعل:

المعادلة		$NH_4^+(aq) + OH^-(aq) = NH_3(aq) + H_2O(l)$			
الحالة	التقدم	كميات المادة (mol)			
ابتدائية	$x = 0$	$C_0 \cdot V_0$	$C_1 \cdot V_1$	0	بوفرة
نهائية	x_f	$C_0 \cdot V_0 - x_f$	$C_1 \cdot V_1 - x_f$	x_f	بوفرة

ب/ عبارة K ثابت التوازن:

$$K = \frac{[NH_3]_{eq}}{[NH_4^+]_{eq} [OH^-]_{eq}}$$

ج/ قيمة K : لدينا سابقا:

$$K = \frac{[NH_3]_{eq}}{[NH_4^+]_{eq} [OH^-]_{eq}} = \frac{[NH_3]_{eq} \times [H_3O^+]_{eq}}{[NH_4^+]_{eq} [OH^-]_{eq} \times [H_3O^+]_{eq}}$$

$$K = \frac{[NH_3]_{eq} \times [H_3O^+]_{eq}}{[NH_4^+]_{eq}} \times \frac{1}{[OH^-]_{eq} \times [H_3O^+]_{eq}}$$

$$K = \frac{K_a}{K_e} = \frac{10^{-Pka}}{10^{-Pke}} = \frac{10^{-9.2}}{10^{-14}} \approx 63095.73$$

د / حساب الـ pH النهائي: التفاعل تام معناه: $\begin{cases} x_{max} = C_0 V_0 = 0.08 \times 10^{-3} \text{ mol} \\ x_{max} = C_1 V_1 = 0.02 \times 10^{-3} \text{ mol} \end{cases}$

إن التقدّم الأعظمي المقبول هو: $x_{max} = 0.02 \times 10^{-3} \text{ mol}$ و بالتالي:

$$[NH_3]_f = \frac{n(NH_3)_f}{V_t} = \frac{x_{max}}{V_t} ; \quad [NH_4^+]_f = \frac{n(NH_4^+)_f}{V_T} = \frac{C_0 \cdot V_0 - x_{max}}{V_T}$$

و نعلم أن: $pH = pK_a + \log \left(\frac{[NH_3]_f}{[NH_4^+]_f} \right)$

$$pH = pK_a + \log \frac{\frac{x_{max}}{V_T}}{\frac{C_0 \cdot V_0 - x_{max}}{V_T}} = pK_a + \log \frac{x_{max}}{C_0 \cdot V_0 - x_{max}}$$

$$pH = 9,2 + \log \frac{2 \times 10^{-5}}{8 \times 10^{-5} - 2 \times 10^{-5}} = 8,7$$

التمرين 09:

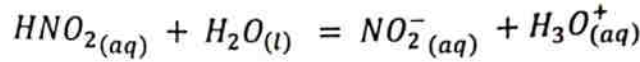
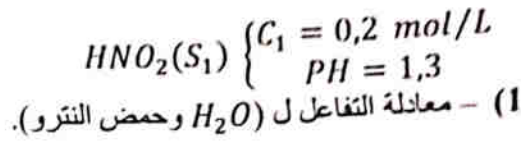
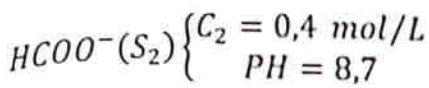
I. pH محلول مائي لحمض النترو HNO_2 تركيزه $C_1 = 0,20 \text{ mol/L}$ يساوي 1,3. أما pH محلول مائي لميثانوات الصوديوم ($HCOO^-_{(aq)}, Na^+_{(aq)}$) تركيزه $C_2 = 0,40 \text{ mol/L}$ يساوي 8,7.

- اكتب معادلة تفاعل الماء مع حمض النترو. أعطى عبارة ثابت التوازن K_1 .
- اكتب معادلة التفاعل بين الماء وشوارد الميثانوات. أعطى عبارة ثابت التوازن K_2 .
- على محور الـ pH حدد مجال توضع الثنائيات (أساس/حمض) التي تلعب دور في التفاعل. ما هي الصفة الغالبة في كل محلول؟

II. نمزج حجما $V = 200 \text{ mL}$ من كل محلول من المحاليل السابقة، حيث عدد مولات حمض النترو في المزيج $n_1 = 0,04 \text{ mol}$ وعدد مولات ميثانوات الصوديوم $n_2 = 0,08 \text{ mol}$.

- اكتب معادلة التفاعل التي تحدث بين حمض النترو وشاردة الميثانوات.
- عبر عن كسر التفاعل Q_{ri} لهذا التفاعل ثم احسبه.
- أعط عبارة كسر التفاعل عند التوازن بدلالة ثابت الحموضة للثنائيات ثم احسبه.
- استنتج جهة تطور التفاعل للمعادلة الموجودة في (1 - II)
- أنشئ جدول تقدم التفاعل وتأكد من أن قيمة التقدّم النهائي عند حالة التوازن $x_{eq} = 3,3 \times 10^{-2} \text{ mol}$
- احسب مختلف التراكيز للأفراد الكيميائية الموجودة أثناء التوازن.

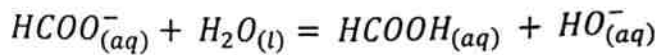
(7) باستعمال إحدى الثنائيات الموجودة في المزيج تأكد أن قيمة pH المزيج قريبة من القيمة $pH = 4$
 $pK_{a1}(HNO_2/NO_2^-) = 3,3$, $pK_{a2}(HCOOH/HCOO^-) = 3,8$



- عبارة ثابت التوازن K_1 :

$$K_1 = \frac{[NO_2^-]_f [H_3O^+]_f}{[HNO_2]_f} \quad \text{و} \quad [H_2O] = 1$$

(2) معادلة تفاعل لـ H_2O وشاردة الميثانوات



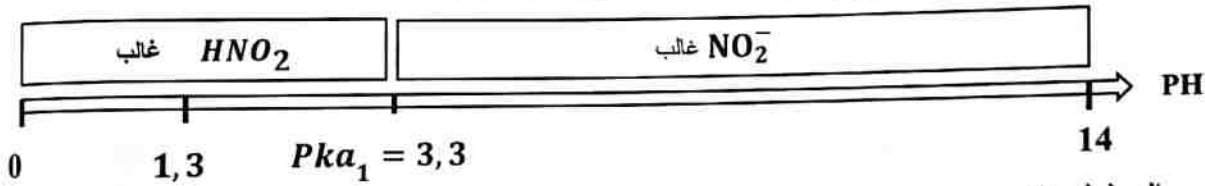
- عبارة K_2 :

$$K = \frac{[HCOOH]_f [HO^-]_f}{[HCOO^-]_f} \quad \text{و} \quad [H_2O] = 1$$

(3) توزيع الصفة الغالبة لكل محلول:

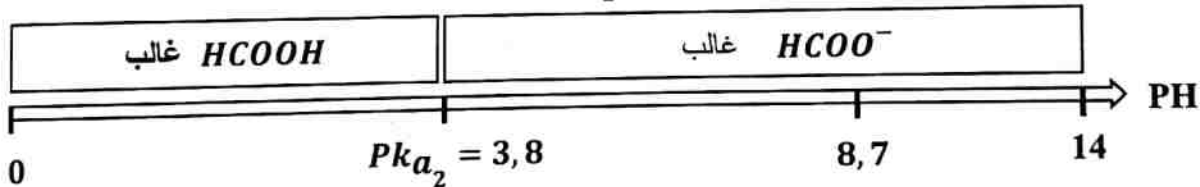
-المحلول S_1 :

الصفة الغالبة في المحلول (S_1) هي: حمضية، لأن: $PH < Pka_1$

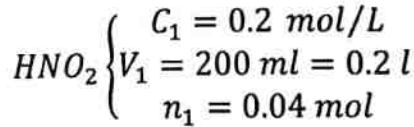
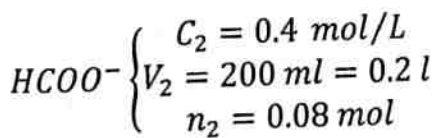


-المحلول S_2 :

الصفة الغالبة في المحلول (S_2) هي: قاعدية، لأن: $PH > Pka_2$



II.



(1) معادلة التفاعل:



(2) عبارة كسر التفاعل:

$$Qr_i = \frac{[NO_2^-]_i \times [HCOOH]_i}{[HNO_2]_i \times [HCOO^-]_i} = 0$$

(3)

$$Qr_f = \frac{[NO_2^-]_f \times [HCOOH]_f \times [H_3O^+]_f}{[HNO_2]_f \times [HCOO^-]_f \times [H_3O^+]_f}$$

$$Qr_f = \frac{Ka_1}{Ka_2} = \frac{10^{-pKa_1}}{10^{-pKa_2}} = \frac{10^{-3,3}}{10^{-3,8}} = 3,2$$

(4) جبة تطور التفاعل:

$$Qr_f > Qr_i \quad \Leftrightarrow \quad 3,2 > 0$$

إذن: الجملة تتطور في الاتجاه المباشر.

(5) إنشاء الجدول:

	$HNO_{2(aq)} + HCOO^-_{(aq)} = NO_2^-_{(aq)} + HCOOH_{(aq)}$			
t_0	$n_0 = 0,04$	$n_0 = 0,08$	0	0
t	$0,04 - x$	$0,08 - x$	x	x
t_{eq}	$0,04 - x_{eq}$	$0,08 - x_{eq}$	x_{eq}	x_{eq}

$$Qr_f = \frac{[NO_2^-]_f \times [HCOOH]_f}{[HNO_2]_f \times [HCOO^-]_f} = \frac{\frac{x_{eq}}{V} \times \frac{x_{eq}}{V}}{\frac{0,04 - x_{eq}}{V} \times \frac{0,08 - x_{eq}}{V}} = 3,2$$

$$\frac{(x_{eq})^2}{(0,04 - x_{eq}) \times (0,08 - x_{eq})} = 3,2$$

بحلها نجد: $x_{eq} = 3,3 \times 10^{-2} \text{ mol}$

(6) حساب التراكيز للأنواع الكيميائية أثناء التوازن:

$$[HNO_2]_{eq} = \frac{0,04 - x_{eq}}{V_T} = \frac{0,04 - 3,3 \times 10^{-2}}{0,4} = 0,0175 \text{ mol/L}$$

$$[HCOO^-]_{eq} = \frac{0,08 - x_{eq}}{V_T} = \frac{0,08 - 3,3 \times 10^{-2}}{0,4} = 0,117 \text{ mol/L}$$

$$[NO_2^-]_{eq} = \frac{x_{eq}}{V_T} = \frac{3,3 \times 10^{-2}}{0,4} = 0,082 \text{ mol/L}$$

$$[HCOOH]_{eq} = \frac{x_{eq}}{V_T} = \frac{3,3 \times 10^{-2}}{0,4} = 0,082 \text{ mol/L}$$

(7) التأكد من أن قيمة PH قريبة من 4.

الطريقة 1:

$$PH = pKa_1 + \log \left(\frac{[NO_2^-]_f}{[HNO_2]_f} \right) = 3,3 + \log \left(\frac{0,082}{0,0175} \right) = 3,97$$

الطريقة 2:

$$PH = pKa_2 + \log \left(\frac{[HCOO^-]_f}{[HCOOH]_f} \right) = 3,8 + \log \left(\frac{0,117}{0,082} \right) = 3,95$$

ما نصف عشر ضعفي عشرة
أضعاف الرقم (2)

التمرين 10:

محلول مائي لحمض الإيثانويك CH_3COOH تركيزه C مقدرا بالوحدة $(mol.L^{-1})$.
(1) اكتب معادلة التفاعل الكيميائي المنمذج للتحويل الكيميائي الحاصل بين حمض الإيثانويك والماء.

(2) أنشئ جدولا لتقدم التفاعل الكيميائي السابق.

(3) أوجد عبارة $[H_3O^+]_f$ بدلالة C ، τ_f (نسبة تقدم التفاعل النهائي).

(4) بين أنه يمكن كتابته عبارة ثابت الحموضة (K_a) للثنائية (CH_3COOH/CH_3COO^-) على الشكل:

$$K_a = \frac{\tau_f^2 \cdot C}{1 - \tau_f}$$

(5) نحدد قيمة τ للتحويل من أجل تراكيز مولية مختلفة (C) وندون النتائج في الجدول أدناه:

$C(mol.L^{-1}) \times 10^{-2}$	17,8	8,77	1,78	1,08
$\tau_f (\times 10^{-2})$	1,0	1,4	3,1	4,0
$A = 1/C (L.mol^{-1})$				
$B = \tau_f^2 / (1 - \tau_f)$				

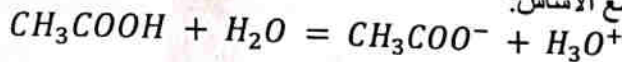
/ أ / أكمل الجدول السابق.

/ ب / مثل البيان $A = f(B)$.

/ ج / استنتج ثابت الحموضة K_a للثنائية (CH_3COOH/CH_3COO^-) .

تصحيح التمرين 10:

(1) معادلة تفاعل الحمض مع الأساس:



(2) جدول التقدم:

المعادلة		$CH_3COOH + H_2O = CH_3COO^- + H_3O^+$			
الحالة	التقدم	كميات المادة (mol)			
ابتدائية	$x = 0$	$C.V$	بوفرة	0	0
انتقالية	x	$C.V - x$	بوفرة	x	x
نهائية	x_f	$C.V - x_f$	بوفرة	x_f	x_f

(3) إيجاد عبارة $[H_3O^+]_f$ بدلالة C و τ_f :

لدينا من جدول التقدم:

$$n(H_3O^+) = x_f = [H_3O^+]_f \cdot V$$

$$\tau_f = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{x_f}{C.V} \Rightarrow \tau_f = \frac{[H_3O^+]_f \cdot V}{C.V} = \frac{[H_3O^+]_f}{C}$$

$$[H_3O^+]_f = \tau_f \cdot C \quad \text{و منه :}$$

(4) نبين أنه يمكن كتابة عبارة ثابت الحموضة K_a على الشكل: $K_a = \frac{\tau_f^2 \cdot C}{1 - \tau_f}$

$$K_a = \frac{[CH_3COO^-]_f [H_3O^+]_f}{[CH_3COOH]_f} \quad \text{لدينا :}$$

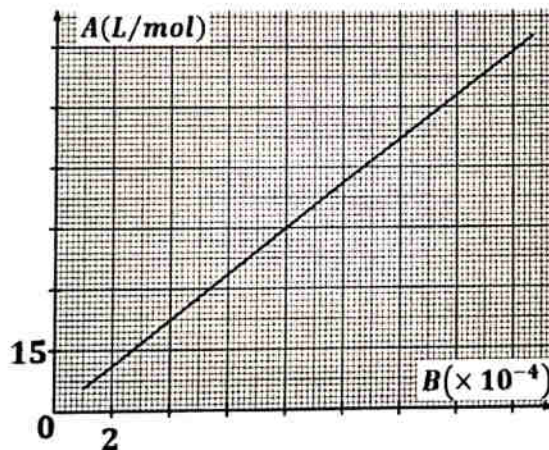
لدينا من جدول التقدم: $[CH_3COO^-]_f = [H_3O^+]_f$
 $[CH_3COOH]_f = C - [H_3O^+]_f$
 $Ka = \frac{[H_3O^+]^2}{C - [H_3O^+]}$
 ونعلم أن: $\tau_f = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{n(H_3O^+)_f}{C \cdot V}$
 $\tau_f = \frac{[H_3O^+] \cdot V}{C \cdot V} = \frac{[H_3O^+]}{C} \Rightarrow [H_3O^+] = \tau_f \cdot C$
 نعوض العبارة في عبارة Ka فنجد:

$$Ka = \frac{(\tau_f \cdot C)^2}{C - \tau_f \cdot C} = \frac{\tau_f^2 \cdot C^2}{C(1 - \tau_f)} = \frac{\tau_f^2 \cdot C}{1 - \tau_f}$$

(5) إكمال الجدول:

$A = \frac{1}{C} (L/mol)$	5,62	11,4	56,18	92,6
$B = \frac{\tau_f^2}{1 - \tau_f}$	10^{-4}	2×10^{-4}	10×10^{-4}	$16,7 \times 10^{-4}$

• رسم البيان $A = f(B)$:



بخيل دخل الحمام ولم يخرج ...
 لماذا ؟ لأنه مكتوب على الباب من
 الداخل ادفع.

• استنتاج Ka:

لدينا بيانياً: البيان عبارة عن خط مستقيم يمر من المبدأ
 معادلته $A = \alpha B$

$$\alpha = \frac{\Delta A}{\Delta B} = \frac{92,6 - 5,6}{16,7 \times 10^{-4} - 10^{-4}} = 5,54 \times 10^4$$

$$\Rightarrow A = 5,54 \times 10^4 \times B$$

$$\frac{1}{C} = 5,54 \times 10^4 \frac{\tau_f^2}{1 - \tau_f} \dots\dots ①$$

$$Ka = \frac{\tau_f^2 \cdot C}{1 - \tau_f}$$

ولدينا نظرياً:

$$\frac{Ka}{C} = \frac{\tau_f^2}{1 - \tau_f} \Rightarrow \frac{1}{C} = \frac{1}{Ka} \times \frac{\tau_f^2}{1 - \tau_f} \dots\dots ②$$

بالمطابقة بين ① و ② نجد أن:

$$\frac{1}{Ka} = 5,54 \times 10^4 \Rightarrow Ka = 1,8 \times 10^{-5}$$

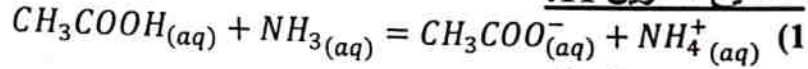
التمرين 11:

لدينا مزيج حجمه $V = 20 \text{ ml}$ من محلول (S) يتكون من $n_1 = 2 \times 10^{-4} \text{ mol}$ من حمض الإيثانويك و $n_2 = 1 \times 10^{-4}$ من النشادر.

- (1) اكتب معادلة التفاعل بين حمض الإيثانويك والنشادر.
- (2) احسب كسر التفاعل للجملة في حالتها الابتدائية.
- (3) قارن بين كسر التفاعل في حالته الابتدائية وعند بلوغ حالة التوازن. ماذا تلاحظ؟ وماذا تستنتج؟
- (4) أعط جدول التقدم للتفاعل.
- (5) عبر عن كسر التفاعل Q_{rf} عند التوازن بدلالة التقدم النهائي x_f .
- (6) احسب قيمة التقدم النهائي x_f وقارنه مع قيمة التقدم الأعظمي x_{max} . هل يمكن اعتبار التفاعل تاما؟
- (7) ما هي الأفراد الكيميائية الموجودة بكثرة في المحلول (S) بالنسبة لكل ثنائية.
- (8) اشرح لماذا قيمة الـ pH للمحلول (S) تساوي 4,8؟

معطيات: $pK_{A2}(NH_4^+/NH_3) = 9,2$ $pK_{A1}(CH_3COOH/CH_3COO^-) = 4,8$

تصحيح التمرين 11:



(2) حساب كسر التفاعل:

$$Q_{ri} = \frac{[CH_3COO^-]_i \times [NH_4^+]_i}{[CH_3COOH]_i \times [NH_3]_i} = \frac{0 \times 0}{10^{-4} \times 10^{-4} \times 2} = 0$$

$$Q_{rf} = \frac{[CH_3COO^-]_f [NH_4^+]_f}{[CH_3COOH]_f [NH_3]_f} \times \frac{[H_3O^+]_f}{[H_3O^+]_f}$$

$$Q_{rf} = \frac{[CH_3COO^-]_f \times [H_3O^+]_f}{[CH_3COOH]_f} \times \frac{[NH_4^+]_f}{[NH_3]_f \times [H_3O^+]_f} = \frac{K_{a1}}{K_{a2}} = \frac{10^{-pK_{a1}}}{10^{-pK_{a2}}} = 2,5 \times 10^4$$

(3) نلاحظ أن: $Q_{ri} < Q_{rf}$ ، الاستنتاج: التفاعل ينزاح في الاتجاه المباشر.

(4) جدول تقدم التفاعل:

المعادلة		$CH_3COOH_{(aq)} + NH_{3(aq)} = CH_3COO^-_{(aq)} + NH_4^+_{(aq)}$			
الحالة	التقدم	كميات المادة (mol)			
ابتدائية	$x = 0$	n_1	n_2	0	0
انتقالية	x	$n_1 - x$	$n_2 - x$	x	x
نهائية	x_f	$n_1 - x_{eq}$	$n_2 - x_{eq}$	x_{eq}	x_{eq}

(5) التعبير عن Q_{rf}

$$Q_{rf} = \frac{[CH_3COO^-]_f [NH_4^+]_f}{[CH_3COOH]_f [NH_3]_f} = \frac{\frac{n_f(CH_3COO^-)}{V} \times \frac{n_f(NH_4^+)}{V}}{\frac{n_f(CH_3COOH)}{V} \times \frac{n_f(NH_3)}{V}}$$

$$\Rightarrow Q_{rf} = \frac{x_f \times x_f}{(n_1 - x_f)(n_2 - x_f)} = \frac{x_f^2}{(n_1 - x_f)(n_2 - x_f)}$$

(6) من عبارة Q_{rf} نجد:

$$(Q_{rf} - 1)x_f^2 - (n_1 + n_2)Q_{rf} \times x_f + Q_{rf} \times n_1 \times n_2 = 0$$

$$2,5 \times 10^4 \times x_f^2 - 7,5 \times x_f + 5 \times 10^{-4} = 0$$

معادلة من الدرجة الثانية حلها المقبول هو: $x_f = 1 \times 10^{-4} \text{ mol}$

إيجاد $x_{\max}$:

$$\begin{cases} x_{\max 1} = n_1 = 1 \times 10^{-4} \text{ mol} & \text{مقبول} \\ x_{\max} = n_2 = 2 \times 10^{-4} \text{ mol} & \text{مرفوض} \end{cases}$$

ومنه: $x_f = x_{\max}$ نستنتج أن التفاعل يمكن القول عنه أنه تام.

$$[CH_3COO^-]_f = \frac{x_f}{V} = 5 \times 10^{-3} \text{ mol/L} \quad (7)$$

$$[CH_3COOH]_f = \frac{n_1 - x_f}{V} = 5 \times 10^{-3} \text{ mol/L}$$

$$[NH_3]_f \approx 0$$

$$[NH_4^+] = \frac{x_f}{V} = 5 \times 10^{-3} \text{ mol/L}$$

(8) بالنسبة للثنائية (CH_3COOH/CH_3COO^-)

$$PH = Pk_{a1} + \log \frac{[CH_3COO^-]_f}{[CH_3COOH]_f} = 4,8 + \log(1) = 4,8$$

التمرين 12:

حضرنا محلولاً S_0 من حمض الإيثانويك تركيزه المولي $C_0 = 10^{-1} \text{ mol.l}^{-1}$ ثم قسنا pH هذا المحلول فوجدنا القيمة $pH = 2,9$.

(1) اكتب معادلة تفكك الحمض في الماء، ثم أنشئ جدولاً لتقدم التفاعل.

(2) أوجد نسبة التقدم النهائي للتفاعل τ_f . ماذا تستنتج؟

(3) انطلاقاً من المحلول السابق S_0 نحضر محاليل (S_i) ممددة وذلك بأخذ في كل مرة حجماً

$V_0 = 10 \text{ ml}$ من S_0 ونضيف إليها حجماً من الماء المقطر.

- أوجد عبارة التركيز C للمحاليل S_i بدلالة C_0 ، V_0 و V_{H_2O} .

(4) بعد حدوث التوازن الكيميائي في المحاليل السابقة نقوم بقياس pH كل محلول فنحصل على النتائج المبينة في الجدول التالي:

$V_{H_2O} \text{ (ml)}$	0	10	20	40	60	90
pH	2,9	3,05	3,15	3,25	3,30	3,40
$C \text{ (mol.l}^{-1}\text{)}$						
$-\log C$						

أ/ أكمل الجدول السابق.

ب/ ارسم البيان $pH = f(-\log C)$.

ج/ إذا علمت أن معادلة البيان من الشكل $pH = -a \log C + b$ ، أوجد قيمة كل من a و b .

د/ أوجد العلاقة النظرية التي تربط بين pH و pK_a .

هـ/ بالاعتماد على جدول تقدم التفاعل بين أن: $pH = \frac{1}{2}(pK_a - \log C)$ حيث يمكن اعتبار $[AH] \approx C$

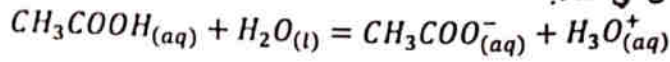
و/ استنتج قيمة pK_a للثنائية (CH_3COOH/CH_3COO^-) .

هل تعلم؟

أول من حصل على جائزة نوبل في مجال الفيزياء العالم الألماني رونتينجن

تصحيح التمرين 12:

(1) معادلة تفكك الحمض في الماء:



جنول تقدم التفاعل:

المعادلة		$CH_3COOH_{(aq)} + H_2O_{(l)} = CH_3COO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$			
الحالة	التقدم	كميات المادة (mol)			
ابتدائية	$x = 0$	n_0	بوفرة	0	0
انتقالية	x	$n_0 - x$	بوفرة	x	x
نهائية	x_f	$n_0 - x_f$	بوفرة	x_f	x_f

(2) إيجاد τ_f :

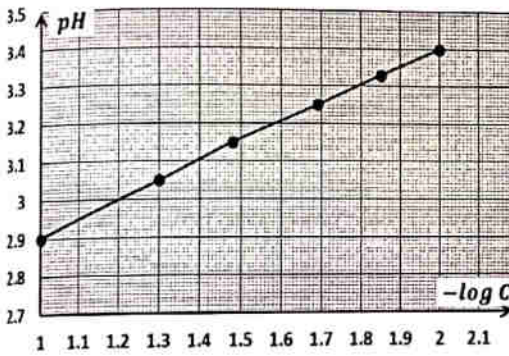
$$\tau_f = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{[H_3O^+]_f \cdot V}{C_0 \cdot V} = \frac{[H_3O^+]}{C_0} = \frac{10^{-2,9}}{0,1} = 0,0112 < 1$$

إذن التفاعل غير تام فالحمض ضعيف.

(3) عبارة C :

$$C_0 \cdot V_0 = C(V_{H_2O} + V_0) \Rightarrow C = \frac{C_0 \cdot V_0}{V_{H_2O} + V_0}$$

(4) إكمال الجدول:



$V_{H_2O} (ml)$	0	10	20	40	60	90
pH	2,9	3,05	3,15	3,25	3,33	3,40
$C (mol \cdot l^{-1})$	0,1	0,05	0,033	0,02	0,014	0,01
$-\log C$	1	1,3	1,48	1,69	1,85	2

ب/ رسم البيان $pH = f(-\log C)$:

ج/ معادلة البيان من الشكل:

$$PH = -a \log C + b$$

$$a = \text{ميل المماس} = \frac{3,4 - 2,9}{2 - 1} = 0,5$$

عند $t = 0$ يكون $pH = b = 2,45$

$$pH = -0,5 \log C + 2,45$$

ومنه:

د/ العلاقة النظرية التي تربط pH بـ pK_a :

$$K_a = \frac{[H_3O^+] \times [CH_3COO^-]}{[CH_3COOH]}$$

$$\log K_a = \log[H_3O^+] + \log \frac{[CH_3COO^-]}{[CH_3COOH]} \Rightarrow -pK_a = -pH + \log \frac{[CH_3COO^-]}{[CH_3COOH]}$$

$$\Rightarrow pH = pK_a + \log \frac{[CH_3COO^-]}{[CH_3COOH]}$$

هـ/ اعتمادا على جدول تقدم التفاعل:

$$[CH_3COOH] = C - [H_3O^+] \approx C, \quad [CH_3COO^-] = [H_3O^+]$$

ولدينا: $pH = pK_a + \log \frac{[CH_3COO^-]}{[CH_3COOH]} \Rightarrow pH = pK_a + \log [CH_3COO^-] - \log [CH_3COOH]$

$$pH = pK_a + \log [H_3O^+] - \log C = pK_a + \log 10^{-pH} - \log c$$

$$2pH = pK_a - \log C$$

$$pH = \frac{1}{2} pK_a - \frac{1}{2} \log C$$

و/ إيجاد قيمة pK_a : عند $t = 0$ يكون: $pK_a = 2 \times 2,9 - 1 = 4,8$

التمرين 13:

نؤخذ كل المحاليل في $25^\circ C$.

نحضر محلولاً S حجمه $500 mL$ بحل كتلة m من حمض البنزويك النقي C_6H_5COOH في الماء.

(1) اكتب معادلة تفكك حمض البنزويك في الماء.

(2) أعط عبارة ثابت الحموضة K_a للثنائية (أساس/حمض).

(3) نعاير حجما $V_a = 20 mL$ من محلول

حمض البنزويك بمحلول هيدروكسيد

الصوديوم $(Na^+_{(aq)} + HO^-_{(aq)})$ تركيزه

المولي $C_b = 0,2 mol.L^{-1}$. المنحنى

البياني (الشكل) يعطي تطور pH المزيج

بدلالة حجم الأساس المضاف V_b

أ/ اكتب معادلة تفاعل المعايرة.

ب/ عين إحداثيات النقطتين E و E' من (الشكل).

ما مدلولهما الكيميائي؟

ج/ جد التركيز المولي c_a لحمض البنزويك.

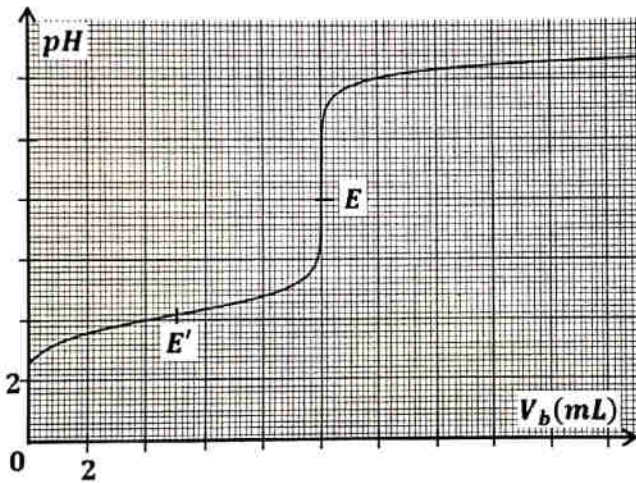
د/ احسب الكتلة m لحمض البنزويك النقي

المستعملة لتحضير المحلول S .

هـ/ جد قيمة K_a للثنائية $C_6H_5COOH_{(aq)}/C_6H_5COO^-$

و/ ما الفرد الكيميائي الذي يشكل الصفة الغالبة في المزيج التفاعلي عند $pH = 6,0$ ؟

تعطى: $M(O) = 16g.mol^{-1}$ ، $M(H) = 1g.mol^{-1}$ ، $M(C) = 12g.mol^{-1}$



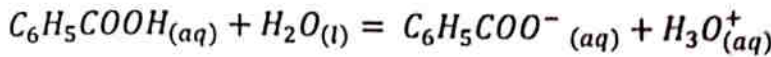
تشارلز بابيج (1791 – 1871)



هو عالم رياضي، وفيلسوف، ومهندس، ومخترع أيضاً، في إنجلترا-لندن، يُعد أول من بدأ بمفهوم الحاسوب، تلقى تعليمه في جامعة كامبردج، وصمم أول حاسبة على الرغم من أنها لم تُستخدم، ولكن فكرته كانت أساس اختراع الحاسوب، توفي في إنجلترا وهو يطور الحاسوب ولكنه لم يكمل ما بدأ به

تصحيح التمرين 13:

(1) معادلة التفكك:

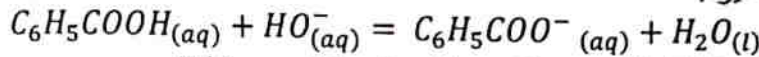


(2) عبارة K_a :

$$K_a = \frac{[C_6H_5COO^{-}]_f [H_3O^{+}]_f}{[C_6H_5COOH]_f}$$

(3)

أ/ معادلة تفاعل المعايرة:



ب/ إحداثيات E : تمثل نقطة التكافؤ: $E(V_{bE} = 10 \text{ ml}, pH_E = 8)$

إحداثيات E' : تمثل نقطة نصف التكافؤ: $E'(V_b = 5 \text{ ml}, pH = 4,2)$

ج/ إيجاد C_a لحمض البنزويك: عند تكافؤ المزيج عند الشروط الستوكيومترية:

$$C_a \cdot V_a = C_b \cdot V_{bE} \Rightarrow C_a = \frac{C_b \times V_{bE}}{V_a} = \frac{0,2 \times 10}{20} = 0,1 \text{ mol/L}$$

$$C_a \cdot V = \frac{m}{M} \Rightarrow m = C_a \cdot V \cdot M \quad \text{إيجاد } m:$$

$$V = 500 \text{ ml} \Rightarrow m = 6,1 \text{ g}$$

• حساب K_a :

$$pK_a = pH_E' = 4,2$$

$$K_a = 10^{-pK_a} = 10^{-4,2} = 6,3 \times 10^{-5}$$

د/ عند $pH = 6$

الطريقة 1:

منه الصفة الغالبة هي القاعدية وبالتالي $C_6H_5COO^{-}$ هو الفرد الكيميائي الغالب.

الطريقة 2:

$$pH = pK_a + \log \frac{[C_6H_5COO^{-}]}{[C_6H_5COOH]} \Rightarrow \log \frac{[C_6H_5COO^{-}]}{[C_6H_5COOH]} = pH - pK_a$$

$$\frac{[C_6H_5COO^{-}]}{[C_6H_5COOH]} = 10^{pH - pK_a} = 10^{6 - 4,2} = 63,09$$

و منه: $[C_6H_5COO^{-}] > [C_6H_5COOH]$ منه النوع الكيميائي الذي يشكل الصفة الغالبة هو $[C_6H_5COO^{-}]$

التمرين 14:

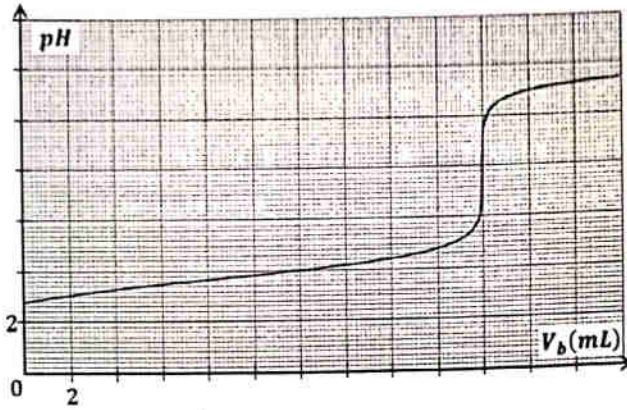
نعاير حجما: $V_a = 20 \text{ mL}$ من محلول مائي ممدد لحمض البنزويك $C_6H_5CO_2H$ ، تركيزه المولي الابتدائي C_a

بمحلول هيدروكسيد الصوديوم تركيزه المولي: $C_b = 10^{-1} \text{ mol.L}^{-1}$ ، وحجمه V_b .

النتائج المحصل عليها مكنت من رسم البيان: $pH = f(V_b)$.

(1) ارسم بشكل تخطيطي التركيب التجريبي لعملية المعايرة.

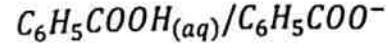
(2) بين كيف يمكن تحقيق قياس الـ pH لمحلول.



(3) اكتب معادلة تفاعل المعايرة.

(4) حدد بيانياً:

أ/ إحداثيتي نقطة التكافؤ E ، ثم احسب C_a .
ب/ قيمة الـ pK_a للثنائية:



ج/ قيمة الـ pH من أجل: $V_b = 0$ ، بين أن حمض البنزويك حمض ضعيف.

تصحيح التمرين 14:

(1) الرسم التخطيطي لتجهيز المعايرة:

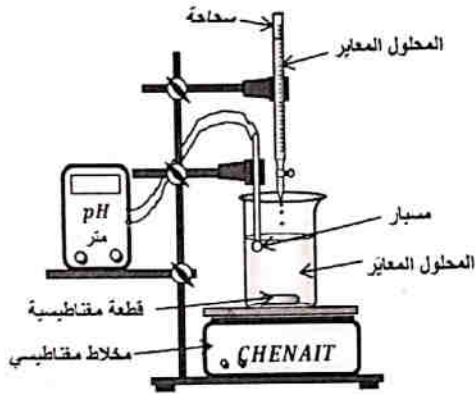
(2) حتى تتحقق قياس الـ pH :

- نقوم بمعايرة جهاز الـ pH متر بمحاليل موقية (منظمة) قبل استعماله.

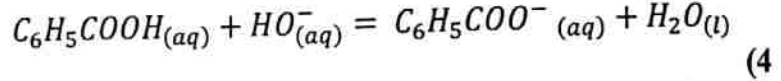
- نقوم بغسل مسبار الجهاز بالماء المقطر.

- نقوم بغمر المسبار في المحلول المراد معايرته.

- يرفع المسبار قليلاً عن الأسفل حتى لا ينكسر أثناء دوران القطعة المغناطيسية.



(3) معادلة تفاعل المعايرة:



أ/ من البيان: نقطة التكافؤ: $E(V_{bE} = 18,4 \text{ mL}, pH_E = 8)$

إيجاد C_a عند التكافؤ:

$$C_a \cdot V_a = C_b \cdot V_{bE}$$

$$C_a = \frac{C_b \times V_{bE}}{V_a} = \frac{10^{-1} \times 18,4}{20} = 9,2 \times 10^{-2} \text{ mol/L}$$

ب/ قيمة pK_a :

من نقطة نصف التكافؤ: $pH = pK_a = 4,2$

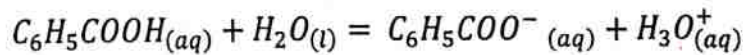
ج/ قيمة الـ pH لما $V_b = 0$ فإن: $pH_0 = 2,7$

• حمض البنزويك ضعيف لأن:

الطريقة 1: يوجد تغير ملحوظ في قيم الـ pH عند بداية المعايرة (أو البيان يقبل نقطتي انعطاف).

الطريقة 2: $pH_E = 8$ أي $pH_E > 7$ إذن الحمض ضعيف.

الطريقة 3: قبل المعايرة:



$$\tau_f = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{[H_3O^+]}{C_a} = \frac{10^{-pH_0}}{C_a} = \frac{10^{-2,7}}{0,092} = 0,021$$

$\tau_f < 1$ تفاعل غير تام ومنه حمض البنزويك ضعيف.

التمرين 15:

نحضر محلولاً لحمض الإيثانويك (CH_3COOH) لهذا الغرض نحل كتلة m في حجم قدره 100mL من الماء المقطر. نقيس pH المحلول (S) بواسطة مقياس pH متر عند الدرجة $25^\circ C$ فكانت قيمته $3,4$.

(1) اكتب المعادلة المنمذجة للتفاعل الكيميائي الحادث؟

(2) أ/ أنشي جدولاً لتقدم التفاعل الكيميائي.

ب/ أوجد قيمة التقدم النهائي x_f .

ج/ إذا علمت أن نسبة التقدم النهائي $\tau_f = 0,039$ بين أن قيمة التركيز المولي $C = 10^{-2} \text{mol/L}$.

ثم استنتج m قيمة الكتلة المنحلة في المحلول (S).

(3) احسب كسر التفاعل الابتدائي Q_{ri} وكسر التفاعل عند التوازن Q_{rf} . ماهي جهة تطور الجملة الكيميائية؟

(4) بهدف التأكد من قيمة التركيز المولي C للمحلول (S)، نعاير حجماً $V_a = 10\text{mL}$ بواسطة محلول أساسي

لهيدروكسيد الصوديوم ($Na^+_{(aq)} + HO^-_{(aq)}$) تركيزه المولي $4,0 \times 10^{-3} \text{mol.L}^{-1}$ فيحدث التكافؤ عند إضافة حجم $V_{bE} = 25\text{mL}$ من المحلول الأساسي.

أ/ اذكر البروتوكول التجريبي للمعايرة اللونية.

ب/ اكتب معادلة التفاعل المنمذج لهذا التحول.

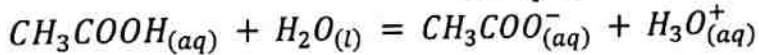
ج/ احسب قيمة التركيز المولي C للمحلول (S). قارنها مع القيمة المعطاة سابقاً.

د/ ماهي قيمة pH المزيج عند إضافة $12,5 \text{mL}$ من محلول هيدروكسيد الصوديوم؟

يعطى: $M(C) = 12 \text{g.mol}^{-1}$ $M(H) = 1 \text{g.mol}^{-1}$ $M(O) = 16 \text{g.mol}^{-1}$
 $pka(CH_3COOH/CH_3COO^-) = 4,8$

تصحيح التمرين 15:

(1) معادلة التفاعل: تفكك الحمض في الماء:



(2)

أ/ جدول تقدم التفاعل:

المعادلة		$CH_3COOH_{(aq)} + H_2O_{(l)} = CH_3COO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$			
		كميات المادة (mol)			
الحالة	التقدم				
ابتدائية	$x = 0$	m/M	بوفرة	0	0
انتقالية	x	$m/M - x$	بوفرة	x	x
نهائية	x_f	$m/M - x_f$	بوفرة	x_f	x_f

ب/ قيمة x_f :

$$x_f = n(H_3O^+)_f = [H_3O^+]_f \times V = 10^{-3,4} \times 100 \times 10^{-3} = 10^{-4,4}$$

$$x_f = 4 \times 10^{-5} \text{mol}$$

ج/ استنتاج C :

$$\tau_f = \frac{x_f}{x_{\max}} = \frac{x_f}{C \cdot V} \Rightarrow C \times V \times \tau_f = x_f$$

$$C = x_f \frac{1}{V \cdot \tau_f} = \frac{4 \times 10^{-5}}{10^{-1} \times 39 \times 10^{-3}}$$

$$C = 0,1 \times 10^{-1} = 10^{-2} \text{mol/L}$$

• استنتاج m :

نعلم أن:

$$m = n \cdot M \quad \text{إذن} \quad n = \frac{m}{M}$$

$$m = C \cdot V \cdot M = 10^{-2} \times 10^{-1} \times 60$$

$$m = 6 \times 10^{-2} = 0,06 \text{g}$$

$$m = 60 \text{mg}$$

هل تعلم؟

أول من ابتكر المكيف الهوائي هم العرب في العصر العباسي اخترعوا جهاز البادهنج ومعناه فوهة الهواء

(3) حساب كسر التفاعل Qr_i :

$$Qr_i = \frac{[CH_3COO^-]_i \times [H_3O^+]_i}{[CH_3COOH]_i}$$

لكن عند بداية التفاعل ليس هناك وجود للنواتج: $[CH_3COO^-]_i = [H_3O^+]_i = 0$ إذن: $Qr_i = 0$ - حساب Qr_f :

$$Qr_f = \frac{[CH_3COO^-]_f \times [H_3O^+]_f}{[CH_3COOH]_f}$$

من جدول التقدم:

$$Qr_f = \frac{(x_f)^2}{V \left(\frac{m}{M} - x_f \right)} = \frac{(4 \times 10^{-5})^2}{0,1 \left(\frac{0,06}{60} - 4 \times 10^{-5} \right)} = \frac{16 \times 10^{-10}}{0,1(10^{-3} - 4 \times 10^{-5})}$$

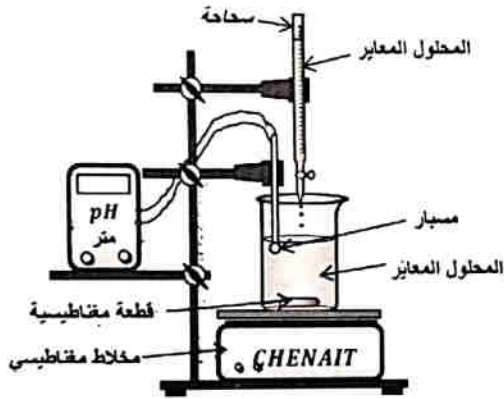
$$\Rightarrow Qr_f = 1,7 \times 10^{-5}$$

نلاحظ أن: $Qr_i < Qr_f$ إذن فإن التفاعل يتطور في الاتجاه المباشر.

(4)

البروتوكول التجريبي للمعايرة:

الخطوات:



- نضع في بيشر حجما 10 mL من المحلول المعيار S.
- نضع البيشر فوق مخلوط مغناطيسي ونضيف إليه قطرات من كاشف مناسب.

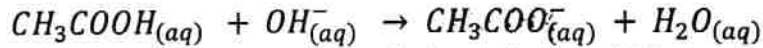
- نضبط جهاز الـ pH متر ونغمر المستبر في البيشر بشكل مناسب.

- نملأ السحاحة بواسطة محلول المعيار (Na^+, OH^-) .

تركيزه $C_b = 4 \times 10^{-3} \text{ mol/L}$

- نسحب تدريجيا محلول NaOH ونسجل قيم الـ PH بعد كل إضافة إلى غاية الحصول على التكافؤ.

ب/ معادلة تفاعل المعايرة:



ج/ حساب C_a : عند التكافؤ يصبح المزيج في الشروط الستوكيومترية، أي: $n(OH^-) = n(a)$

وبالتالي: $C_a \cdot V_a = C_b \cdot V_{bE}$

$$C_a = \frac{C_b \times V_{bE}}{V_a} \Rightarrow C_a = 10^{-2} \text{ mol/L} \quad \text{إذن:}$$

$$\frac{V_{bE}}{2} = \frac{25}{2} = 12,5 \text{ mL} \quad \text{د/ نلاحظ أن:}$$

إذن: عند إضافة $V_b = 12,5 \text{ mL}$ نكون في نصف التكافؤ، أي: $PH = Pk_a$

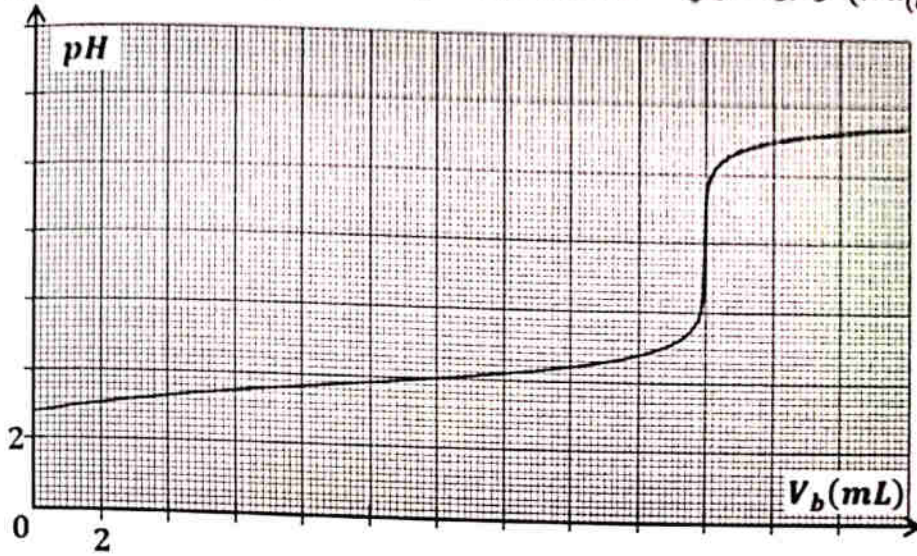
وبما أن: $PH = 4,8$ فإن: $PKa(CH_3COOH_{(aq)}/CH_3COO^-_{(aq)}) = 4,8$

التمرين 16:

المحاليل المائية مأخوذة في الدرجة $25^\circ C$.

لأجل تعيين قيمة التركيز المولي لمحلول مائي (S_0) لحمض الميثانويك $HCOOH_{(aq)}$ نحقق التجربتين التاليتين:
التجربة الأولى: نأخذ حجما $V_0 = 20 \text{ mL}$ من المحلول (S_0)، ونمدده 10 مرات (أي إضافة 180 mL من الماء المقطر) لنحصل على محلول (S_1).

التجربة الثانية: نأخذ حجما $V_1 = 20\text{ mL}$ من المحلول الممدد (S_1) ونعايره بمحلول مائي لهيدروكسيد الصوديوم ($\text{Na}^+_{(aq)} + \text{HO}^-_{(aq)}$) تركيزه المولي $C_b = 0,02 \text{ mol.L}^{-1}$ أعطت نتائج المعايرة البيان (الشكل).



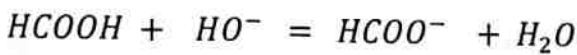
- (1) اشرح باختصار كيفية تمديد المحلول (S_0) وماهي الزجاجيات الضرورية لذلك؟
- (2) اكتب المعادلة النمذجة للتفاعل الكيميائي الحادث أثناء المعايرة.
- (3) عين بيانيا إحدائي نقطة التكافؤ، واستنتج التركيز المولي للمحلول الممدد (S_1).
- (4) أوجد بالاعتماد على البيان القيمة التقريبية لثابت الحموضة K_A للثنائية ($\text{HCOOH}_{(aq)}/\text{HCOO}^-_{(aq)}$)
- (5) استنتج قيمة التركيز المولي للمحلول الأصلي (S_0).

تصحيح التمرين 16:

(1) عملية التمديد:

بواسطة ماصة عيارية سعتها 20 mL مزودة بإجاصة مص نأخذ 20 mL من المحلول S_0 ونضعها في حوجة عيارية سعتها 200 mL نكمل بالماء المقطر حتى خط العيار (إضافة 180 mL من الماء المقطر)، نغلق السدادة ونرج المزيج جيدا حتى يتجانس المحلول.

الزجاجيات الضرورية: ماصة عيارية سعتها 20 mL
حوجة عيارية سعتها 200 mL



$E(20\text{ mL}; 8,2)$

(2) كتابة معادلة التفاعل:

(3) نقطة التكافؤ:

• استنتاج تركيز المحلول الممدد S_1 :

$$C_a \cdot V_a = C_b \cdot V_{bE} \Rightarrow C_a = \frac{C_b \times V_{bE}}{V_a} = \frac{0,02 \times 20}{20} = 0,02 \text{ mol/L}$$

(4) حساب K_a : (عند نقطة نصف التكافؤ):

$$\text{pH} = \text{pKa} = 3,8$$

$$K_a = 1,58 \times 10^{-4} \quad \text{ومنه:}$$

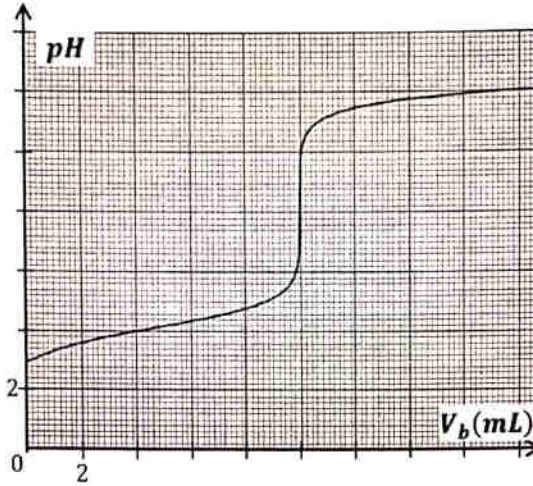
(5) استنتاج قيمة التركيز للمحلول الأصلي S_0 :

$$C_0 = 10 \cdot C_a \Rightarrow \begin{aligned} C_0 &= 10 \times 0,02 \\ C_0 &= 0,2 \text{ mol/L} \end{aligned}$$

كن سعيدا كلما كثر حسادك
فهم الشهادة لك على نجاحك
فيثاغورس

التمرين 17:

يتكون مشروب غازي من غاز ثنائي أكسيد الكربون CO_2 منحل في الماء والسكر وحمض البنزويك ذو الصيغة C_6H_5COOH . يريد أحد التلاميذ إجراء عملية معايرة لمعرفة التركيز المولي C_a للحمض في هذا المشروب، ولأجل ذلك يأخذ منه حجما قدره $V_a = 50\text{ mL}$ بعد إخراج غاز CO_2 عن طريق رجه جيدا ويضعه في بيشر ثم يعايره بواسطة محلول هيدروكسيد الصوديوم $(Na^+_{(aq)} + HO^-_{(aq)})$ ذي التركيز $C_b = 10^{-1}\text{ mol.L}^{-1}$ من أجل كل حجم V_b لهيدروكسيد الصوديوم المضاف يسجل التلميذ في كل مرة قيمة pH المحلول عند الدرجة



25°C باستعمال مقياس الـ pH متر فتمكن من رسم المنحنى البياني $pH = f(V_b)$ باعتبار حمض البنزويك الحمض الوحيد في المشروب.

أ/ اكتب المعادلة الكيميائية المعبرة عن التفاعل المنمذج للتحويل الكيميائي الحاصل خلال المعايرة.

ب/ حدد بيانيا إحدائيتي نقطة التكافؤ E .

ج/ استنتج التركيز المولي C_a لحمض البنزويك.

(2) من أجل حجم $V_b = 10,0\text{ mL}$ لهيدروكسيد

الصوديوم المضاف:

أ/ أنشئ جدولاً لتقدم التفاعل.

ب/ أوجد كمية مادة كل من شوارد الهيدرونيوم $(H_3O^+_{(aq)})$

وكمية مادة شوارد الهيدروكسيد (OH^-) وكمية مادة

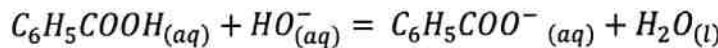
حمض البنزويك المتبقية في الوسط التفاعلي مستعينا بجدول التقدم.

(3) ما هو الكاشف المناسب لمعرفة نقطة التكافؤ من بين الكواشف المذكورة في الجدول أدناه مع التعليل؟

اسم الكاشف	أحمر الميثيل	أزرق البروموتيمول	الفينول فتالين
pH مجال التغير اللوني	6,2 – 4,2	7,6 – 6,0	10,0 – 8,0

تصحيح التمرين 17:

(1) أ/ معادلة تفاعل المعايرة:



ب/ إحدائيات E : نقطة التكافؤ بيانيا:

$$E(V_{bE} = 10\text{ mL} , PH_E = 8)$$

ج/ إيجاد C_a لحمض البنزويك:

عند تكافؤ المزيج عند الشروط الستوكيومترية:

$$C_a \cdot V_a = C_b \cdot V_{bE} \Rightarrow C_a = \frac{C_b \times V_{bE}}{V_a} = \frac{0,1 \times 10}{50} = 2 \times 10^{-2}\text{ mol/L}$$

(2) أ/ إنشاء جدول التقدم

المعادلة	$C_6H_5COOH_{(aq)} + HO^-_{(aq)} = C_6H_5COO^-_{(aq)} + H_2O_{(l)}$			
ابتدائية	$x = 0$	$n_a = C_a \cdot V_a$	$n_b = C_b \cdot V_b$	0
انتقالية	x	$n_a - x$	$n_b - x$	x
نهائية	$x_f = x_E$	$10^{-3} - x_E$	$10^{-3} - x_E$	x_E

ب/ حساب كميات المادة:

$$n_f(H_3O^+) = [H_3O^+] \times V_T = 10^{-PH} \times (V_a + V_b)$$

$$n_f(H_3O^+) = 10^{-8} \times (50 + 10) \times 10^{-3} = 6 \times 10^{-10}\text{ mol}$$

$$n_f(OH^-) = [OH^-] \times V_T = 10^{8-14} \times 60 \times 10^{-3} = 6 \times 10^{-8}\text{ mol}$$

$$n_f(C_6H_5COOH) = C_a \times V_a - x_f = 0,02 \times 50 \times 10^{-3} - x_f = 10^{-3} - x_f$$

لنحسب x_f :

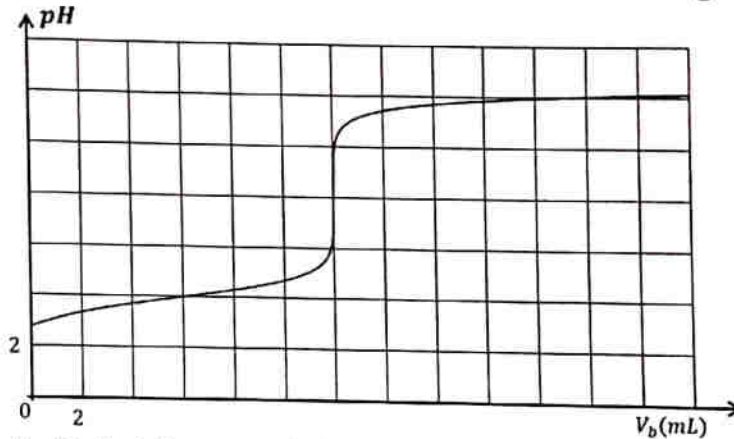
$$\begin{aligned} n_f(OH^-) &= C_b V_b - x_f \\ x_f &= C_b \cdot V_b - n_f(OH^-) = 0,1 \times 10 \times 10^{-3} - 6 \times 10^{-8} \approx 10^{-3} \text{ mol} \\ \Rightarrow n_f(C_6H_5COOH) &\approx 10^{-3} - 10^{-3} \approx 0 \text{ mol} \end{aligned}$$

(3) الكاشف المناسب لهذه المعايرة هو الفينول فتالين، لأن PH_E يقع ضمن مجال تغير لونه.

التمرين 18:

يحتوي الحليب على حمض اللاكتيك (حمض اللبن) الذي تزداد كميته عندما لا تحترم شروط الحفظ، ويكون الحليب غير صالح للاستهلاك إذا زاد تركيز حمض اللاكتيك فيه عن $2.4 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$. الصيغة الكيميائية لحمض اللاكتيك هي $(CH_3 - CHOH - COOH)$ ونرمز لها اختصاراً (HA) . أثناء حصة الأعمال المخبرية، طلب الأستاذ من تلميذين تحقيق معايرة عينة من حليب قصد معرفة مدى صلاحيتها.

التجربة الأولى: أخذ التلميذ الأول حجماً $V_A = 20 \text{ mL}$ من الحليب وعائره بمحلول هيدروكسيد الصوديوم (محلول الصود) تركيزه المولي $C_B = 5,0 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$ متتبعاً تغير pH المزيج بواسطة pH متر، فنحصل على المنحنى الممثل في الشكل

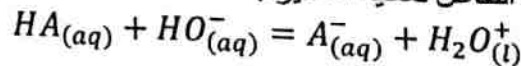


التجربة الثانية: أخذ التلميذ الثاني حجماً $V_A = 20 \text{ mL}$ من الحليب ومده بالماء المقطر إلى أن أصبح حجمه 200 mL ثم عاير المحلول الناتج بمحلول الصود السابق مستعملاً كاشفاً ملوناً مناسباً، فلاحظ أن لون الكاشف يتغير عند إضافة حجم من الصود قدره $V_B = 12,9 \text{ mL}$.

- (1) اكتب معادلة التفاعل المنمذج لعملية المعايرة.
- (2) ضع رسماً تخطيطياً للتجربة الأولى.
- (3) لماذا أضف التلميذ الماء في التجربة الثانية؟ هل يؤثر ذلك على نقطة التكافؤ؟
- (4) عين التركيز المولي لحمض اللاكتيك في الحليب المعاير في كل تجربة. ماذا تستنتج عن مدى صلاحية الحليب المعاير للاستهلاك؟
- (5) برأيك، أي تجربة أكثر دقة؟

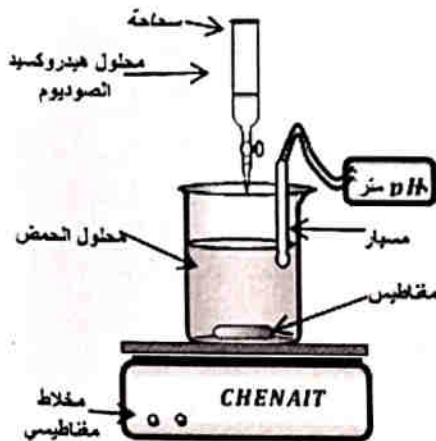
تصحيح التمرين 18:

(1) معادلة التفاعل لعملية المعايرة:



(2) الرسم التخطيطي:

- (3) في التجربة (2) أضف التلميذ الماء من أجل تخفيف المحلول الحمضي وذلك ليتمكن من متابعة تغير لون الكاشف الملون
- لا تؤثر إضافة الماء لأن كمية مادة الحمض لا تتغير بتمديد المحلول.



(4) تعيين C في كل من التجريبتين:

• التجربة -1: من البيان: $(V_{BE} = 12 ; PH = 8)$

عند التكافؤ: $C_a \cdot V_a = C_b \cdot V_{bE}$

$$C_a = \frac{C_b \times V_{bE}}{V_a} = \frac{5 \times 10^{-2} \times 12}{20} = 3 \times 10^{-2} \text{ mol/L}$$

• التجربة -2:

عند التكافؤ: $C'_a \cdot V'_a = C_b \cdot V_{bE}$

$$C'_a = \frac{C_b \times V_{bE}}{V'_a} = \frac{5 \times 10^{-2} \times 12,9}{200} = 3,2 \times 10^{-3} \text{ mol/L}$$

$$C_A = 10C'_a = 10 \times 3,2 \times 10^{-3} = 3,2 \times 10^{-2} \text{ mol/L}$$

• حسب نتائج التجريبتين الحليب غير صالح للاستهلاك لأن: $C_A > 2,4 \times 10^{-2} \text{ mol/L}$

التجربة الأكثر دقة هي التجربة -1- وذلك لأن المعايرة PH مترية أدق من المعايرة اللونية نظرا لصعوبة تمييز تغير لون الكاشف عند نقطة التكافؤ.

التمرين 19:

عينة مخبرية S_0 لمحلول هيدروكسيد الصوديوم تحمل المعلومات التالية: $P\% = 27\%$ و $d = 1,3$

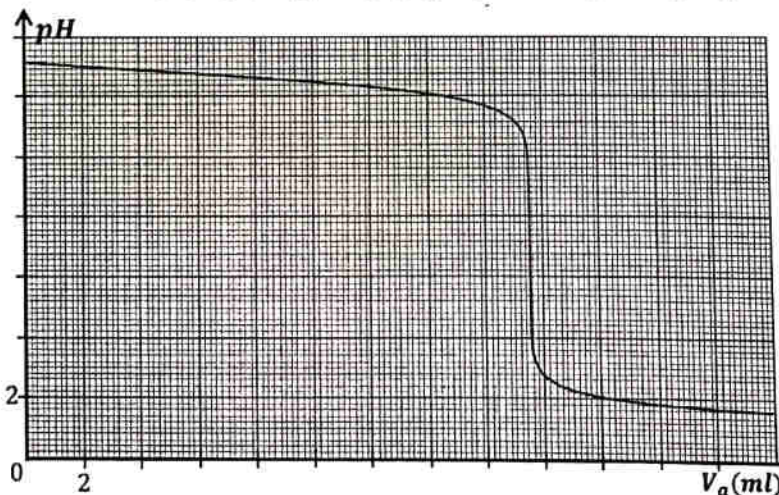
(1) أ/ بين بالحساب أن التركيز المولي للمحلول يقارب $c_0 = 8.8 \text{ mol. L}^{-1}$.

ب/ ما هو حجم محلول حمض كلور الماء الذي تركيزه المولي $C_a = 0.1 \text{ mol. L}^{-1}$ اللازم لمعايرة $V_0 = 10 \text{ mL}$ من العينة المخبرية؟

ج/ هل يمكن تحقيق هذه المعايرة بسهولة؟ علل. (علما أن حجم السحاحة المستعملة 50 mL)

(2) نحضر محلولاً S بتمديد العينة المحضرة 50 مرة. صف البروتوكول التجريبي الذي يسمح بتحضير 500 mL من المحلول S .

(3) نأخذ بواسطة ماصة حجما $V_b = 10.0 \text{ mL}$ من المحلول S ، نضعها في بيشر، نضع مسبار جهاز



ال pH -متر في البيشر ونضيف إليه كمية مناسبة من الماء المقطر تجعل المسبار مغمورا بشكل ملائم، نقيس قيمة ال pH ، نكرر العملية، مما يسمح برسم المنحنى البياني (البيان)

أ/ كيف نضع مسبار جهاز ال pH -متر حتى يكون مغمورا بشكل ملائم في البيشر؟ لماذا؟

ب/ اكتب المعادلة المنمذجة للتفاعل الحادث أثناء المعايرة.

ج/ عين الإحداثيتين (V_{aE}, pH_E) لنقطة التكافؤ E مع ذكر الطريقة المتبعة.

د/ احسب التركيز المولي للمحلول S ثم استنتج التركيز المولي للعينة المخبرية.

$$M(H) = 1 \text{ g. mol}^{-1}$$

$$M(O) = 16 \text{ g. mol}^{-1}$$

$$M(N_a) = 23 \text{ g. mol}^{-1}$$

إن الأشخاص الذين يختالون بمعدل ذكائهم هم الفاشلون ستيفن هوكينغ

تصحيح التمرين 19:

(1)

أ/ حساب التركيز المولي:

$$C_0 = \frac{10dP}{M} = \frac{10 \times 1.3 \times 27}{40} = 8,8 \text{ mol/L}$$

ب/ حساب حجم المحلول:

$$C_a \cdot V_a = C_0 \cdot V_0 \Rightarrow V_a = \frac{C_0 \cdot V_0}{C_a} = \frac{8,8 \times 10}{0,10} = 880 \text{ ml}$$

ج/ لا يمكن تحقيق هذه المعايرة بسهولة والسبب هو أن حجم المحلول الحمضي اللازم للمعايرة كبير جدا، ولذا يجب ملأ السحاحة عدة مرات.

(2) البروتوكول التجريبي

الأدوات: ماصة عيارية 10 مل، حوضلة عيارية 500 مل، ماء مقطر.

الطريقة: نأخذ بواسطة ماصة عيارية حجما $V = \frac{500}{50} = 10 \text{ ml}$ من العينة المخبرية، نضعها في الحوضلة العيارية ثم نكمل الحجم بالماء إلى الخط العياري، نرج المحلول ليتجانس.

(3)

أ/ حتى يتحقق قياس الـ pH:

- نقوم بمعايرة جهاز الـ pH متر بمحاليل عيارية قبل استعماله
- نقوم بغسل مسبار الجهاز بالماء المقطر.
- نقوم بغمر المسبار في المحلول المراد معايرته دون ملاصقة قاع البيشر كي لا ينكسر أثناء دوران القطعة المغناطيسية.

ب/ المعادلة: $H_3O^+_{(aq)} + HO^-_{(aq)} = 2H_2O_{(l)}$ ج/ بطريقة المماسين المتوازيين نجد: $(V_{aE} = 17,6 \text{ ml}; PH_E = 7)$

د/ حساب التركيز المولي لـ S:

$$C_a \cdot V_{aE} = C_b \cdot V_b \Rightarrow C_b = \frac{C_a \times V_{aE}}{V_b} = \frac{0,1 \times 17,6}{10} = 0,176 \text{ mol/L}$$

و منه تركيز العينة المخبرية:

$$C_0 = 50 \times C_b = 50 \times 0,176 = 8,8 \text{ mol/L}$$

التمرين 20:

نحضر محلولاً (S) لحمض الإيثانويك CH_3COOH حجمه V ، تركيزه: $c = 1,0 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$. نقيس الناقلية الكهربائية النوعية σ للمحلول (S) في درجة حرارة $25^\circ C$ فكانت: $\sigma = 16,0 \text{ mS.m}^{-1}$.

(1) اكتب معادلة التفاعل المنمذجة لتفكك حمض الإيثانويك في الماء.

(2) جد عبارة $[H_3O^+]_{(aq)}$ في المحلول (S) بدلالة σ و $\lambda_{CH_3COO^-}$ و $\lambda_{H_3O^+}$ حيث λ الناقلية النوعية المولية الشاردية، ثم احسبه.

(3) بين أن قيمة الـ pH للمحلول هي 3,4.

(4) نعاير حجما V_a من المحلول السابق (S) بواسطة محلول هيدروكسيد البوتاسيوم $(K^+_{(aq)} + HO^-_{(aq)})$ تركيزه المولي: $c_b = 2,0 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$.

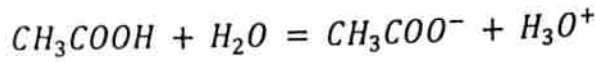
قبل عملية المعايرة، كانت النسبة: $\frac{[CH_3COO^-_{(aq)}]}{[CH_3COOH_{(aq)}]} = 41,43 \times 10^{-3}$ ، وأثناء المعايرة عند إضافة حجم

$$\frac{[CH_3COO^-_{(aq)}]}{[CH_3COOH_{(aq)}]} = 1, V_b = 10 \text{ mL}$$

أ/ استنتج قيمة K_a ثابت الحموضة للثنائية: $CH_3COOH_{(aq)}/CH_3COO^-_{(aq)}$.
ب/ احسب قيمة V_a .

المعطيات: $\lambda_{H_3O^+} = 35.0 \text{ mS.m}^2.\text{mol}^{-1}$, $\lambda_{CH_3COO^-} = 4.1 \text{ mS.m}^2.\text{mol}^{-1}$

تصحيح التمرين 20:



(معادلة التفاعل:

(عبارة $[H_3O^+]_f$:

$$\sigma = \lambda_{H_3O^+} \times [H_3O^+]_f + \lambda_{CH_3COO^-} \times [CH_3COO^-]_f$$

$$[H_3O^+]_f = [CH_3COO^-]_f$$

$$\sigma = [H_3O^+]_f \times (\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{CH_3COO^-})$$

$$[H_3O^+]_f = \frac{\sigma}{(\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{CH_3COO^-})} = \frac{16 \times 10^{-3}}{(35 + 4,1) \times 10^{-3}} = 0,4 \text{ mol/m}^3$$

$$[H_3O^+]_f = 0,4 \times 10^{-3} \text{ mol/L}$$

$$PH = -\log [H_3O^+]_f = 3,4$$

(

(

$$K = \frac{[CH_3COO^-]_f \times [H_3O^+]_f}{[CH_3COOH]_f}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{[CH_3COO^-]}{[CH_3COOH]} = 41,43 \times 10^{-3} \\ [H_3O^+] = 0,4 \times 10^{-3} \text{ mol/L} \end{array} \right. \quad \text{أ/ قبل المعايرة:}$$

$$K_a = 41,43 \times 0,4 \times 10^{-2} \times 10^{-3} = 1,6 \times 10^{-5}$$

$$\frac{[CH_3COO^-]}{[CH_3COOH]} = 1$$

ب/ لما $V_b = 10 \text{ ml}$

في نقطة نصف التكافؤ إذن: $V_b = \frac{V_{bE}}{2}$ و منه: $V_{bE} = 2 \cdot V_b = 20 \text{ ml}$

عند التكافؤ: الميزج عند الشروط الستوكيومترية $C_a \cdot V_a = C_b \cdot V_{bE}$

$$V_a = \frac{C_b \times V_{bE}}{C_a} = \frac{2 \times 10^{-3} \times 20}{10^{-2}} = 4 \text{ ml}$$

ما هو أشهر نوع من
أنواع الأسماك التي تعيش
في البحر الميت

التمرين 21:

كتب على قارورة ما يلي: محلول حمض الإيثانويك CH_3COOH ، تركيزه المولي C_a .

(1) بهدف تحديد التركيز المولي لمحلول حمض الإيثانويك، قيس الـ pH له فوجد 3,8 في درجة الحرارة $25^\circ C$.

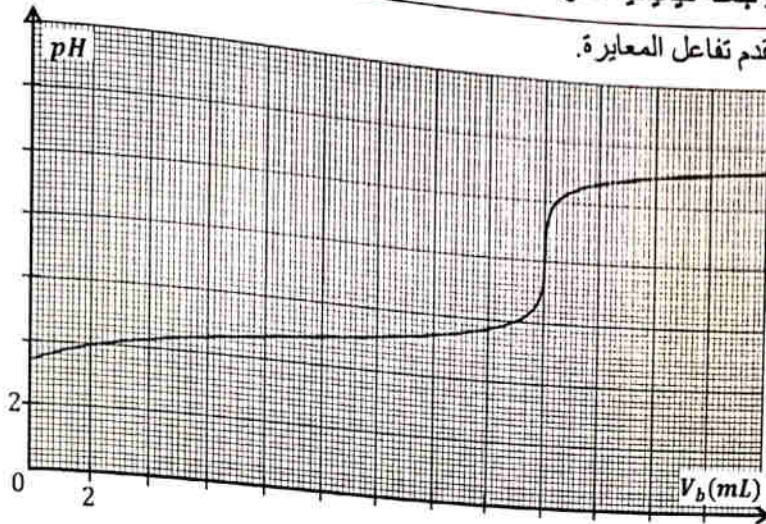
أ/ اكتب معادلة تفكك حمض الإيثانويك في الماء.

ب/ اكتب عبارة نسبة التقدم عند التوازن بدلالة c_a و $[H_3O^+]_f$.

ج/ استنتج التركيز المولي لمحلول حمض الإيثانويك c_a ، علماً أن: $\tau_{eq} = 0,0158$.

(2) بهدف التأكد من قيمة c_a ، نعاير حجماً $V_a = 18 \text{ mL}$ من محلول حمض الإيثانويك بمحلول هيدروكسيد الصوديوم تركيزه المولي: $c_b = 1,0 \times 10^{-2} \text{ mol/L}$. استعمال تجهيز ExAO مكن من الحصول على (الشكل)

أ/ أنشئ جدولا لتقدم تفاعل المعايرة.

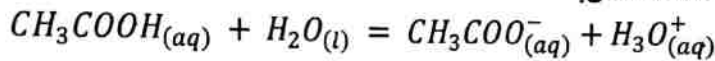


- ب/ جد إحداثيتي نقطة التكافؤ $E(V_{bE}, pH_E)$ ، ثم احسب C_a .
 (3) عند إضافة حجم: $V_b = 9 \text{ mL}$ من محلول هيدروكسيد الصوديوم، نجد pH المزيج هو 4,8.
 أ/ عبر عن النسبة $\frac{[CH_3COO^-]_f}{[CH_3COOH]_f}$ بدلالة pH و pKa ، ثم احسبها.
 ب/ عبر عن النسبة السابقة بدلالة تقدم التفاعل x_f .
 ج/ احسب النسبة النهائية للتقدم τ_f . ماذا تستنتج؟
 يعطى: $pKa(CH_3COOH/CH_3COO^-) = 4,8$

تصحيح التمرين 21:

(1)

أ/ كتابة معادلة التفاعل:

ب/ عبارة τ_{eq} :

$$\tau_{eq} = \frac{[H_3O^+]_f}{C_a}$$

ج/ استنتاج C_a :

$$C_a = \frac{[H_3O^+]_f}{\tau_{eq}} = \frac{10^{-3,8}}{0,0158} = 10^{-2} \text{ mol/L}$$

(2)

أ/ جدول التقدم:

المعادلة		$CH_3COOH + HO^- = CH_3COO^- + H_2O$			
		كميات المادة (mol)			
الحالة	التقدم				
ابتدائية	$x = 0$	$n_{01} = C_a \cdot V_a$	$n_{02} = C_b \cdot V_b$	0	بوفرة
انتقالية	x	$n_{01} - x$	$n_{02} - x$	x	بوفرة
نهائية	x_f	$n_{01} - x_f$	$n_{02} - x_f$	x_f	بوفرة

$$E(V_E = 18 \text{ ml}; PH_E = 8,4)$$

ب/ إحداثيات نقطة التكافؤ:

• حساب C_a :

$$C_a = \frac{C_b \cdot V_{bE}}{V_a} = \frac{10^{-2} \times 18}{18} = 10^{-2} \text{ mol/L}$$

(3)

أ/ التعبير عن النسب ثم حسابها:

$$\frac{[CH_3COO^-]_f}{[CH_3COOH]_f} = 10^{PH-Pka} = 10^0 = 1 \quad \dots \dots (1)$$

ب/ التعبير عن النسب بدلالة x_f :

$$\frac{[CH_3COO^-]_f}{[CH_3COOH]_f} = \frac{\frac{x_f}{V}}{\frac{n_{01} - x_f}{V}} = \frac{x_f}{n_0 - x_f} \quad \dots \dots (2)$$

• حساب x_f : من (1) و (2) نجد:

$$\frac{x_f}{n_0 - x_f} = 1 \Rightarrow x_f = \frac{n_{01}}{2} = \frac{C_a \cdot V_a}{2} = \frac{10^{-2} \times 18 \times 10^{-3}}{2} = 9 \times 10^{-5} \text{ mol}$$

ج/ حساب τ_f :

$$\tau_f = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{x_f}{C_b \cdot V_b} = \frac{9 \times 10^{-5}}{9 \times 10^{-5}} = 1$$

نستنتج أن تفاعل المعايرة تام.

التمرين 22:

نحضر محلولاً مائياً (S_1) لحمض الإيثانويك $CH_3 - COOH$ ، وذلك بتفكك كتلة: $m = 0,72g$ من حمض الإيثانويك النقي في $800mL$ من الماء المقطر. في درجة الحرارة $25^\circ C$ ، كانت قيمة الـ pH لمحلوله $3,3$.
أ/ احسب C_1 التركيز المولي للمحلول (S_1).

ب/ اكتب المعادلة الممنهجة لتفاعل حمض الإيثانويك مع الماء.

ج/ أنشئ جدولاً لتقدم التفاعل.

د/ عبر عن التقدم x_{eq} عند التوازن بدلالة: pH و V ، حيث V حجم المحلول (S_2).

هـ/ بين أن قيمة الـ pK_a الثنائية: $CH_3 - COOH / CH_3COO^-$ هي $4,76$.

2- نمزج حجماً V_1 من المحلول (S_1) كمية مادته n_0 مع حجم V_2 من محلول النشادر له نفس كمية المادة n_0 .

أ/ اكتب معادلة التفاعل الحادث بين: $CH_3 - COOH$ و NH_3 .

ب/ احسب ثابت التوازن K لهذا التفاعل.

ج/ بين أن النسبة النهائية τ_{eq} لتقدم التفاعل يمكن كتابتها على الشكل:

$$\tau_{eq} = \frac{\sqrt{K}}{1 + \sqrt{K}}$$

د/ احسب τ_{eq} . ماذا تستنتج؟

تعطى:

$$pka(NH_4^+/NH_3) = 9,2$$

$$M(C) = 12g/mol$$

$$M(O) = 16g/mol$$

$$M(H) = 1g/mol$$

تصحيح التمرين 22:

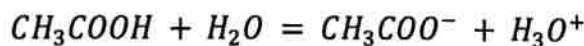
(1)

أ/ حساب C_1 :

$$C_1 = \frac{n}{V} = \frac{m}{M \cdot V} = \frac{0,72}{60 \times 0,8}$$

$$C = 1,5 \times 10^{-2} \text{ mol/L}$$

ب/ كتابة معادلة التفاعل:



سأل الأستاذ: ما الذي يحصل إذا جمعنا أول أكسيد الكربون مع ثاني أكسيد الكربون؟
أجاب تلميذ بكل ثقة: ثالث أكسيد الكربون

ج/ جدول تقدم التفاعل: $CH_3COOH + H_2O = CH_3COO^- + H_3O^+$

المعادلة	التقدم	الحالة	كميات المادة (mol)			
ابتدائية	$x = 0$		n_0	بوفرة	0	0
انتقالية	x		$n_0 - x$	بوفرة	x	x
نهائية	x_{eq}		$n_0 - x_{eq}$	بوفرة	x_{eq}	x_{eq}

د/ التعبير عن x_{eq} عند التوازن: من جدول التقدم لدينا:

$$x_{eq} = n_f(H_3O^+) = [H_3O^+]_f \times V = 10^{-PH} \times V$$

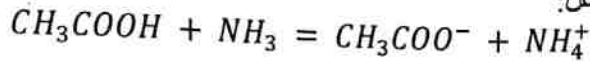
$$pK_a = PH - \log \frac{[CH_3COO^-]}{[CH_3COOH]} = PH - \log \left(\frac{[H_3O^+]}{C_1 - [H_3O^+]} \right) \quad / \circ$$

$$pK_a = 3,3 - \log \left(\frac{10^{-3,3}}{1,5 \times 10^{-2} - 10^{-3,3}} \right) = 4,76$$

ملاحظة: يمكن بطريقة أخرى حساب K_a ثم استنتاج pK_a .

(2)

أ/ كتابة معادلة التفاعل:



ب/ حساب ثابت التوازن K :

$$K = \frac{[CH_3COO^-]}{[CH_3COOH]} \times \frac{[NH_4^+]}{[NH_3]} \times \frac{[H_3O^+]}{[H_3O^+]} = \frac{K_{a1}}{K_{a2}} = \frac{10^{-pK_{a1}}}{10^{-pK_{a2}}} = 10^{pK_{a2} - pK_{a1}}$$

$$K = 2,75 \times 10^4$$

ج/ إثبات العلاقة:

$$K = \frac{[CH_3COO^-][NH_4^+]}{[CH_3COOH][NH_3]} = \frac{x_{eq}^2}{(n_0 - x_{eq})^2} \Rightarrow \sqrt{K} = \frac{x_{eq}}{n_0 - x_{eq}} \rightarrow x_{eq} = n_0 \sqrt{K} - x_{eq} \sqrt{K}$$

$$x_{eq}(1 + \sqrt{K}) = n_0 \sqrt{K} \Rightarrow \frac{x_{eq}}{n_0} = \frac{\sqrt{K}}{1 + \sqrt{K}} \Rightarrow \tau_{eq} = \frac{\sqrt{K}}{1 + \sqrt{K}}$$

د/ حساب τ_{eq} :

$$\tau_{eq} = \frac{\sqrt{2,75 \times 10^4}}{1 + \sqrt{2,75 \times 10^4}} = 0,99 \approx 1$$

ومنه التفاعل تام.

التمرين 23:

تؤخذ كل المحاليل في $25^\circ C$.

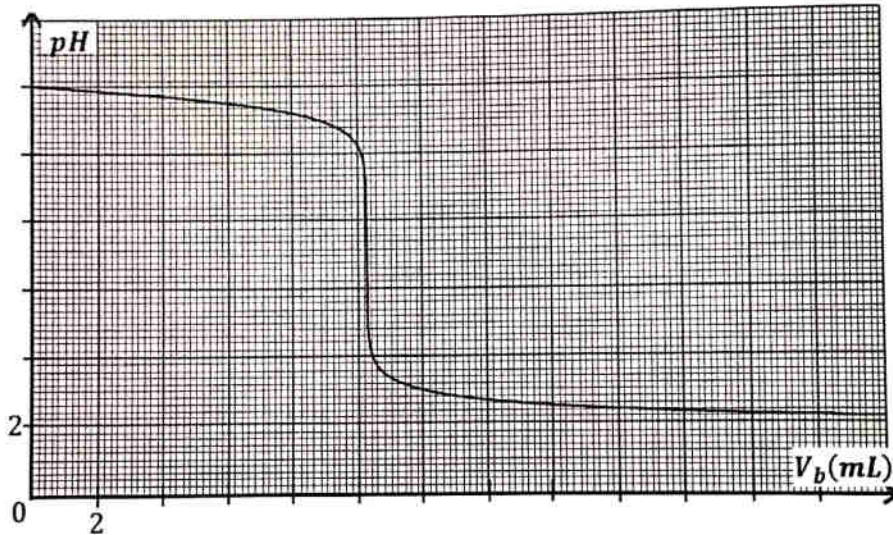
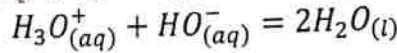
الإيبوبروفين حمض كربوكسيلي صيغته الجزيئية الإجمالية $C_{13}H_{18}O_2$ ، دواء يعتبر من المضادات للالتهابات، شبيه بالأسبرين، مسكن للألام ومخفض للحرارة. تباع مستحضرات الإيبوبروفين في الصيدليات على شكل مسحوق في أكياس تحمل المقدار 200 mg يذوب في الماء. في كل هذا النشاط نرسم لحمض الإيبوبروفين بـ $RCOOH$ ولأساسه المرافق بـ $RCOO^-$ ، $M(RCOOH) = 206 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$.
أولا: نذيب محتوى كيس الإيبوبروفين 200 mg في بيشر به ماء فنحصل على محلول مائي S_0 تركيزه المولي C_0 وحجمه $V_0 = 500 \text{ mL}$.
1) تأكد من أن: $C_0 \approx 0.002 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

- (2) أعطى قياس pH المحلول S_0 القيمة $pH = 3.5$.
 أ/ نحقق باستعانتك بجدول التقدم أن تفاعل حمض الإيبوبروفين مع الماء محدود.
 ب/ اكتب كسر التفاعل Q_r لهذا التحول.
 ج/ بين أن عبارة Q_r عند التوازن تكتب على الشكل:

$$Q_{req} = \frac{x_{max} \cdot \tau_f^2}{V_0 \cdot (1 - \tau_f)}$$

- حيث τ_f : نسبة التقدم النهائي للتفاعل و x_{max} : التقدم الأعظمي ويعبر عنه بـ mol .
 د/ استنتج قيمة ثابت التوازن K

ثانياً: للتحقق من صحة المقدار المسجل على الكيس، نأخذ حجماً $V_b = 100.0 \text{ mL}$ من محلول مائي S_b لهيدروكسيد الصوديوم $(Na^+_{(aq)} + HO^-_{(aq)})$ تركيزه المولي $C_b = 2 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$ ونذيب فيه كليا محتوى الكيس فنحصل على محلول مائي S (نعتبر أن حجم المحلول S هو V_b). نأخذ 20 mL من المحلول S ونضعه في بيشر ونعايره بمحلول حمض كلور حمض كلور الماء تركيزه المولي $C_a = 2 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$ فنحصل على المنحنى البياني (الشكل)، معادلة التفاعل هي:



- ارسم بشكل تخطيطي عملية المعايرة.
- عرف نقطة التكافؤ، ثم حدّد إحداثيتي هذه النقطة E .
- جد كمية المادة $n(OH^-)$ لشوارد $OH^-_{(aq)}$ التي تمت معايرتها، ثم استنتج $n'(OH^-)$ المتواجدة في 100 mL من المحلول
- جد كمية المادة الأصلية $n_0(OH^-)$ لشوارد $OH^-_{(aq)}$ ، ثم استنتج $n_1(OH^-)$ التي تفاعلت مع $RCOOH$ المتواجد في الكيس.
- احسب كتلة حمض الإيبوبروفين المتواجدة في الكيس. ماذا تستنتج؟

هل تعلم ؟

أول من اكتشف الليزر هو تاونس وجوردن وزيجر في معهد ماساتشوستس بكامبرج في الولايات المتحدة الأمريكية عام 1951 م

تصحيح التمرين 23:

أولاً:

(1) نتأكد من أن: $c_0 \approx 0,002 \text{ mol.L}^{-1}$

$$C_0 = \frac{n}{V_0} = \frac{m}{M \cdot V_0} = \frac{0.2}{206 \times 0.5} \approx 0,002 \text{ mol/L}$$

(2) جدول التقدم:

المعادلة		$RCOOH + H_2O = RCOO^- + H_3O^+$			
الحالة	التقدم	كميات المادة (mol)			
ابتدائية	$x = 0$	$C_0 \cdot V_0$	بوفرة	0	0
انتقالية	x	$C_0 \cdot V_0 - x$	بوفرة	x	x
نهائية	x_f	$C_0 \cdot V_0 - x_{max}$	بوفرة	x_{max}	x_{max}

بما أن الماء يستعمل بوفرة فإن الحمض هو المتفاعل المحد.

• حساب التقدم الأعظمي x_{max} :

$$C_0 \times V_0 - x_{max} = 0$$

$$x_{max} = C_0 \times V_0 = 0,002 \times 0,5 = 10^{-3} \text{ mol}$$

- حساب التقدم النهائي x_f :

$$x_f = n(H_3O^+) = [H_3O^+] \times V_0 = 10^{-PH} \times 0,5 = 1,58 \times 10^{-4} \text{ mol}$$

- نسبة التقدم النهائي:

$$\tau_f = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{(1,58 \times 10^{-4})}{10^{-3}} = 0,158$$

أي $\tau_f < 1$ منه تفاعل حمض الإيوبروفين مع الماء محدود.ب/ كسر التفاعل Q_r :

$$Q_r = \frac{[RCOO^-] \times [H_3O^+]}{[RCOOH]}$$

ج/ عبارة Q_{req} :

$$Q_{req} = \frac{\frac{x_f}{V_0} \times \frac{x_f}{V_0}}{\frac{n_0 - x_f}{V_0}} = \frac{x_f^2}{V_0(n_0 - x_f)}$$

ولدينا: $x_f = \tau_f \cdot x_{max}$ نعوض في عبارة Q_{req} فنجد:

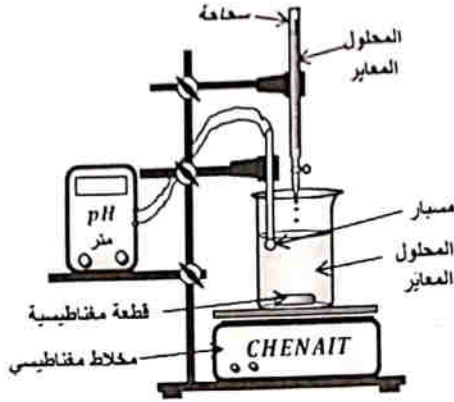
$$Q_{req} = \frac{\tau_f^2 \cdot x_{max}^2}{V_0(n_0 - \tau_f \cdot x_{max})} = \frac{\tau_f^2 \cdot x_{max}^2}{V_0 \cdot x_{max}(1 - \tau_f)} \quad (x_{max} = n_0)$$

$$Q_{req} = \frac{\tau_f^2 \cdot x_{max}}{V_0(1 - \tau_f)}$$

د/ قيمة ثابت التوازن K :

$$K = Q_{req} = \frac{0,158^2 \cdot 10^{-3}}{0,5(1 - 0,158)} = 5,9 \times 10^{-5}$$

ثانيا:



(1) شكل تخطيطي لعملية المعايرة.

(2) تعريف نقطة التكافؤ: هي النقطة التي يكون فيها المزيج في الشروط الستوكيومترية

من البيان بطريقة المماسين نجد:

$$(10.3 \text{ ml} ; 7)$$

(3) كمية المادة التي تمت معايرتها:

$$n(\text{HO}^-) = C_a \cdot V_{aE}$$

$$n(\text{HO}^-) = 2 \times 10^{-2} \times 10,3 \times 10^{-3}$$

$$n(\text{HO}^-) = 20,6 \times 10^{-5} \text{ mol}$$

ومنه في 100 مل تكون:

$$n'(\text{HO}^-) = 5 \times n(\text{OH}^-) = 5 \times 20,6 \times 10^{-5} = 103 \times 10^{-5} \text{ mol}$$

(4) حساب كمية المادة الأصلية:

$$n_0(\text{OH}^-) = C_b \cdot V_b = 2 \times 10^{-2} \times 100 \times 10^{-3} = 200 \times 10^{-5} \text{ mol}$$

ومنه الكمية المتفاعلة: $n_1 = n_0 - n' = (200 - 103) \times 10^{-5} = 97 \times 10^{-5} \text{ mol}$

(5) حساب الكتلة: إن كمية مادة OH^- المتفاعلة مع الحمض هي نفس كمية مادة الحمض $n_1 = n_a$

$$m = n_a \cdot M = 97 \times 10^{-5} \times 206 = 0,199 \text{ g} = 200 \text{ mg}$$

وهذا يتوافق مع ما هو مكتوب على الكيس.

التمرين 24:

يعتبر حمض الميثانويك من الأدوية الناجحة لمحاربة بعض الطفيليات التي تهاجم النحل المنتج للعسل. يهدف هذا التمرين إلى دراسة تفاعل حمض الميثانويك مع الماء ومع محلول هيدروكسيد الصوديوم.

معطيات:

- تمت جميع القياسات عند درجة الحرارة 25°C .

- الجداء الشاردي للماء $K_e = 10^{-14}$.

- يعطى الجدول التالي بعض الكواشف الملونة ومناطق انعطافها.

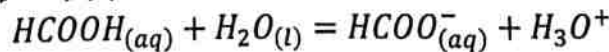
اسم الكاشف	pH مجال التغير اللوني
أحمر الميثيل	6,2 - 4,2
الفينول فتالين	10,0 - 8,0
الهيليانتين	4,4 - 3,1

(1) تفاعل حمض الميثانويك مع الماء

نعتبر محلولاً مائياً (S_a) لحمض الميثانويك حجمه V وتركيزه $C_a = 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$. أعطى قياس pH

هذا المحلول $\text{pH} = 2,9$.

ننمذج التحول الكيميائي الذي يحدث بين حمض الميثانويك والماء بالمعادلة الكيميائية التالية:



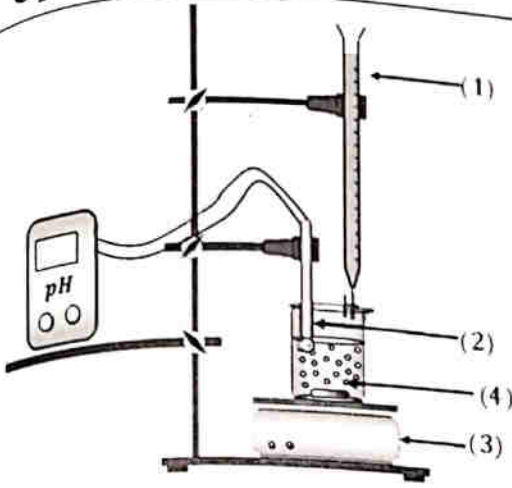
أ/ أنجز جدول تقدم التفاعل.

ب/ بين أن نسبة التقدم النهائي τ لهذا التحول تكتب كما يلي: $\tau = \frac{10^{-\text{pH}}}{C_a}$ ، احسب τ وماذا تستنتج؟

ج/ اكتب عبارة كسر التفاعل $Q_{r,eq}$ عند التوازن بدلالة C_a و τ .

د/ حدد قيمة الثابت pK_a للثنائية ($\text{HCOOH}_{(aq)} / \text{HCOO}^-_{(aq)}$)

الوحدة 04: تطور جملة كيميائية نحو حالة التوازن



(2) تفاعل حمض الميثانويك مع محلول هيدروكسيد الصوديوم:

نستعمل التركيب التجريبي المبين في الشكل جانبه لمعايرة الحجم $V_a = 20 \text{ mL}$ من المحلول السابق (S_a) بواسطة المحلول (S_b) لهيدروكسيد الصوديوم ذي التركيز المولي $C_b = 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$

/أ/ اعط أسماء العناصر الموافقة للأرقام (1)، (2) و (3)

المبينة في الشكل واسم المحلول الموافق للرقم (4).

/ب/ يأخذ pH الخليط القيمة $pH = 3,74$ عند إضافة الحجم $V_b = 10 \text{ mL}$ من المحلول (S_b) .

اعتمادا على جدول تقدم تفاعل المعايرة، تحقق بحساب نسبة التقدم النهائي τ أن التفاعل تام.

/ج/ أوجد الحجم V_{bE} اللازم إضافته للمحلول (S_a) للحصول على التكافؤ.

/د/ حدد معللا جوابك من بين الكواشف الملونة المبينة في الجدول أعلاه الكاشف المناسب للمعايرة

تصحيح التمرين 24:

(1) /أ/ جدول تقدم التفاعل:

المعادلة		$HCOOH_{(aq)} + H_2O_{(l)} = HCOO^-_{(aq)} + H_3O^+$			
الحالة	التقدم	كميات المادة (mol)			
ابتدائية	$x = 0$	$C_a \cdot V_a$	بوفرة	0	0
انتقالية	x	$C_a \cdot V_a - x$	بوفرة	x	x
نهائية	x_f	$C_a \cdot V_a - x_f$	بوفرة	x_f	x_f

ب/ عبارة τ_f : نعلم أن:

$$\tau_f = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{[H_3O^+]}{C_a} = \frac{10^{-pH}}{C_a} = \frac{10^{-2,9}}{C_a} = 0,126 < 1$$

نستنتج أن التفاعل غير تام.

ج/ كتابة عبارة Q_{req} :

$$Q_{req} = \frac{[HCOO^-]_f \times [H_3O^+]_f}{[HCOOH]_f \times [H_2O]_f}$$

من جدول تقدم التفاعل: (ملاحظة $[H_2O]_f = 1$).

$$Q_{req} = \frac{[H_3O^+]_f^2}{C_a - [H_3O^+]_f} \quad [H_3O^+]_f = \tau_f \cdot C_a$$

$$Q_{req} = \frac{\tau_f^2 \times C_a^2}{C_a(1 - \tau_f)} = \frac{\tau_f^2 \times C_a}{1 - \tau_f}$$

د/ نعلم أن: $K_a = Q_{req}$

حساب K_a :

$$K_a = \frac{0,126^2 \times 10^{-2}}{1 - 0,126} = 1,816 \times 10^{-4} \Rightarrow pK_a = -\log K_a = 3,74$$

(2) /أ/ أسماء العناصر:

(1) سحاحة

(2) مسبار pH متر

(3) مخلاط مغناطيسي

(4) محلول حمض الميثانويك ($HCOOH$)

ب/ جدول تقدم التفاعل:

المعادلة		$HCOOH$	$+ OH^-$	$= HCOO^- + H_2O$
ابتدائية	$x = 0$	$C_a \cdot V_a$	$C_b \cdot V_b$	0
نهائية	$x_{eq} = x_f$	$C_a \cdot V_a - x_{eq}$	$C_b \cdot V_b - x_{eq}$	x_{eq}

حساب التقدم الأعظمي: مرفوض $\begin{cases} C_a \cdot V_a = x_{max} = 2 \times 10^{-4} mol \\ C_b \cdot V_b = x_{max} = 10^{-4} mol \end{cases}$ مقبول

إذن: OH^- هو المحد ومنه: $x_{max} = n_b$

ولدينا من جدول التقدم: $n_f(OH^-) = n_b - x_f$ إذن:

$$x_f = n_b - n_f(OH^-) = n_b - \underbrace{10^{pH-14}(V_a + V_b)}_{\text{مهمل}} \simeq n_b$$

ومنه: $\tau_f = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{n_b}{n_b} \simeq 1$ ومنه التفاعل تام.

ج/ الحجم V_{bE} :
الطريقة 1:

$$C_a \cdot V_a = C_b \cdot V_{bE} \Rightarrow V_{bE} = \frac{C_a \cdot V_a}{C_b} = 20 ml$$

الطريقة 2:

بما أن $pH = pK_a$ لما $V_b = 10 mL$

فإن: $V_{bE} = 2 \times 10 = 20 mL$

د/ بما أننا عايرنا حمض ضعيف بأساس قوي فإن نقطة التكافؤ تكون $pH_E > 7$ ومنه الكاشف المناسب هو الفينول فتالين $[10 - 8,0]$.

التمرين 25:

(1) نحل في لتر من الماء المقطر 0,6 g من حمض عضوي صيغته من الشكل: $R - COOH$

(حيث $R = C_nH_{2n+1}$) ونتحصل بذلك على محلول مائي S_A .

أ/ أعط عبارة الـ K_a لتفكك الحمض في الماء.

ب/ استنتج عبارة الـ pH بدلالة pK_a و $\log \frac{[RCOO^-]}{[RCOOH]}$.

(2) نأخذ 20 ml من المحلول S_A ونعايرها بمحلول مائي لهيدروكسيد الصوديوم تركيزه المولي:

$C_b = 0,02 mol/L$ وعند كل إضافة للمحلول الأساسي نأخذ قياسات معينة عند الدرجة $25^\circ C$ فتمكننا من

تمثيل البيان المرفق حيث $[RCOOH]$ هو التركيز المولي للحمض المتبقي.

أ/ أوجد قيمة pH_A الموضحة في الشكل.

ب/ احسب تراكيز الأفراد الكيميائية التالية: H_3O^+

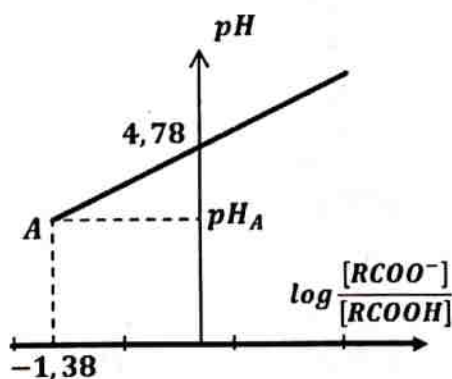
$RCOO^-$ عند النقطة A (بداية المعايرة).

(3) إن حجم الصود المضاف عند التكافؤ هو: $V_b = 10 mL$.

أ/ احسب التركيز المولي C_a للمحلول الحمضي S_A .

ب/ أوجد الصيغة المجملية للحمض العضوي، ثم اكتب

صيغته نصف المفصلة واذكر اسمه.



$$M(O) = 16 g/mol$$

$$M(C) = 12 g/mol$$

$$M(H) = 1 g/mol$$

يعطى:

تصحيح التمرين 25:

(1)

$$K_a = \frac{[RCOO^-]_f [H_3O^+]_f}{[RCOOH]_f} \quad /$$

$$PH = Pka + \log \left(\frac{[RCOO^-]_f}{[RCOOH]_f} \right) \quad / ب$$

(2) عند النقطة A:

$$PH_A = Pka + \log \left(\frac{[RCOO^-]_A}{[RCOOH]_A} \right) = 4,78 - 1,38 = 3,4$$

$$[H_3O^+] = 10^{-PH} = 10^{-3,4} = 4 \times 10^{-4} \text{ mol/L}$$

$$[RCOO^-]_A = [H_3O^+] = 4 \times 10^{-4} \text{ mol/L}$$

$$\frac{[RCOO^-]}{[RCOOH]} = 10^{-1,38}$$

و لدينا من البيان:

$$[RCOOH] = \frac{4 \times 10^{-4}}{10^{-1,38}} = 9,6 \times 10^{-3} \text{ mol/L}$$

(3)

/ الطريقة 01:

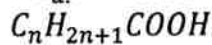
$$C_a \cdot V_a = C_b \cdot V_{bE} \Rightarrow C_a = 0,01 \text{ mol/L}$$

الطريقة 2:

$$C_a = [RCOO^-] + [RCOOH] = 4 \times 10^{-4} + 9,6 \times 10^{-3} = 10^{-2} \text{ mol/L}$$

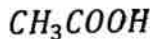
$$n = \frac{m}{M} = C_a \cdot V \quad / ب$$

$$M = \frac{m}{C_a \cdot V} = \frac{0,6}{0,01 \times 1} = 60 \text{ g/mol}$$



$$M = 12n + 2n + 1 + 12 + 16 + 16 + 1 = 14n + 46$$

$$60 = 14n + 46 \Rightarrow n = 1$$



الصيغة المجملة: $C_2H_4O_2$

اسمه: النظامي: حمض الإيثانويك

التجاري: حمض الخل

التمرين 26:

- الإيبوبروفين حمض كربوكسيلي صيغته الاجمالية $C_{13}H_{18}O_2$ نرسم له بـ (AH) وهو دواء يعتبر من المضادات الحيوية ومسكن للألام ومخفض لدرجة الحرارة.

I. تباع مستحضرات الإيبوبروفين في الصيدليات على شكل أكياس تحوي مسحوق قابل للذوبان في الماء. نذيب في كأس من الماء المقطر محتوى كيسا من الإيبوبروفين به كتلة m_0 من الحمض، فنحصل على محلول مائي S_0 تركيزه المولي C_0 وحجمه $V_0 = 10 \text{ mL}$.
(1) عرف الحمض حسب برونشتد.

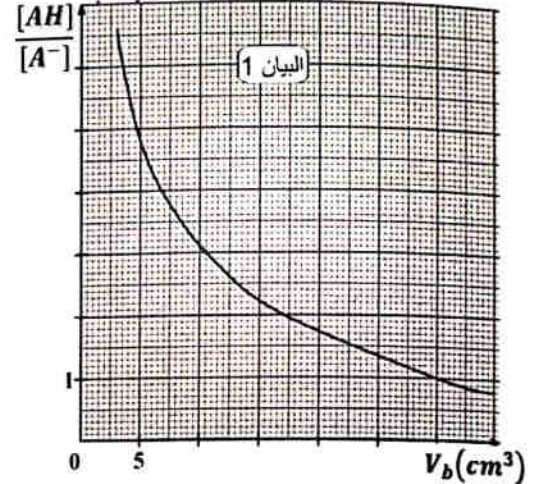
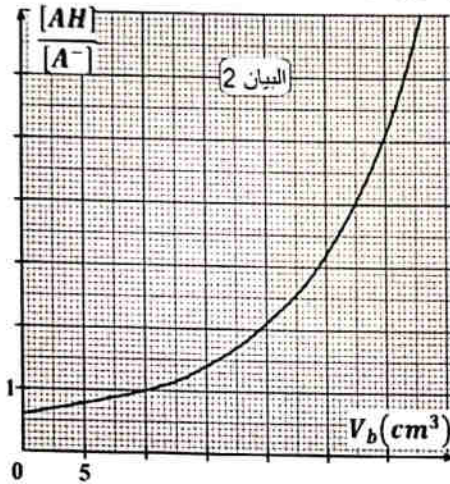
(2) اكتب معادلة تفكك الحمض في الماء وبين أنه تفاعل حمض-أساس.

II. لمعرفة قيمة الكتلة m_0 المسجلة على الكيس نعاير المحلول السابق بمحلول مائي لهيدروكسيد الصوديوم تركيزه $C_b = 1,62 \times 10^{-2} \text{ mol/L}$ نتابع تطور النسبة: $\frac{[AH]}{[A^-]}$ الخاصة بالحمض المستعمل بدلالة حجم محلول الأساس V_b المضاف فنحصل على أحد المنحنيين الممثلين في الوثيقة المرفقة.
(1) اكتب معادلة تفاعل المعايرة.

(2) ارسم شكلا تخطيطيا توضح فيه آلية المعايرة الـ pH مترية.

(3) أي البيانيين يمثل المنحنى الحقيقي؟ علل.

- (4) استنتج بيانيا حجم الأساس المضاف عند نقطة نصف التكافؤ وكذلك عند نقطة التكافؤ.
 (5) احسب تركيز المحلول الحمضي C_0 ثم استنتج قيمة الكتلة m_0 .
 (6) تعطى نسبة التقدم النهائي لتفاعل حمض (AH) مع الماء في المحلول S_0 : $\tau_f = 1\%$
 أ/ عبر عن ثابت الحموضة K_a للثنائية AH/A^- بدلالة τ_f و C_0 ثم احسب قيمته واستنتج قيمة pK_a .
 ب/ مستعينا بالبيان أوجد قيمة pH المزيج عند سكب حتما $V_b = 5 \text{ mL}$.
 $M(C_{13}H_{18}O_2) = 206 \text{ g/mol}$



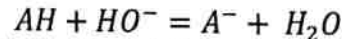
تصحيح التمرين 26:

I.

- (1) تعريف الحمض: هو كل فرد كيميائي بإمكانه فقد بروتون (H^+) أو أكثر خلال تفاعل كيميائي.
 $AH + H_2O = A^- + H_3O^+$ (2)
 بما أن AH فقد H^+ و H_2O اكتسب فهو تفاعل حمض-أساس.
 (AH/A^-) ; (H_3O^+/H_2O)

II.

(1) معادلة تفاعل المعايرة:



(2) رسم تخطيطي يوضح آلية عملية المعايرة الـ PH مترية:

(3) البيان الصحيح هو: البيان -01-

• التعليل: أثناء المعايرة:

$[AH]$ يتناقص و $[A^-]$ يتزايد

إذن: $\frac{[AH]}{[A^-]}$ يتناقص

$$PH = Pka + \log \left(\frac{[A^-]}{[AH]} \right) \quad (4)$$

لما $\frac{[AH]}{[A^-]} = 1$ إذن: $PH = Pka$

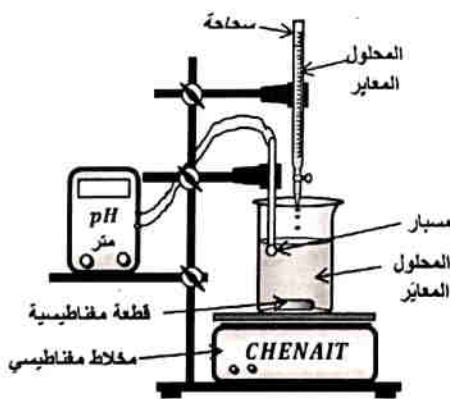
$$V_b = \frac{V_{bE}}{2} = 30 \text{ ml} \Rightarrow V_{bE} = 60 \text{ ml}$$

(5) إيجاد C_0 :

عند تكافؤ المزيج عند الشروط الستوكيومترية:

$$C_0 \cdot V_0 = C_b \cdot V_{bE}$$

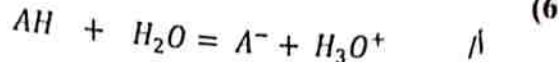
$$C_0 = \frac{C_b \cdot V_{bE}}{V_0} = \frac{(1.62 \times 10^{-2})(60)}{10} = 9,72 \times 10^{-2} \text{ mol/L}$$



- استنتاج m_0 :

$$n = \frac{m_0}{M} = C_0 \cdot V_0$$

$$m_0 = C_0 \cdot V_0 \cdot M = 9,72 \times 10^{-2} \times 0,01 \times 206 = 0,2 \text{ g} = 200 \text{ mg}$$



جدول التقدم:

المعادلة	التقدم	كميات المادة (mol)	بوفرة	0	0
الحالة	$x = 0$	n_0	بوفرة	x	x
ابتدائية	x	$n_0 - x$	بوفرة	x_f	x_f
انتقالية	x_f	$n_0 - x_f$	بوفرة		
نهائية					

$$Ka = \frac{[A^-]_f [H_3O^+]_f}{[AH]_f} = \frac{[H_3O^+]_f^2}{C_0 - [H_3O^+]_f}$$

$$\tau_f = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{[H_3O^+]_f}{C_0} \Rightarrow [H_3O^+]_f = \tau_f \times C$$

$$Ka = \frac{(\tau_f \times C_0)^2}{C_0 - \tau_f \times C_0} = \frac{\tau_f^2 \times C_0^2}{C_0(1 - \tau_f)} = \frac{\tau_f^2}{(1 - \tau_f)} \times C_0$$

$$Ka = \frac{(0,01)^2 \times 9,72 \times 10^{-2}}{1 - 0,01} = 9,8 \times 10^{-6}$$

استنتاج pK_a :

$$pK_a = -\log Ka \approx 5$$

$$\frac{[AH]}{[A^-]} = 4,8$$

$$V_b = 5 \text{ ml} /$$

$$\frac{[A^-]}{[AH]} \approx 0,21$$

$$PH = Pk_a + \log \left(\frac{[A^-]_f}{[AH]_f} \right) = 5 + \log 0,21 \approx 4,3$$

قيمة الفكرة تعتمد
على استعمالها
توماس الديسون

التمرين 27:

كتب في بطاقة قارورة تحتوي على منتج تجاري سائل يستعمل في المطبخ لتنظيف قناة صرف المياه:

- 19 % كتليا من الصود.
- بسبب حروق خطيرة للجلد.
- يذيب كل مادة عضوية، يحفظ بعيدا عن متناول الأطفال.

نريد تحديد النسبة المئوية الكتلية لمادة الصود الموجودة في هذا المنتج ومقارنتها بالقيمة الموجودة على بطاقة القارورة وهذا بطريقة قياس الناقلية.

(1) نحضر المحلول:

- باستخدام ماصة نأخذ 5 mL من المنتج التجاري.
 - نسكب محتوى الماصة في دورق سعته 100 mL.
 - نضيف كمية من الماء إلى الدورق ثم نحرك.
 - نكمل ملأ الدورق بإضافة الماء وبعد التحريك نحصل على 100 mL من المحلول.
- / ما هي الاحتياطات الواجب أخذها لتحضير هذا المحلول؟
ب/ لماذا نقوم بالتحريك عدة مرات؟

(2) تحقيق المعايرة:

- نأخذ 5 ml من المحلول المحضر سابقا ونسكبه في البيشر، ثم نضيف 40 ml من الماء، نملأ سحاحة مدرجة بمحلول حمض الكلور تركيزه $C_A = 10^{-1} \text{ mol/L}$.
- ارسم مخطط التركيب التجريبي للمعايرة.
- (3) استغلال القياسات: نقيس الناقلية النوعية σ للمحلول قبل وبعد إضافة حجم V_A من المحلول الحمضي، نحصل على جدول القياسات التالية:

$V_A(\text{mL})$	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
$\sigma(\text{mS/cm})$	7,42	6,64	5,86	5,08	4,3	3,52	2,74	1,96	1,82	2,26	2,70

أ/ ماهي الثنائيات (Acide/Base) الموجودة.

ب/ اكتب معادلة التفاعل حمض/أساس.

ج/ احسب ثابت التوازن K الموافق لهذا التفاعل.

د/ مثل منحنى تغيرات الناقلية النوعية σ لهذا المحلول بدلالة الحجم V_A للمحلول الحمضي المضاف.

(4) أ- حدد احدائيات نقطة التكافؤ.

ب- احسب التركيز C_1 للصبود في المنتج التجاري؟

(5) قمنا بوزن 100 mL من المنتج التجاري فحصلنا على كتلة قيمتها $m = 126 \text{ g}$

أ/ احسب النسبة المئوية الكتلية للصبود في المنتج التجاري؟

ب/ هل النتيجة الحاصلة تتوافق مع المعلومات المعطاة على بطاقة القارورة للمنتج التجاري؟

$$pK_a(\text{H}_3\text{O}^+/\text{H}_2\text{O}) = 0$$

$$M(\text{O}) = 16 \text{ g/mol}$$

$$pK_a(\text{H}_2\text{O}/\text{HO}^-) = 14$$

$$M(\text{H}) = 1 \text{ g/mol}$$

تعطى:

$$M(\text{Na}) = 23 \text{ g/mol}$$

تصحيح التمرين 27:

(1) أ/ الاحتياطات الواجب أخذها لتحضير هذا المحلول:

- غسل الزجاجات جيدا بالماء المقطر قبل استعمالها.

- لبس قفازات مخبرية ونظارات.

- ارتداء منزر غير قطني، تجنب النظر مباشرة فوق المحلول

- استعمال إجاصة مص، القراءة على تدريجية الماصة بشكل أفقي.

- غلق القارورات بعد استعمالها.

- العمل واقفا وعلى طاولة أفقية.

- قراءة الملصقة المكتوبة على القارورات قبل استعمالها.

ب/ نقوم بالتحريك عدة مرات كي يتجانس المحلول، وللتأكد

من تفكك كل الكتلة الموضوعة في الماء

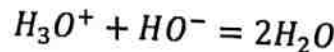
(2) مخطط التركيب التجريبي.

(3)

أ/ الثنائيات الموجودة هي:

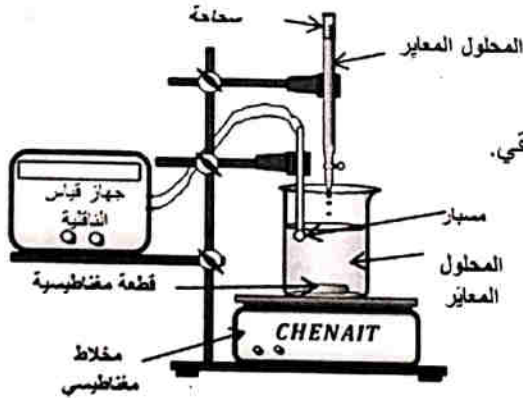


ب/ معادلة التفاعل حمض-أساس:



ج/ حساب ثابت التوازن K :

$$K = \frac{(1)^2}{[\text{H}_3\text{O}^+][\text{HO}^-]} = \frac{1}{K_e} = 10^{14}$$



د/ منحنى σ للمحلول:

(4) / احداثيات نقطة التكافؤ:

$$E(V_{aE} = 15 \text{ ml} ; \sigma_E = 1,6 \text{ ms/Cm})$$

ب/ إيجاد C_b (تركيز المحلول الممدد):

$$C_a \cdot V_{aE} = C_b \cdot V_b$$

$$\Rightarrow C_b = \frac{10^{-1} \times 15}{5} = 0,3 \text{ mol/L}$$

إذن: C_1 تركيز المحلول التجاري:

$$C_1 = 20 \cdot C_b = 20 \times 0,3 = 6 \text{ mol/L}$$

(5) / حساب النقاوة P

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{126}{0,1} = 1260 \text{ g/l}$$

$$d = \frac{\rho}{1000} = \frac{1260}{1000} = 1,26$$

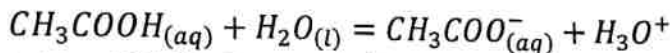
$$C = \frac{10Pd}{M}$$

$$P = \frac{CM}{10d} = \frac{6,40}{10 \times 1,26} = 19\%$$

ب/ تتوافق مع ما كتب.

التمرين 28:

لدينا محلول لحمض الإيثانويك (S) تركيزه المولي c مع ($C \geq 10^{-3} \text{ mol/L}$)
معادلة تفاعل الحمض مع الماء هي:



• تعطى عبارة الـ pH للمحلول (S) مع تركيزه المولي C و pK_A للثنائية (CH_3COOH)

$$pH = \frac{1}{2}(pK_A - \log C) \quad (\text{بالعلاقة التالية: } \text{CH}_3\text{COO}^-)_{(aq)}$$

(1) نقترح أربعة محاليل (S_1), (S_2), (S_3), (S_4) مخففة بحجم $V = 100 \text{ mL}$ انطلاقا من محلول حمض الإيثانويك (S_0) الذي تركيزه المولي $C_0 = 5 \times 10^{-2} \text{ mol/L}$ الجدول التالي يعطينا قيم الـ pH المقاسة لكل محلول محضر

المحلول	S_0	S_1	S_2	S_3	S_4
التركيز $C(\text{mol/L})$	5×10^{-2}	10^{-2}	5×10^{-3}	2×10^{-3}	10^{-3}
$-\log C$	1,3	2,0	2,3	2,7	3,0
الحجم المقاسة (mL)		20	10		2
pH	3,05	3,4	3,55		3,9

أ/ حدد قيمة الحجم V المأخوذ من (S_0) لأجل تحضير 100 mL من المحلول (S_3).

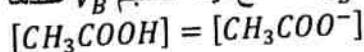
ب/ صف الطريقة المخبرية التي تسمح بإجراء التخفيف وباختبار الأدوات المناسبة.

ج/ ارسم المنحنى البياني $pH = f(-\log C)$.

د/ استنتج من المنحنى البياني قيمة pH المحلول (S_3) وقيمة الـ pK_A .

هـ/ نضيف لـ 10 mL من المحلول (S_3) حجما V_B من محلول هيدروكسيد الصوديوم ($\text{Na}^+ + \text{OH}^-$)_(aq)

ذي التركيز المولي $C_B = 10^{-3} \text{ mol/L}$ ، استنتج قيمة الحجم V_B عندما يتحقق:



تصحيح التمرين 28:

(1) / تحديد قيمة الحجم V المأخوذ من (S_0) لتحضير 100 mL من (S_3) : $V_3 = 100\text{ mL}$

$$C_0 \cdot V = C_3 \cdot V_3 \Rightarrow V = \frac{C_3 \cdot V_3}{C_0} = 4\text{ mL}$$

ب/ الطريقة المخبرية: بواسطة إجاصة مص، نأخذ حجما قدره 4 mL من المحلول (S_0) ونضعه في حوجة عيارية سعتها 100 mL ، نكمل بالماء المقطر إلى خط العيار، نرج المزيج جيدا حتى يتجانس المحلول.

ج/ رسم منحنى $PH = f(-\log C)$.

د/ الاستنتاج:

$PH_3 = 3,75$: (S_3) المحلول PH -

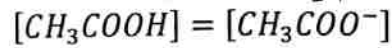
- لدينا $PH = \frac{1}{2}(-\log C) + \frac{1}{2}pk_a$ ومن البيان

$$PH = a(-\log C) + b$$

بالمطابقة: $b = \frac{1}{2}pk_a$ منه

$$pk_a = 2b = 2 \times 2,4 = 4,8$$

هـ/ استنتاج الحجم V_B عندما يتحقق



عند التكافؤ:

$$C_B \cdot V_{BE} = C_A \cdot V_A \Rightarrow V_{BE} = \frac{C_A \cdot V_A}{C_B} = \frac{2 \times 10^{-3} \times 10}{10^{-3}} = 20\text{ mL}$$

ونعلم أن عند ما تكون: $[CH_3COOH] = [CH_3COO^-]$ فإن: $V_B = \frac{V_{BE}}{2} = 10\text{ mL}$

التمرين 29:

نريد تحديد تجريبي التركيز المولي C_b لمحلول مائي (S) للنشادر NH_3 عن طريق المعايرة الـ pH مترية، لذلك نعاير حجما $V_b = 20\text{ mL}$ من المحلول (S) بواسطة حمض كلور الماء $(H_3O^+ + Cl^-)_{aq}$ تركيزه المولي $C_a = 0,015\text{ mol.L}^{-1}$.

(1) / أعط البروتوكول التجريبي لهذه المعايرة مع رسم تخطيطي للتجهيز المستعمل.

ب/ أنجز جدول تقدم التفاعل الذي يمدج التحول الكيميائي الحادث بين محلول النشادر وحمض كلور الماء.

(2) النتائج المحصل عليها عند $25^\circ C$ سمحت برسم المنحنى (الشكل). بالاعتماد على المنحنى جد:

أ/ إحداثي نقطة التكافؤ.

ب/ التركيز المولي الابتدائي C_b لمحلول النشادر.

ج/ قيمة الـ pK_a للثنائية (NH_4^+/NH_3) .

(3) احسب قيمة ثابت التوازن K لهذا التفاعل.

(4) عند إضافة حجم $V_a = 9\text{ mL}$ من المحلول الحمضي:

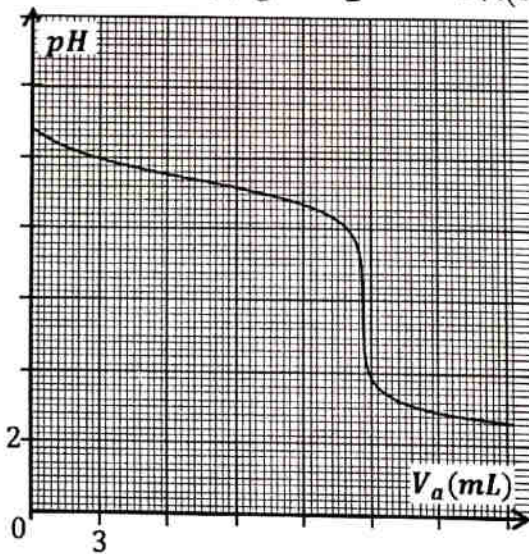
أ/ احسب النسبة $\frac{[NH_3]}{[NH_4^+]}$ للمزيج التفاعلي النهائي.

ب/ عبر عن النسبة السابقة بدلالة C_b

و V_b والتقدم النهائي x_f .

ج/ احسب قيمة نسبة التقدم النهائي τ_f لتفاعل المعايرة

عند الإضافة السابقة. ماذا تستنتج؟



تصحيح التمرين 29:

(1) البروتوكول التجريبي:

- نملأ السحاحة بمحلول لحمض كلور الماء ونضبط مستوى المحلول عند التدريجة صفر (0)
- نسحب باستعمال ماصة عيارية حجما V_0 من محلول النشادر ونضعه في بيشر الذي يوضع بدوره فوق مخلط مغناطيسي.
- نعاير الـ pH متر باستعمال محلولين موافقين مختلفين على الأقل لهما pH معلوم.
- نغسل جيدا مسرى جهاز pH متر بالماء المقطر ونجفقه. ثم نغمره بحذر في البيشر الذي يحتوي على محلول النشادر (يغمر شاقوليا دون لمس القضيب المغناطيسي)
- نشغل المخلط المغناطيسي ونبدأ في إضافة المحلول الحمضي من السحاحة في البيشر.
- نقيس قيمة الـ pH بالنسبة لكل حجم مضاف والنتائج المحصل عليها تدون في جدول وتسمح برسم المنحنى $pH = f(V_{\text{versé}})$

ب/ جدول تقدم التفاعل:

المعادلة		$NH_3(aq) + H_3O^+(aq) = NH_4^+(aq) + H_2O(l)$			
الحالة	التقدم	كميات المادة (mol)			
ابتدائية	$x = 0$	$n_b = C_b \cdot V_b$	$n_a = C_a \cdot V_a$	0	بوفرة
انتقالية	x	$C_b \cdot V_b - x$	$C_a \cdot V_a - x$	x	بوفرة
نهائية	x_f	$C_b \cdot V_b - x_f$	$C_a \cdot V_a - x_f$	x_f	بوفرة

(2) / احداثيا نقطة التكافؤ: من البيان وباستعمال طريقة المماسين نجد:

$$E(V_E = 14,4 \text{ ml} , \quad pH_E = 5,8)$$

ب/ حساب التركيز الابتدائي للأساس:
عند التكافؤ:

$$C_b \cdot V_b = C_a \cdot V_{aE} \Rightarrow C_b = \frac{C_a \cdot V_{aE}}{V_b} \Rightarrow C_b = 0,0108 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

ج/ إيجاد pK_a بيانيا: عند نقطة نصف التكافؤ: $pH = pK_a$

$$pK_a = 9,2 \quad \text{حيث:} \quad V_{1/2eq} = \frac{V_{eq}}{2} = 7,2 \text{ ml} \quad \text{ومن البيان نجد:}$$

(3) حساب ثابت التوازن:

$$K = Q_{rf} = \frac{[NH_4^+]_f}{[H_3O^+]_f [NH_3]_f} = \frac{1}{K_a} = 10^{pK_a} = 1,58 \times 10^9 = 1,58 \times 10^9$$

(4) / إيجاد النسبة $\frac{[NH_3]_f}{[NH_4^+]_f}$:عند إضافة $V = 9 \text{ ml}$: من البيان $pH = 9$

$$pH = pK_a + \log \frac{[NH_3]_f}{[NH_4^+]_f} \Rightarrow \log \frac{[NH_3]_f}{[NH_4^+]_f} = pH - pK_a$$

$$\Rightarrow \frac{[NH_3]_f}{[NH_4^+]_f} = 10^{pH - pK_a} \Rightarrow \frac{[NH_3]_f}{[NH_4^+]_f} = 0,63$$

ب/ التعبير عن النسبة السابقة بدلالة C_b و V_b و التقدم الأعظمي x_f (عند التوازن الكيميائي) بالاعتماد على جدول التقدم

$$[NH_4^+] = \frac{x_f}{V_T} \quad \text{و} \quad [NH_3]_f = \frac{C_0 \cdot V_b - x_f}{V_T} \quad \text{لدينا :}$$

$$\frac{[NH_3]_f}{[NH_4^+]_f} = \frac{C_0 \cdot V_b - x_f}{x_f} \quad \text{ومنه نجد:}$$

$$\tau = \frac{x_f}{x_{max}} \quad \text{ج/ حساب نسبة التقدم النهائي } \tau_f$$

حساب x_{max} : الإضافة السابقة تدل على أن المتفاعل المحد هو الحمض المضاف وحسب تعريف التقدم الأعظمي:

$$C_a \cdot V_a - x_{max} = 0 \Rightarrow x_{max} = C_a \cdot V_a = 0,135 \times 10^{-3} \text{ mol}$$

حساب x_f :

$$\frac{C_b \times V_b - x_f}{x_f} = 0,63 \Rightarrow x_f = \frac{C_b \cdot V_b}{1,63} \Rightarrow x_f = 0,1325 \times 10^{-3} \text{ mol}$$

ومنه نجد: $\tau_f = 0,98 \approx 1$ نستنتج أن التفاعل شبه تام.

التمرين 30:

تتعرض أغلب الأجهزة الكهرومنزلية مثل المسخن المائي وآلة تقطير القهوة إلى ترسبات كلسية يمكن إزالتها باستعمال منظفات (*détartrants*) تجارية، يفضل استعمال المنظفات التي تحتوي على حمض اللاكتيك $C_3H_6O_3$ نظرا لفعاليتها وعدم تفاعله مع مكونات الأجهزة وتحلله بسهولة في الطبيعة، إضافة إلى كونه غير ملوث للبيئة. كتب على لاصقة قارورة المنظف التجاري المعلومات التالية:

- النسبة المئوية الكتلية لحمض اللاكتيك في المنظف $P = 45\%$.
- يستعمل المنظف التجاري المركز مع التسخين.
- الكتلة المولية الجزيئية لحمض اللاكتيك $M(C_3H_6O_3) = 90 \text{ g/mol}$.
- الكتلة الحجمية للمنظف التجاري $\rho = 1,13 \text{ Kg/L}$.

(1) نحضر حجما $V = 500 \text{ mL}$ من محلول مائي لحمض اللاكتيك تركيزه $C = 10^{-1} \text{ mol/L}$ ، أعطى قياس pH هذا المحلول القيمة $pH = 2,4$ عند الدرجة $25^\circ C$.

أ/ اكتب المعادلة الكيميائية المنمذجة لتفاعل حمض اللاكتيك مع الماء.

ب/ أنشئ جدول تقدم التفاعل.

ج/ احسب تراكيز الأفراد الكيميائية المتواجدة في المحلول عند التوازن عدا الماء.

د/ احسب ثابت الحموضة pK_a للثنائية $(C_3H_6O_3/C_3H_5O_3^-)$.

(2) بهدف التحقق من النسبة المئوية الكتلية لحمض اللاكتيك في المنظف التجاري المركز، نمده 100 مرة

فنحصل على محلول (S_a) نعاير حجما $V_a = 10 \text{ mL}$ من المحلول (S_a) بواسطة محلول مائي

لهيدروكسيد الصوديوم $(Na^+ + HO^-)$ تركيزه $C_b = 2,0 \times 10^{-2} \text{ mol/L}$ نصل إلى نقطة التكافؤ عند إضافة الحجم $V_{BE} = 28,3 \text{ mL}$.

أ/ اكتب المعادلة الكيميائية المنمذجة لتفاعل المعايرة.

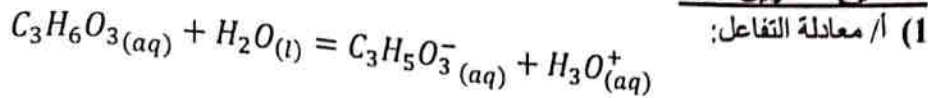
ب/ احسب قيمة C_a ، واستنتج قيمة C_0 التركيز المولي للمنظف التجاري المركز.

ج/ احسب النسبة المئوية الكتلية لحمض اللاكتيك في المنظف التجاري. ماذا تستنتج؟

نعطى: الكتلة الحجمية للماء $\rho_0 = 1 \text{ Kg/L}$



تصحيح التمرين 30:



ب/ جدول تقدم التفاعل:

المعادلة		$C_3H_6O_3(aq) + H_2O(l) = C_3H_5O_3^-(aq) + H_3O^+(aq)$			
الحالة	التقدم	كميات المادة (mol)			
ابتدائية	$x = 0$	n_0	بوفرة	0	0
انتقالية	x	$n_0 - x$	بوفرة	x	x
نهائية	x_f	$n_0 - x_f$	بوفرة	x_{eq}	x_{eq}

ج/ تراكيز الأفراد الكيميائية:

$$[H_3O^+]_{eq} = 10^{-2,4} = 3,98 \times 10^{-3} \text{ mol/L}$$

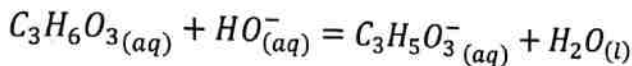
$$[C_3H_5O_3^-]_{eq} = [H_3O^+]_{eq} = \frac{x_{eq}}{V} = 3,98 \times 10^{-3} \text{ mol/L}$$

$$[C_3H_6O_3]_{eq} = C - [H_3O^+]_{eq} = 0,1 - 3,98 \times 10^{-3} = 9,6 \times 10^{-2} \text{ mol/L}$$

د/ ثابت الحموضة pK_a :

$$pK_a = pH - \log \frac{[C_3H_5O_3^-]_{eq}}{[C_3H_6O_3]_{eq}} = 2,4 - \log 0,04145 = 3,78$$

1- / معادلة المعايرة:



عند التكافؤ:

ب/ التركيز C_a :

$$C_a \cdot V_a = C_b \cdot V_{bE} \Rightarrow C_a = \frac{C_b \cdot V_{bE}}{V_a} = \frac{2 \times 10^{-2} \times 28,3}{10} = 0,0566 \text{ mol/L}$$

$$C_0 = 100C_a = 5,66 \text{ mol/L} \text{ ومنه:}$$

ج/ النسبة المئوية:

$$P\% = \frac{MC_0}{10d} = \frac{MC_0}{10 \times \frac{\rho}{\rho_0}} = \frac{90 \times 5,66}{10 \times \frac{1,13}{1}} \approx 45\%$$

$$P = \frac{m'}{m} = \frac{509,4}{1130} = 0,4508 \approx 45\% \text{ أو حساب } P \text{ من العلاقة:}$$

وذلك بأخذ الحجم 1L

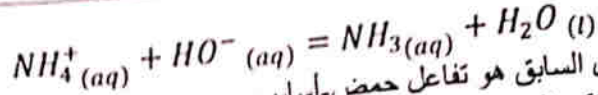
نستنتج أن ما كتب على اللاصقة صحيح.

التمرين 31:

تستعمل المنتجات الصناعية الأزوتية في المجال الفلاحي لتوفرها على عنصر الأزوت الذي يعد من بين العناصر الضرورية لتخصيب التربة. يحتوي منتج صناعي على نترات الأمونيوم $NH_4NO_3(s)$ كثير الذوبان في الماء. تشير لاصقة كيس المنتج الصناعي الأزوتي إلى النسبة المئوية الكتلية لعنصر الأزوت (33%). القياسات تمت عند الدرجة $25^\circ C$.

في اللحظة $t = 0$ نمزج حجما $V_1 = 20 \text{ mL}$ من محلول شوارد الأمونيوم $NH_4^+(aq)$ تركيزه المولي $C_1 = 0,15 \text{ mol/L}$ مع حجم $V_2 = 10 \text{ mL}$ من محلول هيدروكسيد الصوديوم $Na^+(aq) + HO^-(aq)$ تركيزه المولي $C_2 = 0,15 \text{ mol/L}$.

قيس pH المزيج التفاعلي فوجد $pH = 9,2$. نمذج التحول الحادث بالمعادلة الكيميائية التالية



- (1) أ/ بين أن التفاعل السابق هو تفاعل حمض-أساس.
 ب/ أنشئ جدولاً لتقدم التفاعل. حدد المتفاعل المحد واستنتج قيمة التقدم الأعظمي x_{max} .
 ج/ بين أنه عند التوازن: $x_{eq} = 1.5 \times 10^{-3} mol$.
 د/ احسب النسبة النهائية τ_f لتقدم التفاعل. ماذا تستنتج؟

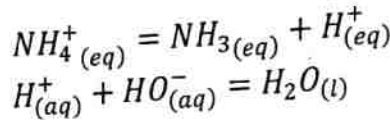
- (2) بهدف التأكد من النسبة المئوية الكتلية لعنصر الأزوت في المنتج الصناعي، نذيب عينة كتلتها $m = 6g$ منه في حوزة عيارية، فنحصل على محلول (S_a) حجمه $250mL$. نأخذ حجماً $V_a = 10mL$ من المحلول (S_a) ونعايره بواسطة محلول هيدروكسيد الصوديوم تركيزه المولي $C_b = 0.2mol/L$ ، نصل إلى نقطة التكافؤ عند إضافة الحجم $V_{bE} = 14mL$.
 أ/ احسب التركيز المولي C_a للمحلول (S_a) ، واستنتج كتلة الأزوت في العينة.
 ب/ تعرف النسبة المئوية الكتلية لعنصر الأزوت بأنها: النسبة بين كتلة الأزوت في العينة وكتلة العينة.
 - احسب النسبة المئوية الكتلية لعنصر الأزوت في العينة. ماذا تستنتج؟
 تعطى:

$$M(H) = 1 g/mol \quad M(N) = 14 g/mol \quad M(O) = 16 g/mol$$

$$pK_a(NH_4^+/NH_3) = 9,2$$

تصحيح التمرين 31:

- (1) أ/ نبين أن التفاعل هو تفاعل حمض-أساس.



ومنه التفاعل حمض-أساس.
 ب/ جدول تقدم التفاعل:

المعادلة		$NH_4^+(aq) + HO^-(aq) = NH_3(aq) + H_2O(l)$			
		كميات المادة (mol)			
الحالة	التقدم				
بوفرة				0	
ابتدائية	$x = 0$	n_0	n'_0		
بوفرة				x	
انتقالية	x	$n_0 - x$	$n'_0 - x$		
بوفرة				x_{eq}	
نهائية	x_{eq}	$n_0 - x_f$	$n'_0 - x_f$		

التقدم الأعظمي:

$$C_1V_1 - x_{max} = 0 \Rightarrow x_{max} = C_1V_1 = n_0 = 0,15 \times 20 \times 10^{-3} = 3 \times 10^{-3} mol$$

$$C_2V_2 - x_{max} = 0 \Rightarrow x_{max} = C_2 \cdot V_2 = n'_0 = 0,15 \times 10 \times 10^{-3} = 1,5 \times 10^{-3} mol$$

ومنه المتفاعل المحد هو HO^- وبالتالي: $x_{max} = 1,5 \times 10^{-3} mol$

ج/ البرهان:

$$n_{eq}(HO^-) = n'_0 - x_{eq}$$

$$\Rightarrow x_{eq} = n'_0 - n_{eq}(HO^-) = n'_0 - [HO^-(aq)]_{eq} \times V_T = n'_0 - 10^{14+9,2} \cdot V_T$$

$$x_{eq} = 1,5 \times 10^{-3} - 10^{-14+9,2} \times 30 \times 10^{-3} \simeq 1,5 \times 10^{-3} mol$$

د/ النسبة النهائية لتقدم التفاعل: $\tau_f = \frac{x_{eq}}{x_{max}} = 1$ منه التفاعل تام.

(2) أ/ التركيز C_a :

$$C_a = \frac{C_b \cdot V_{bE}}{V_a} = \frac{0,2 \times 14}{10} = 0,288 mol/L$$

الوحدة 04: تطور جملة كيميائية نحو حالة التوازن

حساب كتلة الأزوت في العينة:

$$\left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ mol} \rightarrow 28 \text{ g} \\ 0,28 \times 250 \times 10^{-3} \text{ mol} \rightarrow m_N \end{array} \right. \Rightarrow m_N = 1,96 \text{ g}$$

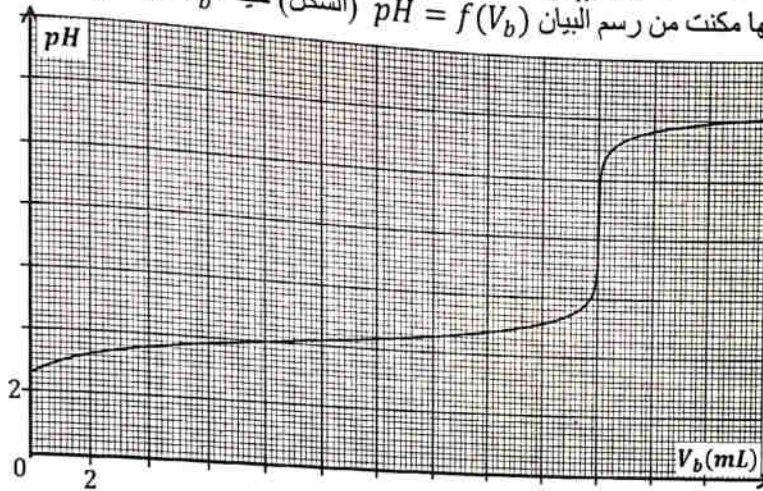
ب/ حساب النسبة المئوية:

$$P\% = \frac{m_N}{m} = \frac{1,96}{6} \approx 0,33 = 33\%$$

وهذا يطابق ما كتب على اللاصقة.

التمرين 32:

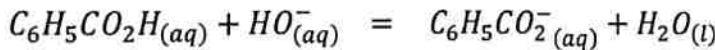
نعاير حجما $V_a = 20 \text{ mL}$ من محلول مائي لحمض البنزويك $\text{C}_6\text{H}_5\text{CO}_2\text{H}$ تركيزه المولي C_a مجهول بمحلول مائي لهيدروكسيد الصوديوم $(\text{Na}^+_{(aq)} + \text{HO}^-_{(aq)})$ تركيزه المولي $C_b = 10^{-1} \text{ mol.L}^{-1}$. النتائج المتحصل عليها مكنت من رسم البيان $\text{pH} = f(V_b)$ (الشكل) حيث V_b هو حجم الأساس المسكوب:



- 1) اكتب معادلة تفاعل المعايرة الحادث.
- 2) حدد بيانيا إحدائي نقطة التكافؤ E .
- 3) احسب التركيز المولي C_a للحمض.
- 4) عين بيانيا قيمة pK_a للثنائية: $(\text{C}_6\text{H}_5\text{CO}_2\text{H}/\text{C}_6\text{H}_5\text{CO}_2^-)$.
- 5) احسب تراكيز الأفراد الكيميائية المتواجدة في المحلول عند سكب 14 mL من المحلول الأساسي ثم أوجد قيمة نسبة تقدم النهائي τ_f للتفاعل. ماذا تستنتج؟ علما أن المعايرة تمت عند الدرجة 25°C .

تصحيح التمرين 32:

1) معادلة تفاعل المعايرة:



2) نقطة التكافؤ: بطريقة المماسات نجد: $E(V_{bE} = 20 \text{ mL} ; \text{pH}_E \approx 8,4)$

3) عند التكافؤ: $C_a \cdot V_a = C_b \cdot V_{bE}$ ومنه: $C_a = C_b \cdot \frac{V_{bE}}{V_a}$ ومنه: $C_a = 10^{-1} \text{ mol.L}^{-1}$

4) عند نقطة نصف التكافؤ $E_{1/2}$ نجد: $\text{pH} = \text{pK}_a = 4,2$

5) التراكيز: $V_{bE} = 14 \text{ cm}^3$ ومن البيان نجد: $\text{pH} = 4,5$

المعادلة	$\text{C}_6\text{H}_5\text{CO}_2\text{H}_{(aq)} + \text{HO}^-_{(aq)} = \text{C}_6\text{H}_5\text{CO}_2^-_{(aq)} + \text{H}_2\text{O}_{(l)}$			
ابتدائية	$x = 0$	$C_a \cdot V_a$	$C_b \cdot V_b$	0
انتقالية	x	$C_a \cdot V_a - x$	$C_b \cdot V_b - x$	x
نهائية	x_{eq}	$C_a \cdot V_a - x_f$	$C_b \cdot V_b - x_f$	x_{eq}

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-\text{pH}} = 10^{-4,5} = 3,16 \times 10^{-5} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[HO^-] = 10^{pH-14} = 10^{4,5-14} = 3,16 \times 10^{-10} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[HO^-]_f \times 34 \times 10^{-3} = C_b \cdot V_b - x_f$$

$$x_f = 1,4 \times 10^{-3} \text{ mol} \quad \text{فنجد:}$$

$$[C_6H_5COO^-] = \frac{x_f}{V_a + V_b} = 4,117 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[C_6H_5COOH] = \frac{C_a \cdot V_a - x_f}{V_a + V_b} = 1,765 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[Na^+] = \frac{C_b \cdot V_b}{V_a + V_b} = 4,11 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

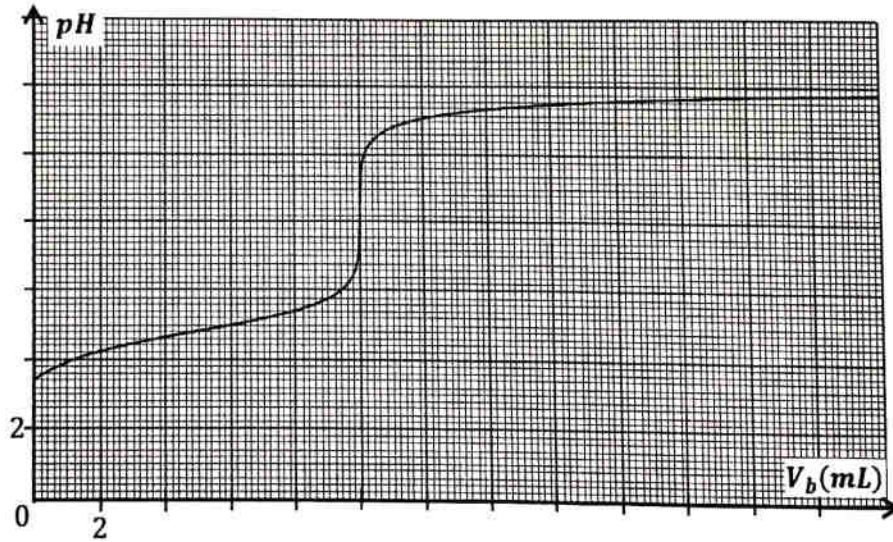
نسبة التقدم النهائي: HO^- هي المتفاعل المحد ومنه:

$$C_b \cdot V_b - x_{max} = 0 \Rightarrow x_{max} = C_b \cdot V_b = 10^{-1} \times 14 \times 10^{-3} = 14 \times 10^{-4} \text{ mol}$$

$$\text{وبالتالي:} \quad \tau_f = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{1,4 \times 10^{-3}}{14 \times 10^{-4}} = 1 \quad \text{التفاعل تام.}$$

التمرين 33:

المحاليل مأخوذة عند درجة الحرارة $25^\circ C$. يعطى $K_e = 10^{-14}$.
أثناء عملية تنظيم محتويات مخبر الثانوية، عثر التلاميذ على قارورات لمحاليل أحماض عضوية أتلفت بطاقياتها المحددة للاسم والصيغة الجزيئية والتركيز المولي C_a للحمض (HA) . للتعرف على أحدها، قام التلاميذ بمعايرة الحجم $V_a = 20 \text{ mL}$ من محلول أحد هذه الأحماض بمحلول مائي لهيدروكسيد البوتاسيوم $(K^+ (aq) + HO^- (aq))$ تركيزه المولي $C_b = 2 \times 10^{-2} \text{ mol/L}$. باستعمال لاقط pH متر وواجهة دخول موصولة بجهاز إعلام آلي مزود ببرمجية مناسبة، تحصلنا على المنحنى البياني $pH = f(V_b)$ حيث V_b حجم الأساس المضاف أثناء المعايرة، (الشكل)



- (1) أعط المفهوم الكيميائي لنقطة التكافؤ ثم عرف التكافؤ.
- (2) عين إحداثيي نقطة التكافؤ واستنتج التركيز المولي C_a للحمض المعايير.
- (3) عين بيانيا pK_a الثنائية (HA/A^-) ثم تعرف على الحمض المعايير. يعطى الجدول

الثنائية HA/A^-	pK_a
$CH_3CO_2H/CH_3CO_2^-$	4.8
HCO_2H/HCO_2^-	3.8
$C_6H_5CO_2H/C_6H_5CO_2^-$	4.2

- (4) اعتمادا على البيان، بين دون أي حساب أن الحمض (HA) ضعيف.

الوحدة 04: تطور جملة كيميائية نحو حالة التوازن

(5) أ/ اكتب معادلة التفاعل المنمذج للتحويل الكيميائي الحادث أثناء المعايرة.

ب/ احسب ثابت التوازن K لهذا التفاعل. ماذا تستنتج؟

ج/ ما هو الكاشف الملون المناسب لهذه المعايرة؟

الكاشف	مجال التغير اللوني
أزرق البروموثيمول	6.2 - 7.6
الفينول فتالين	8.2 - 10.0
أحمر الميثيل	4.2 - 6.2

تصحيح التمرين 33:

(1) نقطة التكافؤ: هي النقطة التي فاصلتها تحدد الحجم الراجب إضافته لحدوث التكافؤ، ويعرف التكافؤ بأنه الحالة التي يكون فيها المزيج في الشروط الستوكيومترية.

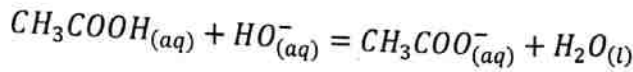
(2) احداثيات نقطة التكافؤ: ($pH_E = 8,4$; $V_{bE} = 10 \text{ mL}$) تركيز الحمض: عند التكافؤ يتحقق:

$$n_i(HA) = n_E(HO^-) \Rightarrow C_a \cdot V_a = C_b \cdot V_{bE} \Rightarrow C_a = \frac{C_b \cdot V_{bE}}{V_a} = 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

(3) pK_a للثنائية: عند نصف التكافؤ: لما $V_b = \frac{V_{bE}}{2}$ لدينا: $pH = pK_a = 4,8$

من الجدول المرفق الحمض المعيار هو حمض الإيثانويك CH_3COOH
(4) الحمض ضعيف لأن: المنحنى يبرز نقطتي انعطاف (نقطة التكافؤ، ونقطة نصف التكافؤ).
أو $pH_0 > 2$ أو $pH_E > 7$

(5) أ/ معادلة تفاعل المعايرة:



ب/ حساب ثابت التوازن:

$$K = \frac{[CH_3COO^-]_f [H_3O^+]}{[CH_3COOH]_f [HO^-]_f} = \frac{K_a}{K_e} \Rightarrow K = 10^{(pK_a - pK_e)} = 1,6 \times 10^9$$

$K > 10^4 \Leftrightarrow$ تفاعل تام.

ج/ الكاشف المناسب لهذه المعايرة هو الفينول فتالين.

التمرين 34:

المحاليل مأخوذة عند الدرجة $25^\circ C$.

لإزالة الطبقة الكلسية المترسبة على جدران أدوات الطهي المنزلية يمكن استعمال منظف تجاري لمسحوق حمض السولفاميك القوي ذي الصيغة الكيميائية HSO_3NH_2 والذي نرسم له اختصارا HA ونقاوته $(p\%)$.

(1) للحصول على المحلول (S_A) لحمض السولفاميك ذي التركيز المولي C_A ، نحضر محلولاً حجمه

$V = 100 \text{ mL}$ ويحتوي الكتلة

$m = 0,9 \text{ g}$ من المسحوق التجاري لحمض السولفاميك.

أ/ اكتب معادلة تفكك الحمض HA في الماء.

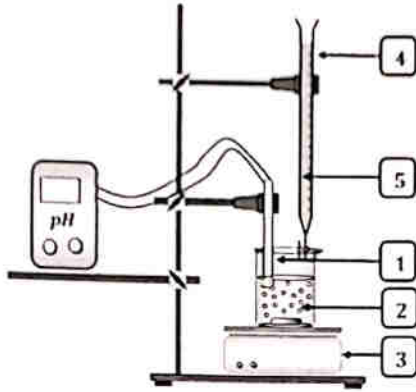
ب/ صف البروتوكول التجريبي المناسب لعملية تحضير المحلول (S_A)

(2) لمعايرة المحلول (S_A) نأخذ منه حجماً $V_A = 20 \text{ mL}$ ونضيف له 80 mL من الماء المقطر، وباستعمال

التركيب التجريبي المبين بالشكل نعايره بواسطة محلول هيدروكسيد الصوديوم ($Na^+_{(aq)} + OH^-_{(aq)}$) ذي

التركيز المولي $C_B = 0,1 \text{ mol.L}^{-1}$. نبغ نقطة التكافؤ عند إضافة الحجم $V_{BE} = 15,3 \text{ mL}$ من محلول

هيدروكسيد الصوديوم ويكون $pH_E = 7$



- أ/ تعرف على أسماء العناصر المرقمة في الشكل.
 ب/ اكتب معادلة تفاعل المعايرة.
 ج/ احسب التركيز المولي C_A للمحلول (S_A)، ثم استنتج الكتلة m_A للحمض HA المذابة في هذا المحلول.
 د/ احسب نسبة النقاوة الكتلية ($P\%$) للمنظف التجاري.
 تعطى: الكتلة المولية للحمض HA : $M = 97 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$.

تصحيح التمرين 34:

1/ أ/ المعادلة:



- ب/ نزن بواسطة ميزان حساس كمية من مسحوق الحمض كتلتها $0,9 \text{ g}$ ، ونضعها في حوض عيارية سعتها 100 mL ، ونضيف كمية من الماء المقطر، ونحرك المسحوق داخل الماء إلى أن يختفي، ثم نكمل بالماء المقطر إلى 100 mL ونرج لكي نجعل المحلول متجانسا.

2/ أ/ 1 - خلية الـ pH متر.

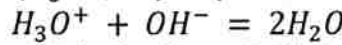
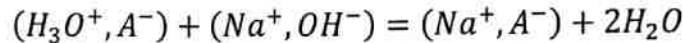
2 - المحلول الحمضي المعاير.

3 - محرك مزود بمخلوط مغناطيسي.

4 - سحاحة.

5 - محلول (Na^+, OH^-).

ب/



ج/ حساب التركيز المولي C_A : إضافة 80 mL من الماء المقطر لا تؤثر على التكافؤ.

$$C_a \cdot V_a = C_b \cdot V_{bE} \Rightarrow C_a = \frac{C_b \cdot V_{bE}}{V_a} = \frac{0,1 \times 15,3}{20}$$

$$C_a = 7,65 \times 10^{-2} \text{ mol/L}$$

استنتاج الكتلة m_A للحمض HA المذابة في هذا المحلول

$$m_a = C_a \cdot V_a \cdot M = 7,65 \times 10^{-2} \times 0,1 \times 97 = 0,74 \text{ g}$$

د/ النقاوة:

$$P\% = \frac{m_A}{m} \times 100 = 82,2 \%$$

التمرين 35:

كل القياسات مأخوذة في الدرجة $25^\circ C$ وتعطى: $M(C_6H_5COOH) = 122 \text{ g/mol}$

1) حمض البنزويك جسم صلب أبيض اللون يستعمل كحافظ للمواد الغذائية صيغته C_6H_5COOH أساسه المرافق

شاردة البنزوات $C_6H_5COO^-$.

نحضر منه محلولاً مائياً (S_1) حجمه $V_1 = 50 \text{ mL}$ ، تركيزه المولي $c_1 = 0,01 \text{ mol/L}$ انطلاقاً من محلوله

التجاري ذي التركيز $c_0 = 0,025 \text{ mol/L}$

أ/ ما هو حجم المحلول التجاري V_0 الواجب استعماله للتحضير؟

ب/ اكتب البروتوكول التجريبي لتحضير المحلول (S_1) مبينا الزجاجيات المستعملة من بين ما يلي:

- حوجلات عيارية ($50 \text{ mL}, 100 \text{ mL}, 500 \text{ mL}$).

- ماصات عيارية ($5 \text{ mL}, 10 \text{ mL}, 20 \text{ mL}$).

ج/ ماذا يعطي مصطلح 'عيارية' المقترن بالماصات والحوجلات المذكورة في السؤال 1-ب؟

(2) إن قياس pH المحلول (S_1) أعطى القيمة 3,12 . اكتب معادلة تشرد حمض البنزويك في الماء موضعا الثنائيتين (أساس/حمض) المشاركتين في هذا التحول.

ب/ احسب كسر التفاعل النهائي Q_{rf} .
(3) نسكب 10 mL من المحلول (S_1) في بيشر ونضع هذا الأخير فوق مخلوط مغناطيسي ونضيف له في كل مرة حجما من الماء ونقيس pH المحلول الناتج فنحصل على النتائج المدونة في الجدول التالي:

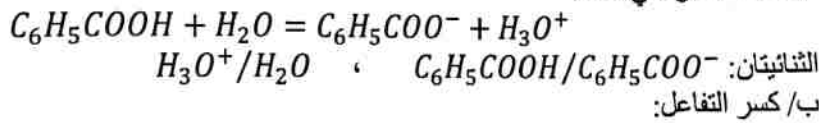
$V_{H_2O} (mL)$	0	10	40
$c (mol / L)$			
pH	3,12	3,28	3,49
τ_f			

أ/ ما الفائدة من استعمال المخلوط المغناطيسي في هذه العملية؟
ب/ أكمل الجدول أعلاه واستنتج تأثير إضافة الماء للمحاليل الحمضية على c و τ_f .

تصحيح التمرين 35:

(1) أ/ حجم المحلول التجاري: من علاقة التخفيف: $C_1 \cdot V_1 = C_0 \cdot V_0$
ومنه: $V_0 = \frac{0,01 \times 50}{0,025} = 20 \text{ mL}$

ب/ البروتوكول التجريبي:
الزجاجتان المستعملتان: حوجة عيارية (50 mL) ، ماصو عيارية (20 mL)
ج/ معنى مصطلح عيارية: خط دائري في أعلى الزجاجية يدل على حجم المحلول عنده.
(2) أ/ معادلة التشرد في الماء:



$$Q_r = \frac{[C_6H_5COO^-][H_3O^+]}{[C_6H_5COOH]}$$

لدينا :

- كسر التفاعل النهائي:

$$K = Q_{rf} = \frac{[C_6H_5COO^-]_f [H_3O^+]_f}{[C_6H_5COOH]_f} = \frac{(10^{-3,12})^2}{0,01 - 10^{-3,12}} = 6,23 \times 10^{-5}$$

(3) أ/ يستعمل المخلوط المغناطيسي لجعل المزيج متجانس.
ب/ إكمال الجدول:

$$C_1 \cdot V = C \cdot V + V_{H_2O} \Rightarrow C = \frac{C_1 \cdot V}{V + V_{H_2O}}$$

$$\tau_f = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{[H_3O^+]}{C} = \frac{10^{-pH}}{C}$$

$V_{H_2O} (mL)$	0	10	40
$c (mol / L)$	0,01	0,005	0,002
pH	3,12	3,28	3,49
τ_f	0,076	0,105	0,162

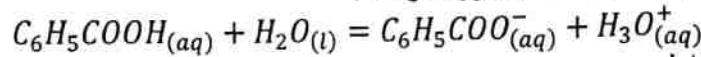
يقبل تركيز المحلول C بإضافة الماء (التمديد).
تزداد نسبة تقدم التفاعل τ_f عند إضافة الماء.

التمرين 36:

- I. نأخذ محلولاً مائياً (S_1) لحمض البنزويك $C_6H_5 - COOH$ تركيزه $C_1 = 1 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$ ، نقيس عند التوازن في الدرجة 25°C ناقلية النوعية فنجدها $\sigma = 0.86 \times 10^{-2} \text{ S.m}^{-1}$.
- (1) اكتب معادلة التفاعل المنمذج لتحويل حمض البنزويك في الماء.
 - (2) أنشئ جدولاً لتقدم التفاعل.
 - (3) احسب التراكيز المولية للأنواع الكيميائية المتواجدة في المحلول (S_1) عند التوازن. تعطي الناقلية المولية للشاردة H_3O^+ والشاردة $C_6H_5 - COO^-$:
 $\lambda_{C_6H_5COO^-} = 3.2 \times 10^{-3} \text{ S.m}^2.\text{mol}^{-1}$
 $\lambda_{H_3O^+} = 35.0 \times 10^{-3} \text{ S.m}^2.\text{mol}^{-1}$
 - (4) أوجد النسبة النهائية τ_f لتقدم التفاعل. ماذا تستنتج؟
 - (5) احسب ثابت التوازن الكيميائي K_1 .
- II. نعتبر محلولاً مائياً (S_2) لحمض الساليسيليك، الذي يمكن أن نرمز له (HA) ، تركيزه المولي $C_2 = C_1$ وله $PH = 3.2$ في الدرجة 25°C .
- (1) أوجد النسبة النهائية τ_f لتقدم تفاعل حمض الساليسيليك مع الماء.
 - (2) قارن بين τ_f و τ_{2f} . استنتج أي الحمضين أقوى.

تصحيح التمرين 36:

I. (1) المعادلة المنمذجة لتفاعل حمض البنزويك والماء:



(2) جدول تقدم التفاعل:

المعادلة		$C_6H_5COOH_{(aq)} + H_2O_{(l)} = C_6H_5COO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$			
الحالة	التقدم	كميات المادة (mol)			
ابتدائية	$x = 0$	$n_0 = C_1 \cdot V$	بوفرة	0	0
انتقالية	x	$n_0 - x$	بوفرة	x	x
نهائية	x_f	$n_0 - x_f$	بوفرة	x_f	x_f

(3) حساب التراكيز المولية للأنواع الكيميائية:

$$\sigma = \lambda_{H_3O^+} [H_3O^+]_f + \lambda_{C_6H_5COO^-} [C_6H_5COO^-]_f$$

لدينا من جدول التقدم:

$$[H_3O^+]_f = [C_6H_5COO^-]_f = \frac{x_f}{V}$$

$$[H_3O^+]_f = \frac{\sigma}{\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{C_6H_5COO^-}} = \frac{0.86 \times 10^{-2}}{(35 + 3.24) \times 10^{-3}} = 2.2 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[C_6H_5COO^-]_f = 2.2 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$$

ومنه:

$$[C_6H_5COOH]_f = \frac{n_0 - x_f}{V} = C_1 - [C_6H_5COO^-]_f = 9.78 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

(4) نسبة التقدم τ_f :

$$\tau_f = \frac{x_f}{x_{\max}} = \frac{[H_3O^+]_f}{C_1} = 0.022 = 2.2\%$$

بما أن $\tau_f < 1$ التحول غير تام. ومنه نستنتج أن حمض البنزويك حمض ضعيف.

(5) حساب ثابت التوازن:

$$K_1 = \frac{[H_3O^+]_f [C_6H_5COO^-]_f}{[C_6H_5COOH]_f} = \frac{(0.22 \times 10^{-3})^2}{9.78 \times 10^{-3}} = 4.95 \times 10^{-6}$$

II. (1) نسبة التقدم:

$$\tau_{2f} = \frac{[H_3O^+]}{C_2} = \frac{10^{-3,2}}{10^{-2}} = 0,063 = 6,3 \%$$

(2) المقارنة بين τ_{1f} ، τ_{2f} : بما أن: $C_1 = C_2$ و $\tau_{2f} > \tau_{1f}$ نستنتج أن حمض الساليسليك أقوى من حمض البنزويك.

التمرين 37:تؤخذ كل المحاليل في $25^\circ C$.

(1) حضرنا محلولاً S_1 لحمض الإيثانويك CH_3COOH تركيزه المولي $C_1 = 10^{-2} mol.L^{-1}$ وله $pH = 3.4$
 أ/ اكتب معادلة التفاعل حمض الإيثانويك مع الماء.

ب/ أنشئ جدولاً لتقدم التفاعل الكيميائي.

ج/ بين أن $CH_3 - COOH$ لا يتفاعل كلياً مع الماء.

د/ أثبت أن K_1 ثابت التوازن للتفاعل يعطى بالعلاقة: $K_1 = c_1 \frac{\tau_{1f}^2}{1 - \tau_{1f}}$ ، ثم احسب قيمته،

حيث: τ_{1f} نسبة التقدم النهائي للتفاعل.

هـ/ ما النوع الكيميائي الذي يشكل الصفة الغالبة في المحلول؟

(2) في تجربة ثانية حضرنا محلولاً S_2 لحمض الإيثانويك تركيزه المولي $c_2 = 10^{-1} mol.L^{-1}$ ، الناقلية النوعية له

$$\sigma = 5.0 \times 10^{-2} S.m^{-1}$$

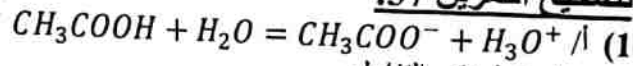
أ/ احسب التراكيز المولية للأنواع الشاردية المتواجدة في المحلول.

ب/ احسب τ_{2f} و K_2 .

(3) أ/ ما تأثير التراكيز المولية الابتدائية على نسبة التقدم النهائي؟

ب/ هل يتعلق ثابت التوازن K بالتراكيز المولية الابتدائية؟

يعطى: $\lambda_{CH_3COO^-} = 4.1 mS.m^2.mol^{-1}$ ، $\lambda_{H_3O^+} = 35.9 mS.m^2.mol^{-1}$

تصحيح التمرين 37:

ب/ جدول تقدم التفاعل.

المعادلة	$CH_3COOH + H_2O = CH_3COO^- + H_3O^+$				
ابتدائية	$x = 0$	n_0	بزيادة	0	0
انتقالية	x	$n_0 - x$	بزيادة	x	x
نهائية	x_f	$n_0 - x_f$	بزيادة	x_f	x_f

ج/ $[H_3O^+] = 10^{-pH} = 3,98 \times 10^{-4} mol.L^{-1}$ نلاحظ أن: $[H_3O^+] < C_1$

ومنه: حمض الإيثانويك لا يتفاعل كلياً مع الماء.

$$(\tau_{1f} = \frac{[H_3O^+]_f}{C_1} = 3,98 \times 10^{-2} \Rightarrow \tau_{1f} < 1 \text{ (أو)})$$

$$K_1 = \frac{[H_3O^+]_f [CH_3COO^-]_f}{[CH_3COOH]_f} \quad \text{د/ ثابت التوازن:}$$

$$[H_3O^+]_f = [CH_3COO^-]_f, \quad [CH_3COOH]_f = C_1 - [H_3O^+]_f$$

$$K_1 = C_1 \cdot \frac{\tau_{1f}^2}{1 - \tau_{1f}} \quad \text{ومنه:} \quad [H_3O^+]_f = C_1 \cdot \tau_{1f}$$

$$K_1 = 1,6 \times 10^{-5}$$

$$pH < pK_{a1} \quad \text{نلاحظ أن:} \quad pK_{a1} = 4,78, \quad K_1 = 1,6 \times 10^{-5} \text{ هـ/}$$

ومنه: صفة النوع الغالب: CH_3COOH

$$[CH_3COO^-]_f = [H_3O^+]_f = \frac{\sigma}{\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{CH_3COO^-}} = 1,25 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1} \quad / (2)$$

$$\tau_{2f} = \frac{[H_3O^+]_f}{C_2} = 1,25 \times 10^{-2} \text{ ب/} \quad / (2)$$

$$K_2 = C_2 \frac{\tau_{2f}}{1 - \tau_{2f}} \simeq 1,6 \times 10^{-5}$$

(3) / النسبة النهائية لتقدم التفاعل تتعلق بالحالة الابتدائية للجملة.
ب/ ثابت التوازن لا يتعلق بالتركيب الابتدائي للجملة.

التمرين 38:

I. نحضر محلولاً مائياً لحمض الميثانويك $HCOOH$ حجمه V وتركيزه المولي $C = 10^{-2} \text{ mol/L}$ وله $pH = 2.9$ عند الدرجة $25^\circ C$.

(1) اكتب معادلة تفكك حمض الميثانويك في الماء واذكر الشناتيين (أساس/حمض) الداخلتين في التفاعل.

(2) أنشئ جدول تقدم التفاعل.

(3) احسب نسبة التقدم النهائي τ_f للتفاعل. ماذا تستنتج؟

(4) احسب قيمة الـ pK_a للثنائية $HCOOH/HCOO^-$

II. نحضر عدة محاليل من حمض البنزويك C_6H_5COOH مختلفة التراكيز C ونحسب في كل مرة النسبة

$$\frac{[C_6H_5COO^-]}{[C_6H_5COOH]}$$

$$pH = f\left(\log \frac{[C_6H_5COO^-]}{[C_6H_5COOH]}\right)$$

المبين بالشكل.

(1) اكتب عبارة K_a ، ثابت الحموضة للثنائية

$$(C_6H_5COOH/C_6H_5COO^-)$$

(2) أوجد علاقة pH المحلول بدلالة pK_a للثنائية

$$\frac{[C_6H_5COO^-]}{[C_6H_5COOH]}$$

$$[C_6H_5COOH]$$

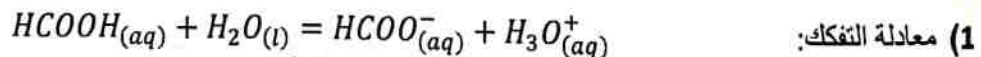
(3) اعتماداً على البيان، استنتج قيمة الثابت pK_a

$$C_6H_5COOH/C_6H_5COO^-$$

(4) أي الحمضين أقوى $HCOOH$ أم C_6H_5COOH إذا علمت أن لهما نفس التركيز المولي؟ برر إجابتك.

تصحيح التمرين 38:

I.



(1) معادلة التفكك:

- الشناتيات المشاركة: H_3O^+/H_2O و $HCOOH/HCOO^-$

(2) جدول تقدم التفاعل:

المعادلة	$HCOOH_{(aq)} + H_2O_{(l)} = HCOO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$				
ابتدائية	$x = 0$	$C.V$	بوفرة	0	0
انتقالية	x	$C.V - x$	بوفرة	x	x
نهائية	x_f	$C.V - x_f$	بوفرة	x_f	x_f

(3) نسبة التقدم النهائي:

$$C.V - x_{\max} = 0 \Rightarrow x_{\max} = C.V$$

$$x_f = [H_3O^+].V = 10^{-pH}.V$$

$$\Rightarrow \tau_f = \frac{x_f}{x_{\max}} = \frac{10^{-pH}}{C} = \frac{10^{-2,6}}{10^{-2}} \approx 0,126 < 1$$

$$pH = pK_a + \log \frac{[HCOO^-]}{[HCOOH]} = pK_a + \log \frac{[H_3O^+]}{C - [H_3O^+]} \Rightarrow pK_a = 3,8$$

(1-II) العبارة:

$$K_a = \frac{[H_3O^+][C_6H_5COO^-]}{[C_6H_5COOH]}$$

$$K_a = \frac{[H_3O^+][C_6H_5COO^-]}{[C_6H_5COOH]} \Rightarrow \frac{K_a}{[H_3O^+]} = \frac{[C_6H_5COO^-]}{[C_6H_5COOH]}$$

(2) العلاقة:

$$\Rightarrow \log \frac{K_a}{[H_3O^+]} = \log \frac{[C_6H_5COO^-]}{[C_6H_5COOH]} \Rightarrow \log K_a - \log [H_3O^+] = \log \frac{[C_6H_5COO^-]}{[C_6H_5COOH]}$$

$$\Rightarrow -\log [H_3O^+] = -\log K_a + \log \frac{[C_6H_5COO^-]}{[C_6H_5COOH]}$$

$$\Rightarrow pH = pK_a + \log \frac{[C_6H_5COO^-]}{[C_6H_5COOH]}$$

$$\log \frac{[C_6H_5COO^-]}{[C_6H_5COOH]} = 0 \rightarrow pH = 4,2$$

(3) بيانيا:

$$4,2 = pK_a + 0 \Rightarrow pK_a = 4,2$$

بالتعويض نجد:

(4) كلما زاد الـ pK_a كان الحمض أضعف. حمض البنزويك أضعف من حمض الميثانويك.**التمرين 39:**تحتوي قارورة على محلول S_0 لحمض عضوي HA تركيزه المولي C_0 .1- أ/ اكتب معادلة تفكك الحمض HA في الماء.

ب/ أنشئ جدول تقدم التفاعل لهذا التفاعل.

ج/ اكتب عبارة النسبة النهائية τ_f لتقدم التفاعل بدلالة pH المحلول و C_0 .د/ بين أن pH المحلول S_0 يعطى بالعبارة:

$$pH = pK_a + \log \left(\frac{\tau_f}{1 - \tau_f} \right)$$

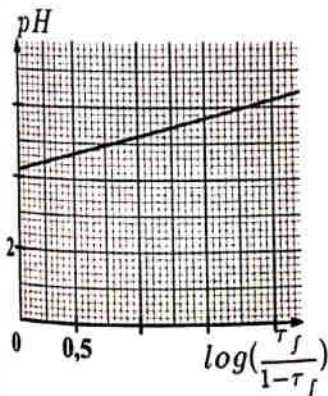
2- لعرض تحديد التركيز المولي C_0 لهذا الحمض والتعرف على صيغته، نحضر مجموعة محاليل ممددة مختلفةالتركيز المولية انطلاقا من المحلول S_0 .قياس الـ pH لكل محلول سمح برسم بيان الدالة

$$pH = f \left(\log \frac{\tau_f}{1 - \tau_f} \right)$$

أ/ اكتب عبارة الدالة الموافقة للمنحني البياني.

ب/ استنتج ثابت الحموضة K_a للثنائية (HA/A^-) .ج/ حدد النوع الكيميائي الغالب في محلول للحمض HA من أجل

$$\tau_f = 0.7$$



د/ أعطى قياس الـ pH لأحد المحاليل الممددة بـ 160 مرة القيمة $pH = 4.2$. احسب قيمة التركيز المولي C_0 .

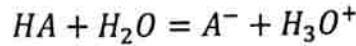
ه/ يبين الجدول التالي قيم الثابت pK_a لبعض الثنائيات HA/A^- . تعرف على الحمض HA الموجود في القارورة.

HA/A^-	CH_3COOH/CH_3COO^-	$HCOOH/HCOO^-$	$C_6H_5COOH/C_6H_5COO^-$
pK_a	4,8	3,8	4,2

كل المحاليل مأخوذة عند الدرجة $25^\circ C$

تصحيح التمرين 39:

(1) أ/ معادلة تفكك الحمض HA في الماء:



ب/ جدول تقدم التفاعل:

المعادلة		$HA + H_2O = A^- + H_3O^+$			
الحالة	التقدم	كميات المادة (mol)			
ابتدائية	$x = 0$	n_0	بوفرة	0	0
انتقالية	x	$n_0 - x$	بوفرة	x	x
نهائية	x_f	$n_0 - x_f$	بوفرة	x_f	x_f

ج/ عبارة نسبة التقدم النهائي τ_f بدلالة pH المحلول: $\tau_f = \frac{10^{-pH}}{C_0}$.

$$pH = pK_a + \log \frac{[A^-]}{[HA]} ; [A^-] = \tau_f \cdot C_0 \rightarrow [HA] = C_0 - \tau_f \cdot C_0$$

د/ عبارة pH المحلول:

$$pH = pK_a + \log \left(\frac{\tau}{1 - \tau} \right)$$

(2) أ/ العبارة البيانية: البيان خط مستقيم لا يمر من المبدأ عبارته: $pH = \log \left(\frac{\tau}{1 - \tau} \right) + 4,2$

ب/ استنتاج ثابت الحموضة K_a للثنائية (HA/A^-) : بالمطابقة نجد: $pK_a = 4,2$

ومنه: $K_a = 6,3 \times 10^{-5}$

ج/ النوع الكيميائي الغالب في المحلول من أجل: $\tau_f = 0,7$ بالتعويض نجد:

$$pH = pK_a + \log \left(\frac{\tau}{1 - \tau} \right) = 4,2 + \log \left(\frac{0,7}{1 - 0,7} \right) = 4,56$$

$pH > pK_a$ منه الصفة الأساسية هي الغالبة (تقبل طرق صحيحة أخرى).

د/ التركيز المولي C_0 :

$$pH = pK_a = 4,2 \Rightarrow \tau_f = 0,5$$

$$\tau_f = \frac{10^{-pH}}{C} \Rightarrow C = \frac{10^{-pH}}{\tau_f} = \frac{10^{-4,2}}{0,5} = 1,262 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$C_0 = F \cdot C = 160 \times 1,262 \times 10^{-4} \simeq 2 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

ه/ الحمض المعني هو حمض البنزويك C_6H_5COOH

هل يمكنك العثور على أربعة أرقام أولية متتالية مجموعها يساوي 220 ؟

التمرين 40:

في حصة الأعمال التطبيقية، طلب الأستاذ من تلامذته تحضير محاليل مائية لأحد الأحماض الصلبة HA بتركيز مولية مختلفة وقياس pH كل محلول في درجة الحرارة $25^\circ C$ ، فكانت النتائج كالتالي:

$c(mol/L)$	10^{-2}	5×10^{-3}	1×10^{-3}	5×10^{-4}	1×10^{-4}
pH	3,10	3,28	3,65	3,83	4,27
$[H_3O^+]_{eq}(mol.L^{-1})$					
$[A^-]_{eq}(mol.L^{-1})$					
$[HA]_{eq}(mol.L^{-1})$					
$\log \frac{[A^-]_{eq}}{[HA]_{eq}}$					

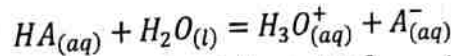
- أعط بروتوكولا تجريبيا توضح فيه كيفية تحضير محلولاً للحمض الصلب HA تركيزه المولي C وحجمه V .
- عرف الحمض HA حسب برونشترد واكتب معادلة تفاعله مع الماء.
- أكمل الجدول السابق.
- جد عبارة pH المحلول المائي للحمض HA بدلالة الثابت pK_a للثنائية (HA/A^-) .
- أ/ ارسم المنحنى: $pH = f\left(\log \frac{[A^-]_{eq}}{[HA]_{eq}}\right)$ واكتب معادلته.
ب/ حدد بيانيا قيمة الثابت pK_a للثنائية (HA/A^-) ثم استنتج صيغة الحمض HA من الجدول التالي:

الثنائية	$HCOOH/HCOO^-$	$C_2H_5COOH/C_2H_5COO^-$	$C_6H_5COOH/C_6H_5COO^-$
pK_a	3,8	4,87	4,2

ج/ رتب هذه الأحماض حسب تزايد قوتها الحمضية مع التعليل.

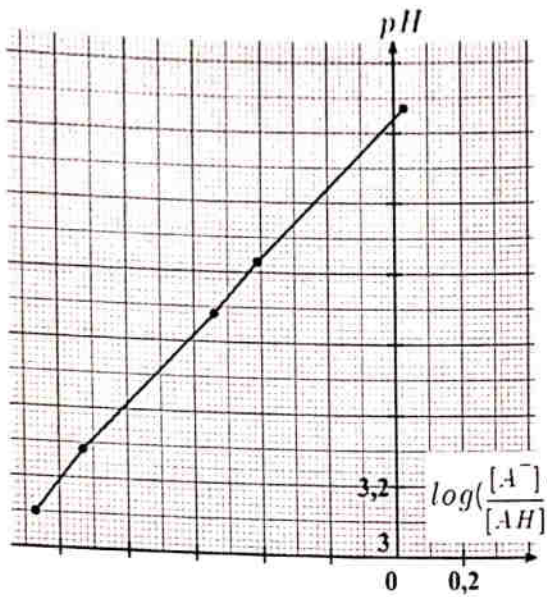
تصحيح التمرين 40:

- البروتوكول التجريبي:
 - نزن بواسطة ميزان حساس كتلة m قدرها $m = C \cdot V \cdot M$ من الحمض الصلب النقي AH .
 - نذيبها في دورق حجمه V فيه قليل من الماء المقطر.
 - نكمل بالماء المقطر إلى خط العيار.
 - نغلق السدادة ونرج جيدا (يمكن استعمال مخلاط مغناطيسي للرج).
- تعريف الحمض: فرد كيميائي قابل لفقدان بروتون أو أكثر خلال تفاعل كيميائي. معادلة التفاعل مع الماء:



(3) تكملة الجدول: $[H_3O^+]_{eq} = [A^-]_{eq} = 10^{-pH}$ و $[HA]_{eq} = C - [H_3O^+]_{eq}$

$c(mol/L)$	1×10^{-2}	5×10^{-3}	1×10^{-3}	5×10^{-4}	1×10^{-4}
pH	3,10	3,28	3,65	3,83	4,27
$[H_3O^+]_{eq}(mol.L^{-1})$	$7,94 \times 10^{-4}$	$5,25 \times 10^{-4}$	$2,24 \times 10^{-4}$	$1,48 \times 10^{-4}$	$5,37 \times 10^{-5}$
$[A^-]_{eq}(mol.L^{-1})$	$7,94 \times 10^{-4}$	$5,25 \times 10^{-4}$	$2,24 \times 10^{-4}$	$1,48 \times 10^{-4}$	$5,37 \times 10^{-5}$
$[AH]_{eq}(mol.L^{-1})$	$9,21 \times 10^{-3}$	$4,48 \times 10^{-3}$	$7,76 \times 10^{-4}$	$3,52 \times 10^{-4}$	$4,63 \times 10^{-5}$
$\log \frac{[A^-]_{eq}}{[HA]_{eq}}$	-1,06	-0,93	-0,54	-0,37	0,064



(4) عبارة pH:

$$pH = pK_a + \text{Log} \left(\frac{[A^-]_{eq}}{[AH]_{eq}} \right)$$

(5) أ/ رسم البيان:

معادلة البيان:

$$pH = 4,2 + \text{Log} \left(\frac{[A^-]_{eq}}{[AH]_{eq}} \right)$$

ب/ قيمة الـ pK_a : $pK_a = 4,2$
 الحمض هو: C_6H_5COOH
 ج/ ترتيب الأحماض:



التمرين 41:

نذيب كتلة m من مثيل أمين CH_3NH_2 في الماء المقطر عند درجة حرارة $25^\circ C$ للحصول على محلول S_B حجمه $V = 500 \text{ mL}$ تركيزه C_B . نأخذ من المحلول S_B عينة حجمها $V_B = 50,0 \text{ mL}$ ونعايرها بواسطة محلول S_A لحمض كلور الماء تركيزه المولي: $C_A = 1,0 \times 10^{-1} \text{ mol/L}$. وذلك بواسطة قياس pH بعد كل إضافة. نحصل على المنحنى $pH = f(V_A)$ المقابل.

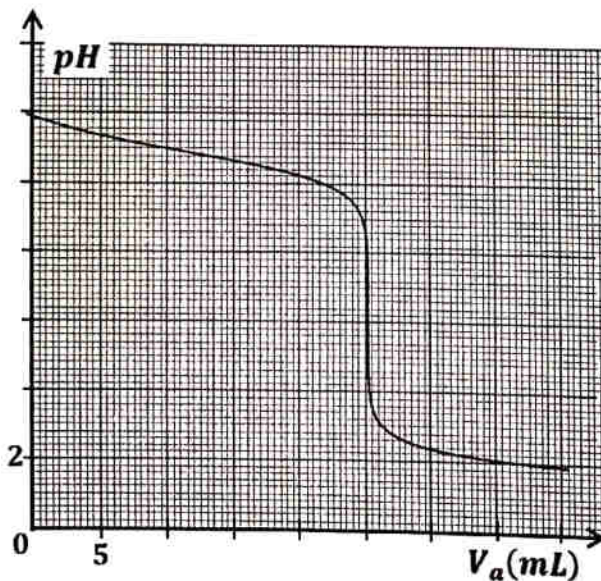
- (1) ما الذي يدل على أن مثيل أمين أساس ضعيف؟
- (2) اكتب المعادلة الكيميائية لتفاعل المعايرة.
- (3) حدد إحداثيتي نقطة التكافؤ E ثم استنتج التركيز C_B واحسب قيمة m
- (4) حدد التقدم الأعظمي x_{max} لتفاعل المعايرة عند إضافة الحجم $V_A = 10 \text{ mL}$.
- (5) احسب نسبة التقدم النهائي τ_f لتفاعل المعايرة بالنسبة للحجم $V_A = 10 \text{ mL}$.
- (6) أوجد قيمة ثابت التوازن K لتفاعل المعايرة.

نعطي:

$$M(C) = 12 \text{ g/mol}$$

$$M(H) = 1 \text{ g/mol}$$

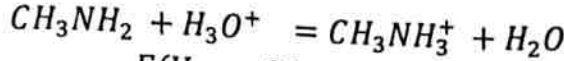
$$M(N) = 14 \text{ g/mol}$$



ساعد وحمس الأشخاص
 الذين يريدون أن يفعلوا
 شي مميز في الحياة
 ستيف جوبز

تصحيح التمرين 41:

- (1) - يوجد تغير ملحوظ في قيم الـ pH عند بداية التفاعل يدل على أن الأساس ضعيف أو يمكن القول أن البيان يدل نقطتي انعطاف.
 $pH_E = 6 < 7$ منه الأساس ضعيف.
 (2) معادلة التفاعل:



- (3) إحداثيات نقطة التكافؤ: $E(V_{aE} = 25 \text{ ml} ; PH_E = 6)$
 - استنتاج C_b : عند التكافؤ لدينا: $C_a \cdot V_{aE} = C_b \cdot V_b$ ومنه: $C_b = \frac{C_a \cdot V_{aE}}{V_b} = 0.05 \text{ mol/L}$
 حساب m : لدينا: $\frac{m}{M} = C_b \cdot V_T \Rightarrow m = C_b \cdot V_T \cdot M$
 وبالتالي: $m = 0,05 \times 0,5 \times 31 = 0,7 \text{ g}$
 (4) حساب x_{max} :

المعادلة	$CH_3NH_2 + H_3O^+ = CH_3NH_3^+ + H_2O$			
الحالة الابتدائية	n_b	n_a	0	بوفرة
الحالة النهائية	$n_b - x_f$	$n_a - x_f$	x_f	بوفرة

- حساب x_{max} :
 $\begin{cases} x_{max} = C_a \cdot V_a = 10^{-1} \times 10 \times 10^{-3} = 10^{-3} \text{ mol} & \text{مقبول} \\ x_{max} = C_b \cdot V_b = 0,05 \times 50 \times 10^{-3} = 2,5 \times 10^{-3} \text{ mol} & \text{مرفوض} \end{cases}$

- ومنه: $x_{max} = 10^{-3} \text{ mol}$
 دائما قبل التكافؤ: المحلول المعايير الذي في السحاحة هو المحد.
 (5) حساب τ_f : عند: $V_a = 10 \text{ ml}$ لدينا من البيان: $PH = 11$
 - لنجد x_f :
 من جدول التقدم: $n_f(H_3O^+) = C_a \cdot V_a - x_f$
 $x_f = C_a \cdot V_a - n_f(H_3O^+) = 10^{-3} - [H_3O^+] \cdot V_T$
 $x_f = 10^{-3} - \frac{10^{-11}(10 + 50) \times 10^{-3}}{\text{مهمل}}$

$$x_f \approx 10^{-3} \text{ mol} \Rightarrow \tau_f = \frac{x_f}{x_{max}} \approx \frac{10^{-3}}{10^{-3}} \approx 1$$

(6) حساب K :

$$K = \frac{[CH_3NH_3^+]_f}{[CH_3NH_2]_f \times [H_3O^+]_f} = \frac{1}{K_a} = \frac{1}{10^{-pK_a}}$$

$$K = 10^{+10,8} = 6,31 \times 10^{10} \quad \text{من نقطة نصف التكافؤ } pK_a = 10,8 \quad \text{إذن:}$$

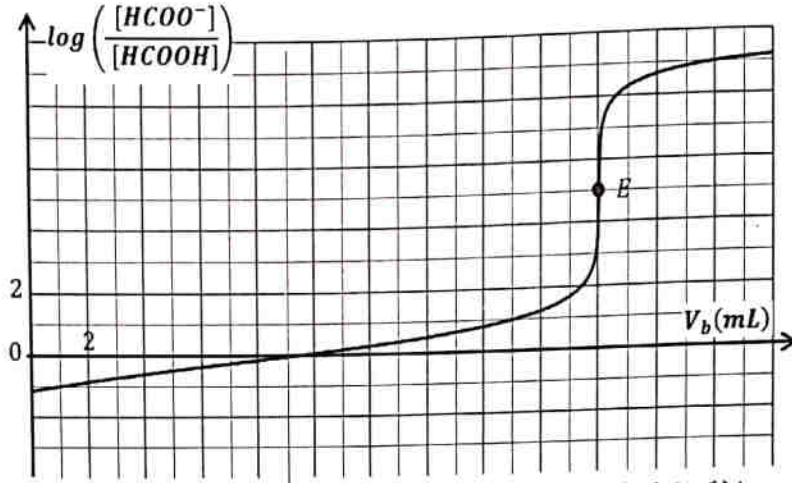
التمرين 42:

- I. نذيب كتلة قدرها $m = 0,046 \text{ g}$ من حمض الميثانويك (النمل) $HCOOH$ في الماء المقطر للحصول على محلول حجمه 100 mL ، إن قياس الناقلية النوعية للمحلول أعطى: $\sigma = 0,049 \text{ S/m}$ عند الدرجة: $25^\circ C$.

- (1) اكتب معادلة تفكك الحمض في الماء، ثم أعط جدول التقدم.
 (2) احسب التركيز المولي للمحلول C_a .
 (3) احسب pH المحلول ثم احسب نسبة التقدم النهائي τ_f ، ماذا تستنتج؟

(4) احسب ثابت التوازن K لتفاعل انحلال الحمض في الماء، ماذا يمثل؟ استنتج pK_a للثنائية $(HCOOH/HCOO^-)$.

II. نعاير حجم $V_a = 10 \text{ mL}$ من المحلول السابق بمحلول هيدروكسيد الصوديوم $NaOH$ تركيزه C_b ونرسم البيان $\log \frac{[HCOO^-]}{[HCOOH]} = f(V_b)$. انظر البيان.



(1) اكتب معادلة تفاعل المعايرة.

(2) باستغلال البيان أوجد:

أ/ حجم محلول $NaOH$ اللازم للتكافؤ V_{bE} ثم استنتج قيمة C_b .

ب/ قيمة pH المحلول عند التكافؤ.

(3) من بين الكواشف الملونة التالية بين الكاشف المناسب لهذه المعايرة مع التعليل.

الكاشف	الهيليانتين	أزرق البروموتيمول	الفينول فتالين
مجال التغير اللوني	4,4 – 3,1	7,6 – 6,2	10 – 8,2

المعطيات:

$$\lambda_{H_3O^+} = 35 \text{ mS.m}^2/\text{mol}$$

$$\lambda_{HCOO^-} = 5,46 \text{ mS.m}^2/\text{mol}$$

تصحيح التمرين 42:

I.

(1) معادلة تفكك الحمض في الماء:



جدول التقدم:

المعادلة		$HCOOH + H_2O = HCOO^- + H_3O^+$			
الحالة	التقدم	كميات المادة (mol)			
ابتدائية	$x = 0$	n_0	بوفرة	0	0
انتقالية	x	$n_0 - x$	بوفرة	x	x
نهائية	x_f	$n_0 - x_f$	بوفرة	x_f	x_f

(2) حساب C_a :

$$\frac{m}{M} = C_a \cdot V_a \Rightarrow C_a = \frac{m}{M \cdot V_a} = \frac{0.046}{46 \times 100 \times 10^{-3}} = 0.01 \text{ mol/L}$$

(3) حساب pH المحلول:

$$\begin{aligned}
 PH &= -\log[H_3O^+] \\
 \sigma &= \lambda_{H_3O^+} \times [H_3O^+]_f + \lambda_{HCOO^-} \times [HCOO^-]_f \\
 [H_3O^+] &= [HCOO^-] \\
 \sigma &= [H_3O^+]_f \times (\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{HCOO^-}) \\
 [H_3O^+] &= \frac{\sigma_f}{(\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{HCOO^-})} = \frac{0,049}{(35 + 5,46) \times 10^{-3}} = 1,211 \text{ mol/m}^3
 \end{aligned}$$

$$[H_3O^+] = 1,211 \times 10^{-3} \text{ mol/l}$$

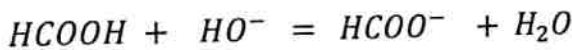
$$PH = -\log[H_3O^+] = 2,9$$

نستنتج أن التفاعل غير تام. حساب τ_f : $\tau_f = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{[H_3O^+]}{C_a} = 0,121$ حساب K:

$$\begin{aligned}
 K &= \frac{[HCOO^-]_f [H_3O^+]_f}{[HCOOH]_f \times 1} = \frac{[H_3O^+]^2}{[HCOOH]} = 1,46 \times 10^{-4} \\
 K &\text{ يمثل } K_a \text{ ثابت الحموضة (في هذا التفاعل)} \\
 Pka &= -\log Ka = 3,83
 \end{aligned}$$

.II

(1) معادلة تفاعل المعايرة:



$$\log \frac{[HCOO^-]}{[HCOOH]} = 0 \quad \text{من البيان لدينا: (2) /}$$

$$V_{bE} = 20 \text{ ml} \quad \text{و عليه:} \quad \frac{V_{bE}}{2} = 10 \text{ ml} \quad \text{لما}$$

$$C_a \cdot V_a = C_b \cdot V_{bE} \quad \text{عند التكافؤ:}$$

$$C_b = \frac{C_a \cdot V_a}{V_{bE}} = \frac{10^{-2} \times 10^{-2}}{2 \times 10^{-2}} = 5 \times 10^{-3} \text{ mol/L}$$

ب/ قيمة pH المحلول عند التكافؤ: نلاحظ بياناً: عند التكافؤ:

$$\log \left(\frac{[HCOO^-]}{[HCOOH]} \right) = 5$$

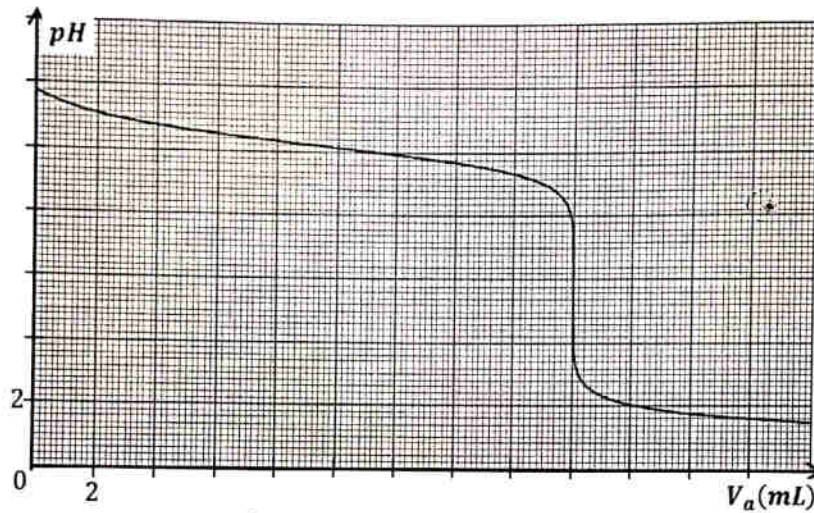
$$PH = Pka + \log \left(\frac{[HCOO^-]}{[HCOOH]} \right) = 3,83 + 5 = 8,83$$

(3) الكاشف المناسب لهذه المعايرة هو الفينول فتالين، لأن مجال تغيره اللوني يتضمن قيمة PH_E .

مهبول يقول لصاحبه: شي واحد فالدنيا هاذي
مجنني و ما فهمتوش؟ قالو صاحبه واش؟
قال المهبول: الحمار الوحشي ابيض ومخطط
باسود والا اسود ومخطط بابيض

التمرين 43:

- نحضر عند درجة الحرارة 25°C محلولين S_A و S_B :
- S_A : محلول مائي لحمض كلور الماء تركيزه: $C_A = 0,2 \text{ mol/L}$.
- S_B : محلول مائي للأساس إيثيل أمين $\text{C}_2\text{H}_5 - \text{NH}_2$ تركيزه: C_B مجهول.
- (1) نأخذ حجما $V_1 = 40 \text{ mL}$ من المحلول S_A ونضيف له حجما V من الماء. فنحصل على محلول مخفف S'_A له $\text{pH} = 1,4$.
- احسب التركيز C'_A للمحلول المخفف واستنتج حجم الماء المضاف V .
- (2) في كأس تحتوي على حجم $V_B = 20 \text{ mL}$ من المحلول S_B نصب تدريجيا بواسطة سحاحة مدرجة المحلول S'_A ذو التركيز $C_A = 0,2 \text{ mol/L}$ ونقيس pH المزيج عند كل إضافة. يعطى البيان الموالي تغيرات pH الخليط بدلالة V_A المضاف.
- اكتب معادلة التفاعل الحادث بين المحلولين S_B و S'_A .
- (3) عين بيانيا نقطة التكافؤ ثم استنتج التركيز C_B للمحلول S_B .



- (4) عين قيمة pK_a للثنائية $(\text{C}_2\text{H}_5\text{NH}_3^+ / \text{C}_2\text{H}_5\text{NH}_2)$ ثم قارن قوتي الأساسين $\text{C}_2\text{H}_5\text{NH}_2$ و NH_3 ، علما أن: $\text{pK}_a(\text{NH}_4^+ / \text{NH}_3) = 9,2$
- (5) تكون للنوع الكيميائي $\text{C}_2\text{H}_5\text{NH}_3^+$ الصفة الغالبة إذا حقق تركيزه الشرط التالي:
- $[\text{C}_2\text{H}_5\text{NH}_3^+] \geq 10[\text{C}_2\text{H}_5\text{NH}_2]$ انطلاقا من هذه العلاقة استنتج ابتداءا من أية قيمة للحجم المضاف تصبح لـ $\text{C}_2\text{H}_5\text{NH}_3^+$ الصفة الغالبة في المزيج؟

تصحيح التمرين 43:

- (1) حساب تركيز محلول الجديد: بما أن الحمض قوي فإن:
- $$C'_A = [\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-\text{pH}} = 10^{-1,4} = 4 \times 10^{-2} \text{ mol/L}$$
- حساب حجم الماء المضاف:
- $$\frac{C_A}{C'_A} = \frac{V'_A}{V_1} \Rightarrow V'_A = \frac{V_1 \times C_A}{C'_A}$$
- $$V'_A = \frac{40 \times 0,2}{4 \times 10^{-2}} = 200 \text{ mL} \Rightarrow V = V'_A - V_1 = 160 \text{ mL}$$
- (2) كتابة معادلة التفاعل:
- $$\text{C}_2\text{H}_5 - \text{NH}_2 + \text{H}_3\text{O}^+ = \text{C}_2\text{H}_5 - \text{NH}_3^+ + \text{H}_2\text{O}$$
- (3) نقطة التكافؤ:

$$E(V_{AE} = 18 \text{ ml}; PH_E = 6)$$

- التركيز C_b :

$$C_a \cdot V_{aE} = C_b \cdot V_b \Rightarrow C_b = \frac{C_a \times V_{aE}}{V_b} = \frac{0,2 \times 18}{20} = 0,18 \text{ mol/L}$$

(4) نعين pka : عند نقطة نصف التكافؤ، نعلم أن: $pH = pka$ بيانيا لدينا: $E'(9 \text{ ml}; 10,2)$ ومنه: $pka = 10,2$ لدينا: $pka(C_2H_5 - NH_3^+ / C_2H_5 - NH_2)$ أكبر من $pka(NH_4^+ / NH_3)$ و عليه الأساس $C_2H_5 - NH_2$ أقوى من الأساس NH_3 .(5) لدينا: $[C_2H_5 - NH_3^+] \geq 10[C_2H_5 - NH_2]$

$$\frac{[C_2H_5 - NH_3^+]}{[C_2H_5 - NH_2]} \geq 10 \quad \text{ومنه:}$$

$$\log \frac{[C_2H_5 - NH_2]}{[C_2H_5 - NH_3^+]} \leq -1 \quad \text{بالتالي:}$$

$$Pka + \log \frac{[C_2H_5 - NH_2]}{[C_2H_5 - NH_3^+]} \leq 9,2 \quad \text{و عليه:}$$

$$PH \leq 9,2 \quad \text{معناه:}$$

بإسقاط هذه القيمة نجد قيمة $V_A = 16,5$ حيث V_A هي قيمة الحجم التي يصبح ابتداء منها $C_2H_5 - NH_3^+$ الصفة الغالبة في المزيج $PH \leq 9,2$ معناه $V_A \geq 16,5$

التمرين 44:

جميع المحاليل مأخوذة عند الدرجة $25^\circ C$ حيث: $K_e = 10^{-14}$ ، يعطى: $pka(NH_4^+ / NH_3) = 9,2$. الأمونياك (النشادر) $NH_3(g)$ غاز يعطي عند تفككه في الماء محلولاً أساسياً تركيزه C_b وله $pH = 11$.

(1) اكتب معادلة التفاعل وأنشئ جدول التقدم.

(2) عبر عن $[NH_4^+]_f$ و $[NH_3]$ بدلالة C_b و τ (نسبة التقدم النهائي).(3) بين أن نسبة التقدم النهائي للتفاعل تكتب على الشكل: $\tau = \frac{1}{1+10^{PH-pKa}}$ واحسب قيمته.(4) استنتج التركيز C_b .(5) احسب الناقلية النوعية σ للمحلول. (يهمل التشرّد الذاتي للماء).(6) نحقق معايرة pH متريّة لحجم قدره $V_b = 20 \text{ mL}$ من محلول الأمونياك السابق بواسطة محلول حمض كلور الماء (H_3O^+, Cl^-) تركيزه المولي $C_a = 0,12 \text{ mol/L}$.

أ/ اكتب المعادلة الكيميائية الممنّجة للتفاعل الحادث.

ب/ ما هو الحجم اللازم إضافته من محلول حمض كلور الماء حتى يحدث التكافؤ؟

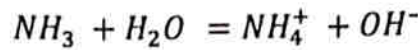
ج/ بين أنه عند إضافة 5 mL من محلول حمض كلور الماء لمحلول الأمونياك نجد pH المزيج يساوي $9,2$. يعطى:

$$\lambda(HO^-) = 19,2 \text{ mS} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{mol}^{-1} \quad \lambda(NH_4^+) = 7,4 \text{ mS} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{mol}^{-1}$$

هل تعلم؟

أول مصعد كهربائي صنع على يد أوتيس لارسون

تصحيح التمرين 44:



(1) معادلة التفاعل:

- إنشاء جدول التقدم:

المعادلة		$NH_3 + H_2O = NH_4^+ + OH^-$			
الحالة	التقدم	كميات المادة (mol)			
ابتدائية	$x = 0$	n_b	بوفرة	0	0
انتقالية	x	$n_b - x$	بوفرة	x	x
نهائية	x_f	$n_b - x_f$	بوفرة	x_f	x_f

(2) التعبير عن $[NH_3]_f$ و $[NH_4^+]_f$:

$$\tau_f = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{[NH_4^+]_f \cdot V_F}{C_B \cdot V_F}$$

$$[NH_4^+] = \tau_f \times C_B \Rightarrow \tau_f = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{(C_B - [NH_3]_f)V_F}{C_B \cdot V_F} = \frac{(C_B - [NH_3]_f)}{C_B}$$

$$[NH_3]_f = C_B(1 - \tau_f)$$

لنكتب عبارة K_a

(3) عبارة τ_f :

$$K_a = \frac{[NH_3]_f [H_3O^+]_f}{[NH_4^+]_f} \Rightarrow 10^{-pka} = K_a = \frac{C_b(1 - \tau_f)}{C_b \cdot \tau_f} \times 10^{-PH}$$

$$\frac{10^{-pka}}{10^{-PH}} = \frac{1 - \tau_f}{\tau_f} \Rightarrow 10^{PH - PKa} = \frac{1}{\tau_f} - 1$$

$$\frac{1}{\tau_f} = 10^{PH - PKa} + 1 \Rightarrow \tau_f = \frac{1}{10^{PH - PKa} + 1}$$

⇐ بالتعويض نجد: $\tau_f = 0,016$ (4) استنتاج التركيز C_b :

لدينا:

$$\tau_f = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{[HO^-] \cdot V}{C_b \cdot V}$$

$$C_b = \frac{[HO^-]}{\tau_f} = \frac{10^{-3}}{16 \times 10^{-3}} = 0,0625 \text{ mol/L}$$

(5) حساب الناقلية النوعية σ :

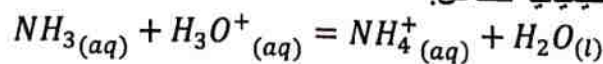
$$\sigma = \lambda_{HO^-} \times [HO^-] + \lambda_{NH_4^+} \times [NH_4^+]$$

$$[HO^-] = [NH_4^+]$$

$$\sigma = [HO^-] \times (\lambda_{HO^-} + \lambda_{NH_4^+}) = 10^{-3}(7.4 + 19.2) \times 10^{-3} \times 10^3 = 26.6 \times 10^{-3} \text{ S/m}$$

(6)

/ المعادلة الكيميائية للتفاعل:



ب/ الحجم اللازم إضافته:

$$C_a \cdot V_{aE} = C_b \cdot V_b$$

عند التكافؤ:

$$V_{aE} = \frac{C_b \times V_b}{C_a} = \frac{0.016 \times 20 \times 10^{-3}}{0.12} = 10 \text{ ml}$$

المعادلة		ج/ جدول التقدم:			
الحالة	التقدم	$NH_3(aq) + H_3O^+(aq) = NH_4^+(aq) + H_2O(l)$			
ابتدائية	$x = 0$	كميات المادة (mol)			
نهائية	x_m	$n_b = C_b \cdot V_b$	$n_a = C_a V_a$	0	بوفرة
		$n_b - x_m$	$n_a - x_m$	x_m	بوفرة

إيجاد x_m : قبل التكافؤ: H_3O^+ هو المحد.

$$x_m = C_a \cdot V_a = 0.125 \times 10^{-3} = 6 \times 10^{-4} \text{ mol}$$

$$PH = Pka + \log \left(\frac{[NH_3]_f}{[NH_4^+]_f} \right) = Pka + \log \left(\frac{\frac{C_b \cdot V_b - x_m}{V_T}}{\frac{x_m}{V_T}} \right)$$

$$PH = Pka + \log \left(\frac{0.06 \times 20 \times 10^{-3} - 6 \times 10^{-4}}{6 \times 10^{-4}} \right)$$

$$PH = Pka + \log \left(\frac{6 \times 10^{-4}}{6 \times 10^{-4}} \right) = Pka = 9,2$$

التمرين 45:

I. نحضر محلولاً (S) بإذابة حجم $V_g = 2L$ من غاز صيغته $R - NH_2$ في الماء المقطر فيصبح حجم

المحلول $V = 1L$ ، بعد قياس قيمة PH المحلول نجد $PH = 11,85$.

- 1) احسب التركيز الابتدائي C_0 للمحلول (S).
- 2) اكتب معادلة تفكك NH_3 في الماء، محددا الثنائيتين (أساس/حمض).
- 3) أنشئ جدول تقدم هذا التفاعل.
- 4) عبر عن نسبة تقدم التفاعل τ_f بدلالة الجداء الشاردي للماء K_e والتركيز المولي C_0 و PH المحلول. - احسب قيمتها، ماذا تستنتج؟

5) احسب التراكيز المولية للأنواع الكيميائية الموجودة في المحلول عند التوازن.

6) استنتج قيمة ثابت الحموضة Ka وقيمة pK_A للثنائية: (أساس/حمض).

II. المعايرة المتريية:

نأخذ حجما $V_0 = 10 \text{ ml}$ من المحلول السابق (S) ونضيف إليه حجما V_e من الماء المقطر، فنحصل على

محلول مائي (S_1) لنفس الأساس تركيزه المولي C_B وحجمه V_1 .

لتحديد C_B نعاير حجما $V_B = 10 \text{ ml}$ من المحلول (S_1) بواسطة محلول مائيا لحمض كلور الماء

($H_3O^+ + Cl^-$) تركيزه المولي $C_A = 2 \times 10^{-3} \text{ mol/L}$ بعد دراسة منحنى تغيرات pH المحلول بدلالة الحجم المضاف تعطى إحداثي نقطة التكافؤ

$$E(V_{AE} = 20 \text{ ml} \quad , \quad PH_E = 5,6)$$

- 1) ما المقصود بنقطة التكافؤ.
- 2) اكتب معادلة تفاعل المعايرة.
- 3) احسب قيمة ثابت التوازن لهذا التفاعل، ماذا تستنتج؟
- 4) احسب قيمة C_B واستنتج حجم الماء المضاف V_e .

- (5) استنتج قيمة pH المحلول عندما نضيف حجما قدره $V_A = 10 \text{ ml}$ من المحلول المائي لحمض كلور الماء، وما هو النوع الكيميائي الغالب في المحلول للثنائية (أساس/حمض).
(6) من بين الكواشف التالية، ما هو المناسب لهذه المعايرة. علل جوابك؟

$K_e = 10^{-4}$		$V_M = 25 \text{ mol/L}$		مجال تغير اللون
8,2 → 10	3,1 → 4,4	6,6 → 8,4	5,2 → 6,8	الكاشف
الفينول فتالين	الهيليانتين	أحمر الفينول	أحمر البروموفينول	

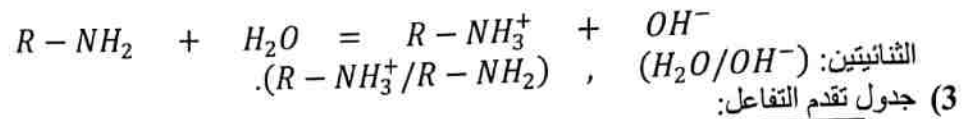
تصحيح التمرين 45:

I.

(1) حساب C :

$$C_0 = \frac{n}{V} = \frac{\frac{V_g}{V_m}}{V} = \frac{V_g}{V \cdot V_m} = 0,08 \text{ mol/L}$$

(2) معادلة التفاعل:



المعادلة	$R-NH_2 + H_2O = R-NH_3^+ + OH^-$	كميات المادة (mol)		
الحالة	التقدم			
ابتدائية	$x = 0$	n_0	بوفرة	0
انتقالية	x	$n_0 - x$	بوفرة	x
نهائية	x_f	$n_0 - x_f$	بوفرة	x_f

(4) عبارة τ_f بدلالة pH , K_e , C_0 :

$$\tau_f = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{n_f(OH^-)}{n_0} = \frac{[OH^-] \times V}{C_0 \times V} = \frac{K_e}{[H_3O^+] \times C_0} = \frac{K_e}{10^{-pH} \times C_0}$$

حساب قيمته:

$$\tau_f = \frac{10^{-14}}{0,08 \times 10^{-11,85}} = 0,08$$

الاستنتاج: $\tau_f < 1 \Leftrightarrow$ التفاعل غير تام، $R-NH_2$ أساس ضعيف.

(5) تراكيز الأفراد الكيميائية عند التوازن:

الأفراد: $R-NH_3^+$, $R-NH_2$, OH^- , H_3O^+ , H_2O

زيادة $[H_2O]$

$$[H_3O^+]_f = 10^{-pH} = 10^{-11,85} = 1,4 \times 10^{-12} \text{ mol/L}$$

$$[OH^-]_f = \frac{K_e}{[H_3O^+]_f} = 10^{pH-14} = 7,1 \times 10^{-3} \text{ mol/L}$$

$$[R-NH_3^+]_f = [OH^-]_f = 7,1 \times 10^{-3} \text{ mol/L}$$

$$[R-NH_2]_f = C_0 - [R-NH_3^+]_f = 0,08 - 7,1 \times 10^{-3} = 0,073 \text{ mol/L}$$

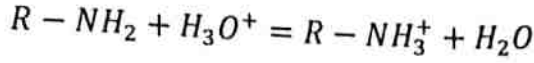
(6) استنتاج قيمة K_a :

$$K_a = \frac{[R-NH_2]_f \times [H_3O^+]_f}{[R-NH_3^+]_f} = \frac{0,073 \times 1,4 \times 10^{-12}}{7,1 \times 10^{-3}} = 1,4 \times 10^{-11}$$

$$pK_a = -\log K_a = 10,8$$

استنتاج قيمة pK_a :

- (1) تعريف التكافؤ: هي النقطة التي يكون فيها المزيج في الشروط الستوكيومترية.
(2) معادلة التفاعل:



(3) حساب قيمة K :

$$K = \frac{[R - NH_3^+]_f}{[R - NH_2]_f \times [H_3O^+]_f} = \frac{1}{K_a} = \frac{1}{1,4 \times 10^{-11}} = 7,14 \times 10^{10}$$

(4) حساب C_b : عند تكافؤ المزيج عند الشروط الستوكيومترية $C_{aE} \times V_a = C_b \times V_b$

$$C_b = \frac{2 \times 10^{-3} \times 20}{10} = 4 \times 10^{-3} \text{ mol/L}$$

حساب $V_{\text{ماء}}$:

$$C_b \cdot V_1 = C_0 \cdot V_0 \Rightarrow V_1 = \frac{0,08 \times 10}{4 \times 10^{-3}} = 200 \text{ mL}$$

$$V_{\text{ماء}} = V_1 - V_0 = 190 \text{ mL}$$

$$pH = pK_a = 10,8 \text{ نحن في نصف التكافؤ: } V_a = 10 \text{ mL} = \frac{V_{aE}}{2} \quad (5)$$

لا توجد صفة غالبية: $[R - NH_2] = [R - NH_3^+]$

(6) الكاشف المناسب: أحمر البروموفينول لأن pH_E يقع ضمن مجال تغير لونه.

التمرين 46:

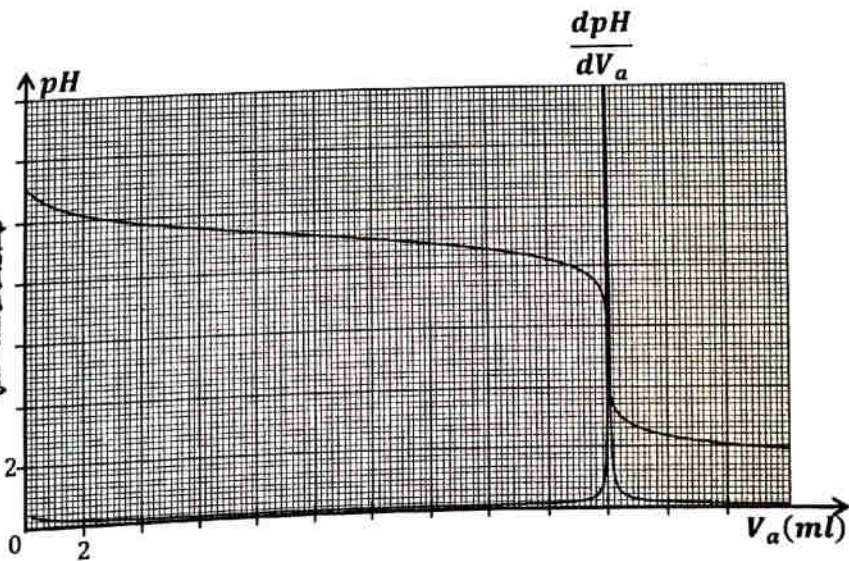
يستعمل محلول النشادر لتجديد الألوان في عدة مجالات. لمعايرة محلول النشادر بمحلول حمض الكلور حمض كلور الماء، نضع في بيشر حجما $V_b = 20 \text{ mL}$ من محلول S للنشادر تركيزه مجهول C_b . باستعمال تركيب تجريبي مناسب، نضيف تدريجيا محلول لحمض كلور الماء تركيزه $C_a = 0,10 \text{ mol/L}$. بواسطة برنامج نرسم المنحنى $pH = f(V_a)$ و $\frac{dpH}{dV_a} = g(V_a)$.

(1) ضع رسما تخطيطيا للتركيب التجريبي المستعمل.

(2) اكتب معادلة تفاعل المعايرة.

(3) احسب ثابت التوازن K الموافق لهذا التفاعل.

(4) عين بيانيا احداثيي نقطة التكافؤ.



الحكمة التي يتم تعلمها
بعمق لا تنس أبدا
فيثاغورس

(5) استنتج تركيز C_b لمحلول النشار و اشرح لماذا pH_E أصغر من 7.

اسم الكاشف	pH مجال التغير اللوني
الفينول فتالين	9,8 – 8,1
الهيليانثين	4,4 – 3,2
أحمر الميثيل	6,2 – 4,2

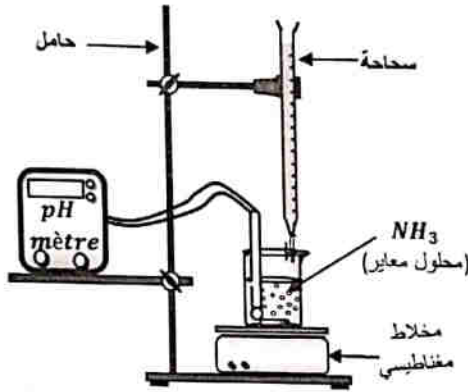
(6) ما هو الكاشف الملون المناسب المستعمل.
يعطى مجالات التغير اللوني للكواشف الملونة:
نعطي في $25^\circ C$:

$$pK_a(H_3O^+/H_2O) = 0$$

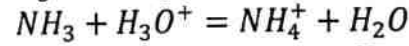
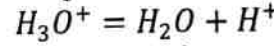
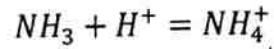
$$pK_a(NH_4^+/NH_3) = 9,2$$

تصحيح التمرين 46:

(1) رسم تخطيطي للتركيب التجريبي:



(2) معادلة تفاعل المعايرة:



(3) ثابت التوازن K :

$$K = \frac{[NH_4^+]_f}{[NH_3]_f \times [H_3O^+]_f} = \frac{1}{K_a} = \frac{1}{10^{-pK_a}}$$

$$K = \frac{1}{10^{-9,2}} = 1,58 \times 10^9$$

(4) تعيين إحداثي نقطة التكافؤ:

احداثيات نقطة التكافؤ: $E(20ml, 5)$

(5) تركيز C_b لمحلول النشار:

عند التكافؤ: $C_a \cdot V_a = C_b \cdot V_b$ لأن $pH_E < 7$ عند التكافؤ تختفي جزيئات NH_3 (الأساس) ويصبح الوسط يحتوي على حمض NH_4^+

$$C_b = \frac{C_a \cdot V_a}{V_b} = \frac{0,1 \times 20 \times 10^{-3}}{20 \times 10^{-3}} = 0,1 \text{ mol/L}$$

(6) الكاشف الملون المناسب هو أحمر الميثيل لأن مجال تغير لونه يشمل نقطة التكافؤ.

التمرين 47:

يستعمل حمض البنزويك في الصناعة الغذائية برمز E210 كحافظ للمواد الغذائية. صيغته الكيميائية C_6H_5COOH عند درجة الحرارة العادية، حالته الفيزيائية صلبة.

نحل كتلة m من حمض البنزويك في 250 ml من الماء ونحصل على محلول مائيا مشبعا تركيزه C_a .

(1) نأخذ حجما $V_a = 20,0 \text{ mL}$ من المحلول المشبع ونعايره بواسطة محلول هيدروكسيد الصوديوم تركيزه المولي $C_b = 2,50 \times 10^{-2} \text{ mol/L}$ من خلال القياسات المحصل عليها نمثل تغيرات pH بدلالة الحجم المضاف

$$V_B \text{ وبواسطة جهاز الإعلام الآلي نمثل البيان } \frac{dpH}{dV_B} = g(V_B)$$

أ/ اكتب معادلة تفاعل المعايرة.

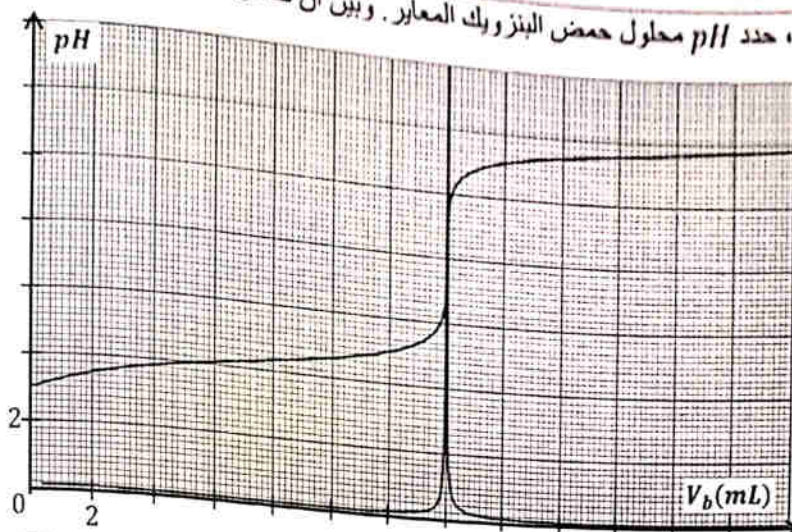
ب/ بواسطة رسم واضح حدد الوسائل والأجهزة اللازمة للقيام بهذه المعايرة.

ج/ حدد، مبينا الطريقة المستعملة، قيم حجم V_{BE} لمحلول هيدروكسيد الصوديوم المضاف عند التكافؤ.

د/ احسب التركيز المولي C_a لحمض البنزويك.

ه/ استنتج الكتلة المستعملة للحصول على المحلول المائي لحمض البنزويك.

(2) من خلال البيان، حدد pH محلول حمض البنزويك المعيار. وبين أن تفاعل حمض البنزويك مع الماء تفاعل غير تام

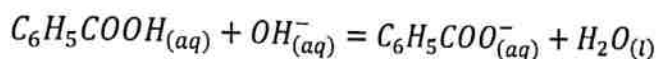


- (3) عند إضافة الحجم $V_B = 6 \text{ mL}$ من هيدروكسيد الصوديوم،
 أ/ أنشئ جدولاً لتقدم تفاعل المعايرة عند هذه الإضافة.
 ب/ حدد التقدم الأعظمي x_{max} وكذلك قيمة التقدم النهائي x_f .
 ج/ احسب نسبة التقدم النهائي τ لتفاعل المعايرة خلال هذه الإضافة. ماذا تستنتج؟

- (4) استنتج من البيان قيمة pK_a للثنائية $(C_6H_5COOH/C_6H_5COO^-)$
 (5) اكتب عبارة ثابت التوازن لتفاعل المعايرة بدلالة ثابت الحموضة للثنائية $(C_6H_5COOH/C_6H_5COO^-)$

تصحيح التمرين 47:

أ/ المعادلة:



ب/ الرسم.

ج/ تحديد C_a :

- باستعمال طريقة المماسات المتوازية نجد أن: $V_{bE} = 14 \text{ mL}$

- $\frac{dpH}{dv}$ يبلغ ذروته عندما: $V_b = V_{bE}$ منه: $V_{bE} = 14 \text{ mL}$

د/ تحديد C_a : عند التكافؤ يكون $C_a \cdot V_a = C_b \cdot V_{bE}$ منه:

$$C_a = \frac{C_b \cdot V_b}{V_a} = 0,0175 \text{ mol/L}$$

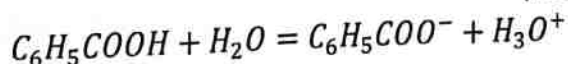
ه/ حساب الكتلة: لدينا: $n = C \cdot V = \frac{m}{M}$

$$m = C \cdot V_T \cdot M = 0,0175 \times 0,25 \times 122 = 0,534 \text{ g}$$

(2) تحديد pH المحلول المعيار قبل المعايرة.

من البيان لدينا: $pH = 3$

معادلة تفكك الحمض في الماء:



المعادلة	$C_6H_5COOH + H_2O = C_6H_5COO^- + H_3O^+$			
ابتدائية	$x = 0$	$C_a \cdot V_a$	بوفرة	0
انتقالية	x	$C_a \cdot V_a - x$	بوفرة	x
نهائية	x_f	$C_a \cdot V_a - x_f$	بوفرة	x_f

$$\tau_f = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{[H_3O^+]}{C_a} = \frac{10^{-pH}}{C_a} = 0,05 < 1$$

منه التفاعل مع الماء غير تام.
(3) أ/ إنشاء جدول تقدم التفاعل.

المعادلة		$C_6H_5COOH + OH^- = C_6H_5COO^- + H_2O$			
الحالة	التقدم	كميات المادة (mol)			
ابتدائية	$x = 0$	$C_a \cdot V_a$	$C_b \cdot V_b$	0	بوفرة
انتقالية	x	$C_a \cdot V_a - x$	$C_b \cdot V_b - x$	x	بوفرة
نهائية	x_f	$C_a \cdot V_a - x_f$	$C_b \cdot V_b - x_f$	x_f	بوفرة

ب/ عند إضافة $V_b = 6 \text{ mL}$ يكون OH^- هو المتفاعل المحد،

$$x_{max} = C_b \cdot V_b = 2,5 \times 10^{-2} \times 0,006 = 1,5 \times 10^{-4} \text{ mol}$$

لدينا من جدول تقدم التفاعل: $n_f(OH^-) = n_0 - x_f$

$$x_f = n_0 - n_f = n_0 - V_T \cdot \frac{K_e}{[H_3O^+]} = C_b \cdot V_b - 10^{-10} \times (6 + 20) \times 10^{-3}$$

$$x_f = 1,499 \times 10^{-4} \text{ mol}$$

$$\tau_f = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{1,499 \times 10^{-4}}{1,5 \times 10^{-4}} = 1 \text{ ج/}$$

$$pk_a = 4,2 \quad \text{منه:} \quad pH = pk_a \quad \text{إذن:} \quad V_b = \frac{V_{be}}{2}$$

(5) تعيين عبارة k :

$$k = \frac{[C_6H_5COO^-]_f \times [H_3O^+]_f}{[C_6H_5COOH]_f \times [OH^-]_f \times [H_3O^+]_f} \Rightarrow K = \frac{K_a}{K_e} \quad \text{إذن:}$$

التمرين 48:

I. تحتوي قارورة على محلول لكاشف ملون مجهول تركيزه $C_0 = 2,9 \times 10^{-4} \text{ mol/L}$ ، وحجمه

$V = 100 \text{ mL}$ نقيس pH محلول الكاشف الملون فنجد $pH = 4,18$.

(1) احسب التركيز $[H_3O^+]$ لأيونات الأكسونيوم في محلول الكاشف الملون.

(2) نرسم للثنائية (أساس/حمض) لهذا الكاشف بالرمز $HInd/Ind^-$ ، تم تحضير محلول الكاشف بإذابة

$HInd$ في الماء.

اكتب معادلة تفاعل الكاشف $HInd$ مع الماء.

(3) حدد نسبة التقدم النهائي τ للتفاعل الحادث، هل هذا تفاعل تام؟ علل جوابك.

(4) اكتب عبارة ثابت الحموضة K_i للثنائية $HInd/Ind^-$ بدلالة C_0 ، τ بين أنه يساوي $K_i = 1,99 \times 10^{-5}$.

(5) اعتمادا على الجدول أسفله تعرف على هذا الكاشف الملون:

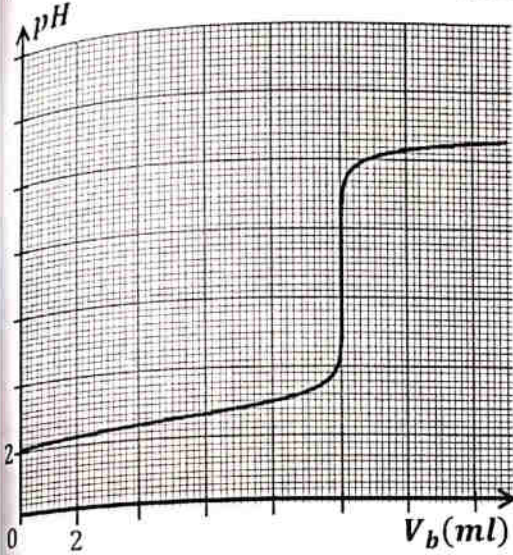
pK_i	لون الأساس	منطقة الانعطاف	لون الحمض	الكاشف الملون
3,7	أحمر	4,4 - 3,1	أصفر برتقالي	الهيليانتين
4,7	أزرق	5,4 - 3,8	أصفر	أخضر البروموكريزول
7,0	أزرق	7,6 - 6,0	أصفر	أزرق البروموتيمول
9,4	وردي بنفسجي	10 - 8,2	عديم اللون	الفينول فتالين

الوحدة 04: تطور جملة كيميائية نحو حالة التوازن

شنايت

II. نعتبر محلولاً تجارياً S لحمض كلور الماء تركيزه C ، كثافته $d = 1,16$ ، النسبة المئوية لحمض كلور الماء في هذا المحلول $p\%$. نخفف المحلول التجاري 1000 مرة فنحصل على محلول S_1 تركيزه C_1 .
 $M(HCl) = 36,5 \text{ g}$

(1) نأخذ حجماً $V_1 = 10 \text{ mL}$ من المحلول S_1 ونضيف له بواسطة سحاحة محلولاً لهيدروكسيد الصوديوم (Na^+, OH^-) تركيزه $C_b = 10^{-2} \text{ mol/L}$ ، نسجل قيمة pH المزيج عند كل إضافة للحجم V_b ، ونرسم المنحنى البياني الممثل للدالة $pH = f(V_b)$ الموضح بالشكل.



أ/ اكتب معادلة تفاعل المعايرة.

ب/ حدد بيانياً إحداثيتي نقطة التكافؤ E

ج/ هل الكاشف الملون الذي تعرفنا عليه في السؤال

(5 - I) مناسب لهذه المعايرة؟ إذا كان الجواب بالنفي،

حدد من بين الكواشف الملونة الواردة في الجدول أعلاه

الكاشف الملون المناسب، مع تبرير إجابتك.

(2) احسب التركيز C_1 للمحلول S_1 واستنتج التركيز C

للمحلول التجاري لحمض كلور الماء

(3) احسب النسبة المئوية الكتلية $p\%$ لحمض كلور الماء في

المحلول التجاري.

تعطى: الكتلة الحجمية للماء $\rho_{eau} = 1 \text{ g/mL}$

التمرين 49:

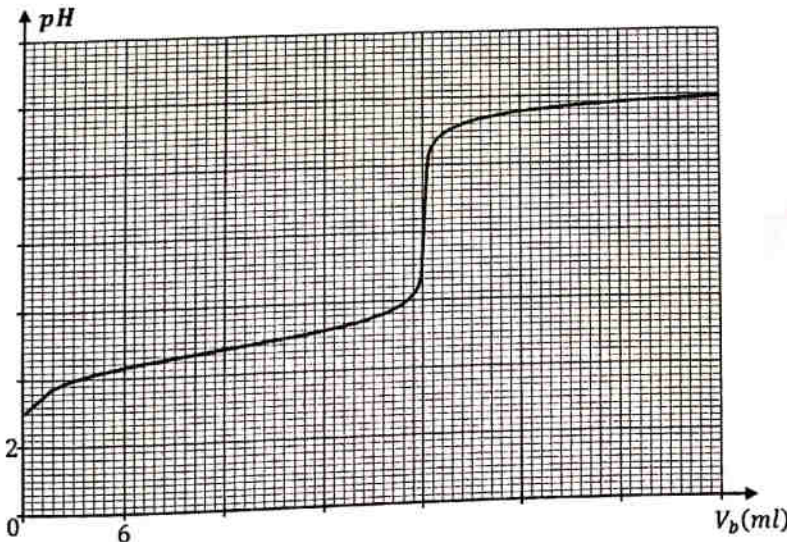
الدرجة d° للخل هي كتلة حمض الإيثانويك النقي الموجودة في 100 g من محلول الخل التجاري.

من أجل معرفة درجة الخل التجاري نقوم بالخطوات التجريبية التالية:

الخطوة 01: نأخذ 10 mL من محلول الخل التجاري (S_0) ونمدده 10 مرات فنحصل على (S_1)

الخطوة 02: نعاير حجماً $V_1 = 20 \text{ mL}$ من S_1 بمحلول هيدروكسيد الصوديوم (Na^+, OH^-) تركيزه

$C_b = 0,1 \text{ mol/L}$ ، نتابع تغير الـ pH بدلالة الحجم المضاف فنحصل على البيان التالي:



(1) ما هي الزجاجيات اللازمة للخطوة 01، ثم اذكر البروتوكول التجريبي.

(2) اذكر احتياطات استعمال جهاز الـ pH متر.

(3) اكتب معادلة المعايرة وضع جدول تقدم التفاعل.

- (4) أوجد احداثيات نقطة التكافؤ
(5) احسب ثابت التوازن K لتفاعل المعايرة.
(6) احسب تركيز حمض الإيثانويك في المحلول S_1 ، ثم استنتج تركيز حمض الإيثانويك في محلول الخل التجاري S_0 .
(7) حدد درجة d° للخل التجاري علما أن كتلته الحجمية $1,02 \text{ g/mL}$.
(8) ما هو الكاشف المناسب لهذه المعايرة، علّل.

الكاشف	لونه في الحمض	مجال تغير لونه	لونه في الأساس
الهليانثين	أحمر	4,4 – 3,1	أصفر
BBT	أصفر	7,6 – 6,0	أزرق
الفينول فتالين	عديم اللون	10 – 8,0	وردي

- (9) عند إضافة حجما $V_b = 12 \text{ mL}$ من محلول هيدروكسيد الصوديوم $(\text{Na}^+, \text{OH}^-)$ عين المتفاعل المحد ثم احسب التقدم الأعظمي $x_{\max}$ (يمكن الاستعانة بجدول التقدم).
(10) عين النسبة النهائية للتقدم τ_f وماذا تستنتج؟
(11) احسب تراكيز الأفراد الكيميائية المتواجدة في المحلول عند إضافة $V_b = 12 \text{ mL}$. يعطى عند 25°C : $K_e = 10^{-14}$. $M(\text{CH}_3\text{COOH}) = 60 \text{ g/mol}$

تصحيح التمرين 49:

- (1) الزجاجيات اللازمة للخطوة 01 هي:
- بيشر.
- حوزة عيارية (100 mL).
- ماصة مزودة بإجاصة مص (10 mL).
البروتوكول التجريبي: بواسطة ماصة عيارية، نأخذ 10 mL من محلول الخل التجاري (CH_3COOH) ونضعه في حوزة (100 mL)، نضيف قليلا من الماء المقطر، نسد الحوزة بإحكام ونرج جيدا، ثم نضيف الماء المقطر حتى خط العيار، نعيد الرج حتى يتجانس المحلول.
(2) احتياطات استعمال جهاز الـ pH متر.
- يضبط بمحلولين مواعين معلومي الـ pH.
- يغسل المسبار بالماء المقطر.
- يغمر المسبار في المحلول المراد معايرته بشكل شاقولي.
- يرفع المسبار قليلا حتى لا ينكسر أثناء دوران القطعة المغناطيسية.
(3) معادلة المعايرة وجدول تقدم التفاعل:

المعادلة		$\text{CH}_3\text{COOH} + \text{OH}^- = \text{CH}_3\text{COO}^- + \text{H}_2\text{O}$			
الحالة	التقدم	كميات المادة (mol)			
ابتدائية	$x = 0$	$C_1 \cdot V_1$	$C_b \cdot V_b$	0	بوفرة
انتقالية	x	$C_1 \cdot V_1 - x$	$C_b \cdot V_b - x$	x	بوفرة
نهائية	x_f	$C_1 \cdot V_1 - x_f$	$C_b \cdot V_b - x_f$	x_f	بوفرة

$$E(V_b = 24 \text{ mL}, \text{pH} = 8,3)$$

(4) احداثيات نقطة التكافؤ:

(5) ثابت التوازن K :

$$K = \frac{[\text{CH}_3\text{COO}^-]}{[\text{OH}^-][\text{CH}_3\text{COOH}]} = \frac{[\text{CH}_3\text{COO}^-] \cdot [\text{H}_3\text{O}^+]}{[\text{CH}_3\text{COOH}] \cdot [\text{OH}^-] \cdot [\text{H}_3\text{O}^+]}$$

$$K = \frac{K_a}{K_e} = \frac{10^{-pK_a}}{10^{-14}} = 10^{14-pK_a}$$

لدينا: عند: $V_b = \frac{V_{bE}}{2}$ يكون: $pH = pK_a$
 إذن: بالإسقاط على المنحنى البياني نجد عند $V_b = 12 \text{ mL}$ يكون: $pK_a = pH = 4,8$
 $K = 10^{14-4,8} = 1,58 \times 10^9$ منه:

$$C_1 \cdot V_1 = C_b \cdot V_{bE} \quad \text{لدينا:}$$

$$C_1 = \frac{C_b \cdot V_{bE}}{V_1} = \frac{0,1 \times 0,024}{0,02} = 0,12 \text{ mol/L}$$

$$C_0 = 10 \cdot C_1 = 1,2 \text{ mol/L}$$

- استنتاج C_0 :

(7) درجة d° للخل التجاري: d° هي كتلة الحمض الموجودة في 100g من المحلول، معناه في 100 g من المحلول لدينا:

$$d = C_0 \cdot M \cdot V \quad \text{منه:} \quad C_0 = \frac{d}{M \cdot V}$$

$$d = C_0 \cdot M \cdot \frac{100}{P} \quad \text{معناه:} \quad P = \frac{100}{V} \quad \text{بحيث:}$$

$$d = 1,2 \times 60 \times \frac{100}{1020} \quad \text{تطبيق عددي:} \quad (1,02 \text{ g/ml} = 1020 \text{ g/l})$$

$$d = 7^\circ$$

(8) الكاشف المناسب لهذه المعايرة هو:

الفينول فتالين، لأن: لدينا: $pH_E = 8,3$
 وهو مجال تغير لون الفينول فتالين. $8 < 8,3 < 10$

(9) عند إضافة حجم $V_b = 12 \text{ mL}$:

/ المتفاعل المحد هو: (OH^-) .

ب/ التقدم الأعظمي: $x_{max} = C_b \cdot V_b = 1,2 \times 10^{-3} \text{ mol}$

(10) تعيين τ_f :

$$\tau_f = \frac{x_f}{x_{max}}$$

$$n(OH^-) = C_b \cdot V_b - x_f \Rightarrow x_f = C_b \cdot V_b - [OH^-](V_A + V_b) \quad \text{و} \quad x_{max} = C_b \cdot V_b$$

$$\tau_f = \frac{C_b \cdot V_b - [OH^-](V_A + V_b)}{C_b \cdot V_b} \quad / \quad [OH^-](V_A + V_b) \approx 0$$

$\tau_f = 1$ نستنتج أن تفاعل المعايرة تام.

(11) تراكيز الأفراد الكيميائية عند إضافة $V_b = 12 \text{ mL}$:

$[H_2O] = \text{زيادة}$

$$[H_3O^+] = 10^{-pH} = 1,58 \times 10^{-5} \text{ mol/L}$$

من الجداء الشاردي للماء: $[OH^-] = 10^{pH-14} = 6,3 \times 10^{-10} \text{ mol/L}$

$$[Na^+] = \frac{C_b \cdot V_b}{(V_a + V_b)} = 0,0375 \text{ mol/L}$$

$$[CH_3COO^-] = \frac{x_f}{V_a + V_b} = \frac{C_b \cdot V_b}{V_a + V_b} = 0,0375 \text{ mol/L}$$

$$[CH_3COOH] = \frac{C_1 \cdot V_1 - C_b \cdot V_b}{V_a + V_b} = 0,0375 \text{ mol/L}$$

التمرين 50:

1) نرمز لثنائي أكسيد الكربون المنحل في الماء بالصيغة الكيميائية CO_2, H_2O ، وهو حمض، أساسه المرافق هو شاردة الكربونات الهيدروجينية $HCO_3^- (aq)$. كذلك يمكن للشاردة $HCO_3^- (aq)$ أن تسلك سلوكا حمضيا وأساسها المرافق في هذه الحالة هو شاردة الكربونات $CO_3^{2-} (aq)$.

أ/ عرف الحمض والأساس حسب برونستد، ثم عرف ثابت الحموضة المميز للثنائية (أساس/حمض).

ب/ اكتب المعادلتين الموافقتين للتفاعلين الممكنين بين شاردة الكربونات الهيدروجينية والماء.

2) يمثل الشكل الآتي مخطط تغيرات النسب المئوية الموافقة لمختلف الأفراد الكيميائية المشكلة للثنائيتين السابقتين بدلالة الـ pH .

أ/ عين المجال الـ pH الذي تكون فيه:

- النسبة المئوية لتواجد النوع الكيميائي CO_2, H_2O أكبر من 90%.

- النسبة المئوية لتواجد النوع الكيميائي $CO_3^{2-} (aq)$ أكبر من 90%.

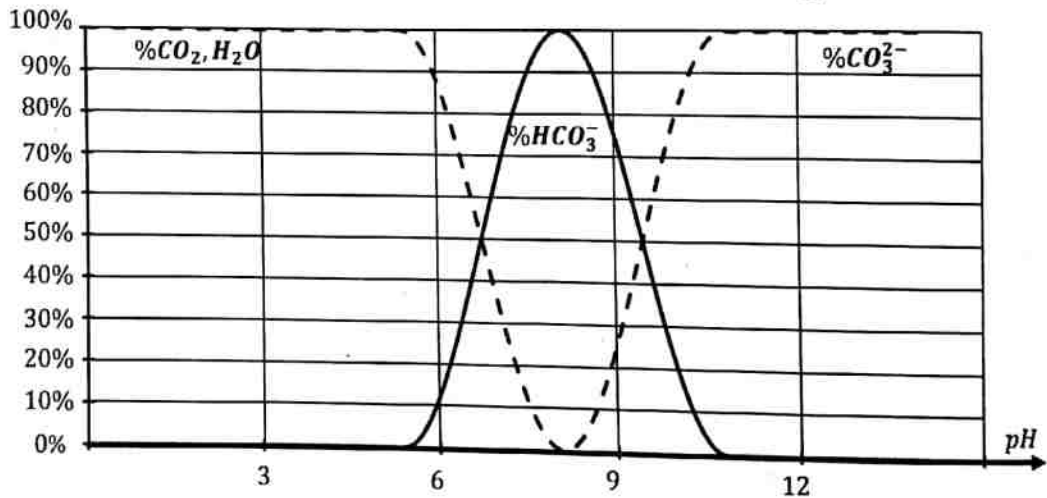
ب/ عين بيانيا القيمتين pK_{A1} و pK_{A2} الموافقتين للثنائيتين المميزتين لشاردة الكربونات الهيدروجينية مع ذكر الطريقة المستعملة.

ج/ لدينا بمخبر الكيمياء محلولين هما:

- المحلول S_1 بطاقته: (Na^+, HCO_3^-) ، $0,10 \text{ mol.L}^{-1}$.

- المحلول S_2 بطاقته: $(2Na^+, CO_3^{2-})$ ، $0,10 \text{ mol.L}^{-1}$.

علما أن قياس الـ pH المميز لهذين المحلولين أعطى القيمتين $pH_a = 8,5$ و $pH_b = 11,5$ ، أرفق كل قيمة منهما بالمحلول الموافق لها مع تبرير الإجابة.



3) نضيف إلى الحجم $V_1 = 50 \text{ mL}$ من المحلول S_1 ، حجما $V_2 = 50 \text{ mL}$ من محلول حمض كلور الماء ذي

التركيز المولي $C_2 = 0,05 \text{ mol.L}^{-1}$.

أ/ اكتب معادلة التفاعل الكيميائي الحادث.

ب/ باستغلال جدول التقدم المميز للتفاعل، استنتج المتفاعل المحد.

ج/ احسب الثابت K المميز لهذا التفاعل. ماذا تستنتج؟

حصان مربوط في عنقه بحبل طوله 10
أمتار والماء يبعد عنه بـ 30 متر
فكيف استطاع أن يصل للماء بسهولة ؟

التمرين 51:

نعاير بواسطة هيدروكسيد الصوديوم (Na^+, OH^-) تركيزه المولي: $C_b = 10^{-2} \text{ mol/L}$ حجمين من

حمضين A_1 و A_2

V_{A1} من محلول مائي لحمض الإيثانويك (حمض الخل) له: $pH = 3,4$

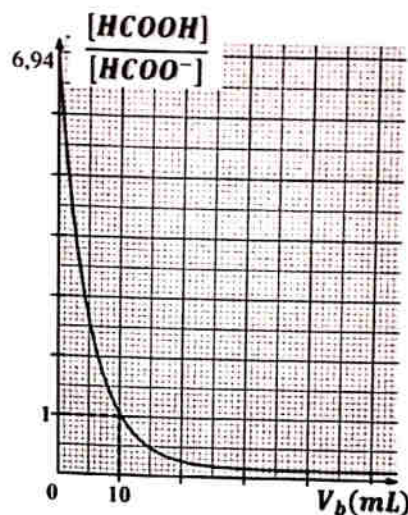
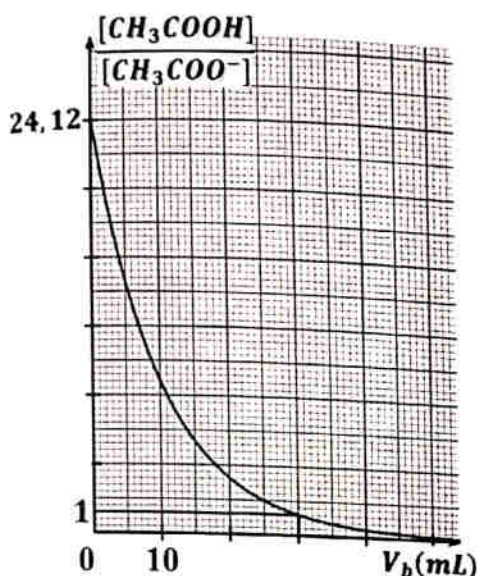
V_{A2} من محلول مائي لحمض الميثانويك (حمض النمل) له: $pH = 2,9$

نمثل بدلالة حجم المحلول الأساسي البيانيين التاليين:

(1) احسب التركيزين الموليين C_1 و C_2 للحمضين A_1 و A_2 .

(2) ما هو الحمض الأقوى؟

(3) احسب قيمتي V_{A1} و V_{A2} .



التمرين 52:

الصيغة العامة للأحماض الكربوكسيلية هي: $C_nH_{2n+1}COOH$ ، لتحضير محلول (S_A) لحمض كربوكسيلي نذيب في الماء المقطر كتلة $m = 450 \text{ mg}$ من هذا الحمض النقي ونضيف إليه الماء المقطر للحصول على الحجم $V_0 = 500 \text{ mL}$ من هذا المحلول. نأخذ حجما $V_A = 10 \text{ mL}$ من المحلول (S_A) ونعايره بواسطة محلول مائي (S_B) لهيدروكسيد الصوديوم ($Na^+_{(aq)}, HO^-_{(aq)}$) تركيزه المولي: $C_B = 10^{-2} \text{ mol/L}$. نحصل على التكافؤ حمض-أساس عند إضافة الحجم $V_B = 15 \text{ mL}$ من المحلول (S_B).
(1) أ- اكتب معادلة تفاعل المعايرة.

ب- احسب التركيز المولي C_A للمحلول (S_A)، ثم بين أن الصيغة الاجمالية هي: $(CH_3COOH)_{aq}$

(2) نأخذ حجما V من المحلول (S_A)، ونقيس pH عند $25^\circ C$ فنجد $pH = 3,3$
أ/ اعتمادا على جدول التقدم لتطور المجموعة، عبر عن التقدم النهائي X_f لتفاعل الحمض مع الماء بدلالة V و pH ، ثم أثبت أن:

$$\frac{[CH_3COOH]_f}{[CH_3COO^-]_f} = -1 + C_A \times 10^{pH}$$

ب/ استنتج قيمة الـ pK_{A1} .

(3) نأخذ من المحلول (S_A) حجما يحتوي على كمية المادة الابتدائية

$n_1(CH_3COOH) = n_0 = 3 \times 10^{-4} \text{ mol}$ ونضيف إليه حجما من محلول الأمونياك يحتوي على

نفس كمية المادة الابتدائية $n_2(NH_3) = n_0$

أ/ اكتب معادلة التفاعل الحادث بين CH_3COOH و NH_3 .

ب/ اكتب معادلة التفاعل واحسب ثابت التوازن K للجملة.

ج/ بين أن τ_f لهذا التفاعل تكتب على الشكل: $\tau_f = \frac{\sqrt{K}}{1+\sqrt{K}}$. ماذا تستنتج بخصوص هذا التفاعل؟

$$pK_{A2}(NH_4^+/NH_3) = 9,2$$

تعطى:

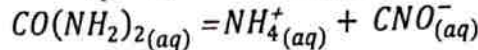
$$M(O) = 16 \text{ g/mol}$$

$$M(H) = 1 \text{ g/mol}$$

$$M(C) = 12 \text{ g/mol}$$

التمرين 53:

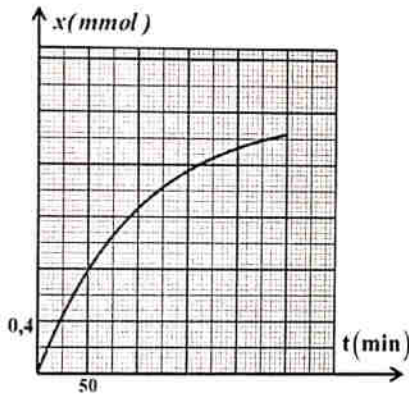
اليوريا $CO(NH_2)_2$ هي من الملوثات، تتواجد في فضلات الكائنات الحية وتتفكك ذاتيا وفق تفاعل بطيء وتام ينتج عنه شوارد الأمونيوم NH_4^+ وشوارد السيانات CNO^- وفق معادلة التفاعل التالي:



I. لمتابعة تطور هذا التحول نحضر حجما $V = 100 \text{ mL}$ من محلول اليوريا تركيزه المولي: $C = 2 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$ ونضعه في حمام مائي درجة حرارته 50°C ، ثم نقيس الناقلية النوعية للمحلول عند أزمنة مختلفة (نهمل تأثير الشوارد H_3O^+ و OH^- في ناقلية المحلول).

- (1) أنشئ جدولا لتقدم التفاعل الحاصل ثم حدد قيمة التقدم الأعظمي x_{max} للتفاعل.
- (2) اكتب عبارة تركيز شوارد الأمونيوم NH_4^+ بدلالة الناقلية النوعية σ للمحلول والناقلات المولية الشاردية
- (3) اكتب العلاقة بين تركيز شوارد NH_4^+ في المحلول وتقدم التفاعل x وحجم المحلول V
- (4) استنتج العلاقة بين الناقلية النوعية σ وتقدم التفاعل x .
- (5) احسب قيمة الناقلية العظمى σ_{max} عند نهاية التفاعل
- (6) أثبت أن تقدم التفاعل في اللحظة t يعطى بالعلاقة

$$x(t) = x_{max} \frac{\sigma(t)}{\sigma_{max}}$$



(7) يمثل الشكل منحنى تطور تقدم التفاعل بدلالة الزمن. أ/ اكتب عبارة السرعة الحجمية للتفاعل ثم بين اعتمادا على المنحنى كيفية تطورها مع الزمن.

ب/ عرف زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$ ، ثم حدد قيمته بيانيا.

(8) احسب تركيز شوارد NH_4^+ المتشكلة عند نهاية التفاعل.

II. للتحقق من تركيز شوارد الامونيوم NH_4^+ المتشكلة عند نهاية التفاعل السابق، نعاير حجما $V = 10 \text{ mL}$ من المحلول السابق بواسطة محلول هيدروكسيد الصوديوم تركيزه المولي $C_b = 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$ فيحدث التكافؤ عند إضافة حجم قدره $V_{bE} = 20 \text{ mL}$

(1) أذكر البروتوكول التجريبي المناسب لهذا التفاعل مدعما إجابتك برسم تخطيطي.

(2) اكتب معادلة تفاعل النمذجة لتحول المعايرة.

(3) احسب تركيز شوارد الامونيوم في المحلول.

(4) قارن قيمتها مع المحسوبة سابقا في السؤال (7 - I).

يعطى: عند درجة الحرارة: 50°C

$$\lambda_{CNO^-} = 9,69 \text{ mS.m}^2.\text{mol}^{-1} \quad \text{و} \quad \lambda_{NH_4^+} = 11,01 \text{ mS.m}^2.\text{mol}^{-1}$$

ثلاثة أشقاء: كريم، هشام و عماد

ضرب أعمار هؤلاء الإخوة يساوي 5760 .

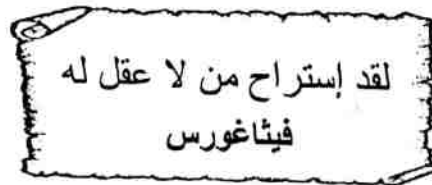
كريم يكبر هشام بسنتين

ومجموع أعمار الإخوة هو 54

الوحدة الخامسة:

تطور جملة ميكانيكية

- I. مدخل لدراسة الحركة.
- II. قوانين نيوتن للحركة.
- III. السقوط الشاقولي للأجسام في الهواء.
- IV. السقوط الحر للأجسام في الفراغ.
- V. دراسة حركة القذائف.
- VI. حركة الكواكب والأقمار الاصطناعية.
- VII. الحركات على مستوي أفقي، مائل أو دائري.
- VIII. حدود ميكانيك نيوتن.



1. The first part of the paper is devoted to a discussion of the

theoretical background of the study.

2. The second part of the paper is devoted to a discussion of the

methodology of the study.

3. The third part of the paper is devoted to a discussion of the

results of the study.

4. The fourth part of the paper is devoted to a discussion of the

conclusions of the study.

5. The fifth part of the paper is devoted to a discussion of the

implications of the study.

6. The sixth part of the paper is devoted to a discussion of the

limitations of the study.

I. مدخل لدراسة الحركة:

(1) نسبية الحركة:

الحركة مفهوم نسبي فلا يمكن القول أن جسما ما ساكن أو متحرك إلا بعد تحديد مرجع تنسب إليه الحركة. مثال: الصبورة ساكنة بالنسبة لركن القسم ومتحركة بالنسبة لمركز الأرض.

(2) أهم المراجع والمعالم العطالية:

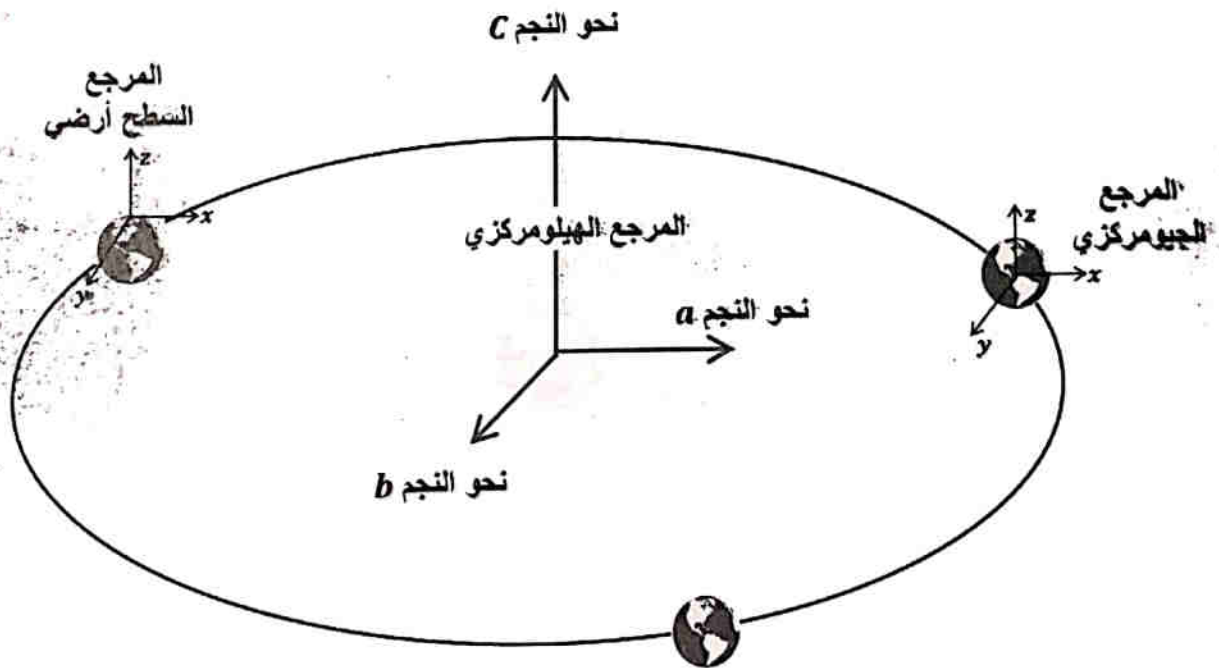
يعرف المرجع بأنه جملة إسناد متماسكة صلبة، تنسب إليه الحركة، نرفق بهذا المرجع معلما محددا بمحاور وقاعدة (وحدة قياس)، ولتبسيط دراسة الحركة نختار مراجع نعتبرها ثابتة نسبيا أثناء فترة الدراسة، نعرف باسم المراجع العطالية (الغاليلية) وأهمها:

أ/ المرجع المركزي الشمسي (الهيليومركزي):

وينسب إلى مركز الشمس، ويرفق بمعلم مبداء مركز الشمسي ومحاوره موجهة نحو ثلاثة نجوم نعتبرها ثابتة. نستعمله في دراسة الكواكب والمذنبات.

ب/ المرجع الأرضي (الجيو مركزي): وينسب إلى مركز الأرض، ويرفق بمعلم مبداء: مركز الأرض ومحاوره موجهة نحو ثلاثة نجوم نعتبرها ثابتة (نفس النجوم السابقة). نستعمله في دراسة حركة الأقمار الاصطناعية والقمر وبعض الحركات الأرضية.

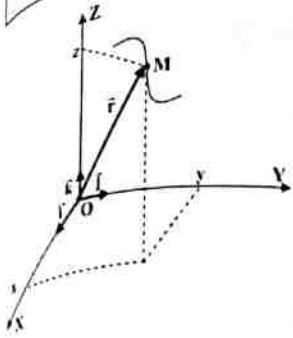
ج/ المرجع السطحي الأرضي: وينسب إلى نقطة من سطح الأرض ويرفق بمعلم مرتبط بسطح الأرض محاوره تُختار حسب جهة الحركة. نستعمله في دراسة معظم الحركات الجارية على الأرض خلال مدات زمنية قصيرة.



الوحدة 05: تطور جملة ميكانيكية

(3) دراسة الحركة في المعلم الديكارتي:
 أ/ شعاع الموضع $\vec{r}$: يعبر عن مكان (إحداثيات) المتحرك في المعلم عند لحظة ما.

تعطى عبارته في المعلم الكارتيزي $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ بالعلاقة:
 $\vec{r} = \overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$



ب/ شعاع الانتقال $\Delta\vec{r}$: ينتج شعاع الانتقال من تغير شعاع الموضع.

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

$$\Delta\vec{r} = \overrightarrow{M_1M_2} = \Delta x\vec{i} + \Delta y\vec{j} + \Delta z\vec{k}$$

ج/ شعاع السرعة $\vec{v}$:

يعبر شعاع السرعة عن كيفية تغير شعاع الموضع بالنسبة للزمن.
 ↓ السرعة المتوسطة:

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{\Delta t} = \frac{\overrightarrow{OM_2} - \overrightarrow{OM_1}}{\Delta t}$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k}$$

$$\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k}$$

↓ خصائص شعاع السرعة:

- ◊ المبدأ: موضع المتحرك.
- ◊ المنحى: مماسي للمسار دوماً.
- ◊ الجهة: في اتجاه الحركة.

◊ الطويلة: تعطى بالعلاقة: $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$ وحدتها: m/s.

د/ شعاع التسارع $\vec{a}$:

يعبر شعاع التسارع عن كيفية تغير شعاع السرعة بالنسبة للزمن.
 ↓ التسارع المتوسط:

$$\vec{a}_m = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t}$$

↓ التسارع اللحظي:

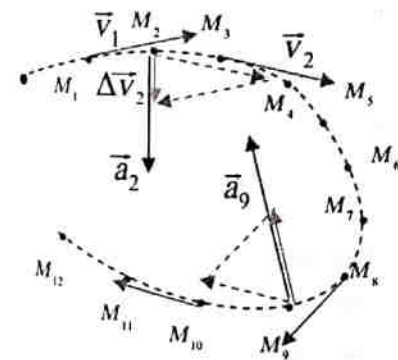
$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv_x}{dt}\vec{i} + \frac{dv_y}{dt}\vec{j} + \frac{dv_z}{dt}\vec{k}$$

$$\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}$$

↓ خصائصه:

- ◊ المبدأ: موضع المتحرك.
- ◊ المنحى: له نفس منحى $\Delta\vec{v}$.
- ◊ الجهة: له نفس جهة $\Delta\vec{v}$.

◊ الطويلة: تعطى بالعلاقة: $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$ وحدتها: m/s².

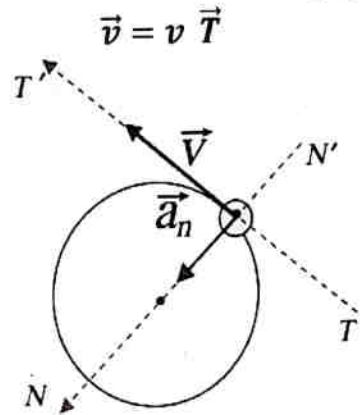


الخلاصة:

$$\vec{r} = \begin{cases} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{cases} \xrightleftharpoons[\text{بالتكامل}]{\text{بالاشتقاق}} \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \begin{cases} v_x(t) = \frac{dx(t)}{dt} \\ v_y(t) = \frac{dy(t)}{dt} \\ v_z(t) = \frac{dz(t)}{dt} \end{cases} \xrightleftharpoons[\text{بالتكامل}]{\text{بالاشتقاق}} \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \begin{cases} a_x(t) = \frac{dv_x(t)}{dt} \\ a_y(t) = \frac{dv_y(t)}{dt} \\ a_z(t) = \frac{dv_z(t)}{dt} \end{cases}$$

4) دراسة الحركة في معلم فريني $(O, \vec{t}, \vec{n})$
أ/ تعريفه:

هو معلم مرتبط بمركز الجسم وله محوران أحدهما مماسي لمسار متحرك ويسمى المحور المماسي TT' والآخر عمودي على المحور المماسي ويسمى المحور الناطمي NN' ، ينسب دوماً إلى أحد المراجع العطالية السابقة. ويستعمل غالباً لدراسة الحركات المنحنية (الدائرية).
ب/ عبارة شعاع السرعة في معلم فريني:



ج/ عبارة شعاع التسارع في معلم فريني:

$$\vec{a} = a_T \vec{T} + a_N \vec{N}$$

حيث:

a_T التسارع المماسي: ويعبر عن التغير في طول شعاع السرعة ويعطى بالعلاقة:

$$a_T = \frac{dv}{dt}$$

a_N التسارع الناطمي: ويعبر عن التغير في منحى (اتجاه) شعاع السرعة ويعطى بالعلاقة:

$$a_N = \frac{v^2}{R}$$

هل تعلم؟

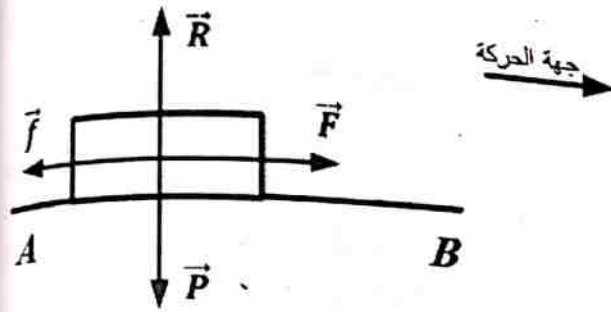
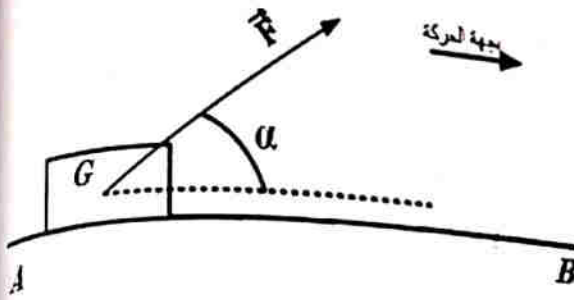
أول من اكتشف الجاذبية الأرضية هو
إسحق نيوتن المولود عام 1642 م
في قرية إنجليزية

(5) العمل والطاقة

/ ا عمل قوة ثابتة $W(\vec{F})$:

إذا طبقنا على جملة (S) قوة $\vec{F}$ ثابتة فانتقلت نقطة تطبيقها من A إلى B فإن عبارة عمل هذه القوة تعطى بالعلاقة التالية:

$$W_{AB}(\vec{F}) = F \cdot AB \cdot \cos \alpha$$



- حالات خاصة:

$$W_{AB}(\vec{F}) = F \cdot AB$$

$$W_{AB}(\vec{P}) = 0$$

$$W_{AB}(\vec{f}) = -f \cdot AB$$

$$W_{AB}(\vec{R}) = 0 \quad \square$$

ب/ عمل الثقل:

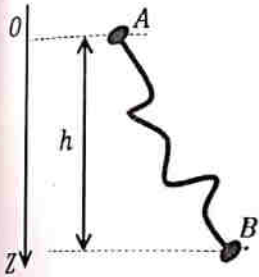
لا يتعلق عمل الثقل بالمسار المتبع وإنما بالفرق في الارتفاع بين موضعين.

- عند النزول:

$$W_{AB}(\vec{P}) = +m \cdot g \cdot h$$

- عند الصعود:

$$W_{AB}(\vec{P}) = -m \cdot g \cdot h$$



ج/ أشكال الطاقة:

العبارة	التعريف	شكل الطاقة
$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2$	يملك كل جسم كتلته m وسرعته v طاقة حركية	الطاقة الحركية
$E_{pp} = m \cdot g \cdot h$	يملك كل جسم مرتفع عن سطح الأرض بارتفاع h طاقة كامنة ثقالية	الطاقة الكامنة الثقالية
$E_{pe} = \frac{1}{2} K \cdot x^2$	يملك كل نابض استطال أو تقلص بمسافة x و ثابت مرونته K طاقة كامنة مرونية	الطاقة الكامنة المرونية

الجدول التالي يبين شكل الطاقة حسب الجملة المختارة للدراسة.

الجملة	جسم	جسم + أرض	جسم + نابض	جسم + أرض + نابض
شكل الطاقة	طاقة حركية	طاقة حركية طاقة كامنة ثقالية	طاقة حركية طاقة كامنة مرونية	طاقة حركية طاقة كامنة ثقالية طاقة كامنة مرونية

د/ معادلة حفظ الطاقة:

إذا تطورت جملة ميكانيكية من وضع A إلى وضع B فإن معادلة حفظ الطاقة تعطى كما يلي:

$$E(A) + W_{محرّكة} + W_{مقاومة} = E(B)$$

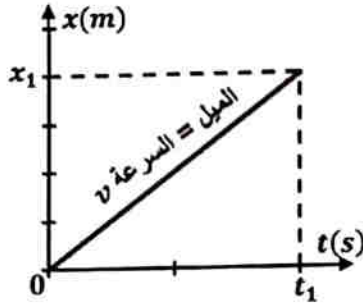
$$E(A) = E(B)$$

في حالة جملة معزولة:

6) بعض أنواع الحركات:

أ/ الحركة المستقيمة المنتظمة:

هي حركة مسارها مستقيم وشعاع سرعتها ثابت في المقدار والجهة أي تسارعها معدوم.



t : اللحظة الزمنية (s).
 v : سرعة الجسم (m/s).

$$v = cste \Rightarrow \frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow a = 0$$

إذا كانت تتم على محور Ox فإن: $v = \frac{dx}{dt}$

$$x(t) = vt + x_0$$

$x(t)$: موضع (فاصلة) المتحرك بالنسبة للمعلم في لحظة t .

x_0 : الفاصلة الابتدائية في اللحظة $t = 0$.

ب/ الحركة المستقيمة المتغيرة بانتظام:

هي حركة مسارها مستقيم وشعاع تسارعها ثابت:

$$\frac{dv}{dt} = a = cste \Rightarrow v = at + c_1$$

من الشروط الابتدائية $c_1 = v_0$ إذن المعادلة الزمنية للسرعة:

$$v = at + v_0$$

و إذا كانت الحركة تتم على محور Ox يكون:

$$\frac{dx}{dt} = at + v_0$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + c_2$$

من الشروط الابتدائية $c_2 = x_0$ إذن تصبح المعادلة الزمنية للحركة هي:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$$

إذا استخرجنا t من معادلة السرعة وعوضناه في المعادلة الزمنية نجد:

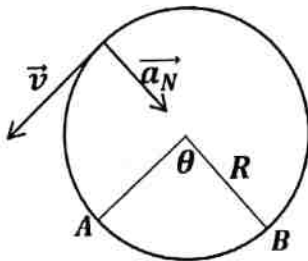
$$v^2 - v_0^2 = 2a \cdot \Delta x \quad \text{محذوفية الزمن}$$

نظرية:

في الحركة المستقيمة المتغيرة بانتظام المسافات المقطوعة خلال مجالات زمنية متساوية ومتعاقبة θ تشكل حدود متتالية حسابية أساسها $r = a\theta^2$ ، حيث a هو تسارع الحركة.

ج/ الحركة الدائرية المنتظمة:

هي حركة مسارها دائري شعاع سرعتها $\vec{v}$ ثابت في المقدار متغير في الجهة، تعطى عبارة تسارعها في معلم فريني:



$$a = \begin{cases} a_T = \frac{dv}{dt} = 0 & \text{مماسي} \\ a_N = \frac{v^2}{R} & \text{ناظمي} \end{cases}$$

$$a = a_N = \frac{v^2}{R}$$

حيث R هو نصف قطر المسار الدائري.

دور الحركة الدائرية المنتظمة: هي المدة الزمنية اللازمة لإنجاز دورة كاملة تعطى عبارته:

$$T = \frac{\text{محيط الدائرة}}{\text{السرعة}} = \frac{2\pi R}{v}$$

II. قوانين نيوتن للحركة:

(1) مفهوم نقطة مادية:

يمكن اعتبار الجملة المدروسة كنقطة مادية إذا كانت أبعادها مهملة أمام أبعاد المرجع الذي تدرس الحركة بالنسبة إليه.

(2) مفهوم مركز العطالة:

في ميكانيك نيوتن نهتم في دراستنا بمركز عطالة الجسم G الذي ينطبق على مركز كتلته وعلى مركز ثقله. عطالة الجسم مركز الأبعاد المتناسبة لمجموعة النقط المادية للجملة.

(3) قوانين نيوتن:

أ/ قانون نيوتن الأول: (مبدأ العطالة).

في المعالم الغاليلية يحافظ كل جسم على سكونه أو حركته المستقيمة المنتظمة إذا لم تتدخل عليه قوى خارجية لتغير من حالته الحركية.

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$$

إسحاق نيوتن

عالم إنجليزي، وتعتبر قوانين الحركة، وقانون الجذب العام، هي أعظم إنجازات نيوتن، وقد أثبت أيضاً حركة الأجرام السماوية وفسرها، وحركة الأجسام على سطح الأرض.

ملاحظات هامة:

- كل معلم يتحقق فيه مبدأ العطالة يسمى غاليلي أو عطالي.
- العطالة هي المقاومة التي يبديها الجسم للتغير الطارئ في حالته الحركية.

ب/ قانون نيوتن الثاني: (المبدأ الأساسي للحركة)

في معلم غاليلي المجموع الشعاعي للقوى الخارجية المطبقة على جملة مادية يساوي في كل لحظة جداء كتلتها في شعاع تسارع مركز عطالتها. أي:

$$\sum \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a}$$

$$\begin{cases} \sum F_x = m \cdot a_x \\ \sum F_y = m \cdot a_y \\ \sum F_z = m \cdot a_z \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_x = \frac{dv_x}{dt} \\ a_y = \frac{dv_y}{dt} \\ a_z = \frac{dv_z}{dt} \end{cases}$$

في معلم كارتيزي:

$$\begin{cases} \sum F_N = m \cdot a_N \\ \sum F_T = m \cdot a_T \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_N = \frac{v^2}{r} \\ a_T = \frac{dv}{dt} \end{cases}$$

في معلم قطبي (فريني):

ج/ قانون نيوتن الثالث: (مبدأ الفعلين المتبادلين)

إذا أثرت جملة A على جملة B بقوة $\vec{F}_{A/B}$ فالجملة B تؤثر على الجملة A بقوة $\vec{F}_{B/A}$ تساويها في الشدة وتعاكسها في الاتجاه ومتزامنتان (في نفس اللحظة)، أي: $\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A}$.

(4) تطبيقات قوانين نيوتن:

سنطبق قوانين نيوتن للحركة على ما يلي:

أ/ حركة السقوط الشاقولي لجسم صلب في الهواء.

ب/ حركة السقوط الحر لجسم صلب في الفراغ.

ج/ حركة قذف بسرعة غير شاقولية.

د/ حركة الكواكب والأقمار الاصطناعية.

هـ/ الحركة على المستوي (أفقي/ مائل).

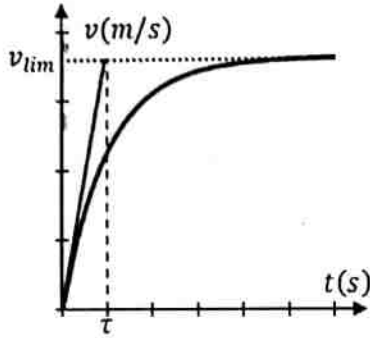
ما يجب وضعه في الاعتبار
هو ثقل التجارب لا عددها

إسحاق نيوتن

III. السقوط الشاقولي لجسم صلب في الهواء:

(1) الدراسة التجريبية:

نترك جسم صلب (S) متجانس و منتظم الشكل و انسيابي ليسقط من ارتفاع h دون سرعة ابتدائية، ونسجل بواسطة تجهيز مناسب قيمة سرعته في لحظات مختلفة فنحصل على البيان التالي:



(2) تحليل النتائج:

سقوط الأجسام في الهواء يمر بنظامين:

أ/ نظام انتقالي: من $[5\tau, 0s]$ وتمر فيها السرعة بشكل رتيب ومتزايد من 0 إلى v_L

ب/ نظام دائم: $t > 5\tau$ وتثبت فيه قيمة السرعة عند القيمة v_L

ج/ نسمي τ الزمن المميز للحركة وهو يوافق فاصلة نقطة تقاطع الخط المقارب مع مماس المنحني المار بالمبدأ.

(3) القوى المطبقة على الجسم:

يخضع الجسم الصلب الساقط في الهواء إلى ثلاث قوى هي:

القوى	الثقل $\vec{P}$	دافعة أرخميدس $\vec{\Pi}$	الاحتكاك $\vec{f}$:
تعريفها	قوة جذب الأرض للجسم	ثقل المائع المزاح	مقاومة الهواء لحركة الجسم
العبارة الشعاعية	$\vec{P} = m \cdot \vec{g}$	$\vec{\Pi} = -\rho V \vec{g}$	السرع الصغيرة: $\vec{f} = -K \vec{v}$ السرع الكبيرة: $\vec{f} = -K v \vec{v}$
طويلة الشعاع	$P = mg$	$\Pi = \rho V g$	$f = K v^n \quad 1 \leq n \leq 2$
الجهة	نحو الأسفل	نحو الأعلى	عكس جهة الحركة

حيث:

m : كتلة الجسم بوحدة kg
 g : الجاذبية الأرضية بوحدة m/s^2
 ρ : الكثلة الحجمية للمائع (الهواء) بوحدة kg/m^3
 v : سرعة الجسم بوحدة m/s
 V : حجم الجسم (حجم المائع المزاح) بوحدة m^3
 K : ثابت يتعلق بشكل الجسم وطبيعة المائع (الهواء).
 ثابت يتعلق بشكل الجسم وطبيعة المائع (الهواء).

(4) الدراسة النظرية:

المعادلة التفاضلية للحركة:

الجملة المدروسة: الجسم (S)

المرجع: السطح أرضي المزود بمعلم (o, z) الذي نعتبره عطاليا أثناء فترة الدراسة.

بتطبيق قانون نيوتن الثاني:

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{\Pi} + \vec{f} = m \cdot \vec{a}$$

بالإسقاط على المحور oz الموجه نحو الأسفل:

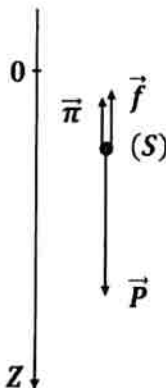
$$P - \Pi - f = m \cdot a \quad mg - \rho V g - kv^n = m \cdot \frac{dv}{dt}$$

$$m \frac{dv}{dt} + K v^n = mg - \rho V g$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{K}{m} v^n = \frac{g}{m} (m - \rho V)$$

نقسم على m

$$\frac{dv}{dt} + \frac{K}{m} v^n = g \left(1 - \frac{\rho V}{m} \right)$$



وهي معادلة تفاضلية من الشكل: $\frac{dv}{dt} + Av^n = B$ يعطى حلها:

- حالة السرعات الصغيرة: $n = 1$: حيث: v_L : السرعة الحدية.
 - حالة السرعات الكبيرة: $n = 2$ حلها غير مقرر. (خارج البرنامج)
 ب/ عبارة السرعة الحدية v_L :

من المعادلة التفاضلية وفي النظام الدائم يكون: $v = v_L$ و $\frac{dv}{dt} = 0$
 $0 + \frac{k}{m} v_L^n = \frac{g}{m} (m - \rho V)$ منه :
 $v_L^n = \frac{g}{K} (m - \rho V)$ إذن :

- حالة السرعات الصغيرة: $n = 1$:
 $v_L = \frac{g}{K} (m - \rho V)$
 - حالة السرعات الكبيرة: $n = 2$:

$$v_L = \sqrt{\frac{g}{K} (m - \rho V)}$$

ج/ عبارة التسارع الابتدائي a_0 :

- الطريقة 01: بيانيا ويمثل ميل المماس للبيان $v = f(t)$ عند المبدأ.

$$a_0 = \left(\frac{dv}{dt} \right)_{t=0} = \frac{v_L}{\tau}$$

- الطريقة 02: من المعادلة التفاضلية:

$$v = 0, t = 0$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{K}{m} 0 = \frac{g}{m} (m - \rho V) \Rightarrow \frac{dv}{dt} = \frac{g}{m} (m - \rho V)$$

$$a_0 = \frac{g}{m} (m - \rho V)$$

د/ استنتاج عبارة τ في حالة السرعات الصغيرة: لدينا

$$a_0 = \left(\frac{dv}{dt} \right)_{t=0} = \frac{v_L}{\tau} \Rightarrow \tau = \frac{v_L}{a_0} = \frac{\frac{g}{K} (m - \rho V)}{\frac{g}{m} (m - \rho V)} = \frac{m}{K} \Rightarrow \tau = \frac{m}{K}$$

هـ/ تحليل البعدي لـ K :

- في حالة السرعات الصغيرة: $f = Kv$

$$[K] = \frac{[F]}{[v]} = \frac{[m] \times \frac{[v]}{[T]}}{[v]} = \frac{[m]}{[T]}$$

إذن وحدة K هي: $Kg \cdot s^{-1}$

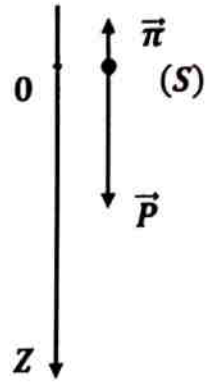
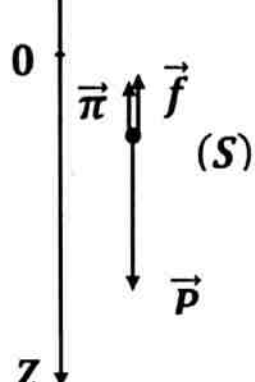
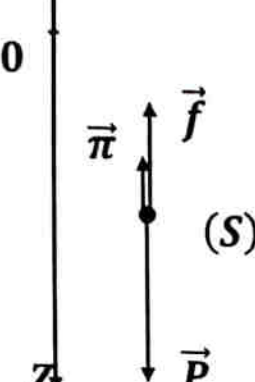
- في حالة السرعات الكبيرة: $f = Kv^2$

$$[K] = \frac{[F]}{[v^2]} = \frac{[F]}{[v] \cdot [v]} = \frac{[m] \times \frac{[v]}{[T]}}{[v] \times [v]} = \frac{[m]}{[v] \times [T]} = \frac{[m]}{\frac{[L]}{[T]} [T]} = \frac{[m]}{[L]}$$

إذن: وحدة K هي: $kg \cdot m^{-1}$

ملاحظة: يمكن تعميم هذه الدراسة لسقوط الأجسام في المائع (سائل أو غاز).

و/ تمثيل القوى في مختلف مراحل السقوط:

مراحل السقوط	لحظة الانطلاق	المرحلة الانتقالية	المرحلة النهائية (النظام الدائم)
تمثيل القوى في مراحل السقوط			
تطبيق قانون نيوتن الثاني	$P - \Pi = m \cdot a_0$	$P - \Pi - f = m \cdot a$	$P - \Pi - f = 0$ $P = f + \Pi$
طبيعة الحركة	بداية حركة مستقيمة متسارعة	حركة مستقيمة متسارعة	حركة مستقيمة منتظمة

ملاحظة:

في حالة دافعة أرخميدس مهملة يصبح:

- المعادلة التفاضلية: بتطبيق قانون نيوتن الثاني:

$$\vec{P} + \vec{f} = m \cdot \vec{a}$$

- بالإسقاط على (oZ):

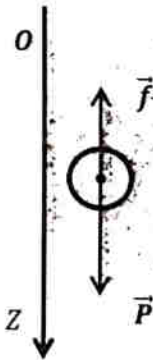
$$P - f = m \cdot a$$

$$mg - kv^n = m \cdot \frac{dv}{dt}$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m} v^n = g$$

$$v_L^n = \frac{mg}{k}$$

$$a_0 = g$$

- عبارة v_L :- عبارة a_0 :

ستيفن ويليام هوكينج



هو من أبرز علماء الفيزياء النظرية وعلم الكون على مستوى العالم، درس في جامعة أكسفورد ثم جامعة كامبريدج له أبحاث نظرية في علم الكون وأبحاث في العلاقة بين الثقوب السوداء والديناميكا الحرارية، كما له أبحاث ودراسات في التسلسل الزمني

إن العمل يعطيك معنى وهدف،
والحياة تصبح فارغة بدونها
ستيفن هوكينج

IV. السقوط الحر للأجسام الصلبة:

(1) تعريف: نقول عن جسم أنه في حالة سقوط حر إذا كان خاضعا لثقله فقط (إذا أهملت f و π أمام P أو كان في الفراغ)

(2) الدراسة التجريبية:

نترك جسما (S) يسقط من ارتفاع معين في أنبوب مفرغ من الهواء (أنبوب نيوتن)، ونسجل في كل لحظة قيمة سرعته فنحصل على البيان التالي:

(3) تحليل البيان:

المنحنى عبارة عن خط مستقيم يمر من المبدأ معادلته من الشكل:

$$v = at, \text{ ميل المنحنى } \alpha:$$

$$\alpha = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{9,8 - 0}{1 - 0} = 9,8 \text{ m/s}^2 = g$$

(4) دراسة النظرية:

/ طبيعة الحركة:

الجملة: جسم (S).

المرجع: سطح أرضي (Oz) الذي نعتبره عطاليا أثناء فترة الدراسة.

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{P} = m \cdot \vec{a}$$

$$m \cdot \vec{a} = m \cdot \vec{g} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g} = \text{cste}$$

بالإسقاط على (Oz): تسقط الأجسام بكيفية واحدة ويتسارع مستقل عن الكتلة قدره g ، إذن: الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام.
 ب/ المعادلة الزمنية للسرعة:

$$a = g \Rightarrow \frac{dv}{dt} = g$$

بالتكامل: $v = gt + c_1$ و من الشروط الابتدائية $c_1 = v_0$ إذن: $v = gt + v_0$
 ج/ المعادلة الزمنية للحركة:

$$\frac{dz}{dt} = gt + v_0 \xrightarrow{\text{بالتكامل}} z = \frac{1}{2} g \cdot t^2 + v_0 t + c_2$$

من الشروط الابتدائية: $c_2 = z_0$ إذن: $z = \frac{1}{2} g \cdot t^2 + v_0 t + z_0$

د/ محذوفية الزمن: من معادلة السرعة:

$$v = gt + v_0 \Rightarrow v^2 = g^2 t^2 + v_0^2 + 2gtv_0$$

$$v^2 - v_0^2 = 2g \left(\frac{1}{2} g t^2 + v_0 t \right)$$

$$v^2 - v_0^2 = 2g \cdot \Delta z$$

تطبيق 1: سقط جسم سقوطا حرا، قطع في الثانية الأخيرة من سقوطه $35m$. من أي ارتفاع سقط؟

تطبيق 2: ألقي حجر في بئر، فسمع صوت ارتطامه بالماء بعد 3 ثواني، ما هو عمق البئر إذا اعتبرنا السقوط حرا؟

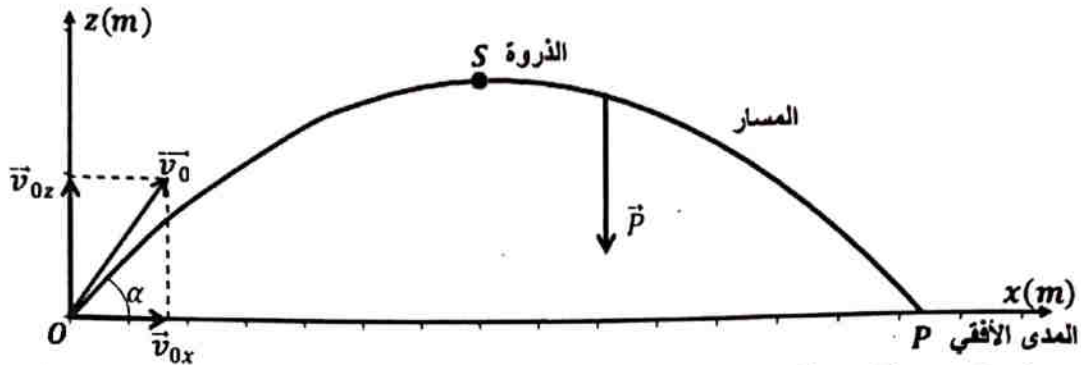
يعطى: سرعة الصوت في الهواء هي: $v = 340 \text{ m/s}$ ، الجاذبية الأرضية: $G = 10 \text{ m/s}^2$

تطبيق 3: سقط دب من قمة جبل، فقطع مسافة $4,915 m$ في الثانية الأولى من سقوطه، ما لون الدب؟

ملاحظة هامة: في حالة قذف الأجسام نحو الأعلى:

$$\begin{aligned} \vec{P} &= m \cdot \vec{a} \Rightarrow -m \cdot g = m \cdot a \Rightarrow a = -g \\ \frac{dv}{dt} &= -g \Rightarrow v = -g \cdot t + v_0 \\ \frac{dz}{dt} &= v \Rightarrow \left[z = -\frac{1}{2} g \cdot t^2 + v_0 \cdot t + z_0 \right] \end{aligned}$$

V. حركة القذائف:
(1) الدراسة التجريبية:



نقذف جسم صلب S بسرعة ابتدائية $\vec{v}_0$ تميل عن المستوي الأفقي بزاوية α ونسجل المواضع المتتالية لحركة هذا الجسم فنتحصل على البيان التالي:

- نسمي مجموعة المواضع المتتالية التي يخضع لها الجسم أثناء حركته بالمسار الذي يكون منحنيا.
- نسمي أقصى ارتفاع يصل إليه الجسم بالذروة.
- نسمي أبعد نقطة أفقية من نقطة القذف O بالمدى الأفقي.
- يتعلق ارتفاع الذروة بزاوية القذف والسرعة الابتدائية.
- يتعلق المدى بزاوية القذف والسرعة الابتدائية.

(2) الدراسة النظرية:

أ/ الجملة المدروسة: الجسم (S)

ب/ مرجع الدراسة: المرجع سطح أرضي المزود بالمعلم $(O, \vec{i}, \vec{k})$ الذي نعتبره عطاليا أثناء فترة الدراسة.

$$x_0 = 0, \quad y_0 = 0$$

ج/ الموضع الابتدائي:

$$v_{0x} = v_0 \cdot \cos \alpha, \quad v_{0z} = v_0 \cdot \sin \alpha$$

د/ السرعة الابتدائية:

ه/ القوى المؤثرة: نعتبر الجسم خاضعا لقوة ثقله فقط.

$$F_x = 0, \quad F_z = -P = -mg$$

و/ تطبيق قانون نيوتن الثاني:

$$\sum \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \begin{cases} 0 = m \cdot a_x \\ -m \cdot g = m \cdot a_z \end{cases}$$

ز/ تسارع الحركة:

$$\begin{cases} a_x = 0 \\ a_z = -g \end{cases}$$

ح/ طبيعة الحركة:

- على المحور (Ox): حركة مستقيمة منتظمة.

- على المحور (Oz): حركة مستقيمة متغيرة بانتظام.

ط/ المعادلة التفاضلية للسرعة:

$$\begin{cases} \frac{dv_x}{dt} = 0 \\ \frac{dv_z}{dt} = -g \end{cases}$$

ي/ المعادلة الزمنية للسرعة: بالتكامل:

$$\begin{cases} v_x = c_1 \\ v_z = -gt + c_2 \end{cases}$$

من الشروط الابتدائية:

$$\begin{cases} c_1 = v_{0x} = v_0 \cdot \cos \alpha \\ c_2 = v_{0z} = v_0 \cdot \sin \alpha \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_x = v_0 \cdot \cos \alpha \\ v_z = -gt + v_0 \cdot \sin \alpha \end{cases}$$

ل/ المعادلة الزمنية للحركة:

$$\begin{cases} v_x = \frac{dx}{dt} \\ v_z = \frac{dz}{dt} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{dx}{dt} = v_0 \cdot \cos \alpha \\ \frac{dz}{dt} = -gt + v_0 \cdot \sin \alpha \end{cases}$$

بالتكامل:

$$\begin{cases} x = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t + c_3 \\ z = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \cdot \sin \alpha \cdot t + c_4 \\ c_3 = x_0 = 0 \\ c_4 = z_0 = 0 \end{cases}$$

من الشروط الابتدائية:

$$\begin{cases} x = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t & \dots (1) \\ z = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \cdot \sin \alpha \cdot t & \dots (2) \end{cases} \quad \text{إذن:}$$

ل/ معادلة المسار:

نخرج t من (1) نجد: $t = \frac{x}{v_0 \cdot \cos \alpha}$ ونعوضه في (2) نجد:

$$z = -\frac{1}{2}g \left(\frac{x}{v_0 \cdot \cos \alpha} \right)^2 + v_0 \cdot \sin \alpha \cdot \frac{x}{v_0 \cdot \cos \alpha}$$

$$z = \frac{-g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + \tan(\alpha)x$$

معادلة المسار من الشكل: $Z = ax^2 + bx$ نوعه: جزء من قطع مكافئ.
 م/ إيجاد المدى x_p : المدى هو أقصى مسافة أفقية بالنسبة لنقطة القذف يصلها الجسم.
 نضع $z = 0$ في معادلة المسار فنجد:

$$0 = \frac{-g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + \tan(\alpha)x \Rightarrow \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} x \Rightarrow x_p = \frac{v_0^2 \cdot 2 \cos \alpha \sin \alpha}{g}$$

$$2 \cos \alpha \sin \alpha = \sin 2\alpha \quad \text{نعلم أن:}$$

$$x_p = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g} \quad \text{ومنه:}$$

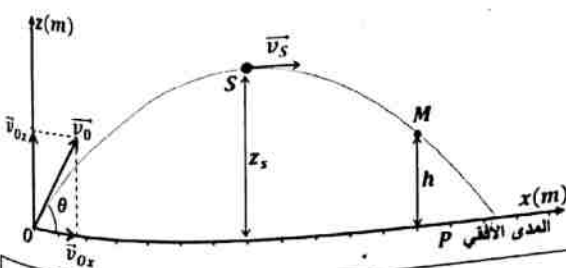
$$\sin 2\alpha = 1 \Rightarrow 2\alpha = 90^\circ \Rightarrow \alpha = 45^\circ$$

ن/ إيجاد ارتفاع الذروة Z_s : الذروة هي أعظم ارتفاع تصل إليه الجسم من نقطة القذف

ونجد قيمة ارتفاع الذروة Z_s بطريقتين:

- الطريقة 01: بتطبيق مبدأ إنحفاظ الطاقة.

الجملة: (قذيفة + أرض) معزولة طاقيًا.



عند الارتفاع الأعظمي S :

$$v_{sx} = v_0 \cdot \cos \alpha \quad \text{و} \quad v_{sz} = 0$$

$$v_s = v_{sx}$$

بتطبيق مبدأ إنحفاظ الطاقة: $E(0) = E(S)$ أي:

$$E_C(0) + E_{pp}(0) = E_C(S) + E_{pp}(S)$$

$$0 + \frac{1}{2} m \cdot v_0^2 = \frac{1}{2} m \cdot v_{sx}^2 + mgz_s \Rightarrow 0 + \frac{1}{2} m \cdot v_0^2 = \frac{1}{2} m \cdot v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha + mgz_s$$

ومنه قيمة الذروة هي:

$$z_s = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2g}$$

- الطريقة 02: عند أقصى ارتفاع: $v_z = 0$

$$0 = -gt + v_0 \cdot \sin \alpha \Rightarrow t = \frac{v_0 \cdot \sin \alpha}{g}$$

نعوض في معادلة الحركة (2) فنجد:

$$z = -\frac{1}{2} g \left(\frac{v_0 \cdot \sin \alpha}{g} \right)^2 + v_0 \cdot \sin \alpha \cdot \frac{v_0 \cdot \sin \alpha}{g}$$

بالتبسيط نجد:

$$z_s = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2g}$$

س/ إيجاد سرعة القذيفة في موضع M :

- عند لحظة t :

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_z^2} \Rightarrow v = \sqrt{(v_0 \cdot \cos \alpha)^2 + (-gt + v_0 \cdot \sin \alpha)^2}$$

- عند نقطة M تقع على ارتفاع h :

باستخدام معادلة إنحفاظ الطاقة للجملة (جسم + أرض):

$$E(0) = E(M) \Rightarrow 0 + \frac{1}{2} m \cdot v_0^2 = \frac{1}{2} m \cdot v_M^2 + mgh$$

$$v_M = \sqrt{v_0^2 - 2gh}$$

ع/ خصائص شعاع السرعة:

- المبدأ: النقطة المعتبرة.

- الحامل: مماسي للمسار.

- الاتجاه: اتجاه الحركة ويحدد بالزاوية β عن المستوي الأفقي $\vec{v}_x$

$$\tan \beta = \frac{v_z}{v_x}$$

- الشدة: $v = \sqrt{v_z^2 + v_x^2}$



محمد بن موسى الخوارزمي

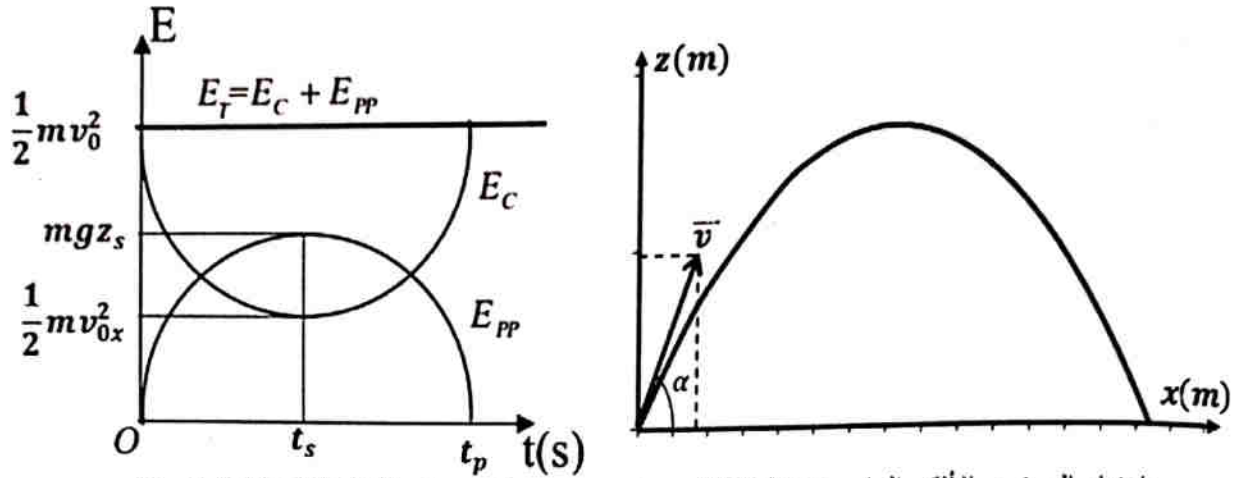
محمد بن موسى الخوارزمي هو عالم مسلم، اشتهر بمعرفته ودراسته العديد من أنواع العلوم، مثل: الفلك، والجبر، والرياضيات، والهندسة

نلخص الدراسة السابقة في الجدول التالي:

بالإسقاط على المحور Oz	بالإسقاط على المحور Ox	
$z_0 = 0$	$x_0 = 0$	الموضع الابتدائي
$v_{0z} = v_0 \cdot \sin \alpha$	$v_{0x} = v_0 \cdot \cos \alpha$	السرعة الابتدائية
$F_z = -P = -mg$	$F_x = 0$	القوة المطبقة
$F_z = m \cdot a_z$	$F_x = m \cdot a_x$	تطبيق قانون نيوتن الثاني
$-m \cdot g = m \cdot a_z$	$0 = m \cdot a_x$	عبرة التسارع
$a_z = -g$	$a_x = 0$	طبيعة الحركة
حركة مستقيمة متغيرة بانتظام	حركة مستقيمة منتظمة	
$\frac{dv_z}{dt} = -g$	$\frac{dv_x}{dt} = 0$	المعادلة التفاضلية للسرعة
بالتكامل $v_z = -gt + c_2$ من ش.إ. $v_z = -gt + v_0 \sin \alpha$	بالتكامل : $v_x = c_1$ من ش.إ. $v_x = v_0 \cdot \cos \alpha$	المعادلة الزمنية للسرعة
$\frac{dz}{dt} = -gt + v_0 \cdot \sin \alpha$ بالتكامل ومن ش.إ. : $z = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \cdot \sin \alpha t$	$\frac{dx}{dt} = v_0 \cdot \cos \alpha$ بالتكامل ومن ش.إ. : $x = v_0 \cdot \cos \alpha t$	المعادلة الزمنية للحركة
نستخرج t من x ونعوض في z فنجد بعد التبسيط:		معادلة المسار
$z = \frac{-g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + \tan(\alpha)x$		
نضع $z = 0$ في معادلة المسار فنجد بعد حل المعادلة والتبسيط:		إيجاد المدى
$x_p = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g}$		
عند أقصى ارتفاع: $v_z = 0 \Rightarrow -gt + v_0 \sin \alpha = 0 \Rightarrow t = \frac{v_0 \cdot \sin \alpha}{g}$ نعوض في المعادلة الزمنية للحركة $z(t)$ فنجد:		إيجاد الذروة
$Z_s = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2g}$		

ما هي الأرقام الموجبة الثلاثة التي تعطي نفس النتيجة عند ضربها و عند جمعها معا ؟

(3) الدراسة الطاقوية لحركة القذيفة:



باعتبار المستوي الأفقي المار من نقطة القذف مستوى مرجعي في حساب الطاقة الكامنة الثقالية E_{pp} :

الزمن t	لحظة الانطلاق $t = 0$	لحظة الوصول إلى الذروة t_s	لحظة الوصول إلى المدى P t_p
السرعة v	v_0	$v_{0x} = v_0 \cdot \cos \alpha$	v_p
الطاقة الحركية $E_c = \frac{1}{2} m v^2$	$E_c = \frac{1}{2} m v_0^2$	$E_c = \frac{1}{2} m v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha$	$E_c = \frac{1}{2} m v_0^2$
الارتفاع Z	0	z_s	0
الطاقة الكامنة الثقالية $E_{pp} = mgz$	0	mgz_s	0
الطاقة الكلية $E_t = E_c + E_{pp}$	$\frac{1}{2} m v_0^2$	$\frac{1}{2} m v_0^2$	$\frac{1}{2} m v_0^2$

بانع حليب لديه حاوية حليب تسع لـ 8 لترات ، و يملك أيضا حاويتين أخريين فارغتين

1- حاوية تسع لـ 5 لترات من الحليب .

2- و الأخرى تسع لـ 3 لترات .

بانع الحليب بحاجة إلى إيصال 4 لترات من الحليب إلى أحد الزبائن .

بانع الحليب ليس لديه حاويات احتياطية أخرى ، و لا يملك أي وسيلة أخرى لوضع

علامة على أي حاوية من الحاويات يحدد من خلالها عدد اللترات الموجودة في أي منها

هو لا يريد إهدار الحليب من خلال إعطاء الزبون الحليب بالزائد .

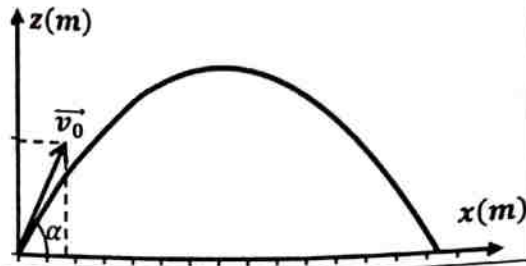
و أيضا هو لا يريد خسارة الزبون من خلال غشه و إعطائه الحليب بالناقص .

اللقز : كيف سيقس 4 لترات من الحليب ؟

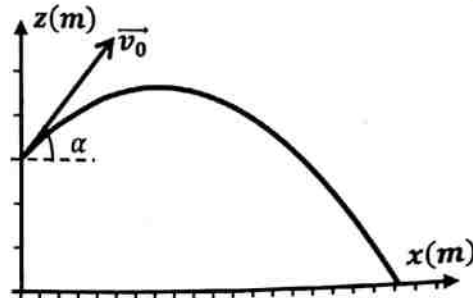
معادلة المسار

شكل القذيفة

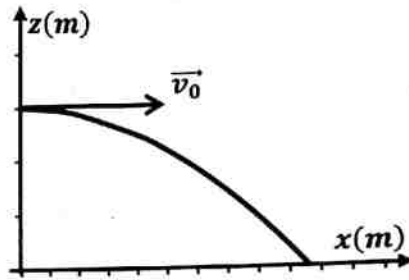
$$z = \frac{-g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + \tan(\alpha)x$$



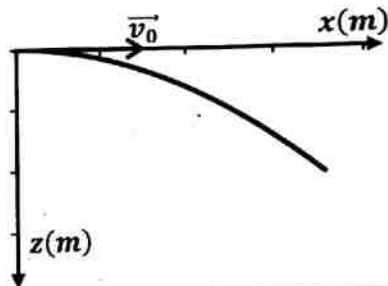
$$z = \frac{-g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + \tan(\alpha)x + z_0$$



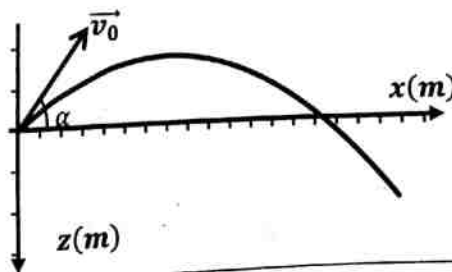
$$z = \frac{-g}{2v_0^2} x^2 + z_0$$



$$z = \frac{g}{2v_0^2} x^2$$



$$z = \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 - \tan(\alpha)x$$



VI. حركة الكواكب والأقمار الاصطناعية

(1) تعريف الحركة الدائرية المنتظمة:

هي حركة مسارها دائري وشعاع سرعتها ثابت في المقدار ($v = cste$) ومتغيرة في الجهة.

(2) عبارة التسارع في الحركة الدائرية المنتظمة:

نعلم أن $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ وبما أن $\vec{v}$ يغير من جهته فإنه ينتج لنا تسارع ناظمي له الخواص التالية:

- موجه دوما نحو المركز.

- شدته تعطى بالعلاقة:

$$a_N = \frac{v^2}{R}$$

(3) دور الحركة الدائرية المنتظمة:

هو المدة الزمنية اللازمة لإنجاز دورة كاملة حول مركز الدائرة يعطى بالعلاقة:

$$T = \frac{\text{المسافة}}{\text{السرعة}} = \frac{\text{محيط الدائرة}}{\text{السرعة}} = \frac{2\pi R}{v}$$

(4) السرعة الزاوية ω (خاص بالرياضي والتقتي رياضي):

هي الزاوية الممسوحة بالراديان خلال وحدة زمن تعطى بالعلاقة:

$$\omega = \frac{\text{الزاوية الممسوحة}}{\text{الزمن}} = \frac{\theta}{t} \quad (\text{Rad/s})$$

أ/ العلاقة بين السرعة الزاوية ω والدور T :

$$\omega = \frac{\theta}{t} = \frac{2\pi}{T}$$

ب/ العلاقة بين السرعة الزاوية ω والسرعة الخطية v :

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\frac{2\pi R}{v}} = \frac{v}{R}$$

(5) قانون الجذب العام لنيوتن:

ينص هذا القانون الذي أسسه العالم نيوتن سنة 1687 على التأثير التجاذبي المتبادل بين جسمين كتليتهما m_A و m_B ويفصل بين مركزيهما مسافة d كما يلي:

$$F_{A/B} = F_{B/A} = G \frac{m_A \cdot m_B}{d^2}$$

حيث: G : ثابت الجذب العام قيمته:

$$G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N.m}^2.\text{Kg}^{-2}$$

m_A و m_B : كتلة كل من الجسمين A و B بوحدة Kg

d : المسافة بين الجسمين A و B بوحدة m .

حالة خاصة: قوة جذب الأرض T لجسم S على سطحها:

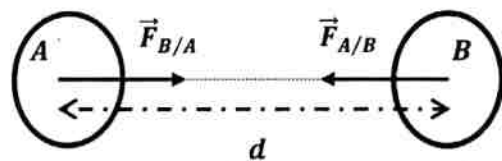
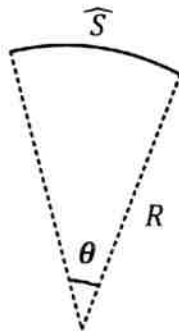
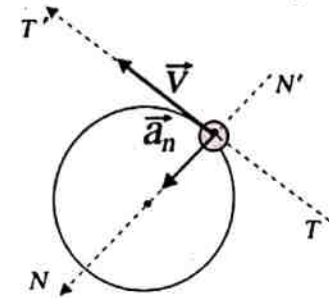
$$F_{T/S} = G \cdot \frac{M_T \cdot m_s}{R_T^2}$$

وتسمى حينئذ قوة ثقل الجسم ويرمز لها $\vec{P}$.

$$P = F_{T/S}$$

$$m_s \cdot g_0 = G \cdot \frac{M_T \cdot m_s}{R_T^2} \Rightarrow g_0 = G \cdot \frac{M_T}{R_T^2}$$

حيث: g_0 هي الجاذبية الأرضية على سطح الأرض.



(6) قوانين كبلر: استغل الفلكي الألماني جوهانس كبلر نتائج القياسات التي توصل إليها أستاذه تيكو براهي من أجل صياغة نصوص القوانين الثلاثة التي تصف حركة الكواكب حول الشمس في المرجع الهيليومركزي.

أ/ القانون الأول: (قانون المدارات).

جميع الكواكب تدور في مدارات إهليجية يشغل مركز الشمس

أحد محرقه، حيث: F و F' محرقا الإهليج.

قانون الإهليج: $r_1 + r_2 = 2a$

a هو نصف القطر الكبير للإهليج.

b هو نصف القطر الصغير للإهليج.

ب/ القانون الثاني: (قانون المساحات)

المستقيم الرابط بين مركز الكوكب ومركز الشمس يمسح

مساحات متساوية خلال مدات زمنية متساوية.

$$\Delta t_1 = \Delta t_2 \Leftrightarrow s_1 = s_2$$

ج/ القانون الثالث: (قانون الأوتار)

إن مربع الدور على مكعب البعد المتوسط للكوكب حول الشمس يساوي عدد ثابت K

$$\frac{T^2}{a^3} = K$$

$$(K \approx 3 \times 10^{-19} \text{ s}^2/\text{m}^3)$$

ملاحظة هامة: إذا اعتبرنا أن مدارات الكواكب دائرية وسرعتها ثابتة يصبح

قانون كبلر الثالث يكتب بالشكل التالي:

$$\frac{T^2}{R^3} = K$$

(7) الدراسة النظرية لحركة كوكب P حول الشمس S :

لتسهيل الدراسة نعتبر أن حركة الكواكب حول الشمس حركة دائرية منتظمة.

أ/ الجملة: كوكب P

ب/ المرجع: الهيليومركزي وينسب إلى مركز الشمس، ويرفق بمعلم مبداء

مركز الشمسي ومحاوره موجهة نحو ثلاثة نجوم نعتبرها ثابتة.

ج/ الفرضية المتعلقة بالمرجع: نعتبره عطاليا أثناء فترة الدراسة.

د/ القوى المطبقة على الكوكب:

$$\vec{F}_{S/P} = G \frac{m_p \cdot M_s}{r^2} \vec{u} \quad \text{عبارتها الشعاعية :}$$

$$F_{S/P} = G \frac{m_p \cdot M_s}{r^2} \quad \text{طويلتها :}$$

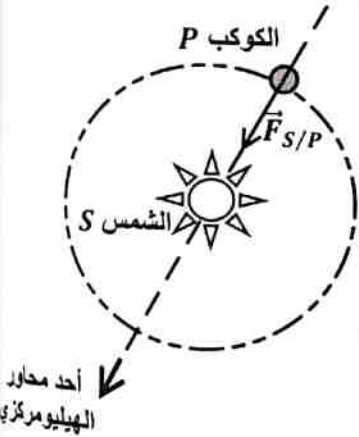
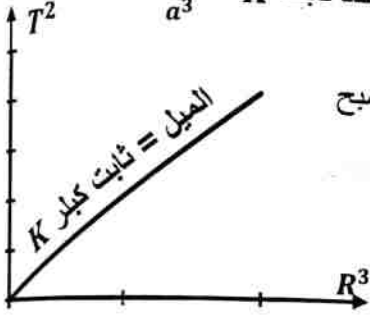
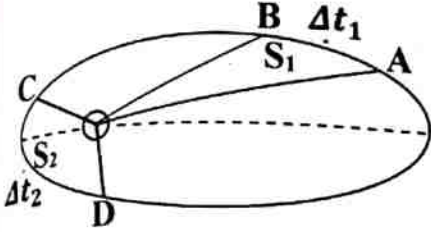
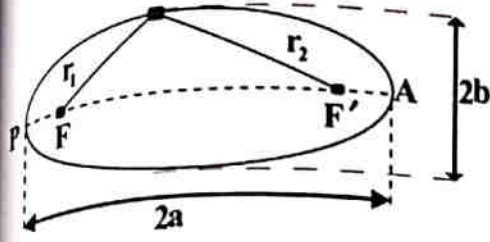
ه/ تسارع الكوكب حول الشمس :

بتطبيق قانون نيوتن الثاني على الكوكب:

$$\Sigma \vec{F} = m_p \cdot \vec{a} \quad \Rightarrow \quad \vec{F}_{S/P} = m_p \cdot \vec{a}$$

بالإسقاط على أحد محاور الهيليومركزي: $+F_{S/P} = m_p \cdot a$

$$G \frac{m_p \cdot M_s}{r^2} = m_p \cdot a \quad \Rightarrow \quad a = \frac{G \cdot M_s}{r^2}$$



أحد محاور
الهيليومركزي

و/ السرعة المدارية للكوكب حول الشمس: نعلم أن في الحركة الدائرية المنتظمة $a = \frac{v^2}{r}$ نعوض في العبارة السابقة:

$$\frac{v^2}{r} = \frac{G \cdot M_s}{r^2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{G \cdot M_s}{r}}$$

ز/ دور الكوكب حول الشمس: نعلم أن في الحركة الدائرية المنتظمة $T = \frac{2\pi r}{v}$

$$T = \frac{2\pi r}{\sqrt{\frac{G \cdot M_s}{r}}} = 2\pi r \times \sqrt{\frac{r}{G \cdot M_s}} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{G \cdot M_s}}$$

ح/ استنتاج قانون كبلر الثالث: بتربيع عبارة الدور نجد: $T^2 = 4\pi^2 \frac{r^3}{G \cdot M_s}$

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot M_s} = K$$

ملاحظة: K يتعلق بكتلة الشمس، ولا يتعلق بكتلة الكوكب.



(8) دراسة حركة قمر اصطناعي S حول الأرض T :

لتسهيل الدراسة نعتبر أن حركة القمر الاصطناعي حول الأرض حركة دائرية منتظمة.

أ/ الجملة: القمر الاصطناعي S

ب/ المرجع: الجيومركزي ينسب إلى مركز الأرض، ويرفق بمعلم مبداء:

مركز الأرض ومحاوره موجهة نحو ثلاثة نجوم نعتبرها ثابتة.

ج/ الفرضية المتعلقة بالمرجع: نعتبره عطاليا أثناء فترة الدراسة.

د/ القوى المطبقة على القمر الاصطناعي:

$$\vec{F}_{T/S} = G \frac{m_s \cdot M_T}{(R_T + h)^2} \vec{u} \quad \text{عبارتها الشعاعية:}$$

$$F_{T/S} = G \frac{m_s \cdot M_T}{(R_T + h)^2} \quad \text{طويلتها:}$$

ه/ تسارع القمر الاصطناعي حول الأرض:

بتطبيق قانون نيوتن الثاني على القمر الاصطناعي:

$$\Sigma \vec{F} = m_s \cdot \vec{a}$$

$$\vec{F}_{T/S} = m_s \cdot \vec{a}$$

$$+ F_{T/S} = m_s \cdot a$$

بالإسقاط على أحد محاور الجيومركزي:

$$G \frac{m_s \cdot M_T}{(R_T + h)^2} = m_s \cdot a \Rightarrow a = \frac{G \cdot M_T}{(R_T + h)^2}$$

ملاحظة هامة: المعنى الفيزيائي للتسارع a هو الجاذبية الأرضية على ارتفاع h من سطح الأرض.

$$a = g_h = \frac{G \cdot M_T}{(R_T + h)^2}$$

$$g_0 \cdot R_T^2 = G \cdot M_T \quad \text{إذن} \quad g_0 = \frac{G \cdot M_T}{R_T^2} \quad \text{عند سطح الأرض } (h = 0) \text{ تصبح}$$

$$g_h = \frac{g_0 \cdot R_T^2}{(R_T + h)^2} \quad \text{ومنه:}$$

و/ السرعة المدارية للقمر الاصطناعي حول الأرض: نعلم أن في الحركة الدائرية المنتظمة $a = \frac{v^2}{(R_T + h)}$

نعوض في العبارة السابقة:

$$\frac{v^2}{(R_T + h)} = \frac{G \cdot M_T}{(R_T + h)^2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{(R_T + h)}}$$

ز/ دور القمر الاصطناعي حول الأرض: نعلم أن في الحركة الدائرية المنتظمة $T = \frac{2\pi(R_T + h)}{v}$

$$T = \frac{2\pi(R_T + h)}{\sqrt{\frac{G \cdot M_T}{(R_T + h)}}} = 2\pi(R_T + h) \times \sqrt{\frac{(R_T + h)}{G \cdot M_T}}$$

$$\Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{(R_T + h)^3}{G \cdot M_T}}$$

ح/ استنتاج قانون كبلر الثالث للقمر الاصطناعي: بتربيع عبارة الدور نجد: $T^2 = 4\pi^2 \frac{(R_T + h)^3}{G \cdot M_T}$

$$\frac{T^2}{(R_T + h)^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot M_T} = K \simeq 10^{-13} \text{ s}^2/\text{m}^3$$

ملاحظة: K يتعلق بكتلة الأرض، ولا يتعلق بكتلة القمر الاصطناعي.

(9) القمر الاصطناعي الجيومستقر:

أ/ تعريفه: هو قمر يبقى ثابت فوق نفس النقطة من سطح الأرض

ب/ شروطه:

- دوره يساوي دور الأرض حول نفسها $T \simeq 24 \text{ H}$

- يدور جهة دوران الأرض.

- يدور على مستوى خط الاستواء

ج/ ارتفاع القمر الجيومستقر:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{(R_T + h)^3}{G \cdot M_T}} \quad \text{لدينا:}$$

$$T^2 = 4\pi^2 \frac{(R_T + h)^3}{G \cdot M_T} \quad \text{بالتربيع:}$$

$$(R_T + h)^3 = \frac{T^2 \cdot G \cdot M_T}{4\pi^2} \Rightarrow (R_T + h) = \sqrt[3]{\frac{T^2 \cdot G \cdot M_T}{4\pi^2}}$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{T^2 \cdot G \cdot M_T}{4\pi^2}} - R_T$$

ملاحظة:

$$h = 36 \times 10^6 \text{ m} \quad \text{ارتفاع القمر الجيومستقر ثابت ويساوي}$$

VII. الحركات على المستوى:

(1) الحركة على مستوي أفقي:

أ/ الجملة: الجسم (S).

ب/ المرجع: السطحي الأرضي المزود بمعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ الذي نعتبره عطاليا أثناء فترة الدراسة

ج/ إيجاد تسارع الجسم a وطبيعة الحركة:
نطبق قانون نيوتن الثاني: $\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}$

$$\vec{F} + \vec{f} + \vec{P} + \vec{R} = m \cdot \vec{a}$$

بالإسقاط على ox :

$$+F - f = m \cdot a_x$$

$$\Rightarrow a_x = \frac{F - f}{m} \Rightarrow a = cste$$

إذن الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام.

د/ معادلة الزمنية للسرعة: بالتكامل ومن الشروط الابتدائية نجد:

$$v = at + v_0$$

ه/ معادلة الزمنية للحركة: بالتكامل ومن الشروط الابتدائية نجد:

$$x = \frac{1}{2} a \cdot t^2 + v_0 t + x_0$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0)$$

و/ محذوفية الزمن: مما سبق نجد:

ز/ إيجاد فعل المستوي (R): لا توجد حركة على OY
بالإسقاط على OY نجد:

$$+R - P = 0 \Rightarrow R = P \Rightarrow R = m \cdot g$$

(2) حركة على مستوى مائل:

أ/ الجملة: الجسم (S).

ب/ المرجع: السطحي الأرضي $(O, \vec{i}, \vec{j})$ الذي نعتبره عطاليا أثناء فترة الدراسة.

ج/ إيجاد التسارع وطبيعة الحركة:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجسم لدينا:

$$\Sigma \vec{F}_{ex} = m \cdot \vec{a}$$

$$\vec{F} + \vec{f} + \vec{R} + \vec{P} = m \cdot \vec{a}$$

بالإسقاط على OX لدينا:

$$F + P \sin \alpha - f = m \cdot a$$

$$a = \frac{F + P \cdot \sin \alpha - f}{m} = cste$$

إذن الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام.

د/ معادلة الزمنية للسرعة: بالتكامل ومن الشروط الابتدائية نجد:

$$v = a \cdot t + v_0$$

ه/ معادلة الزمنية للحركة: بالتكامل ومن الشروط الابتدائية نجد:

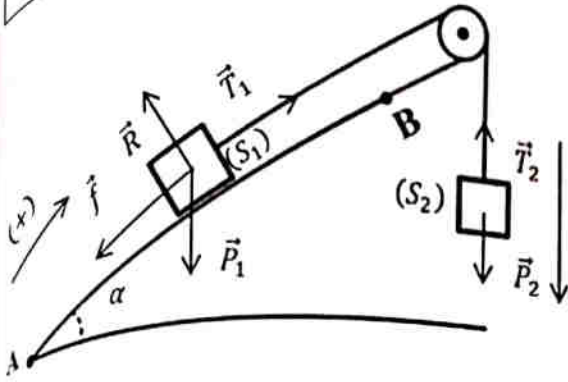
$$x = \frac{1}{2} a \cdot t^2 + v_0 \cdot t + x_0$$

و/ محذوفية الزمن: مما كان سابقا نجد:

$$v_x^2 - v_0^2 = 2a_x(x - x_0)$$

هل تعلم ؟

أول من وضع علم التفاضل و التكامل نيوتن

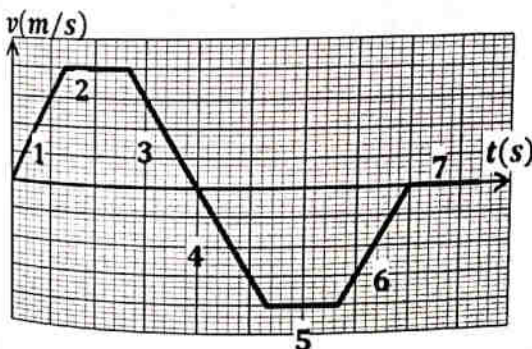


(3) حركة جسمين متصلين:
ندرس حركة جسمين متصلين بخيط مهمل الكتلة و عديم الإمتطاط (وبالتالي الجسمين لهما نفس السرعة ونفس التسارع) يمر على محز بكرة مهمل الكتلة (وبالتالي التوترات بين طرفيها متساوي)
لتسهيل الدراسة ندرس حركة كل جسم ثم نجمع النتائج.
لمعرفة جهة الحركة نقارن بين $P_1 \cdot \sin \alpha$ و P_2 .
أ/ الجملة: الجسم (S_1) .
ب/ المرجع: سطح أرضي الذي نعتبره غاليليا.
ج/ إيجاد تسارع الجملة:

الجسم (S_2)	الجسم (S_1)	الجملة
سطح أرضي الذي نعتبره غاليليا	سطح أرضي الذي نعتبره غاليليا	المرجع
$\Sigma \vec{F} = m_2 \cdot \vec{a}$	$\Sigma \vec{F} = m_1 \cdot \vec{a}$	تطبيق قانون نيوتن الثاني
$\vec{T}_2 + \vec{P}_2 = m_2 \cdot \vec{a}$	$\vec{R} + \vec{T}_1 + \vec{P}_1 + \vec{f} = m_1 \cdot \vec{a}$	بالإسقاط على محور الحركة
$-T_2 + P_2 = m_2 \cdot a$	$0 + T_1 - P_1 \cdot \sin \alpha - f = m_1 \cdot a$	تسارع الجملة
بالجمع نجد:		
$T_2 - P_1 \cdot \sin \alpha - f - T_2 + P_2 = m_1 a + m_2 a$		
$-m_1 \cdot g \cdot \sin \alpha - f + m_2 \cdot g = (m_1 + m_2) a$		
$a = \frac{-m_1 \cdot g \cdot \sin \alpha - f + m_2 \cdot g}{(m_1 + m_2)} = cste$		
حركة مستقيمة متغيرة بانتظام		طبيعة الحركة
بالتكامل ومن الشروط الابتدائية نجد:		المعادلة الزمنية للسرعة
$v = a \cdot t + v_0$		
بالتكامل ومن الشروط الابتدائية نجد:		المعادلة الزمنية للحركة
$x = \frac{1}{2} a \cdot t^2 + v_0 \cdot t + x_0$		
مما كان سابقا نجد:		محنوفية الزمن
$v_x^2 - v_0^2 = 2a_x(x - x_0)$		

ملاحظة حول طبيعة الحركة:

طبيعة الحركة	$v \times a$	a	v	الحالة
متسارعة	+	+	+	1
منتظمة جهة المحور	0	0	+	2
متباطئة	-	-	+	3
متسارعة	+	-	-	4
منتظمة عكس جهة المحور	0	0	-	5
متباطئة	-	+	-	6
سكون	0	0	0	7



VIII. حدود ميكانيك نيوتن:

يؤدي تطبيق قوانين نيوتن إلى نتائج خاطئة عندما تقارب سرعة الجسيمات سرعة الضوء، ويرجع ذلك إلى أن ميكانيك نيوتن يعتمد في مبادئه على أن كتلة الأجسام ثابتة لا تتعلق بالسرعة مما أدى إلى ظهور ميكانيك جديد يسمى ميكانيك الكم الذي يعتمد في مبادئه على أن كتلة الأجسام تتعلق بالسرعة أي ليست ثابتة. ومن الأمثلة على محدودية ميكانيك نيوتن ما يلي:

(1) حركة كوكب عطارد:

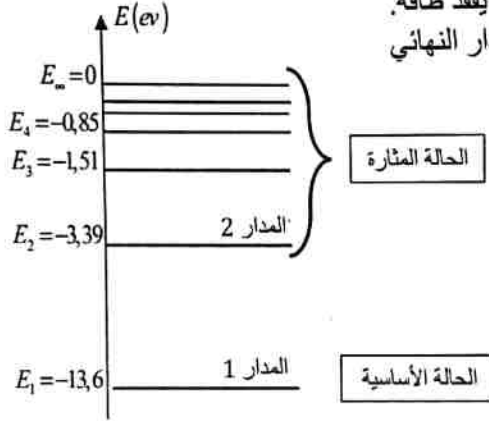
وجد تجريبيًا أن كوكب عطارد لا يتبع المسار الإهليلجي تمامًا كما يحدده قانون نيوتن، حيث أن له حركة تموجية على مدار إهليلجي، ويرجع السبب إلى سرعته الكبيرة.

(2) طيف الإصدار والامتصاص للذرات:

تدور الإلكترونات حول النواة في مدارات محددة (مكممة)، أي لها أنصاف أقطار مكممة وطاقة مكممة وهذا ما لا يمكن تفسيره وفقًا لقوانين نيوتن.

مثلاً: طيف ذرة الهيدروجين:

- طاقة المدار n في ذرة الهيدروجين هي: $E_n = -\frac{13,6}{n^2} (ev)$
- عندما ينتقل إلكترون من مدار أدنى إلى مدار أعلى فإنه يمتص طاقة.
- عندما ينتقل إلكترون من مدار أعلى إلى مدار أدنى فإنه يفقد طاقة.
- الطاقة الممتصة أو المفقودة تساوي الفرق بين طاقة المدار النهائي والابتدائي



مستويات الطاقة لذرة الهيدروجين

$$\Delta E = E_f - E_i$$

- كل شعاع كهرومغناطيسي يتكون من مجموعة من الفوتونات.
- طاقة الفوتون الممتص أو الصادر من انتقال الإلكترون في المدارات هي:

$$\Delta E = E_f - E_i = h\nu$$

حيث:

$$h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{sec} \text{ ثابت بلانك}$$

$$\nu \text{ تواتر الإشعاع الممتص وحدته الهرتز Hz}$$

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{c}{\lambda}$$

T دور الإشعاع الممتص.

$$c = 3 \times 10^8 \text{ m/s} \text{ سرعة الضوء}$$

$$\lambda \text{ طول موجة الإشعاع الممتص وحدته المتر m.}$$

هل تعلم؟

أول من ولد الموجات الكهرومغناطيسية هو هنريك رودولف هرتز الألماني (1857 - 1894 م)

تطبيق 1:

يتمص إلكترون في ذرة الهيدروجين طاقة من فوتون فينتقل من المدار الأول إلى المدار الخامس.

- 1- احسب الطاقة الممتصة بوحدة (ev) ثم بوحدة الجول (J).
- 2- احسب تواتر الإشعاع الممتص ν .
- 3- أوجد طول موجة الإشعاع الممتص.

تطبيق 2:

شعاع ضوئي تواتره $\nu = 4,8 \times 10^{14} \text{ Hz}$ امتصه إلكترون يقع في المدار الثاني لذرة الهيدروجين أوجد رقم المدار النهائي الذي ينتقل إليه.

التمرين 01:

لدراسة حركة سقوط جسم صلب (S) كتلته m شاقوليا في الهواء، استعملت كاميرا رقمية (webcam)، عولج شريط الفيديو ببرمجة خاصة في جهاز الإعلام الآلي فتحصلنا على النتائج التالية:

$t(ms)$	0	100	200	300	400	500	600	700	800	900
$v(m.s^{-1})$	0	0,60	0,90	1,02	1,08	1,10	1,12	1,13	1,14	1,14

1/ أ/ ارسم المنحنى البياني الممثل لتغيرات السرعة بدلالة الزمن: $v = f(t)$.
السلم: $1cm \rightarrow 0.1s$ ، $1cm \rightarrow 0.20 m.s^{-1}$

ب/ عين قيمة السرعة الحدية v_{lim} .
ج/ ما هي الخصائص المميزة للجسم الصلب (S) للحصول على حركة مستقيمة شاقولية انسحابية في نظامين انتقالي و دائم؟

د/ احسب تسارع حركة (S) في اللحظة $t = 0$.
2/ تعطى المعادلة التفاضلية لحركة (S) بالعلاقة: $\frac{dv}{dt} + Av = C(1 - \frac{pv}{m})$ حيث ρ الكثلة الحجمية للهواء، V حجم (S).
أ/ مثل القوى الخارجية المطبقة على مركز عطالة (S).
ب/ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، أوجد المعادلة التفاضلية لحركة مركز عطالة (S) بدلالة السرعة v وذلك في حالة السرعات الصغيرة. و بين أن: $A = \frac{k}{m}$ و $C = g$ حيث: k ثابت يتعلق بقوى الاحتكاك.

ج/ استنتج قيمة دافعة أرخميدس Π وقيمة الثابت k .

$$m = 19g$$

$$g = 9.8 N.Kg^{-1}$$

تعطى :

تصحيح التمرين 01:

1/ أ/ رسم المنحنى البياني الممثل لتغيرات السرعة V بدلالة الزمن: $v = f(t)$

ب/ تعيين قيمة السرعة الحدية v_{lim} :

$$v_{lim} = 1,14 m/s$$

ج/ للحصول على حركة مستقيمة شاقولية انسحابية في نظامين انتقالي و دائم يجب أن يكون الجسم متجانس ومنتظم الشكل وانسيابي.

د/ حساب تسارع حركة (S) في اللحظة $t = 0$:

a_0 هو ميل مماس المنحنى

$$t = 0 \text{ عند } v = f(t)$$

$$a_0 = \left(\frac{dv}{dt} \right)_{t=0} = \frac{V_l - 0}{t - 0} = \frac{1,14}{0,16} = 7,12 m/s^2$$

2/ أ/ تمثيل القوى المطبقة على مركز عطالة (S):

ب/ إيجاد المعادلة التفاضلية لحركة مركز عطالة (S):

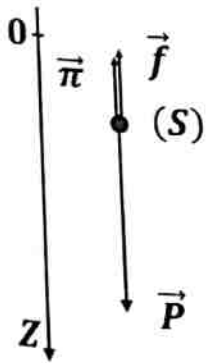
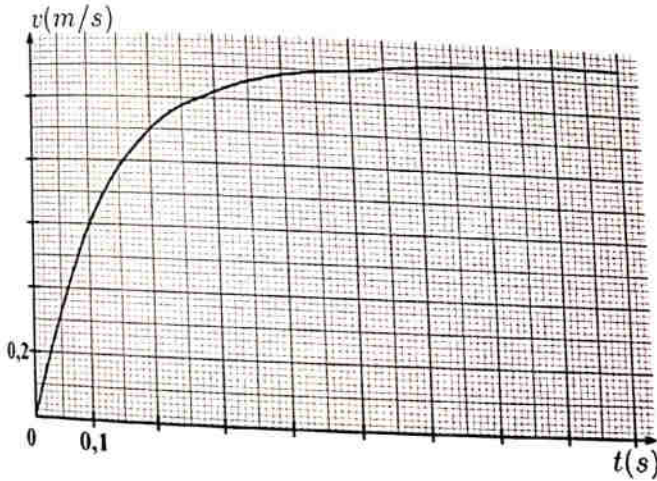
الجملة: جسم (S).

المرجع: سطح أرضي.

نعتبره غاليليا خلال فترة الدراسة

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن: $\Sigma \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a}$

$$\vec{P} + \vec{f} + \vec{\Pi} = m \cdot \vec{a}$$



بالإسقاط على Oz: $p - f - \Pi = m \cdot a$

$$m \cdot g - K \cdot v - \rho \cdot v \cdot g = m \cdot \frac{dv}{dt}$$

$$\frac{dv}{dt} = g - \frac{k}{m}v - \frac{\rho \cdot V \cdot g}{m} \Rightarrow \frac{dv}{dt} + \frac{k}{m}v = g - \frac{\rho \cdot v \cdot g}{m}$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m}v = g \left(1 - \frac{\rho \cdot v}{m}\right)$$

بالمطابقة مع: $\frac{dv}{dt} + Av = C \left(1 - \frac{\rho \cdot v}{m}\right)$ نجد: $c = g$ و $A = \frac{k}{m}$ ج/ إيجاد قيمة Π :

لما $t = 0$ و $v = 0$ و $f = 0$

$$P - \Pi = m \cdot a_0 ; \quad \Pi = P - m \cdot a_0$$

$$\Pi = m \cdot g - m \cdot a_0 = m(g - a_0) = 19 \times 10^{-3} \times (9,8 - 7,12) = 0,05 \text{ N}$$

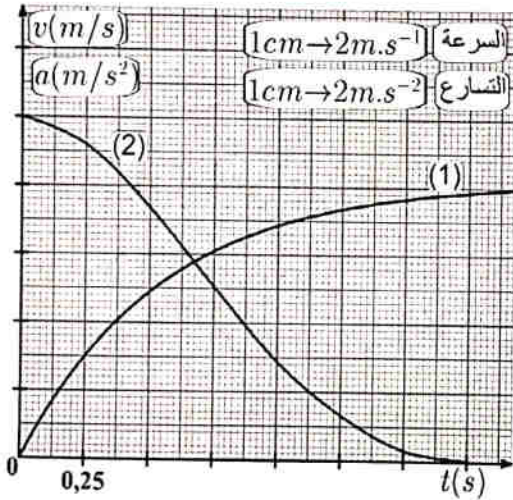
إيجاد قيمة k : في النظام الدائم $v = v_l = cte$ ومنه: $a = 0$

$$P - \Pi - f = 0 \Rightarrow p - \Pi = k \cdot V_L$$

$$K = \frac{m \cdot g - \Pi}{V_L} = \frac{19 \times 10^{-3} \times 9,8 - 0,05}{1,14} = 0,11 \text{ Kg/s}$$

التمرين 2:

اقترح الأستاذ على تلامذته دراسة سقوط كرية فولاذية شاقوليا في الهواء دون سرعة ابتدائية $v_0 = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ونمذجة السقوط بطريقة رقمية.



المعطيات:	كتلة الكرية: $m = 3g$
حجم الكرة: $V = \frac{4}{3}\pi r^3$	نصف قطرها $r = 1.5cm$
قوة الاحتكاك $f = kv^2$	$g = 9.8m \cdot s^{-2}$
الكتلة الحجمية للهواء $\rho_{air} = 1.3 \text{ Kg} \cdot m^{-3}$	

المطلوب:

(1) مثل القوى الخارجية المؤثرة في مركز عطالة الكرية خلال مراحل السقوط.

(2) باختيار مرجع دراسة مناسب نعتبره غاليليا، وبتطبيق

القانون الثاني لنيوتن على مركز عطالة الكرية.

اكتب المعادلة التفاضلية للسرعة.

(3) سمحت كاميرا رقمية بمتابعة حركة الكرية و عولج شريط الصور الملتقطة ببرمجية مكنتنا من الحصول على

البيانات $a = h(t)$ و $v = f(t)$ (الشكل 4-)

أ/ أي المنحنيين يمثل تطور التسارع $a(t)$ بدلالة الزمن؟ علّل.

ب/ حدّد بيانيا السرعة الحدية v_l

ج/ بين أن: $v_l = \sqrt{\frac{g}{k}(m - \rho_{air} V)}$ ، ثم احسب قيمة معامل الاحتكاك k .

هل تعلم ؟

أول قنبلة ذرية ألقيت على هيروشيما
باليابان في 6 أغسطس 1945 م

تصحيح التمرين 02:

1) تمثيل القوى الخارجية التي تخضع لها الكرة خلال مراحل السقوط:

المرحلة النهائية (النظام الدائم)	المرحلة الانتقالية	لحظة الانطلاق
حركة مستقيمة منتظمة تطبيق القانون الأول لنيوتن: $P - \Pi - f = 0$ $P = f + \Pi$	حركة مستقيمة متسارعة تطبيق القانون الثاني لنيوتن: $P - \Pi - f = m \cdot a$ $P > f + \Pi$	تطبيق القانون الثاني لنيوتن: $P - \Pi = m \cdot a_0$

2) كتابة المعادلة التفاضلية للسرعة:

الجملة: جسم (S).
المرجع: سطحي أرضي (OZ) الذي نعتبره غاليليا.
تطبيق القانون الثاني لنيوتن:

$$\sum \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{f} + \vec{\Pi} = m \cdot \vec{a}$$

بالإسقاط على (Oz):

$$P - f - \Pi = m \cdot a$$

$$m \cdot g - kv^2 - \rho \cdot V \cdot g = m \cdot \frac{dv}{dt} \Rightarrow g(m - \rho \cdot V) = m \cdot \frac{dv}{dt} + k \cdot v^2$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m} v^2 = \frac{g}{m} (m - \rho \cdot V)$$

(3) / من الشروط الابتدائية: لما $t = 0$, $v = 0$ $\Leftarrow$ البيان (1) وهو بيان $v(t)$.في النظام الدائم: $\begin{cases} v = v_L = cte \\ a = \frac{dv}{dt} = 0 \end{cases}$ وهو ما يوافق البيان (2) الذي يمثل منحنى $a = h(t)$ التبرير: لأن التسارع يتناقص تدريجيا بغير انتظام بزيادة قوة الاحتكاك حتى ينعدم لتبلغ الجملة النظام الدائم وتصبح الحركة مستقيمة منتظمة ($a = 0$).ب/ السرعة الحدية حسب المنحنى (1) هي: $v_L = 4 \times 2 = 8 \text{ m/s}$

$$v_L = \sqrt{\frac{g}{k} (m - \rho_{air} \cdot V)}$$

في النظام الدائم $v = v_{lim}$ و $\frac{dv}{dt} = 0$ نعوض في المعادلة التفاضلية:

$$0 + \frac{k}{m} v_L^2 = \frac{g}{m} (m - \rho_{air} \cdot V) \Rightarrow v_L = \sqrt{\frac{g}{k} (m - \rho_{air} \cdot V)}$$

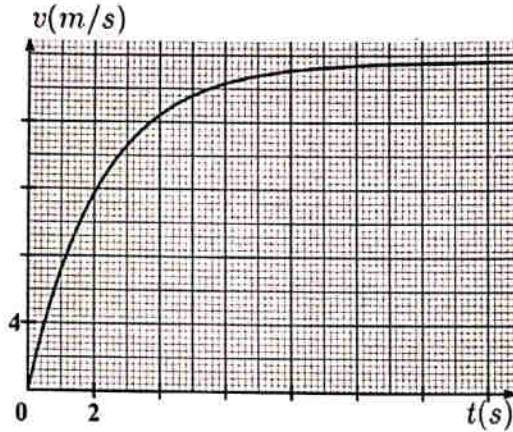
حساب قيمة المعامل K :

$$K = \frac{g}{v_L^2} (m - \rho_{air} \cdot V) = \frac{9,8}{8^2} \left(3 \times 10^{-3} - (1,3 \times \frac{4}{3} \pi r^3) \right)$$

$$K = 0,153 \left(3 \times 10^{-3} - 1,3 \times \frac{4}{3} \times \pi (1,5 \times 10^{-2})^3 \right) = 4,5 \times 10^{-4} \text{ kg/m}$$

التمرين 03:

ندرس في مرجع سطحي أرضي نعتبره غاليليا حركة سقوط كرية في الهواء (الشكل) يمثل تطور سرعة مركز عطالة الكرية v بدلالة الزمن t .



(1) من البيان:

أ/ حدد المجال الزمني لنظامي الحركة.

ب/ عيّن قيمة السرعة الحدية v_L .

ج/ احسب a_0 تسارع مركز عطالة الكرية في اللحظة $t = 0$. ماذا تستنتج؟

د/ ماهي قيمة التسارع لحظة وصول الكرية إلى سطح الأرض؟

هـ/ كم تكون قيمة الطاقة الحركية للكرية في اللحظة $t = 3s$ ؟

(2) مثل كيفيا مخطط السرعة $v(t)$ لحركة السقوط

الشاقولي لمركز عطالة في الفراغ.

تعطى: $g = 9,80 \text{ m.s}^{-2}$ كتلة الكرية: $m = 30g$

تصحيح التمرين 03:

(1) أ/ المجال الزمني للحركة:

النظام الانتقالي: $0 \leq t \leq 11 \text{ s}$.

النظام الدائم: $t \geq 11 \text{ s}$.

ب/ تعيين قيمة السرعة الحدية v_L : $v_L = 4,9 \times 4 = 19,6 \text{ m/s}$

ج/ حساب a_0 :

$$a_0 = \left(\frac{dv}{dt} \right)_{t=0} = \left(\text{ميل المماس} \right)_{t=0} = \frac{v_L}{\tau} = \frac{19,6}{2,2} = 8,9 \text{ m/s}^2$$

نستنتج أن دافعة أرخميدس غير مهمة لأن $a_0 \neq g$

د/ قيمة التسارع لحظة وصول الكرة إلى الأرض:

$$a_f = \frac{dv_f}{dt} = \frac{dv_L}{dt} = 0$$

لأن: $v_L = cte$.

هـ/ حساب قيمة الطاقة عند $t = 3s$:

من البيان عند $t = 3s$: $v = 14,4 \text{ m/s}$

$$v = 3,6 \text{ div} = 3,6 \times 4 = 14,4 \text{ m/s}$$

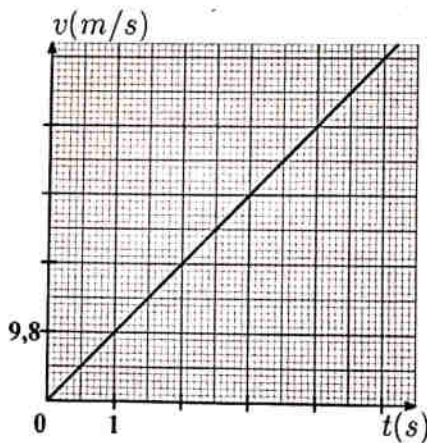
$$\text{ولدينا: } E_C = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

$$E_C = \frac{1}{2} (30 \times 10^{-3}) \times 14,4^2 = 3,1 \text{ J}$$

(2) تمثيل كيفيا مخطط السرعة $v(t)$ حركة السقوط الشاقولي لمركز عطالة الكرية في الفراغ. Π و f غير

موجودتين.

الجسم خاضع لنقله فقط فهو سقوط حر.



التمرين 04:

يسقط مظلي كتلته مع تجهيزه $m = 100 \text{ Kg}$ سقوطا شاقوليا بدءا من نقطة O بالنسبة لمعلم أرضي دون سرعة ابتدائية. يخضع أثناء سقوطه إلى قوة مقاومة الهواء عبارتها من الشكل $f = kv$ (تُهمل دافعة أرخميدس أمام النقل)

يمثل البيان الشكل تغيرات (a) تسارع مركز عطالة المظلي بدلالة السرعة (v) .

(1) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، بين أن المعادلة التفاضلية لحركة المظلي من

الشكل: $\frac{dv}{dt} = Av + B$ حيث A, B ثابتان يطلب تعيين عبارتهما.

(2) اكتب معادلة البيان ثم استنتج: شدة مجال الجاذبية الأرضية (g) والسرعة الحدية للمظلي (v_l) .

(3) تتميز الحركة السابقة بقيمة المقدار $\left(\frac{m}{k}\right)$ ، حدد وحدة هذا المقدار. واحسب قيمته

من البيان، ثم اذكر اسمه ورمزه النظامي.

(4) احسب قيمة الثابت k .

(5) مثل كيفيا تغيرات سرعة المظلي بدلالة الزمن في المجال الزمني: $0 \leq t \leq 7 \text{ s}$.

تصحيح التمرين 04:

(1) الجملة: مظلي + تجهيزه.

المرجع: سطحي أرضي المزود بمعلم (Oz)

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن:

بالإسقاط على (Oz) :

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{f} = m \cdot \vec{a}$$

$$P - f = m \cdot a \Rightarrow m \cdot g - k \cdot v = m \cdot \frac{dv}{dt}$$

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{k}{m} \cdot v + g$$

منه: المعادلة التفاضلية لحركة المظلي تكتب على الشكل: $\frac{dv}{dt} = A \cdot v + B$

$$\begin{cases} A = \frac{-K}{m} \\ B = g \end{cases} \text{ حيث:}$$

(2) البيان عبارة عن خط مستقيم لا يمر من المبدأ معادلته من الشكل: $a = \alpha \cdot v + \beta$

لما: $v = 0$ لدينا: $a = 10 \text{ m/s}^2$ إذن: $\beta = 10 \text{ m/s}^2$

حساب الميل α :

$$\alpha = \frac{\Delta a}{\Delta v} = \frac{0 - 10}{12,5 - 0} = -0,8$$

إذن معادلة البيان: $a = -0,8v + 10$

بالمطابقة مع: $\frac{dv}{dt} = -\frac{k}{m}v + g$ نجد: $g = 10 \text{ m/s}^2$

$$\begin{cases} v = v_L = cte \\ \frac{dv}{dt} = 0 \end{cases} \text{ في النظام الدائم:}$$

نعوض في معادلة البيان نجد: $0 = -0,8v_l + 10$

$$v_l = \frac{10}{0,8} \Rightarrow v_l = 12,5 \text{ m/s}$$

لا تختبر عمق النهر بكتا رجليك
وارن بافت

(3) وحدة $\frac{m}{k}$: لدينا: $\frac{dv}{dt} = -\frac{K}{m}v + g$

$$\left[\frac{dv}{dt}\right] = \left[\frac{K}{m} \times v\right] \Rightarrow \left[\frac{v}{T}\right] = \left[\frac{K}{m}\right] \cdot [v] \Rightarrow \left[\frac{K}{m}\right] = \left[\frac{1}{T}\right]$$

$$\Rightarrow \left[\frac{m}{K}\right] = [T]$$

إذن وحدة المقدار هي s .

بالمطابقة مع العلاقة النظرية والبيانية نجد: $\alpha = \frac{-K}{m}$

$$\frac{K}{m} = -\alpha = 0,8 s^{-1} \Rightarrow \frac{m}{K} = 1,25 s$$

اسمه: الزمن المميز للحركة

رمزه النظامي: τ

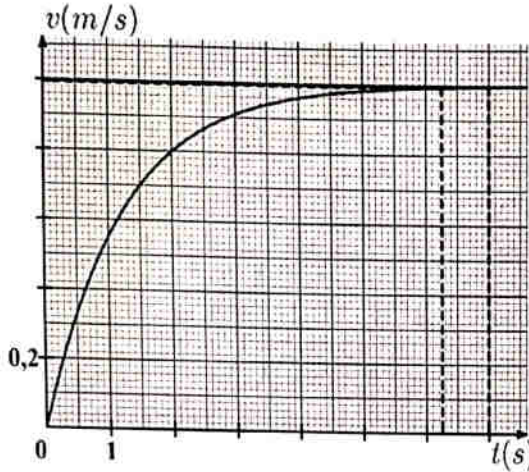
(4) قيمة الثابت K :

$$K = 0,8 \cdot m = 0,8 \times 100 = 80 kg/s$$

(5) تمثيل سرعة المظلي بدلالة الزمن في

المجال $0 \leq t \leq 7s$

$$5\tau = 6,25 s$$



التمرين 05:

هذا النص مأخوذ من مذكرات العالم هويغنز سنة 1690: «..... في البداية كنت أظن أن قوة الاحتكاك في مائع (غاز أو سائل) تتناسب طرذا مع السرعة، ولكن التجارب التي حققتها في باريس، بينت لي أن قوة الاحتكاك، يمكن أيضا أن تتناسب طرذا مع مربع السرعة. وهذا يعني أنه إذا تحرك متحرك بسرعة ضعف ما كانت عليه، يصطدم بكمية من المائع تساوي مرتين ولها ضعف سرعة ما كانت عليه...»

(1) يشير النص إلى فرضيتي هويغنز حول قوة الاحتكاك في الموائع، يعبر عنهما رياضيا بالعلاقين:

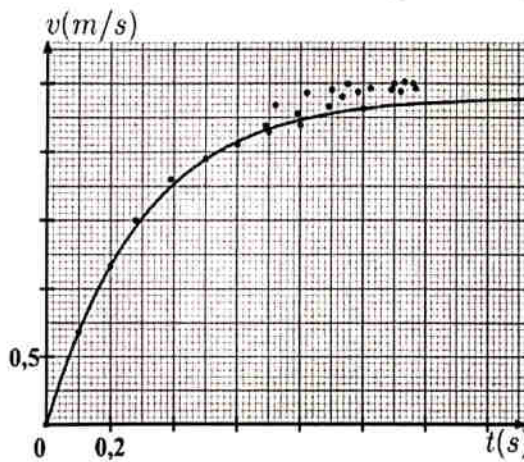
$$f = kv \dots \dots \dots (1)$$

$$f = k'v^2 \dots \dots \dots (2)$$

حيث: f قيمة قوة الاحتكاك، v سرعة مركز عتالة المتحرك، k ، k' ثابتان موجبان.

أرفق بكل عبارة التعبير المناسب من النص- عن كل فرضية.

(2) للتأكد من صحة الفرضيتين تم تسجيل حركة البالونة تسقط في الهواء. سمح التسجيل بالحصول على سحابة من النقاط تمثل تطور سرعة مركز عتالة البالونة في



لحظات زمنية معينة (الشكل)

أ/ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، واعتماد الفرضية المعبر عنها بالعلاقة $(f = k \cdot v)$ ، اكتب المعادلة التفاضلية لحركة سقوط البالونة بدلالة:

- (ρ_0) الكتلة الحجمية للهواء.
- (ρ) الكتلة الحجمية للبالونة.
- (m) كتلة البالونة.
- (g) تسارع الجاذبية الأرضية.
- (k) ثابت التناسب.

ب/ بين أن المعادلة التفاضلية للحركة يمكن كتابتها على الشكل

$$\frac{dv}{dt} + Bv = A \quad \text{حيث } A \text{ و } B \text{ ثابتان.}$$

ج/ اعتمادا على البيان الشكل 1- ناقش تطور السرعة (v) واستنتج قيمتها الحدية (v_{lim}) . ماذا يمكن القول عن حركة مركز عتالة البالونة خلال هذا التطور؟

د/ احسب قيمتي A و B .
(3) رُسم على نفس المخطط السابق المنحنى $v = f(t)$ وفق قيمتي A و B (المنحنى الممثل بالخط المستمر في الشكل) ناقش صحة الفرضية الأولى.

يعطى: $g = 9.81 \text{ m.s}^{-2}$ $\rho_0 = 1.3 \text{ Kg.m}^{-3}$ $\rho = 4.1 \text{ Kg.m}^{-3}$

تصحيح التمرين 05:

(1) $f = kv$ "في البداية ... طردا مع السرعة"
 $f = kv^2$ "لكن التجارب ... مع مربع السرعة"

(2) $f = kv$ بالونة.

المرجع: سطحي أرضي المزود بمعلم (Oz) .
بتطبيق القانون الثاني لنيوتن:

$$\sum \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{f} + \vec{\Pi} = m \cdot \vec{a}$$

بالإسقاط على (Oz) :

$$P - f - \Pi = m \cdot a$$

$$m \cdot g - kv - \rho_0 \cdot V \cdot g = m \cdot \frac{dv}{dt}$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m} v = \frac{g}{m} (m - \rho_0 \cdot V) \Rightarrow \frac{dv}{dt} + \frac{k}{m} v = g \left(1 - \frac{(\rho_0 \cdot V)}{m} \right)$$

بالتعويض نجد: $\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m} v = g \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho} \right)$

نعلم أن: $\rho = \frac{m}{V}$ ومنه: $m = \rho \cdot V$

ب/ بالمطابقة مع ما أعطي نجد:

$$\begin{cases} B = \frac{k}{m} \\ A = g \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho} \right) \end{cases}$$

ج/ تطور السرعة: تزداد فيه قيمة السرعة تدريجيا إلى أن تثبت.

$$v_L = 2.5 \text{ m/s}$$

تتم الحركة في طورين: في الطور الأول تكون حركة مستقيمة متسارعة أما الطور الثاني فتكون حركة مستقيمة منتظمة.

د/ حساب A و B :

$$A = g \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho} \right) = 9.81 \times \left(1 - \frac{1.3}{4.1} \right) = \frac{6.69}{s}$$

$$\frac{dv}{dt} + Bv = A$$

$$\begin{cases} v = v_L = cte \\ \frac{dv}{dt} = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 0 + B \cdot v_L = A \\ B \cdot v_L = A \end{cases}$$

من أجل $v = v_{lim}$:

$$B = \frac{A}{v_L} = \frac{6.69}{2.5} = 2.67 \text{ s}^{-1}$$

(3) مناقشة صحة الفرضية الأولى: نلاحظ أن المنحنى النظري ينطبق على النقط الحقيقية من أجل $t < 0.2$ (s) ويبعد عنها من أجل $t > 0.2$ وبالتالي الفرضية الأولى صحيحة م أجل $v < 2 \text{ m/s}$ أي عندما تكون السرعة صغيرة.

التمرين 06:

إثناء التدريبات التي تقوم بها فرق الصاعقة للمظليين بالمدرسة العليا للقوات الخاصة ببسكرة، استعملت طائرة عمودية حلقت على ارتفاع ثابت من سطح الأرض لإنزال المظليين دون سرعة ابتدائية.

1) نمذج المظلي ومظلته بجملة (S) مركز عطالتها G وكتلتها: $m = 80 \text{ Kg}$ ، نهمل تأثير دافعة أرخميدس.

يسقط المظلي دون سرعة ابتدائية، فيقطع ارتفاعا h خلال 8 s قبل فتح مظلته، نعتبر حركته سقوطا حرا.

إن دراسة تطور $v(t)$ ، سرعة المظلي بدلالة الزمن في معلم شاقولي $(O, \vec{k})$ موجه نحو الأسفل، مرتبط بمرجع سطحي أرضي، مكنت من الحصول على البيان (الشكل-1)

أ/ احسب تسارع الجملة ثم حدد طبيعة حركة الجملة (S) .
ب/ احسب الارتفاع h .

ج/ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، استنتج تسارع حقل الجاذبية الأرضية g

2) بعد قطع المظلي الارتفاع h يفتح مظلته، فتخضع الجملة لقوة احتكاك الهواء عبارتها: $f = kv^2$.

أ/ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، بين أن المعادلة التفاضلية لسرعة الجملة (S) تكتب بالعلاقة:

$$\frac{dv}{dt} = g \left(1 - \frac{v^2}{\beta^2} \right)$$

حيث: β ثابت يطلب التعبير عنه بدلالة: m, g, k .

ب/ يمثل المقدار β :

◊ سرعة الجملة (S) في اللحظة: $t = 0$.

◊ تسارع حركة مركز عطالة الجملة في النظام الدائم.

◊ السرعة الحدية v_{lim} للجملة (S) .

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات السابقة.

3) يمثل (الشكل-2) تغيرات سرعة مركز عطالة الجملة (S) بدءا

من لحظة فتح المظلة التي تعتبرها مبدأ للأزمنة: $t = 0$

أ/ حدد قيمة السرعة الحدية v_{lim} .

ب/ بالاعتماد على التحليل البعدي حدد وحدة الثابت k ، ثم احسب قيمته.

تصحيح التمرين 06:

1) أ/ حساب التسارع وتحديد طبيعة حركة الجملة (S) :

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{80-0}{8-0} = 10 \text{ m/s}^2 = \text{cste}$$

من البيان:

إذن: الحركة مستقيمة متسارعة بانتظام.

ب/ حساب الارتفاع h :

نحسب مساحة المثلث في البيان خلال 8 s :

$$h = \text{مساحة المثلث} = \frac{\text{الارتفاع} \times \text{القاعدة}}{2} = \frac{8(\text{s}) \times 80(\text{m/s})}{2} = 320 \text{ m}$$

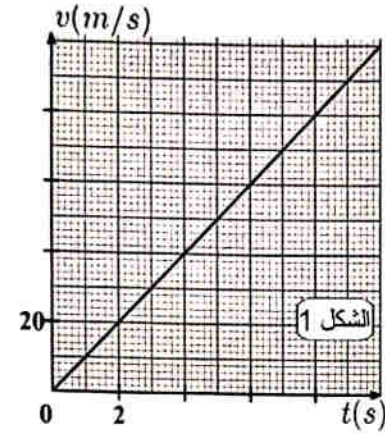
بالتالي: $h = 320 \text{ m}$.

ج/ الجملة: (S) ، المرجع: سطحي أرضي المزود بمعلم (OZ)

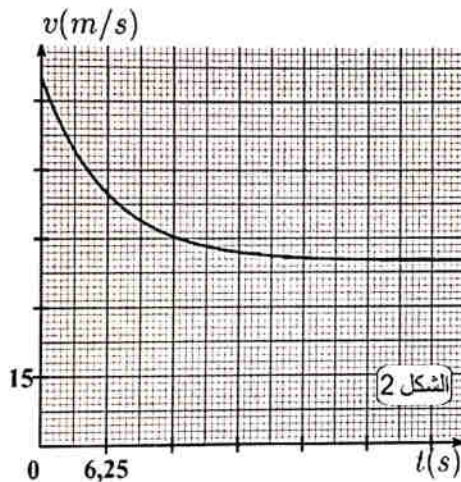
بتطبيق القانون الثاني لنيوتن: $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{P} = m \cdot \vec{a}$

بالإسقاط على (Oz) : $P = m \cdot a \Rightarrow m \cdot g = m \cdot a \Rightarrow g = a = 10 \text{ m/s}^2$

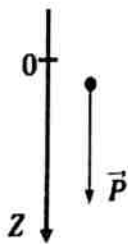
إذن تسارع حقل الجاذبية الأرضية $g = 10 \text{ m/s}^2$.

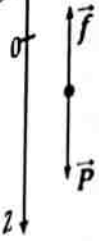


الشكل 1



الشكل 2





(2) بعد فتح المظلة: الجملة: (s)، المرجع: سطحي أرضي المزود بمعلم (OZ)

/ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن: $\sum \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{f} = m \cdot \vec{a}$

بالإسقاط على (OZ): $P - f = m \cdot a \Rightarrow m \cdot g - k \cdot v^2 = m \cdot \frac{dv}{dt}$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{mg - kv^2}{m} = g - \frac{k \cdot v^2}{m} \Rightarrow \frac{dv}{dt} = g \left(1 - \frac{k \cdot v^2}{m \cdot g} \right)$$

$$\frac{dv}{dt} = g \left(1 - \frac{v^2}{\beta^2} \right) \quad \text{بالمطابقة مع}$$

$$\frac{k}{mg} = \frac{1}{\beta^2} \quad \text{نجد:}$$

$$k \cdot \beta^2 = m \cdot g \Rightarrow \beta^2 = \frac{m \cdot g}{k} \Rightarrow \beta = \sqrt{\frac{m \cdot g}{k}}$$

ب/ يمثل المقدار β : السرعة الحدية v_L للجملة (s).

التعليق: لما يبلغ الجسم السرعة الحدية فإن $\frac{dv}{dt} = 0$ منه: $0 = g \left(1 - \frac{k \cdot v_L^2}{mg} \right)$

$$1 - \frac{k \cdot v_L^2}{mg} = 0 \Rightarrow k \cdot v_L^2 = m \cdot g \Rightarrow v_L^2 = \frac{m \cdot g}{K} \Rightarrow v_L = \sqrt{\frac{m \cdot g}{k}} = \beta$$

(3) / تحديد قيمة v_L (السرعة الحدية): لما منحني v يثبت $\left(\frac{dv}{dt} = 0 \right)$

$$v_L = 40 \text{ m/s}$$

ب/ تحديد وحدة الثابت K بالتحليل البعدي: لدينا: $f = kv^2$

$$[K] = \frac{[F]}{[v^2]} = \frac{[m] \cdot [a]}{[v] \cdot [v]} = \frac{[m] \times \frac{[v]}{[T]}}{[v] \times [v]} = \frac{[m]}{[v] \times [T]} \Rightarrow [K] = \frac{[m]}{\frac{[L]}{[T]} \times [T]} = \frac{[m]}{[L]}$$

إذن وحدته: Kg/m

حساب قيمة K :

$$v_L = \sqrt{\frac{m \cdot g}{K}} \Rightarrow v_L^2 = \frac{m \cdot g}{k} \Rightarrow k = \frac{mg}{v_L^2} = \frac{80 \times 9,8}{40^2} = 0,49 \approx 0,5 \text{ Kg} \cdot \text{m}^{-1}$$

التمرين 07:

تسقط حبة برد كروية الشكل، قطرها: $D = 3 \text{ cm}$ ، كتلتها: $m = 13 \text{ g}$ ، دون سرعة ابتدائية في اللحظة $t = 0$ من نقطة O ترتفع بـ 1500 m عن سطح الأرض نعتبرها كمبدأ للمحور الشاقولي (OZ).

أولاً: نفرض أن حبة البرد تسقط سقوطاً حراً.

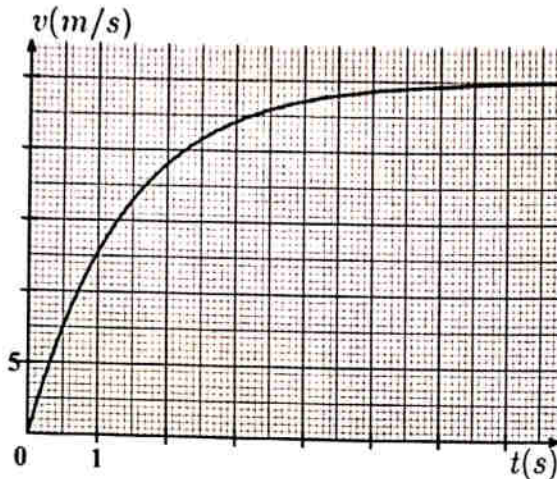
(1) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، جد المعادلتين الزمنيةتين لسرعة وموضع G مركز عطالتها.

(2) احسب قيمة السرعة لحظة وصولها إلى سطح الأرض.

ثانياً: في الواقع تخضع حبة البرد بالإضافة لقوة ثقلها $\vec{P}$ إلى قوة دافعة أرخميدس $\vec{\Pi}$ وقوة احتكاك $\vec{f}$ متناسبة طردياً مع مربع السرعة، حيث: $f = kv^2$.

(1) بالتحليل البعدي حدّد وحدة المعامل k في النظام الدولي للوحدات.

(2) اكتب عبارة قوة دافعة أرخميدس $\vec{\Pi}$ ثم احسب شدتها وقارنها مع شدة قوة الثقل $\vec{P}$. ماذا تستنتج؟



$$g = 9.8 \text{ m.s}^{-2}$$

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 \text{ حجم الكرة}$$

$$\rho = 1.3 \text{ Kg.m}^{-3} \text{ الكتلة الحجمية للهواء}$$

تصحيح التمرين 07:

أولاً:

(1) المعادلتين الزميتين لسرعة وموضع G :

الجملة المدروسة: حبة البرد.

مرجع الدراسة: سطحي أرضي نعتبره غاليليا.

القوى الخارجية المؤثرة: الثقل $\vec{P}$.

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن: $\vec{P} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \Sigma \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a}$

بالإسقاط على (OZ) نجد: $m \cdot g = m \cdot a \Rightarrow g = a$

نكامل الطرفين: $V = gt + c$

من الشروط الابتدائية: $t = 0 \Rightarrow v = 0 \Rightarrow c_1 = 0$ ومنه: $V = gt$

نكامل الطرفين بالنسبة للزمن: $z = \frac{1}{2}gt^2 + C_2$

من الشروط الابتدائية: $t = 0 \Rightarrow z = 0 \Rightarrow C_2 = 0$ ومنه: $z = \frac{1}{2}gt^2$

(2) قيمة السرعة لحظة وصولها إلى سطح الأرض:

$$z = \frac{1}{2}g \cdot t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2z}{g}} \text{ لدينا: من معادلة } z(t)$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \times 1500}{9.8}} = 17.5$$

$$v = gt = 9.8 \times 17.5 = 171.5 \text{ m/s} \text{ بالتعويض في معادلة } v(t) \text{ نجد:}$$

ثانياً:

(1) التحليل البعدي لوحدة المعامل K :

$$[K] = \frac{[F]}{[v^2]} = \frac{[m] \cdot [a]}{[v] \cdot [v]} = \frac{[m] \times \frac{[v]}{[T]}}{[v] \times [v]} = \frac{[m]}{[v] \times [T]} = \frac{[m]}{\frac{[L]}{[T]} \times [T]} = \frac{[m]}{[L]}$$

منه وحدة K هي: Kg/m

(2) عبارة قوة دافعة أرخميدس $\bar{\Pi}$:

$$\Pi = \rho \cdot V \cdot g = 1,3 \times \frac{4}{3} \pi \left(\frac{3}{2} \times 10^{-2} \right)^3 \times 9,8 = 1,8 \times 10^{-4} N$$

شدة قوة النقل:

$$P = m \cdot g = 13 \times 10^{-3} \times 9,8 = 0,1274 N$$

المقارنة بين قوة دافعة أرخميدس مع شدة قوة النقل:

$$\frac{P}{\Pi} = \frac{0,1274}{1,8 \times 10^{-4}} = 708$$

 $P = 708 \Pi$ نلاحظ أن: $P \gg \Pi$ وعليه يمكن إهمال دافعة أرخميدس أمام قوة النقل.

(3)

المعادلة التفاضلية للحركة:

بتطبيق القانون الثاني لنيتون على الجملة في مرجع سطحي أرضي نعتبره غاليليا.

$$\sum \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{f} = m \cdot \vec{a}$$

$$P - f = m \cdot a \Rightarrow m \cdot g - k \cdot v^2 = m \cdot \frac{dv}{dt} \quad (Oz)$$

$$\frac{dv}{dt} = A - Bv^2 \quad \text{وهي معادلة تفاضلية من الشكل}$$

$$A = g \quad \text{و} \quad B = \frac{K}{m}$$

$$\frac{dv}{dt} = 0 \quad \text{في النظام الدائم:}$$

ب/ العبارة الحرفية للسرعة الحدية v_L :

$$g - \frac{k}{m} v_L^2 = 0 \quad \text{من المعادلة التفاضلية نجد:}$$

$$v_L^2 = \frac{m \cdot g}{K} \Rightarrow v_L = \sqrt{\frac{m \cdot g}{K}}$$

ج/ قيمة v_L من البيان 25 m/s استنتاج K :

$$K = \frac{mg}{v^2} = \frac{13 \times 10^{-3} \times 9,8}{25^2} = 2 \times 10^{-4} \text{ Kg/m}$$

د/ المقارنة بين سرعتين:

$$\frac{v_{L1}}{v_{L2}} = \frac{171,5}{25} = 6,86 \Rightarrow v_{L1} = 6,86 v_{L2}$$

نلاحظ أن: $v_{L1} \gg v_{L2}$

السرعة الحدية التي تم حسابها في السؤال (أولاً-2) أكبر بكثير من السرعة الحدية في السؤال (ثانياً-3-ج) إذن لا يمكننا اعتبار السقوط حر لأنه لا يمكننا إهمال الاحتكاك.

بحارة من مختلف الأعمار عشروا على كنز يحتوي على 100 عملة ذهبية .
على متن السفينة ، قرر جميع البحارة تقسيم القطع النقدية باستخدام هذا المخطط :
البحار الأكبر سناً يقترح كيفية تقسيم القطع النقدية ، وجميع القراصنة
(بما في ذلك الأكبر سناً) يصوتون بنعم أو ضد القسمة .
إذا صوت 50٪ أو أكثر من البحارة بنعم ، فسيتم تقسيم القطع النقدية بهذه الطريقة .
غير ذلك ، البحار الذي اقترح القسمة سوف يلقى به في البحر و تكرر العملية و تولى القسمة
من جديد إلى البحار الأكبر من الذين مازالو على قيد الحياة و هكذا دواليك....
الغز : على افتراض أن جميع البحارة الخمسة هم أشخاص أذكيا ، عقلانيين ، جشعين ، و لا يريدون
الموت ، لنفترض أن كل واحد منهم جيد نوعاً ما في الرياضيات . ماذا سيحدث ؟

التمرين 08:

تترك كرة كتلتها m تسقط في الهواء من ارتفاع h عن سطح الأرض دون سرعة ابتدائية. تعطي: $g = 10 \text{ m/s}^2$.

1) نهمل دافعة أرخميدس ونعتبر شدة مقاومة الهواء $f = k \cdot v$.
أ/ مثل القوى الخارجية المؤثرة على الكرة.

ب/ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن في معلم Oz موجه نحو الأسفل ومرتبطة بمرجع سطحي أرضي نعتبره غاليليا، أوجد المعادلة التفاضلية لسرعة الكرة.

ج/ استنتج عبارة السرعة الحدية v_{lim} بدلالة: g, m, k .

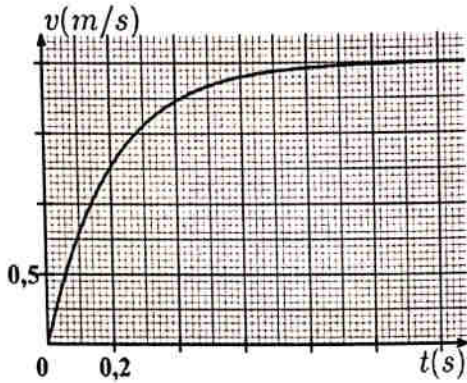
2) إن دراسة تغيرات سرعة الكرة بدلالة الزمن مكنت من الحصول على بيان الشكل

أ/ استنتج من البيان قيمة السرعة الحدية v_{lim} .

ب/ حدد وحدة الثابت k باستعمال التحليل البعدي، واحسب النسبة $\frac{m}{k}$.

3) كيف يتطور تسارع الكرة خلال الحركة؟

4) مثل كيفيا مخطط السرعة $v(t)$ لحركة السقوط الشاقولي لمركز عطالة الكرة في الفراغ.



تصحيح التمرين 08:

1) أ/ تمثيل القوى الخارجية:

ب/ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن:

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{f} = m \cdot \vec{a}$$

وبالإسقاط على Oz :

$$mg - Kv = m \cdot a = m \frac{dv}{dt} \Rightarrow \frac{dv}{dt} + \frac{k}{m}v = g$$

ج/ عبارة السرعة الحدية v_{lim} :

$$\frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{k}{m}v_{lim} = g \Rightarrow v_{lim} = \frac{mg}{k}$$

2) أ/ برسم المستقيم المقارب الأفقي للمنحنى نجد: $v_{lim} = 2.0 \text{ m/s}$

ب/ وحدة k :

$$k = \frac{mg}{v_{lim}} \Rightarrow [k] = \frac{[M][g]}{[v_{lim}]} = \frac{[M][L][T]^{-2}}{[L][T]^{-1}} = [M][T]^{-1}$$

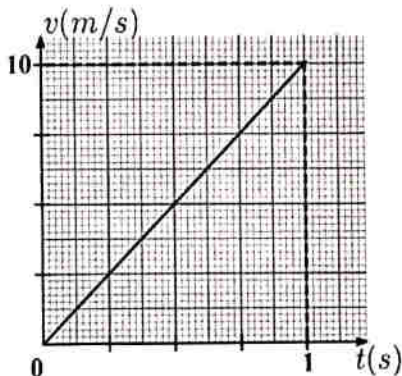
ومنه وحدة k هي: Kg/s

حساب قيمة m/k : من عبارة السرعة الحدية نجد:

$$\frac{m}{k} = \frac{v_{lim}}{g} = \frac{2}{10} = 0.2 \text{ s}$$

3) التسارع يتناقص بمرور الزمن خلال النظام الانتقالي وينعدم عند بلوغ النظام الدائم.

4) منحنى السرعة للسقوط الشاقولي في الفراغ.



التمرين 09:

نملاً أنبوب مدرج بسائل لزج وشفاف كثافته الحجمية ρ ثم نسقط فيه كرية متجانسة كثافتها m ومركز عطالتها G بدون سرعة ابتدائية عند اللحظة $t = 0$ ندرس حركة G بالنسبة لمرجع أرضي نعتبره غاليليا.

دافعة أرخميدس $\vec{\Pi}$ غير مهمة، ننمذج قوة الاحتكاك بالقوة $\vec{f} = -k\vec{v}_G$ ، حيث $\vec{v}_G$ شعاع سرعة مركز العطالة عند اللحظة t و k معامل الاحتكاك.

(1) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، بين أن المعادلة التفاضلية لحركة G تكتب: $\frac{dv_G}{dt} + Av_G = B$ محددا عبارة A بدلالة k و m ، وعبارة B بدلالة شدة V, p, g (حجم الكرية)

(2) تحقق أن العبارة $v_G(t) = \frac{B}{A}(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ حل للمعادلة

التفاضلية. حيث: $\tau = \frac{1}{A}$ (ثابت الزمن المميز للحركة).

(3) اكتب عبارة السرعة الحدية v_{lim} لمركز العطالة بدلالة A و B .

(4) حصلنا بواسطة جهاز إلام آلي على المنحنى $v_G = f(t)$ (الشكل)، حدد بيانيا قيمتي τ و v_{lim} ثم أوجد قيمة المعامل k .

(5) تعطى عبارة المعامل k بالعلاقة $k = 6\pi\eta r$ حيث η معامل اللزوجة للسائل، حدد قيمة η .

(6) تكتب المعادلة التفاضلية لحركة G : $\frac{dv_G}{dt} = 7,57 - 5v_G$ اعتمادا على الجدول أدناه وطريقة Euler أوجد a_1 و v_2

$t(s)$	$v(m.s^{-1})$	$a(m.s^{-2})$
0	0	7,57
0,033	0,25	a_1
0,066	v_2	5,27

المعطيات: نصف قطر الكرية: $r = 6 \times 10^{-3}m$ كثلة الكرية $m = 4,1 \times 10^{-3}Kg$

طريقة Euler لحساب التسارع: $a_n = B - Av_n$

لحساب السرعة: $v_{n+1} = v_n + a_n \times \Delta t$

تصحيح التمرين 09:

(1) الجملة: كرية.

المرجع: سطحي أرضي المزود بمعلم (Oz) .
بتطبيق القانون الثاني لنيوتن نجد:

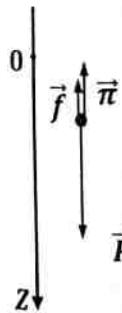
$$\sum \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{f} + \vec{\Pi} = m \cdot \vec{a}$$

بالإسقاط على (Oz) :

$$P - f - \Pi = m \cdot a \Rightarrow m \cdot g - k \cdot v_G - \rho \cdot V \cdot g = m \cdot a$$

$$g(m - \rho \cdot V) - k \cdot v_G = m \frac{dv_G}{dt}$$

$$\frac{dv_G}{dt} + \frac{k}{m} v_G = \frac{g}{m} (m - \rho \cdot V)$$



$$B = g \left(1 - \frac{\rho \cdot V}{m} \right)$$

$$A = \frac{k}{m} \quad \text{بالمطابقة نجد:}$$

$$(2) \quad \text{التحقق:} \quad \begin{cases} v_G(t) = \frac{B}{A} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \\ \frac{dv_G}{dt} = B \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \end{cases} \quad \text{نعوض في المعادلة التفاضلية فنجد:}$$

$$B \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + A \times \frac{B}{A} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) = B$$

$$B \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + (B - B e^{-\frac{t}{\tau}}) = B \quad \Rightarrow \quad B = B \quad \text{محقة}$$

منه: $v_G(t) = \frac{B}{A} \left(1 - e^{-t/\tau} \right)$ حل للمعادلة التفاضلية.

$$(3) \quad \text{في النظام الدائم، تصبح المعادلة التفاضلية:} \quad \frac{dv_G}{dt} = 0$$

$$0 + A \cdot v_{Glim} = B \quad \Rightarrow \quad v_{Glim} = \frac{B}{A}$$

$$(4) \quad \text{في النظام الدائم: من البيان نجد: } v_{Glim} = 1,5 \text{ m/s}$$

τ هي فاصلة نقطة تقاطع المماس عند 0 مع المستقيم ذو المعادلة $v_G(t) = v_{Glim}$ وبالإسقاط على محور الأزمنة نجد: $\tau = 0,2 \text{ s}$

$$\text{في النظام الدائم لدينا: } v_{Glim} = \frac{B}{A} \quad \text{منه: } A = \frac{B}{v_{Glim}} \quad \text{أي: } k = \frac{Bm}{v_{Glim}} \quad \text{-إيجاد B:}$$

$$\text{لما } t = 0 \quad \frac{dv_G}{dt} = B - A \cdot v_{G0} \quad \text{ومن البيان: } v_{G0} = 0 \text{ (m/s)}$$

$$\frac{dv}{dt} = B \quad \Rightarrow \quad B = (t = 0) \text{ الميل} = \frac{1,5-0}{0,2-0} = 7,5 \text{ m/s}^2 \quad \text{منه:}$$

حيث a_0 يمثل ميل المماس عند $t = 0$ منه:

$$k = \frac{7,5 \times 4,1 \times 10^{-3}}{1,5} = 0,0205 \text{ Kg/s}$$

$$(5) \quad \text{لدينا: } k = 6\pi \cdot \eta \cdot r \quad \text{منه: } \eta = \frac{k}{6\pi r}$$

$$\eta = \frac{0,0205}{6\pi \times 6 \times 10^{-3}} = 0,18 \text{ Kg} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{m}^{-1} \quad \text{نعوض فنجد:}$$

$$a_1 = B - A \cdot v_1 = 7,57 - 5 \times 0,25 = 6,32 \text{ m/s}^2 \quad (6)$$

$$v_2 = v_1 + a_1 \cdot \Delta t = 0,25 + 6,32 \times 0,033 = 0,45 \text{ m/s}$$

التمرين 10:

انطلاقاً من نقطة (O) نقذف جسماً شاقولياً نحو الأعلى بسرعة ابتدائية قيمتها $v_0 = 15 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

يخضع الجسم أثناء حركته لقوة ثقله فقط، دافعة أرخميدس وقوى الاحتكاك مهملة.

(1) اكتب المعادلة الزمنية لحركة الجسم، باعتبار النقطة (O) كمبدأ الفواصل، ولحظة قذف الجسم كبداية للأزمنة.

(2) احسب الزمن الذي يستغرقه حتى يبلغ أقصى ارتفاع له.

(3) احسب قيمة هذا الارتفاع انطلاقاً من النقطة (O).

(4) برهن أن الجسم سيمر بالنقطة (O) أثناء النزول، بنفس السرعة التي انطلق بها أثناء الصعود.

(5) بعد مرور ثانييتين من قذف الجسم السابق، نقذف جسماً آخر من النقطة (O) شاقولياً نحو الأعلى

بسرعة ابتدائية قيمتها $v = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

أوجد لحظة ومكان تلاقي الجسمين.

ب/ استنتج قيمة سرعة كل منهما لحظة اللقاء. يعطى: $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

تصحيح التمرين 10:

(1) المعادلة الزمنية لحركة الجسم:
 $\sum \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{P} = m \cdot \vec{a}$
 بتطبيق القانون الثاني لنيوتن نجد: $-P = m \cdot a \Rightarrow -m \cdot g = m \cdot a$
 بالإسقاط على (Oz):

بالتكامل: $\frac{dv}{dt} = a = -g$
 $v = -gt + v_0$
 بالتكامل: $\frac{dz}{dt} = v$
 $z = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \cdot t \Rightarrow z = -5t^2 + 15t$
 الزمن لبلوغ أقصى ارتفاع: $v = 0$

(2) $0 = -gt + v_0 \Rightarrow t = \frac{v_0}{g} = \frac{15}{10} = 1,5 \text{ s}$

(3) حساب قيمة الارتفاع:

$z = -5(1,5^2) + 15(1,5) = 11,25 \text{ m}$

(4) برهن أن الجسم سيمر بـ (O) عند النزول بنفس السرعة v_0 :

نستعمل محذوفية الزمن: $v_f^2 - v_0^2 = 2(-g)(z_f - z_0)$

عند العودة إلى نفس الفاصلة $z_f = z_0$ إذن: $v_f^2 - v_0^2 = 0$

ومنه: $v_f = \begin{cases} v_0 = 15 \text{ m/s} & \text{عند الصعود} \\ -v_0 = -15 \text{ m/s} & \text{عند النزول} \end{cases}$

(5) نقذف جسم آخر بعد 2 ثانية من قذف الجسم الأول وعليه: $v' = -gt' + v'_0 = -10t' + 10$

$z' = -\frac{1}{2}gt'^2 + v'_0 t' = -5t'^2 + 10t'$

أ/ إيجاد لحظة تلاقي الجسمين ومكان التلاقي: $z = z'$

$-5t^2 + 15t = -5t'^2 + 10t'$

حيث $t' = t - 2$

$-5t^2 + 15t = -5(t - 2)^2 + 10(t - 2)$

$\Rightarrow -5t^2 + 15t = -5(t^2 - 4t + 4) + 10(t - 2) \Rightarrow 40 = 15t \Rightarrow t = \frac{8}{3} \text{ s}$

مكان التلاقي: $z = -5t^2 + 15t = -5\left(\frac{8}{3}\right)^2 + 15\left(\frac{8}{3}\right) = \frac{40}{9} = 4,4 \text{ m}$

ب/ استنتج قيمة سرعة كل جسم لحظة اللقاء:

(إشارة سالبة معناه الجسم يتحرك عكس جهة المحور). $v = -10\left(\frac{8}{3}\right) + 15 = -11,66 \text{ m/s}$

$v' = -10\left(\frac{8}{3} - 2\right) + 10 = 3,33 \text{ m/s}$

كان الجاحظ واقفاً أمام بيته، فمرت قربه امرأة حسناء، فابتسمت له، وقالت: "أريدك أن تذهب معي"، قال: "إلى أين؟"، قالت: "اتبعني دون سؤال". فتبعها الجاحظ إلى أن وصلا إلى دكان صانع، وهناك قالت المرأة للصانع: "مثل هذا!"، ثم انصرفت. عندئذ سأل الجاحظ الصانع عن معنى ما قالته المرأة، فقال له: "لقد أنتني المرأة بخاتم، وطلبت مني أن أنقش عليه صورة شيطان، فقلت لها: ما رأيت شيطاناً قط في حياتي، فأنت بك إلى هنا لظنّها أنك تشبهه!"

التمرين 11:

الكتلة الحجمية للهواء $\rho_{\text{هواء}} = 1,3 \text{ Kg/m}^3$
حجم القطرة $V = 5,2 \times 10^{-10} \text{ m}^3$
الجاذبية الأرضية: $g = 10 \text{ m/s}^2$

معامل احتكاك الكرة في الهواء: $K = 1,7 \times 10^{-7} \text{ Kg/s}$
نصف قطر قطرة الماء $r = 0,5 \text{ mm}$
كتلة القطرة: $m_0 = 5,2 \times 10^{-7} \text{ Kg}$

I. السقوط الحر لقطرة ماء.

نعتبر قطرة الماء في الفراغ بدون سرعة ابتدائية انطلاقاً من نقطة O نعتبرها مبدأ Ox شاقولي موجه نحو الأسفل.
(1) أوجد المعادلات الزمنية للسرعة $v(t)$ وللفاصلة $X(t)$.

(2) ارسم المنحنى $v(t)$ أمام المنحنى (1).

II. السقوط الحقيقي لقطرة ماء.

في الحقيقية لدراسة سقوط القطرة في الهواء يجب الأخذ بعين الاعتبار:

قوة دافعة أرخميدس:

(1) عرف دافعة أرخميدس.

(2) ما هو حجم الهواء الذي تزيحه القطرة.

(3) استنتج قيمة دافعة أرخميدس، قارنها مع ثقل قطرة الماء. ماذا تستنتج؟

قوة احتكاك القطرة مع الهواء:

أ/ ما هي خصائص هذه القوة؟

ب/ اكتب عبارتها ثم احسب شدتها لما $v = 10 \text{ m/s}$

قارنها مع ثقل قطرة الماء. ماذا تستنتج؟

تستنتج؟

III. المعادلة التفاضلية لحركة الكرة.

(1) اذكر القوى المطبقة على القطرة ثم مثلها على شكل واضح من أجل $v = 10 \text{ m/s}$.

(2) طبق القانون الثاني لنيوتن لإيجاد المعادلة التفاضلية لسرعة الحركة.

(3) الحل $v(t)$ للمعادلة السابقة هو المنحنى

(1)، يمكن بالتكامل الحصول على المعادلة

الزمنية للحركة $x(t)$. المنحنى (2) هو تمثيل

$x(t)$ أما المنحنى (3) يمثل $x(t)$ عند إهمال

الاحتكاك.

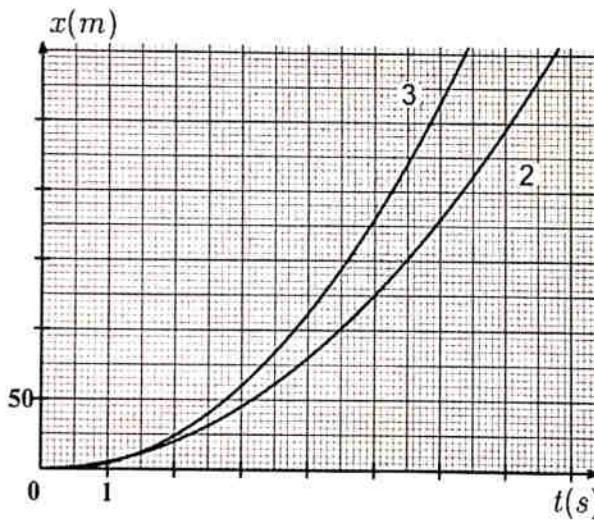
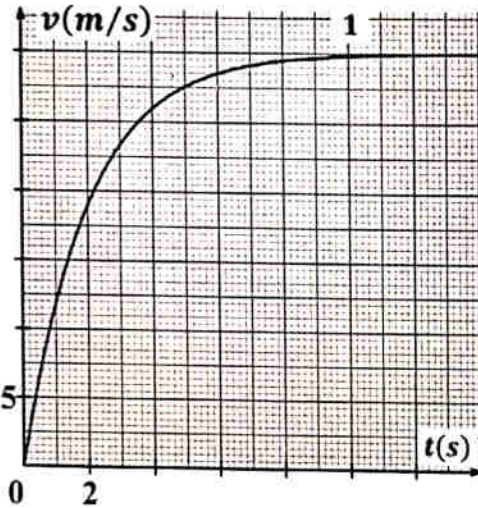
أ/ ما هي (تقريباً) المسافة التي تقطعها القطرة حتى

تؤثر عليها بصفة محسوسة الاحتكاكات؟

ب/ ما هي طبيعة الحركة بعد حوالي 16 ثواني؟

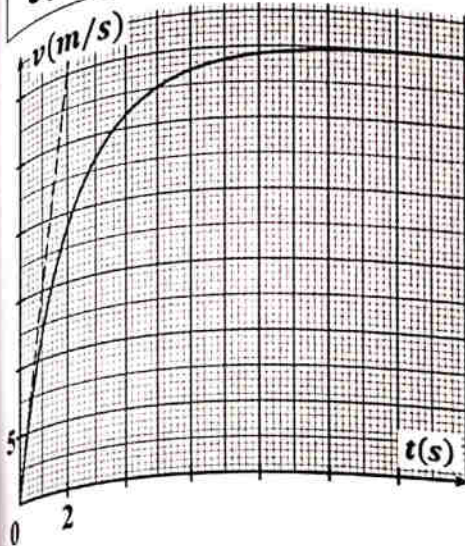
ج/ باستخدام المنحنيات ماهي السرعة الحدية للكرة؟

د/ ما هي عبارة السرعة الحدية؟ احسب قيمتها ثم قارنها مع القيمة المستخرجة من البيان.



أنا لم أفشل . أنا ببساطة
وجدت 10 000 حلاً لا يعمل
توماس ادیسون

أنا لم أفعل أي شيء عن طريق
الصدفة ، ولا أي من اختراعاتي
جاءت عن طريق الصدفة ، بل
جاءت عن طريق العمل
توماس ادیسون



تصحيح التمرين 11:

I. السقوط الحر لقطرة الماء.

(1) المعادلة الزمنية $v(t)$ و $x(t)$:
المرجع: سطحي أرضي المزود بمعلم (Ox) .
الجملة: قطرة ماء

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن:

$$\sum \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{P} = m \cdot \vec{a}$$

بالإسقاط على (Ox) :

$$\begin{cases} p = m \cdot a \Rightarrow mg = m \cdot a \Rightarrow g = a \\ a = g \\ v = gt = 10t \\ x = \frac{1}{2}gt^2 = 5t^2 \end{cases}$$

(2) رسم المنحنى $v(t)$:

لدينا $v = gt$ منه المنحنى خط مستقيم يمر من المبدأ

II. السقوط الحقيقي لقطرة الماء:

قوة دافعة أرخميدس:

(1) تعريف دافعة أرخميدس: هي ثقل المائع المزاح.

(2) حجم الهواء الذي تزيحه القطرة:

$$V_{\text{هواء}} = V_{\text{قطرة}} = 5,2 \times 10^{-10} m^3$$

(3) استنتاج قيمة دافعة أرخميدس:

$$\Pi = \rho \cdot V \cdot g = 1,3 \times 5,2 \times 10^{-10} \times 10$$

$$\Pi = 6,67 \times 10^{-9} N$$

$$P_{\text{ماء}} = m_0 \cdot g = 5,2 \times 10^{-7} \times 10 = 5,2 \times 10^{-6} N$$

$$\frac{P_{\text{ماء}}}{\Pi} = \frac{5,2 \times 10^{-6}}{6,67 \times 10^{-9}} = 769,230769$$

ومنه $P_{\text{ماء}}$ أكبر بكثير من Π ومنه Π دافعة أرخميدس مهملة.

قوة احتكاك القطرة مع الهواء:

(1) خصائص هذه القوة:

المبدأ: مركز عطالة الجسم.

الحامل: الشاقلول المار من مركز ثقل الجسم.

الجهة: عكس جهة الحركة.

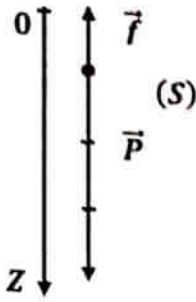
(2) عبارتها: $f = k \cdot v$ لأن وحدة K في المعطيات هي kg/s

$$f = 1,7 \times 10^{-7} \times 10 = 1,7 \times 10^{-6} N \quad : \quad v = 10 m/s$$

مقارنة f مع ثقل قطرة الماء:

$$\frac{P}{f} = \frac{5,2 \times 10^{-6}}{1,7 \times 10^{-6}} \approx 3$$

نستنتج أنه لا يمكن إهمال قوة الاحتكاك.



III. المعادلة التفاضلية لحركة القطرة:

(1) القوى هي: $\vec{P}$, $\vec{f}$

(2) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن:

$$\sum \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{f} = m \cdot \vec{a}$$

$$P - f = m \cdot a \Rightarrow m \cdot g - k \cdot v = m \cdot \frac{dv}{dt} \quad (Ox)$$

$$\text{أي: } \frac{dv}{dt} + \frac{k}{m}v = g$$

(3)

أ/ المسافة التي تقطعها القطرة حتى تؤثر عليها الاحتكاكات بصفة محسوسة.

بيانيا: البيانات ينطبقان من أجل $d \approx 20 \text{ m}$

ب/ طبيعة الحركة بعد 10s: حركة مستقيمة منتظمة (نظام دائم).

ج/ من البيان: سرعة الحدية: $v_L = 30 \text{ m/s}$

$$\begin{cases} v \rightarrow v_L \\ \frac{dv}{dt} = 0 \end{cases} \quad \text{د/ عبارة } v_L \text{ في النظام الدائم}$$

هل تعلم؟

أول من اخترع البندول هو أبو سعيد
عبد الرحمن بن أحمد بن يونس
المصري توفي عام 399 هـ.

$$\text{منه: من المعادلة التفاضلية } v_L = \frac{gm}{k}$$

$$v_L = \frac{10 \times 52 \times 10^{-7}}{1,7 \times 10^{-7}} = 30,6 \text{ m/s}$$

القيمتان متساويتان في حدود أخطاء التجربة.

التمرين 12:

نريد دراسة حركة سقوط كرية من الفولاذ نصف قطرها r وكتلتها m داخل الغليسيرين $Glycerine$ ثابت لزوجته η .
نعتبر أن قوى الاحتكاك المطبقة من طرف السائل على الكرية وهي في حالة حركة منمنجه بالقوة: $f = 6\pi\eta rV$
حيث: V تمثل سرعة الكرية.

المعطيات:

$$\rho_0 = 1260 \text{ Kg/m}^3 \quad \text{الكتلة الحجمية للغليسيرين:}$$

$$\rho = 7800 \text{ Kg/m}^3 \quad \text{الكتلة الحجمية للفولاذ:}$$

تترك الكرية من المبدأ O بدون سرعة ابتدائية.

(1) ارسم القوى الخارجية المؤثرة على الكرية.

(2) أوجد المعادلة التفاضلية لحركة الكرية

$$(3) \text{ بين أن السرعة الحدية تعطى بالعلاقة: } v_L = \frac{2(\rho - \rho_0)g}{9\eta} r^2$$

(4) نقيس قيمة هذه السرعة الحدية من أجل قيم مختلفة لنصف القطر r فنجد:

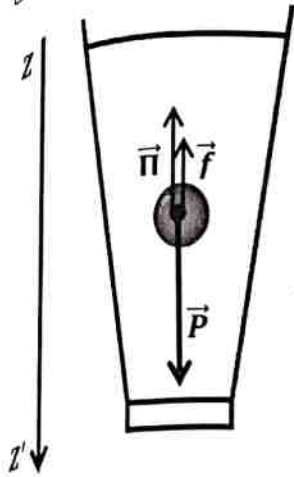
$r(\text{mm})$	1,50	1,60	1,75	2,00	2,25
$v_{lim}(\text{Cm.s}^{-1})$	5,2	5,9	7,1	9,1	11,5

$$\text{أ/ ارسم البيان } v_{lim} = f(r^2)$$

ب/ أوجد المعادلة الرياضية للبيان.

ج/ استنتج ثابت اللزوجة η لمادة الغليسيرين.

العبقرية هي 1% إلهام
و 99% عرق
توماس ادیسون



تصحيح التمرين 12:

(1) رسم القوى المؤثرة على الكرة:

(2) إيجاد معادلة تفاضلية للحركة:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن:

$$\sum \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{\Pi} + \vec{f} = m \cdot \vec{a}$$

$$P - \Pi - f = m \cdot a \Rightarrow m \cdot g - \rho_0 \cdot V \cdot g - 6\pi\eta r v = m \cdot a$$

بالإسقاط على (ZZ'):

$$g(m - \rho_0 V) = m \frac{dv}{dt} + 6\pi\eta r v$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{6\pi\eta r}{m} v = g \left(1 - \frac{\rho_0 V}{m}\right)$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{6\pi\eta r}{\rho \cdot V} v = g \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right)$$

$$v_L = \frac{2(\rho - \rho_0)g}{9\eta} r^2 \quad (3) \text{ نبين أن:}$$

لما: $\frac{dv}{dt} = 0$ يكون $v = v_L = cte$

$$\frac{6\pi\eta r}{\rho \cdot V} v_L = g \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right)$$

$$\Rightarrow v_L = \frac{g \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right)}{\frac{6\pi\eta r}{\rho \cdot V}} = \frac{g \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right) \rho \cdot V}{6\pi\eta r} = \frac{g(\rho - \rho_0) \cdot V}{6\pi \cdot \eta \cdot r}$$

$$V = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3 \quad \text{نعلم أن:}$$

بالتعويض في عبارة v_L :

$$v_L = \frac{g(\rho - \rho_0) \times \frac{4}{3} \times \pi \times r^3}{6\pi\eta r} = \frac{g(\rho - \rho_0) 4 \times r^2}{3 \times 6 \times \eta} = \frac{g(\rho - \rho_0) 4 \times r^2}{18 \times \eta}$$

$$v_L = \frac{2(\rho - \rho_0)g}{9\eta} r^2$$

$$v_{lim} = f(r^2) \quad (4) \text{ ا/ رسم البيان}$$

ب/ معادلة البيان: البيان عبارة عن خط مستقيم معادلته من الشكل:

$$v_L = A r^2$$

$$A = \frac{(11,5 - 5,2) \times 10^{-2}}{(2,25 \times 10^{-3})^2 - (1,5 \times 10^{-3})^2}$$

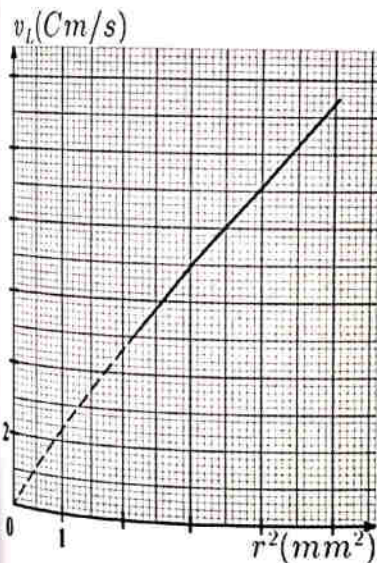
$$A = 2,24 \times 10^4$$

بالمطابقة مع العلاقة النظرية نجد:

$$A = \frac{2(\rho - \rho_0)g}{9\eta}$$

ج/ استنتاج η :

$$\eta = \frac{2(\rho - \rho_0)g}{9A} = \frac{2(7800 - 1260)10}{9 \times 2,24 \times 10^4} \approx 0,65 \text{ SI}$$



التمرين 13:

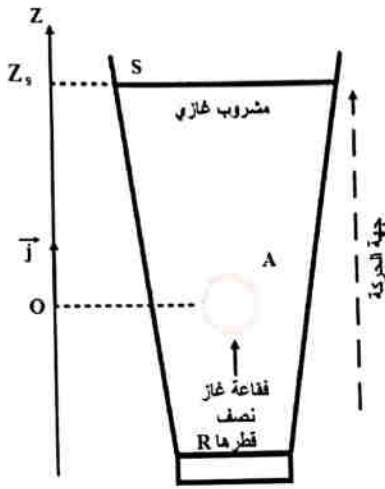
في اللحظة $t = 0$ ومن النقطة A الواقعة في المستوي الأفقي المار من O مبدأ الفواصل للمحور $Z'Z$ انطلقت فقاعة غاز CO_2 دون سرعة ابتدائية من كأس به مشروب غازي شاقوليا نحو السطح الساكن (S) (انظر الشكل المقابل). لهذه الفقاعة الصغيرة حجم $V = 0,1 \text{ cm}^3$ ونصف قطرها R (نفرض أنهما ثابتين أثناء الصعود).

المعطيات:

$$\rho_g = 1,8 \text{ Kg/m}^3 : CO_2 \text{ الكتلة الحجمية للغاز}$$

$$\rho_f = 1,05 \times 10^3 \text{ Kg/m}^3 : \text{ (المشروب الغازي) الكتلة الحجمية للمائع}$$

$$g = 10 \text{ m/s}^2 \text{ تسارع الجاذبية الأرضية}$$

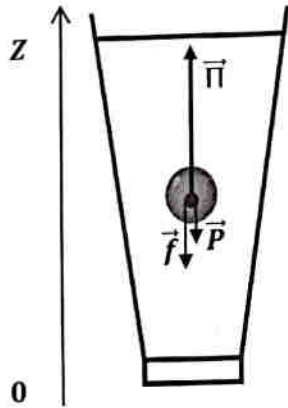


من بين القوى المطبقة على الفقاعة قوة الاحتكاك مع المشروب الغازي التي شدتها $\vec{f} = -k\vec{v}$ ، حيث v سرعة مركز عطالة الفقاعة.

- (1) أ/ ماهي القوى المطبقة على الفقاعة؟ مثلها على الشكل؟
ب/ بين أنه يمكن إهمال ثقل الفقاعة أمام دافعة أرخميدس المطبقة عليها.
- (2) أ/ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن عبر عن تسارع حركة الفقاعة بدلالة: $\rho_g, \rho_f, V, k, v, g$ مبينا أنه يحقق المعادلة: $\frac{dv}{dt} + \frac{1}{\tau} v = B$ حيث يطلب إيجاد عبارة كل من: B, τ
ب/ ما هو المعنى الفيزيائي للثابت B ؟
أ/ أوجد عبارة السرعة الحدية v_l ؟
ب/ احسب قيمة k إذا كانت قيمة السرعة الحدية $v_l = 15 \text{ m/min}$
- (4) أ/ عمليا حجم الفقاعة متغير، لماذا؟
ب/ ما هو التغير الذي يحدث لكل من k و v_l عندئذ؟

تصحيح التمرين 13:

- (1) أ/ القوى المطبقة على الفقاعة هي: قوة الثقل، قوة الاحتكاك، دافعة أرخميدس. تمثيلها:



ب/ نبين أنه يمكن إهمال P أمام Π :

$$\Pi = \rho_f \times V \times g = 1,05 \times 10^3 \times 10^{-7} \times 10 = 1,05 \times 10^{-3} \text{ N}$$

$$P = mg = \rho_g \cdot V \cdot g = 1,80 \times 10^{-7} \times 10 = 1,8 \times 10^{-6} \text{ N}$$

$$\frac{\Pi}{P} = \frac{1,05 \times 10^{-3}}{1,8 \times 10^{-6}} = 583$$

منه P مهمل أمام Π

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{\Pi} + \vec{f} = m \cdot \vec{a}$$

(2) أ/ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن:

$$\Pi - f = m \times \frac{dv}{dt} \Rightarrow \frac{dv}{dt} = \frac{\rho_f \cdot V \cdot g}{m} - \frac{kv}{m} \Rightarrow \frac{dv}{dt} = \frac{\rho_f \cdot V \cdot g}{\rho_g \cdot V} - \frac{kv}{\rho_g \cdot V}$$

$$\Rightarrow \frac{dv}{dt} = \frac{\rho_f}{\rho_g} \cdot g - \frac{k}{\rho_g \cdot V} \cdot v$$

إن: المعادلة التفاضلية هي: $\frac{dv}{dt} + \frac{k}{\rho_g \cdot V} \cdot v = \frac{\rho_f}{\rho_g} \cdot g$

بالمطابقة مع المعادلة المعطاة نجد:

$$\begin{cases} \frac{1}{\tau} = \frac{k}{\rho_g \cdot V} \Rightarrow \tau = \frac{\rho_g \cdot V}{k} \\ B = \frac{\rho_f}{\rho_g} g \end{cases}$$

ب/ المعنى الفيزيائي لـ B:

$$t = 0 \Rightarrow v = 0 \Rightarrow \frac{dv}{dt} = a_0 \text{ لما نعوض في (1):}$$

$$a_0 + \frac{k}{\rho_g \cdot V} 0 = \frac{\rho_f}{\rho_g} g \Rightarrow a_0 = \frac{\rho_f}{\rho_g} g$$

إن: المعنى الفيزيائي لـ B هو التسارع الابتدائي a_0 .(3) إيجاد عبارة v_L :

$$0 + \frac{k}{\rho_g \cdot V} v_L = \frac{\rho_f}{\rho_g} g \quad \text{أ/ لما } v = v_{lim} \text{ تصبح المعادلة التفاضلية}$$

$$v_L = \frac{\rho_f \cdot V \cdot g}{k} \quad \text{إن:}$$

ب/ إيجاد قيمة k:

$$v_L = \frac{\rho_f \times g \times m}{\rho_g \times k} \Rightarrow k = \frac{\rho_f \cdot g \cdot m}{\rho_g \cdot v_L} = \frac{\rho_f \cdot g \cdot \rho_g \cdot V}{\rho_g \cdot v_L} = \frac{\rho_f \cdot g \cdot V}{v_L}$$

ومن أجل $v_L = 15 \text{ m/min} = 0,25 \text{ m/s}$

$$K = \frac{1,05 \times 10^3 \times 10^{-7} \times 10}{0,25} = 4,2 \times 10^{-3} \text{ kg/s}$$

(4) أ/ يتغير حجم الفقاعة لأنها ترتفع إلى الأعلى وبالتالي يقل الضغط ومنه يزداد الحجم.

ب/ نعلم أن في حالة جسم كروي: $K = 6\pi\eta r$ عندما يزداد الحجم يزداد r وبالتالي يزداد k

$$v_L = \frac{\rho_f \cdot V \cdot g}{k} = \frac{\rho_f \times \frac{4}{3}\pi \cdot r^3 \cdot g}{6\pi\eta r} = \frac{2\rho_f \cdot g \cdot r^2}{9\eta}$$

عندما يزداد الحجم يزداد r وبالتالي يزداد v_L .

سيدة رأها شرطى وهي تتكلم بالهاتف النقال أثناء السباق فطلب منها وثائق السيارة.
فألت سامحنى أنا معلمة
فرد الشرطى: عليك كنت نحوس اكتبى 500 مرة
"لن أتكلم بالهاتف النقال مجددا أثناء السباق"

التمرين 14:

لأجل تحديد معامل الاحتكاك K لسائل، قام مجموعة من التلاميذ بالاستعانة بتقنية التصوير المتعاقب بدراسة حركة سقوط كرة كتلتها $m = 12g$ في السائل المعتبر، باعتبار المجال الزمني الفاصل بين صورتين متتاليتين هو $\Delta t = 100ms$ ، تم الحصول على النتائج المسجلة في الجدول أسفله والممثلة لتغيرات السرعة الوسطية لمركز عطالة هذه الكرة بدلالة زمن سقوطها

$t(S)$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$v(m/s)$	0,00	0,09	0,18	0,25	0,30	0,33	0,36	0,38	0,39	0,40	0,40

$$1 \text{ cm} \rightarrow 0,05 \text{ m/s}$$

$$1 \text{ cm} \rightarrow 0,1 \text{ s}$$

(1) ارسم البيان $v = f(t)$ بالاستعانة بالسلم التالي:

(2) حدد المجالات الزمنية لطوري الحركة.

(3) بالاعتماد على البيان عين:

أ/

حدد طبيعة حركة مركز عطالة الكرة في كل نظام.

ب/

السرعة الحدية V_{lim} ثم تسارع الحركة في اللحظة $t = 0$.

(4) مثل على شكل تخطيطي جميع القوى الخارجية المؤثرة على الكرة.

أ/

(5) بتطبيق القانون الثاني لنيتون بين أن المعادلة التفاضلية لحركة الكرة تكتب على النحو التالي:

$$\frac{dV}{dt} = g \left(1 - \frac{\rho'}{\rho} \right) - \frac{k}{m} V(t)$$

ب/

عين خصائص دافعة أرخميدس المؤثرة على الكرة ثم احسب قيمة معامل الاحتكاك K .

(6) بإهمال كل من دافعة أرخميدس وقوة الاحتكاك، أوجد شكل المعادلة التفاضلية لحركة الكرة وبماذا نسمي مثل هذه الحركات؟

$$\rho' = 10^3 \text{ Kg/m}^3 \text{ (الماء)}$$

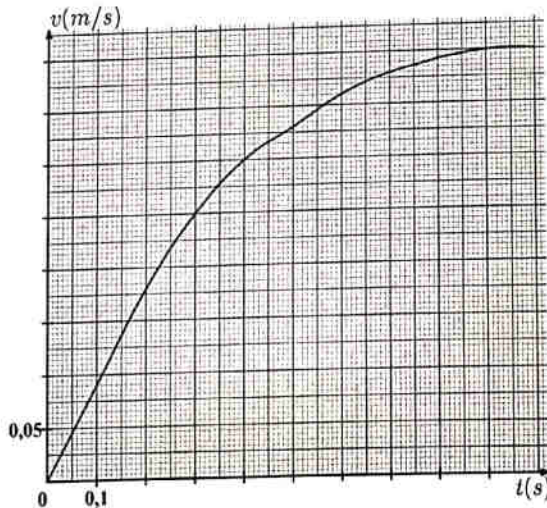
$$\rho = 1,2 \times 10^3 \text{ Kg/m}^3 \text{ للكرة}$$

يعطى:

$$g = 9,8 \text{ m/s}^2$$

تصحيح التمرين 14:

(1) رسم البيان:



(2) تحديد المجالات الزمنية لطوري الحركة:

$[0 - 0,9]s$ طور انتقالي، $[0,9 - \infty]s$ دائم.

(3) أ/ طبيعة حركة الكرة:

- نظام انتقالي: حركة مستقيمة متسارعة.

- نظام دائم: حركة مستقيمة منتظمة.

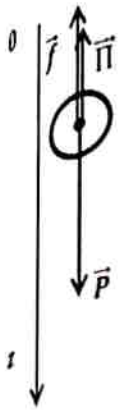
ب/ السرعة الحدية:

$$v_{lim} = 0,4 \frac{m}{s}$$

التسارع الابتدائي:

$$a_0 = \frac{dv}{dt} = \frac{0,4 - 0}{0,18 - 0}$$

$$a_0 = 2,22 \text{ m/s}^2$$



(4) تمثيل جميع القوى المؤثرة على الكرة.

(5) / بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الكرة في مرجع سطحي أرضي (oz) نجد:

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{f} + \vec{\Pi} = m \cdot \vec{a}$$

$$P - \Pi - f = m \cdot a$$

بالإسقاط على (oz):

$$mg - \rho' \cdot V \cdot g - K \cdot v = m \cdot \frac{dv}{dt}$$

$$\frac{dv}{dt} = g - \frac{\rho' \cdot V \cdot g}{m} - \frac{K}{m} \cdot v = g \left(1 - \frac{\rho' \cdot V}{m}\right) - \frac{k}{m} v = g \left(1 - \frac{\rho'}{\rho}\right) - \frac{k}{m} v$$

ب/ خصائص دافعة أرخميدس:

◇ نقطة التأثير: مركز عتالة الجسم.

◇ الجهة: نحو الأعلى دوماً.

◇ الحامل (المنحى): شاقولي.

◇ الشدة: $\Pi = \rho' \cdot V \cdot g$

حساب قيمة معامل الاحتكاك k :

عند النظام الدائم: $v = v_{lim}$ و $\frac{dv}{dt} = 0$ منه: $0 = g \left(1 - \frac{\rho'}{\rho}\right) - \frac{k}{m} \cdot v_{lim}$ إذن:

$$\frac{k}{m} \cdot v_{lim} = g \left(1 - \frac{\rho'}{\rho}\right) \Rightarrow k = \frac{m}{v_{lim}} \cdot g \left(1 - \frac{\rho'}{\rho}\right) \Rightarrow K = 0,049 \text{ Kg/s}$$

(6) بإهمال دافعة أرخميدس والاحتكاك تصبح المعادلة التفاضلية:

$$P = m \cdot a \Rightarrow mg = ma \Rightarrow a = g \Rightarrow \frac{dv}{dt} = g$$

نسمي هذه الحركات: سقوط حر.

التمرين 15:

يهدف هذا التمرين إلى دراسة السقوط الشاقولي لكرة معدنية في الهواء وفي سائل لزج.

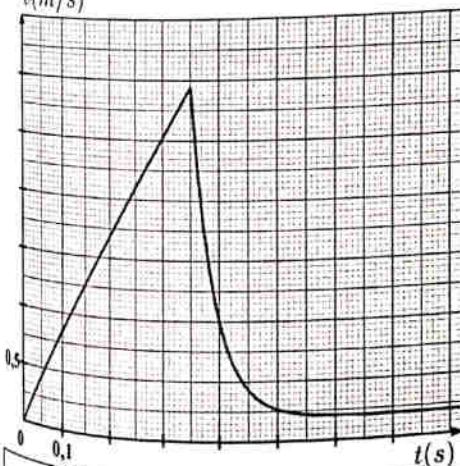
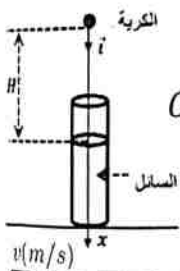
عند اللحظة ($t = 0$) نحرر الكرة من النقطة O تنطبق على مركز عتالتها G . توجد النقطة O

على ارتفاع H من السطح الحر للسائل اللزج الذي يوجد في أنبوب شاقولي شفاف (الشكل)

يمثل المنحنى تطور السرعة v لمركز عتالة G للكرة خلال سقوطها في الهواء وداخل

السائل اللزج.

المعطيات:



الكتلة الحجمية للكرة $\rho_1 = 2,7 \times 10^3 \text{ Kg} \cdot \text{m}^{-3}$

الكتلة الحجمية للسائل اللزج: $\rho_2 = 1,26 \times 10^3 \text{ Kg} \cdot \text{m}^{-3}$

حجم الكرة: $V = 4,20 \times 10^{-6} \text{ m}^3$

تسارع الجاذبية الأرضية: $g = 9,80 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

I. دراسة حركة الكرة في الهواء:

ننمذج تأثير الهواء على الكرة أثناء سقوطها فيه بقوة شاقولية $\vec{R}$ شدتها R ثابتة ونهمل نصف قطر الكرة أمام الارتفاع H يصل مركز العطالة G للكرة إلى السطح الحر للسائل عند اللحظة t_1 بالسرعة v_1 .

(1) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن عبر عن R بدلالة V, g, t_1, v_1 و ρ_1

(2) باستغلال المنحنى $v = f(t)$ احسب قيمة الشدة R

II. دراسة حركة الكرة داخل السائل اللزج:

تخضع الكرة أثناء سقوطها داخل السائل اللزج بالإضافة لثقلها P إلى دافعة أرخميدس $\vec{\Pi} = -\rho_2 \cdot V \cdot g \cdot \vec{t}$ وقوة احتكاك مائع $\vec{f} = -k \cdot v \cdot \vec{t}$ حيث k ثابت موجب.

ننمذج تطور السرعة v لمركز عطالة الكرة في جملة الوحدات الدولية بالمعادلة التفاضلية

$$\frac{dv}{dt} = 5,2 - 26v$$

(1) أوجد المعادلة التفاضلية الحرفية التي تحققها السرعة v لمركز عطالة الكرة بدلالة معطيات النص.

(2) باستعمال هذه المعادلة التفاضلية الحرفية واستغلال البيان تحقق من صحة المعادلة التفاضلية (1).

(3) عين قيمة k واستنتج وحدته.

تصحيح التمرين 15:

I. (1) دراسة حركة الكرة في الهواء:

الجملة: كرة.

المرجع: سطحي أرضي المزود بمعلم (ox)

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن: $\vec{P} + \vec{R} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \Sigma \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a}$

بالإسقاط على محور الحركة (ox) : $P - R = m \cdot a$

$$\Rightarrow R = \rho_1 \cdot V \left(g - \frac{v_1}{t_1} \right)$$

(2) من البيان لدينا: $t_1 = 0,1 \times 3,5 = 0,35 \text{ s}$ و $v_1 = 0,5 \times 6 = 3 \text{ m/s}$

$$R = 2,7 \times 10^3 \times 4,2 \times 10^{-6} \times \left(9,8 - \frac{3}{0,35} \right) = 0,014 \text{ N}$$

منه:

II. دراسة حركة الكرة داخل السائل اللزج:

(1) الجملة: الكرة.

المرجع: سطحي أرضي المزود بمعلم (Ox) .

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن: $\vec{P} + \vec{f} + \vec{\Pi} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \Sigma \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a}$

بالإسقاط على محور الحركة: $P - \Pi - f = m \cdot a$

$$mg - \rho_2 \cdot V_g - kv = m \cdot \frac{dv}{dt}$$

$$\frac{dv}{dt} = g \left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1} \right) - \frac{k}{m} v \dots (1)$$

(2) لدينا: $\frac{dv}{dt} = 5,2 - 26v$ نتحقق من صحتها.

لدينا من (1) وبواسطة الحساب المباشر: $g \left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1} \right) = 5,2$

ولدينا: من البيان: في النظام الدائم يكون: $v = v_{lim} = 0,2 \text{ m/s}$ و $\frac{dv}{dt} = 0$

$$0 = 5,2 - 26 N_{lim} \Rightarrow v_{lim} = \frac{5,2}{26} = 0,2 \text{ m/s}$$

وحسابيا: $v_{lim} = \frac{5,2}{26} = 0,2 \text{ m/s}$

القيمتان متساويتان: منه صحة المعادلة التفاضلية:

$$\frac{dv}{dt} = 5,2 - 26v \dots (2)$$

$$(3) \text{ بالمطابقة بين (1) و (2) نجد: } \frac{k}{m} = 26 \Rightarrow k = 26 \times m = 0,29$$

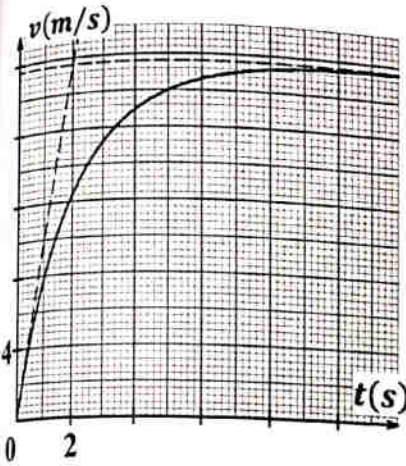
$$f = k \cdot v \Rightarrow k = \frac{f}{v} \text{ : تعيين وحدة } k \text{ : لدينا:}$$

$$[K] = \frac{[f]}{[v]} = \frac{[m] \times [a]}{[v]} = \frac{[m] \times \frac{[L]}{[t]^2}}{\frac{[L]}{[t]}} = \frac{[m]}{[t]}$$

منه وحدة k هي: Kg/s

التمرين 16:

قام فوج من التلاميذ في حصة الأعمال المخبرية بدراسة السقوط الشاقولي لجسم صلب (S) في الهواء، وذلك باستعمال كاميرا رقمية، عولج شريط الفيديو ببرمجة بجهاز الإعلام الآلي فتحصلوا على البيان $v = f(t)$ الذي يمثل تغيرات سرعة مركز عطالة (S) بدلالة الزمن (الشكل)



(1) حدد طبيعة حركة مركز عطالة الجسم (S) في النظامين الانتقالي والدائم. علل.

(2) بالاعتماد على البيان عين:

أ/ السرعة الحدية v_{lim} .

ب/ تسارع الحركة في اللحظة $t = 0$.

(3) ما هي مميزات الجسم الصلب (S) للحصول على حركة مستقيمة شاقولية انسحابية في نظامين انتقالي ودائم؟

(4) باعتبار دافعة أرخميدس مهملة، مثل القوى المؤثرة على الجسم (S) أثناء السقوط، واستنتج عندئذ المعادلة التفاضلية للحركة بدلالة السرعة v في حالة السرعات الصغيرة.

تصحيح التمرين 16:

(1) إن البيان $v = f(t)$ يعبر عن نظامين:

- النظام الانتقالي: $0 \leq t \leq 10s$ حركة مستقيمة متسارعة.

- النظام الدائم: $t > 10s$ حركة مستقيمة منتظمة. $v = cte$.

(2) أ/ السرعة الحدية: $v_{lim} = 19,6 m/s$

ب/ تسارع الحركة عند $t = 0$ يتمثل في حساب ميل المماس عند $t = 0$

$$a_0 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{19,6 - 0}{2 - 0} = 9,8 m \cdot s^{-1}$$

(3) متجانس، منتظم الشكل وانسيابي.

(4) الجملة: جسم (S).

المرجع: السطحي أرضي (OZ).

بتطبيق قانون نيوتن الثاني:

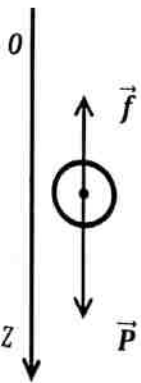
$$\vec{P} + \vec{f} = m \cdot \vec{a}$$

$$P - f = m \cdot a$$

بالإسقاط على (OZ):

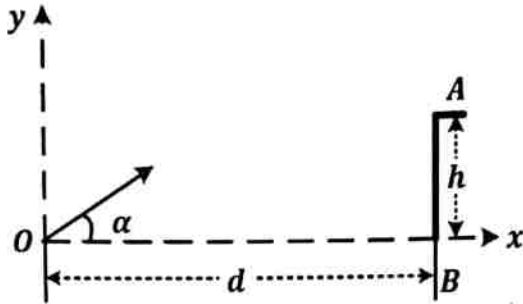
$$mg - kv = m \cdot \frac{dv}{dt}$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m}v = g$$



التمرين 17:

- نأخذ $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$ ، مقاومة الهواء ودافعة أرخميدس مهملتان. لتنفيذ مخالفة خلال مباراة في كرة القدم، وضع اللاعب الكرة في النقطة O مكان وقوع الخطأ (نعتبر الكرة نقطية) على بعد $d = 25 \text{ m}$ من خط المرمى، ارتفاع العارضة الأفقية $h = AB = 2,44 \text{ m}$ يقذف اللاعب الكرة بسرعة ابتدائية $\vec{v}_0$ يصنع حاملها مع الأفق زاوية $\alpha = 30^\circ$ (الشكل)
- (1) ادرس طبيعة حركة الكرة في المعلم $(\vec{ox}, \vec{oy})$ بأخذ مبدأ الأزمنة لحظة القذف، استنتج معادلة المسار $y = f(x)$.
- (2) كم يجب أن تكون قيمة $\vec{v}_0$ حتى يُسجل الهدف مماسيا للعارضة الأفقية (النقطة A)؟ ماهي المدة الزمنية المستغرقة؟ وماهي قيمة سرعتها عند (النقطة A)؟
- (3) كم يجب أن تكون قيمة $\vec{v}_0$ حتى يُسجل الهدف مماسيا لخط المرمى (النقطة B)؟



تصحيح التمرين 17:

- (1) الجملة: الكرة. المرجع: سطح أرضي $(O, \vec{i}, \vec{j})$
- حسب القانون الثاني لنيوتن نجد: $\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$ أي $\vec{P} = m \cdot \vec{a}$ بالإسقاط على (Ox) : $0 = m \cdot a_x$
- بإسقاط على (Oy) : $-mg = ma_y$ إذن $a_x = 0$ إذن الحركة مستقيمة منتظمة
- $a_y = -g$ إذن حركة مستقيمة متغيرة بانتظام.

$$\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{dv_x}{dt} = 0 \\ \frac{dv_y}{dt} = -g \end{cases} \xrightarrow{\text{بالتكامل}} \begin{cases} v_x = c_1 \\ v_y = -gt + c_2 \end{cases}$$

من الشروط الابتدائية لما $t = 0$: $\begin{cases} c_1 = v_{x0} = v_0 \cdot \cos \alpha \\ c_2 = v_{y0} = v_0 \cdot \sin \alpha \end{cases}$

إذن المعادلات الزمنية للسرعة هي: $\begin{cases} v_x = v_0 \cdot \cos \alpha \\ v_y = -gt + v_0 \cdot \sin \alpha \end{cases}$

$$\begin{cases} v_x = \frac{dx}{dt} = v_0 \cdot \cos \alpha \\ v_y = \frac{dy}{dt} = -gt + v_0 \cdot \sin \alpha \end{cases} \xrightarrow{\text{بالتكامل}} \begin{cases} x = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t + c_3 \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \cdot \sin \alpha \cdot t + c_4 \end{cases}$$

من الشروط الابتدائية: $c_3 = x_0 = 0$ و $c_4 = y_0 = 0$

$$\begin{cases} x = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \cdot \sin \alpha \cdot t \end{cases}$$

من عبارة x نجد: $t = \frac{x}{v_0 \cdot \cos \alpha}$

نعوض بقيمة t في عبارة y فنجد معادلة المسار: $y = -\frac{1}{2}g \left(\frac{x}{v_0 \cdot \cos \alpha} \right)^2 + v_0 \cdot \sin \alpha \times \frac{x}{v_0 \cdot \cos \alpha}$

$$y = -\frac{g}{2v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha} x^2 + \tan \alpha x \quad \text{أي}$$

- (2) من معادلة المسار نجد: النقطة $A(x_A = 25; y_A = 2,44)$ تنتمي للمسار إذن تحقق معادلته.

$$y_A = -\frac{1}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} g x_A^2 + \tan \alpha x_A \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{g x_A^2}{2(x_A \tan \alpha - y_A) \cos^2 \alpha}}$$

$$\Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{10 \times 25^2}{2 \times (25 \times \tan 30 - 2,44) \times \cos^2 30}} = 18,6 \text{ m/s}$$

المدة المستغرقة حتى نصل إلى A:

لدينا: $x_A = v_0 \cos \alpha \cdot t_A$

$$t_A = \frac{x_A}{v_0 \cos \alpha} = \frac{25}{18,6 \times \cos 30} = 1,55 \text{ s}$$

إيجاد سرعته عند A:

$$v_A = \sqrt{v_{yA}^2 + v_{xA}^2} = \sqrt{(-gt_A + v_0 \sin \alpha)^2 + (v_0 \cos \alpha)^2}$$

$$v_A = \sqrt{(-10 \times 1,55 + 18,6 \times \sin 30)^2 + (18,6 \times \cos 30)^2} = 17 \text{ m/s}$$

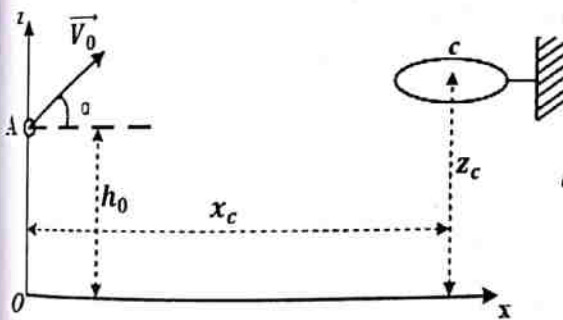
(3) عند النقطة B: $y_B = 0$

نعوض في معادلة المسار فنجد:

$$v'_0 = \sqrt{\frac{g \cdot x_B}{2 \tan \alpha \cdot \cos^2 \alpha}} = \sqrt{\frac{10 \times 25}{2 \times \frac{\sqrt{3}}{3} \times \frac{3}{4}}} = \sqrt{\frac{250}{\frac{\sqrt{3}}{2}}} = 16,99 \text{ m/s}$$

التمرين 18:

قام لاعب في مقابلة لكرة السلة، بتسديد الكرة نحو السلة من نقطة A منطبقة على مركز الكرة الموجود على ارتفاع $h_0 = 2.10 \text{ m}$ من سطح الأرض بسرعة ابتدائية $(V_0 = 8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1})$ يصنع حاملها زاوية $\alpha = 37^\circ$ مع المستوي الأفقي، ليمر مركز الكرة G بمركز السلة C الذي إحداثياته: $(x_c = 4.50, z_c)$ في المعلم الأرضي $(\vec{Ox}, \vec{Oz})$ الذي نعتبره غاليليا.



(1) ادرس حركة مركز عتالة الكرة في المعلم $(\vec{Ox}, \vec{Oz})$ معتبرا مبدأ الأزمنة لحظة تسديد الكرة وإهمال تأثير الهواء، ثم استنتج معادلة المسار.

(2) احسب (z_c) .

(3) يغير مركز عتالة الكرة مركز السلة بسرعة $(\vec{v}_c)$ ، التي يصنع حاملها مع المستوي الأفقي زاوية (β) .

استنتج قيمتي كل من (v_c) و (β) .

تعطى: $(g = 9.80 \text{ m} \times \text{s}^{-2})$

تصحيح التمرين 18:

(1) الجملة: الكرة.

المرجع: سطح أرضي $(\vec{o}, \vec{i}, \vec{k})$

حسب القانون الثاني لنيوتن نجد: $\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$ أي $\vec{P} = m \cdot \vec{a}$

بالإسقاط على (Ox) : $0 = m \cdot a_x$

$a_x = 0$ إذن الحركة مستقيمة منتظمة

بالإسقاط على (Oz) : $-mg = ma_z$

$a_z = -g$ إذن حركة مستقيمة متغيرة بانتظام.

$$\begin{cases} a_x = 0 \\ a_z = -g \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{dv_x}{dt} = 0 \\ \frac{dv_z}{dt} = -g \end{cases} \xRightarrow{\text{بالتكامل}} \begin{cases} v_x = c_1 \\ v_z = -gt + c_2 \end{cases}$$

من الشروط الابتدائية لما $t = 0$: $\begin{cases} c_1 = v_{x0} = v_0 \cdot \cos \alpha \\ c_2 = v_{z0} = v_0 \cdot \sin \alpha \end{cases}$

إن المعادلات الزمنية للسرعة هي : $\begin{cases} v_x = v_0 \cdot \cos \alpha \\ v_z = -gt + v_0 \cdot \sin \alpha \end{cases}$

$$\begin{cases} v_x = \frac{dx}{dt} = v_0 \cdot \cos \alpha \\ v_z = \frac{dz}{dt} = -gt + v_0 \cdot \sin \alpha \end{cases} \xRightarrow{\text{بالتكامل}} \begin{cases} x = v_0 \cdot \cos \alpha t + c_3 \\ z = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \cdot \sin \alpha t + c_4 \end{cases}$$

من الشروط الابتدائية: $c_3 = x_0 = 0$ و $c_4 = z_0 = h_0$

$$\begin{cases} x = v_0 \cdot \cos \alpha t \\ z = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \cdot \sin \alpha t + h_0 \end{cases}$$

من عبارة x نجد: $t = \frac{x}{v_0 \cdot \cos \alpha}$

نعوض بقيمة t في عبارة y فنجد معادلة المسار:

$$z = -\frac{1}{2}g \left(\frac{x}{v_0 \cdot \cos \alpha} \right)^2 + v_0 \cdot \sin \alpha \times \frac{x}{v_0 \cdot \cos \alpha} + h_0$$

$$z = -\frac{g}{2v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha} x^2 + \tan \alpha \times x + h_0 \quad \text{أي:}$$

(2) حساب Z_c :

$$Z_c = -\frac{1}{2} \times \frac{g}{v_0^2 \times \cos^2 \alpha} x_c^2 + \tan \alpha \times x_c + h_0 \quad \text{ومنه:}$$

$$Z_c = -\frac{9,8}{2 \times 8^2 \times (0,798)^2} \times (4,5)^2 + 4,5 \times 0,75 + 2,1$$

$$z = 3,04 \text{ m}$$

(3) استنتاج V_c و β

$$V_c = \sqrt{V_{cx}^2 + V_{cz}^2} \quad \text{استنتاج } V_c: \text{ الطريقة 01:}$$

$$\begin{cases} v_{cx} = v_0 \times \cos \alpha \\ v_{cz} = -gt + v_0 \times \sin \alpha \end{cases}$$

إيجاد زمن الوصول إلى C:

$$t = \frac{x_c}{v_0 \cdot \cos \alpha} = \frac{4,5}{8 \times \cos 37} = 0,7 \text{ s}$$

حساب V_{cx} :

$$V_{cx} = V_0 \times \cos \alpha = 8 \times \cos 37 = 6,39 \text{ m.s}^{-1}$$

حساب V_{cz} :

$$V_{cz} = -gt + v_0 \times \sin \alpha = -9,8 \times 0,7 + 8 \times \sin 37 = -2,04 \text{ m.s}^{-1}$$

$$V_c = \sqrt{V_{cx}^2 + V_{cz}^2} = 6,7 \text{ m.s}^{-1} \quad \text{ومنه:}$$

الطريقة 02: لإيجاد v_c : يمكن استعمال معادلة حفظ الطاقة (الجملة : جسم + أرض) معزولة طاقيًا.

$$E(A) = E(C)$$

$$E_c(A) + E_{pp}(A) = E_c(C) + E_{pp}(C)$$

$$\frac{1}{2}mv_0^2 + mgz_0 = \frac{1}{2}mv_c^2 + mgz_c$$

$$v_c = \sqrt{v_0^2 + 2g(z_0 - z_c)} = \sqrt{8^2 + 2 \times 9,8(2,1 - 3,04)} \approx 6,7 \text{ m.s}^{-1}$$

- استنتاج β :

$$\cos(\beta) = \frac{V_{cx}}{V_c} = \frac{6,39}{6,7} = 0,95 \Rightarrow \beta = 18^\circ$$

التمرين 19:

في مقابلة كرة القدم، خرجت الكرة إلى التماس. ولإعادتها إلى الميدان، يقوم أحد اللاعبين برميها من خط التماس بكتلة يديه لتمريرها فوق رأسه.

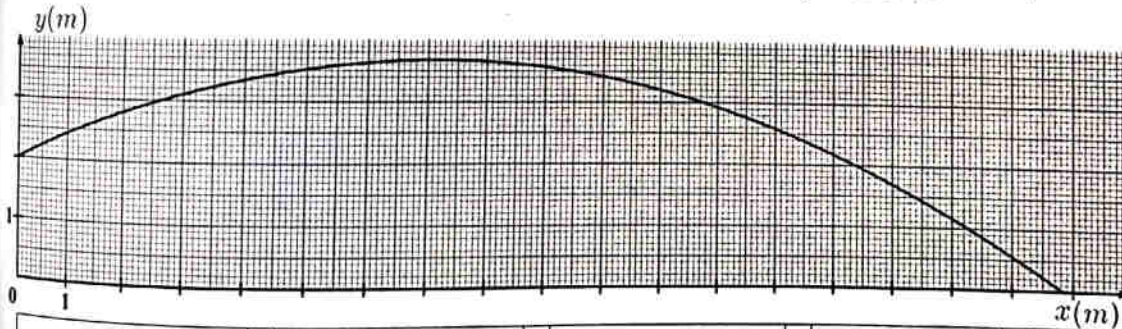
لدراسة حركة الكرة، نهمل تأثير الهواء وننمذج الكرة بنقطة مادية. في اللحظة ($t = 0$) تغادر الكرة يدي اللاعب في نقطة A تقع على ارتفاع $h_0 = 2\text{m}$ من سطح الأرض بسرعة $(\vec{V}_0)$ يصنع حاملها مع المستوي الأفقي و إلى الأعلى زاوية $\alpha = 25^\circ$ (الشكل). تمر الكرة فوق رأس الخصم، الذي طول قامته $h = 1,80\text{m}$ والواقف على بعد 12m من اللاعب الذي يرمي الكرة.

(1) بين أن معادلة مسار الكرة في المعلم $(0, \vec{i}, \vec{j})$ هي:

$$y = \left(-\frac{g}{2V_0^2 \cos^2 \alpha} \right) x^2 + x \cdot \tan \alpha + h_0$$

(2) يمثل البيان (الشكل) مسار الكرة في المعلم المذكور $(0, \vec{i}, \vec{j})$. باستغلال المنحنى البياني أجب عما يلي:

- على أي ارتفاع (h_2) من رأس الخصم تمر الكرة؟
- ما قيمة السرعة الابتدائية $(\vec{V}_0)$ التي أعطيت للكرة لحظة مغادرتها يدي اللاعب؟
- حدد الموضع M للكرة في اللحظة ($t = 1,17 \text{ s}$). وما هي قيمة سرعتها عندئذ؟
- احسب الزمن الذي تستغرقه الكرة من لحظة انطلاقها إلى غاية ارتطامها (اصطدامها) بالأرض.



المعطيات:	$g = 10\text{m/s}^2$	$\sin \alpha = 0,4226$	$\cos \alpha = 0,9063$	$\tan \alpha = 0,4663$
-----------	----------------------	------------------------	------------------------	------------------------

ما هو الشيء صانعه يبيعه ،
وشاريه لا يستعمله ،
ومستعمله لا يراه

تصحيح التمرين 19:

(1) الجملة: الكرة. المرجع: سطح أرضي $(O, \vec{i}, \vec{j})$

حسب القانون الثاني لنيوتن نجد: $\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$ أي $\vec{P} = m \cdot \vec{a}$

بالإسقاط على (Ox) : $0 = m \cdot a_x$

$a_x = 0$ إذن الحركة مستقيمة منتظمة

بالإسقاط على (Oy) : $-mg = ma_y$

$a_y = -g$ إذن حركة مستقيمة متغيرة بانتظام.

$$\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{dv_x}{dt} = 0 \\ \frac{dv_y}{dt} = -g \end{cases} \xRightarrow{\text{بالتكامل}} \begin{cases} v_x = c_1 \\ v_y = -gt + c_2 \end{cases}$$

من الشروط الابتدائية لما $t = 0$

$$\begin{cases} c_1 = v_{x0} = v_0 \cdot \cos \alpha \\ c_2 = v_{y0} = v_0 \cdot \sin \alpha \end{cases}$$

إذن المعادلات الزمنية للسرعة هي:

$$\begin{cases} v_x = v_0 \cdot \cos \alpha \\ v_y = -gt + v_0 \cdot \sin \alpha \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_x = \frac{dx}{dt} = v_0 \cdot \cos \alpha \\ v_y = \frac{dy}{dt} = -gt + v_0 \cdot \sin \alpha \end{cases} \xRightarrow{\text{بالتكامل}} \begin{cases} x = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t + c_3 \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \cdot \sin \alpha \cdot t + c_4 \end{cases}$$

من الشروط الابتدائية: $c_3 = x_0 = 0$

$$\begin{cases} c_4 = y_0 \\ x = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \cdot \sin \alpha \cdot t + y_0 \end{cases}$$

من عبارة x نجد: $t = \frac{x}{v_0 \cdot \cos \alpha}$

نعوض بقيمة t في عبارة y فنجد معادلة المسار: $y = -\frac{1}{2}g \left(\frac{x}{v_0 \cdot \cos \alpha} \right)^2 + v_0 \cdot \sin \alpha \times \frac{x}{v_0 \cdot \cos \alpha} + y_0$

$$y = -\frac{g}{2v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha} x^2 + \tan \alpha x + y_0 \quad \text{أي:}$$

(2) أ/ من البيان نلاحظ أن: رأس الخصم يوجد في نقطة فاصلتها 12 m وارتفاع الكرة في تلك اللحظة هو 3 m ومنه: $2,9 - 1,8 = 1,1 \text{ m}$ إذن الكرة تمر على بعد $1,2 \text{ m}$ عن رأس الخصم.

ب/ قيمة السرعة الابتدائية V_0 :

نأخذ أي نقطة من المسار مثلاً $(12,3)$ ونعوضها في معادلة المسار ثم نحل معادلة ذات مجهول واحد

فنجد $V_0 = 13,7 \text{ m/s}$

ج/ تحديد موضع M للكرة في اللحظة $t = 1,17 \text{ s}$ وسرعتها عندئذ:

$$X_m = V_0 \cdot \cos \alpha \cdot t = 14,5 \text{ m}$$

ومن البيان جد $Y_m = 2 \text{ m}$ ومنه: $M(14,5; 2)$

$$\begin{cases} V_x = 13,7 \times \cos 25 = 12,41 \text{ m/s} \\ V_y = -10(1,17) + 13,7 \times \sin 25(1,17) = -5,87 \end{cases}$$

سرعة الكرة عندئذ:

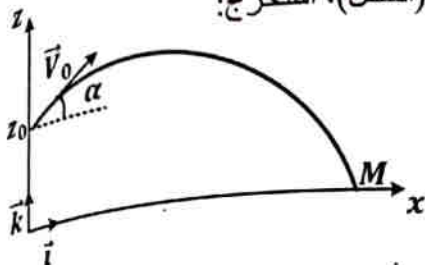
$$\Rightarrow V_m = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = 13,8 \text{ m/s}$$

د/ الزمن الذي تستغرقه الكرة حتى ترتطم بالأرض: عند الارتطام بالأرض لدينا بيانياً: $x = 17,8 \text{ m}$

$$t = \frac{x}{V_0 \cdot \cos \alpha} = \frac{17,8}{13,7 \times \cos 25} \approx 1,4 \text{ s}$$

التمرين 20:

في لعبة رمي الكرة، يقذف اللاعب في اللحظة $t = 0$ الكرة من ارتفاع $h = 2.0m$ عن سطح الأرض بسرعة ابتدائية $v_0 = 13.7 m.s^{-1}$ ، شعاعها يصنع زاوية $\alpha = (\vec{ox}, \vec{v_0}) = 35^\circ$. نهمل تأثير الهواء (مقاومة دافعة أرخميدس)، وناخذ $g = 9.8m.s^{-2}$.
 (1) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على القذيفة في المعلم المبين على (الشكل)، استخرج:



أ/ المعادلات التفاضلية للحركة.

ب/ المعادلات الزمنية للحركة.

(2) اكتب معادلة المسار $z = f(x)$.

(3) أوجد إحداثيات نقطة سقوط القذيفة وماهي سرعتها عندئذ؟

تصحيح التمرين 20:

(1) أ/ المعادلات التفاضلية للحركة:

الجملة: الكرة.

المرجع: سطح أرضي $(o, \vec{i}, \vec{k})$

حسب القانون الثاني لنيوتن نجد: $\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$ أي $\vec{P} = m \cdot \vec{a}$

بالإسقاط على (Ox) : $0 = m \cdot a_x$

$a_x = 0$ إذن الحركة مستقيمة منتظمة

بالإسقاط على (Oz) : $-mg = ma_z$

$a_z = -g$ إذن حركة مستقيمة متغيرة بانتظام.

$$\begin{cases} a_x = 0 \\ a_z = -g \end{cases} \xrightarrow[\text{للسرعة}]{\text{المعادلة التفاضلية}} \begin{cases} \frac{dv_x}{dt} = 0 \\ \frac{dv_z}{dt} = -g \end{cases} \xrightarrow[\text{للحركة}]{\text{المعادلة التفاضلية}} \begin{cases} \frac{d^2x(t)}{dt^2} = 0 \\ \frac{d^2z(t)}{dt^2} = -g \end{cases}$$

ب/ المعادلات الزمنية للحركة (بالإسقاط على (Ox) و (Oz)):

$$\begin{cases} \frac{dv_x}{dt} = 0 \\ \frac{dv_z}{dt} = -g \end{cases} \xrightarrow{\text{بالتكامل}} \begin{cases} v_x = c_1 \\ v_z = -gt + c_2 \end{cases}$$

من الشروط الابتدائية لما $t = 0$:

$$\begin{cases} c_1 = v_{x0} = v_0 \cdot \cos \alpha \\ c_2 = v_{z0} = v_0 \cdot \sin \alpha \end{cases}$$

إذن المعادلات الزمنية للسرعة هي:

$$\begin{cases} v_x = v_0 \cdot \cos \alpha \\ v_z = -gt + v_0 \cdot \sin \alpha \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_x = \frac{dx}{dt} = v_0 \cdot \cos \alpha \\ v_z = \frac{dz}{dt} = -gt + v_0 \cdot \sin \alpha \end{cases} \xrightarrow{\text{بالتكامل}} \begin{cases} x = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t + c_3 \\ z = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \cdot \sin \alpha \cdot t + c_4 \end{cases}$$

من الشروط الابتدائية: $c_3 = x_0 = 0$

$$c_4 = z_0 = h$$

$$\begin{cases} x = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t \\ z = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \cdot \sin \alpha \cdot t + h \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_x = 11,22 m.s^{-1} \\ V_z = -9,8t + 7,86 \end{cases}$$

$\Rightarrow$

$$\begin{cases} x(t) = 11,22 \cdot t \\ z(t) = -4,9t^2 + 7,86t + 2 \end{cases}$$

(2) معادلة المسار:

$$t = \frac{x}{v_0 \cos \alpha}$$

من عبارة x نجد: نعوض بقيمة t في عبارة y فنجد معادلة المسار:

$$z = -\frac{1}{2}g \left(\frac{x}{v_0 \cos \alpha} \right)^2 + v_0 \sin \alpha \frac{x}{v_0 \cos \alpha} + h$$

$$z = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + x \tan \alpha + h \quad \text{أي:}$$

$$z = -\frac{9,8}{2 \times (13,7)^2 \times (0,819)^2} x^2 + 0,7x + 2 = -0,04 x^2 + 0,7 x + 2$$

(3) إحداثيات النقطة M :

$$\begin{cases} Z_M = 0m \\ 0 = -0,04X_M^2 + 0,7X_M + 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Z_M = 0m \\ X_M = 20m \end{cases}$$

مرعة القنيفة عندئذ:

$$V_M = \sqrt{V_{Mx}^2 + V_{My}^2}$$

$$t_M = \frac{x_M}{11,2} = \frac{20}{11,2} = 1,8 \text{ s}$$

$$V_{Mz} = -9,8 t + 7,86 = -9,78 \text{ m.s}^{-1} \quad \text{نجد: } V_z \text{ في عبارة}$$

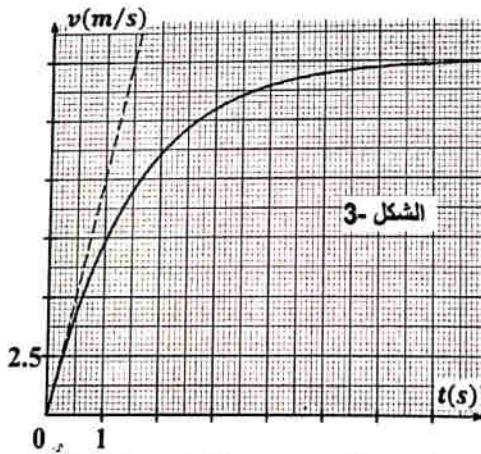
$$V_{Mx} = 11,22 \text{ ولدينا:}$$

$$V_M = \sqrt{V_{Mx}^2 + V_{Mz}^2} = \sqrt{(11,22)^2 + (-9,78)^2} = 14,88 \text{ m.s}^{-1} \text{ منه:}$$

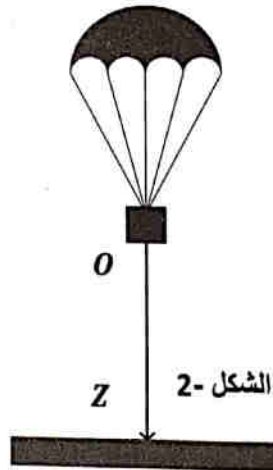
التمرين 21:

في فبراير 2012، هبت عاصفة ثلجية على شمال شرق الجزائر، فاستعملت الطائرات المروحية للجيش لإيصال المساعدات للمتضررين خاصة في المناطق الجبلية منها.

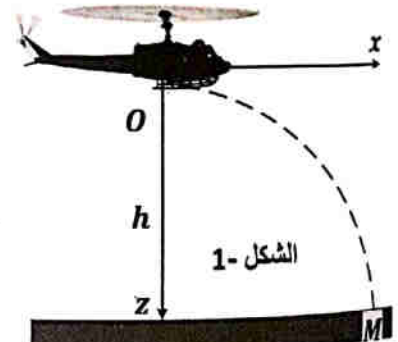
أولاً: تطير المروحية على ارتفاع ثابت h من سطح الأرض بسرعة أفقية ثابتة قيمتها $v = 50 \text{ m.s}^{-1}$ يترك صندوق مواد غذائية مركز عطلته G يسقط في اللحظة $t = 0$ انطلاقاً من النقطة O مبدأ الإحداثيات وبالسرع الابتدائية الأفقية $\vec{v}_0$ ليرتطم بسطح الأرض في النقطة M . (الشكل-1).



الشكل-3



الشكل-2



الشكل-1

ندرس حركة G في المعلم المتعامد والمتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$ المرتبط بسطح الأرض الذي نعتبره غاليليا، نهمل أبعاد الصندوق وتؤثر عليه قوة وحيدة هي قوة ثقله.

(1) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن جد:

أ/ المعادلتين الزميتين $x(t)$ و $z(t)$.

ب/ معادلة المسار $z(x)$.

- ج/ إحدائتي نقطة السقوط M .
 د/ الزمن اللازم لوصول الصندوق إلى الأرض.
 ه/ احسب سرعة الصندوق عند وصوله إلى الأرض V_M .
 ثانيا: لكي لا تتلف المواد الغذائية عند الارتطام بسطح الأرض، تم ربط الصندوق بمظلة تمكنه من النزول شاقوليا ببطء، تبقى المروحية على نفس الارتفاع h السابق في النقطة O ، ليترك الصندوق يسقط شاقوليا دون سرعة ابتدائية في اللحظة $t = 0$ (الشكل-2). يخضع الصندوق لقوة احتكاك الهواء نعبر عنها بالعلاقة $\vec{f} = -100 \times \vec{v}$ حيث $\vec{v}$ يمثل شعاع سرعة الصندوق في اللحظة t مع إهمال دافعة أرخميدس خلال السقوط.

- 1) جد المعادلة التفاضلية التي تحققها سرعة مركز عتالة الصندوق.
 2) يمثل (الشكل 3-) تطور v سرعة مركز عتالة الصندوق.

أ/ جد السرعة الحدية v_l .
 ب/ حدّد قيمتي السرعة والتسارع في اللحظتين: $t = 0s$ و $t = 10s$.

يعطى:	$h = 405 m$	$g = 9.8 m.s^{-2}$	كتلة الصندوق والمظلة $m = 150 Kg$
-------	-------------	--------------------	-----------------------------------

تصحيح التمرين 21:

أولا:

1) أ/ المعادلتين الزميتين:

الجملة: صندوق.

المرجع: سطحي أرضي المزود بمعلم $(o, \vec{i}, \vec{k})$.بتطبيق القانون الثاني لنيوتن: $\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}$ بالإسقاط على (Ox) : $0 = m \cdot a_x$ منه $a_x = 0$ بالإسقاط على (Oz) : $P = m \cdot a_z$ منه $m \cdot g = m \cdot a_z$ و منه $a_z = g$

$$\begin{cases} a_x = 0 \\ a_z = g \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{dv_x}{dt} = 0 \\ \frac{dv_z}{dt} = g \end{cases} \xrightarrow{\text{بالتكامل}} \begin{cases} v_x = c_1 \\ v_z = gt + c_2 \end{cases}$$

من الشروط الابتدائية لما $t = 0$:
 $\begin{cases} c_1 = v_{0x} = v_0 \cdot \cos 0 = v_0 \\ c_2 = v_{z0} = v_0 \cdot \sin 0 = 0 \end{cases}$

إذن المعادلات الزمنية للسرعة هي:
 $\begin{cases} v_x = v_0 \\ v_z = gt \end{cases}$

$$\begin{cases} v_x = \frac{dx}{dt} = v_0 \\ v_z = \frac{dz}{dt} = gt \end{cases} \xrightarrow{\text{بالتكامل}} \begin{cases} x = v_0 t + c_3 \\ z = \frac{1}{2} gt^2 + c_4 \end{cases}$$

من الشروط الابتدائية: $c_3 = x_0 = 0$

$$\begin{cases} c_4 = z_0 = 0 \\ x = v_0 t \\ z = \frac{1}{2} gt^2 \end{cases}$$

ب/ معادلة المسار: من عبارة x نجد: $t = \frac{x}{v_0}$ نعوض بقيمة t في عبارة y فنجد معادلة المسار: $z = \frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_0} \right)^2$

$$z = \frac{g}{2v_0^2} x^2 \quad \text{أي:}$$

ج/ احداثيتي نقطة السقوط M :

اي لما $z_M = h$ منه: $h = \frac{g}{2V_0^2} x_M^2$ منه: $x_M = \sqrt{\frac{2V_0^2 h}{g}} = V_0 \sqrt{\frac{2h}{g}}$

$$x_M = 50 \sqrt{\frac{2 \times 405}{9,8}} \approx 454 \text{ m}$$

منه: $M(454 ; 405)$

د/ الزمن اللازم لوصول الصندوق إلى الأرض:

$$t = \frac{x}{V_0} = \frac{454}{50} = 9,08 \text{ s}$$

هـ/ إيجاد سرعته عند M :

$$V_M = \sqrt{V_{Mx}^2 + V_{Mz}^2} = \sqrt{V_0^2 + (gt_M)^2} = \sqrt{50^2 + (9,8 \times 9,08)^2} \approx 102 \text{ m/s}$$

ثانيا:

(1) المعادلة التفاضلية التي تحققها سرعة مركز عطالة الجسم:

الجسم: صندوق.

المرجع: سطحي أرضي المزود بمعلم (Oz) .

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن: $\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}$ منه: $\vec{P} + \vec{f} = m \cdot \vec{a}$

بالإسقاط على (Oz) نجد: $P - f = m \cdot a$

$$mg - 100v = m \times \frac{dv}{dt} \Rightarrow m \cdot \frac{dv}{dt} + 100v = m \cdot g \Rightarrow \frac{dv}{dt} + \frac{100}{m}v = g$$

(2) أ/ بيانيا: $v_L = 15 \text{ m/s}$

ب/

اللحظة الزمنية	السرعة (m/s)	التسارع (m/s^2)
$t = 0$	$v_0 = 0$	$a_0 \approx 10$
$t = 10 \text{ s}$	$v_{lim} = 15$	$a = 0$

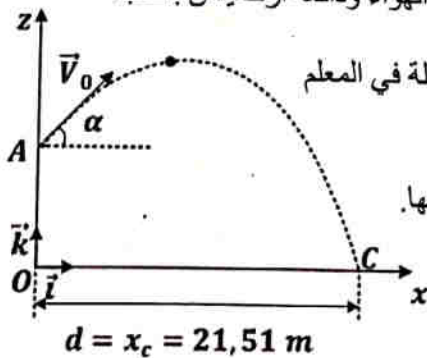
التمرين 22:

خلال منافسة رمي الجلة في الألعاب الأولمبية ببيكين، حقق الرياضي الذي فاز بهذه المنافسة النتيجة $d = 21,51 \text{ m}$ اعتمادا على الفيلم المسجل لعملية الرمي ولأجل معرفة قيمة السرعة v_0 التي قذفت بها الجلة، تم استخراج بعض المعطيات أثناء لحظة الرمي:

قذفت الجلة من النقطة A الواقعة على ارتفاع $h_A = 2.00 \text{ m}$ بالنسبة لسطح الأرض وبالسرع $\vec{v}_0$ التي تصنع

الزاوية $\alpha = 45^\circ$ مع الخط الأفقي (الشكل)

ندرس حركة الجلة في المعلم المتعامد والمتجانس $(O, \vec{i}, \vec{k})$ ونختار اللحظة الابتدائية $t = 0$ هي من اللحظة التي يتم فيها قذف الجلة من النقطة A . نهمل احتكاكات الجلة مع الهواء ودافعة أرخميدس بالنسبة لقوة ثقل الجلة.



(1) جد المعادلتين الزميتين $x = f(t)$ و $z = h(t)$ المميزتين لحركة الجلة في المعلم

المختار، ثم استنتج معادلة مسار الجلة $z = g(x)$

بدلالة المقادير h_A, α, g, v_0 .

(2) جد عبارة السرعة الابتدائية v_0 بدلالة h_A, α, g و d ثم احسب قيمتها.

(3) جد المدة الزمنية التي تستغرقها الجلة في الهواء.

تعطى: $g = 9.8 \text{ m.s}^{-2}$.

تصحيح التمرين 22:

(1) إيجاد المعادلتين الزميتين $x = f(t)$ و $z = h(t)$:

-المعلم: سطحي أرضي.

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجسم (S): $\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}$ منه $\vec{P} = m \cdot \vec{a}$
بالإسقاط على (Ox): حركة مستقيمة منتظمة لأن:

$$V_x = C \text{ وبالتكامل: } \frac{dV_x}{dt} = 0 \text{ أي } a_x = 0$$

$$\text{من الشروط الابتدائية: } V_x = V_{x_0} = V_0 \cdot \cos \alpha$$

المعادلة الزمنية للحركة على (Ox):

$$\text{لدينا: } x = (V_0 \cdot \cos \alpha)t + C \text{ بالتكامل: } V_x = \frac{dx}{dt} = V_0 \cdot \cos \alpha$$

$$\text{من الشروط الابتدائية: } C = x_0 = 0 \text{ منه: } x = (V_0 \cdot \cos \alpha)t$$

بالإسقاط على (Oz):

$$-P = m \cdot a_z \text{ منه } -m \cdot g = m \cdot a_z \text{ أي } a_z = -g \text{ حركة مستقيمة متغيرة بانتظام.}$$

$$\text{- معادلة السرعة على (Oz): } a_z = \frac{dV_z}{dt} = -g \text{ بالتكامل: } V_z = -g \cdot t + C_3$$

$$\text{من الشروط الابتدائية: } C_3 = V_{z_0} = \sin \alpha \cdot V_0 \text{ منه: } V_z = -gt + \sin \alpha \cdot V_0$$

-المعادلة الزمنية للحركة على (Oz):

$$\text{لدينا: } \frac{dz}{dt} = V_z = -gt + \sin \alpha \times V_0$$

$$\text{بالتكامل: } Z = -\frac{1}{2}gt^2 + \sin \alpha \cdot V_0 \cdot t$$

$$\text{من الشروط الابتدائية: } C = h_A \text{ منه } Z = -\frac{1}{2}gt^2 + \sin \alpha \cdot V_0 \cdot t + h_A$$

استنتاج معادلة المسار:

$$\text{لدينا: } t = \frac{x}{V_0 \cdot \cos \alpha} \text{ نعوض في معادلة الحركة على (Oz):}$$

$$Z = -\frac{1}{2}g \left(\frac{x}{\cos \alpha \times V_0} \right)^2 + \sin \alpha \times V_0 \times \frac{x}{V_0 \cdot \cos \alpha} + h_A$$

(2) إيجاد عبارة V_0 : عند وصول الكرة إلى النقطة C تكون $Z = 0$ بالتعويض في معادلة المسار:

$$0 = -\frac{g}{2V_0^2 \times \cos^2 \alpha} x^2 + x \tan \alpha + h_A$$

$$V_0^2 = \frac{g \times d^2}{2 \cos^2 \alpha (\tan \alpha \times d + h_A)} \Rightarrow V_0 = \frac{d}{\cos \alpha} \sqrt{\frac{g}{2 (\tan \alpha \times d + h_A)}}$$

$$V_0 = \frac{21,51}{\cos 45} \sqrt{\frac{9,8}{2(1 \times 21,51 + 2)}} = 13,88 \text{ m/s}$$

(3) المدة الزمنية التي تستغرقها الكرة في الهواء:

$$x = \cos \alpha \times V_0 \cdot t$$

$$t = \frac{x}{\cos \alpha \times V_0} = \frac{21,51}{0,707 \times 13,88} = 2,19 \text{ s}$$

أبدو أكثر بياضاً كلما
إتسخت أكثر. من أنا ؟

التمرين 23:

أثناء دراسة تأثير القوى الخارجية على حركة جسم، كلف الأستاذ تلميذين بمناقشة الحركة الناتجة عن رمي جلة، فاجاب الأول أن حركة الجلة لا تتأثر إلا بنقلها، بينما اجاب الثاني أن حركتها تتعلق بدافعة أرخميدس. من أجل التصديق على الجواب الصحيح، اعتمد التلميذان على دراسة الرمية التي حقق بها رياضي رقما قياسيا عالميا برمية مداها $21,69m$.

عند محاولتهما محاكاة هذه الرمية بواسطة برنامج خاص، تم قذف الجلة (التي نعتبرها جسما نقطيا) من ارتفاع $h = 2,62m$ ، بسرعة ابتدائية $v_0 = 13,7 m.s^{-1}$ يصنع شعاعها مع المستوي الأفقي زاوية $\alpha = 43^\circ$ فتحصلا على رسم لمسار مركز عطالة الجلة (الشكل 1)، والمنحنيين $v_x(t)$ و $v_y(t)$ (الشكل-2).

I. دراسة نتائج المحاكاة.

- (1) ما هي طبيعة حركة مسقط مركز عطالة الجلة على المحور Ox ؟ برر إجابتك.
- (2) عين القيمة v_{oy} للمركبة الشاقولية لشعاع السرعة الابتدائية (انطلاقا من الشكل-2)، ثم عين قيمة v_0 للسرعة الابتدائية للقذيفة، وهل تتوافق مع المعطيات السابقة ($v_0 = 13.7 m.s^{-1}$ و $\alpha = 43^\circ$)؟
- (3) عين خصائص شعاع السرعة $\vec{v}_s$ عند الذروة S .

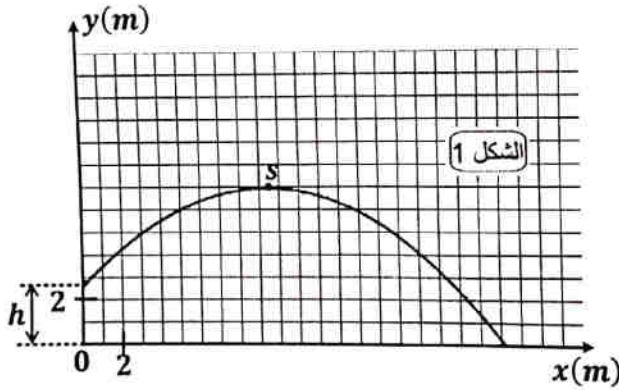
II. الدراسة التحليلية لحركة مركز عطالة الجلة.

المعطيات:

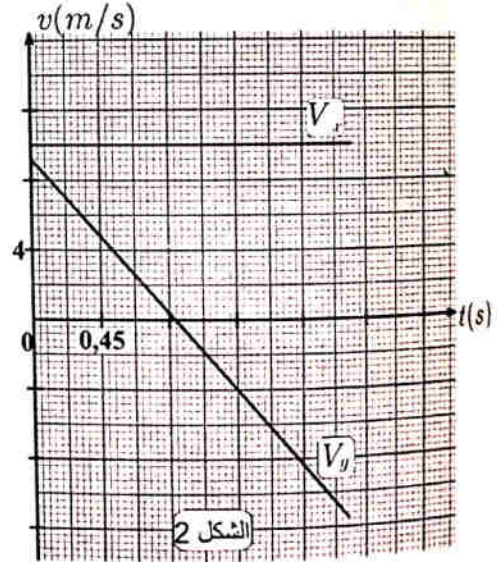
الجلة عبارة عن كرة حجمها V وكتلتها الحجمية: $\rho = 7.10 \times 10^3 kg.m^{-3}$

الكتلة الحجمية للهواء: $\rho_{air} = 1,29 Kg.m^{-3}$

- (1) بين أن دافعة أرخميدس مهمة أمام ثقل الجلة. أي التلميذين على صواب؟
- (2) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، جد عبارة تسارع مركز عطالة الجلة. (نهمل مقاومة الهواء)
- (3) جد معادلة المسار لمركز عطالة الجلة.



الشكل 1



الشكل 2

تصحيح التمرين 23:

I. دراسة نتائج المحاكاة:

(1) طبيعة حركة مسقط مركز عطالة الجلة:

على المحور Ox : حركة مستقيمة منتظمة.

التبرير: مستقيمة لأن المسار مستقيم و منتظمة لأن بياننا نجد أن: $V_x(t) = cte = 10 m/s$

(2) تعيين قيمة المركبة الشاقولية لشعاع السرعة الابتدائية V_{oy} :

بياننا نجد: $V_{oy}(0) = 9,2 m/s$

تعيين السرعة الابتدائية للقذيفة:

نعلم أن: $\vec{V}(t) = \vec{V}_x(t) + \vec{V}_y(t)$ منه: $V_0 = \sqrt{V_{0x}^2 + V_{0y}^2} = \sqrt{10^2 + 9,2^2} = 13,6 \text{ m/s}$
 نعم تتوافق قيمة v_0 المحسوبة مع المعطاة سابقا في حدود الأخطاء المرتكبة في تحديد قيمة V_{0y} .

ومن جهة أخرى: $V_{0x} = V_0 \times \cos \alpha$ منه: $\cos \alpha = \frac{V_{0x}}{V_0} = \frac{10}{13,6} = 0,74$

منه $\alpha \simeq 42,7^\circ$ وهي موافقة للقيمة المعطاة $\alpha = 43^\circ$

(3) خصائص شعاع السرعة $\vec{V}_S$ عند الذروة (S):

عند الذروة يكون $\vec{V}_S = \vec{V}_x$ لأن $\vec{V}_y$ يكون معدوماً. ويكون دوماً مماسياً لمسار حركة القذيفة.

مبدؤه: النقطة (S) ؛ حامله: هو المماس للمسار ؛ طويلته: $V_S = V_{0x} = 0 \text{ m/s}$

الدراسة التحليلية لمركز عطالة الجملة:

(1) بيان أن Π مهملة أمام P :

لدينا: $P = m \cdot g$ و $\Pi = \rho_{\text{هواء}} \cdot V \cdot g$

ولدينا: $\rho_{\text{كره}} = \frac{m}{V}$ منه: $V = \frac{m}{\rho_{\text{كره}}}$ إذن: $\Pi = \rho_{\text{هواء}} \cdot \frac{m}{\rho_{\text{كره}}} \cdot g$ و $P = m \cdot g$

$$\frac{P}{\Pi} = \frac{\rho_{\text{هواء}} \cdot V \cdot g}{\rho_{\text{كره}} \cdot V \cdot g} = \frac{\rho_{\text{هواء}}}{\rho_{\text{كره}}} = \frac{7,10 \times 10^3}{1,29} = 5,5 \times 10^3$$

منه Π مهملة أمام P . وبالتالي التلميذ الأول هو الذي على صواب.

(2) إيجاد عبارة التسارع لمركز عطالة الجملة:

المرجع: سطحي أرضي.

الجملة: جملة.

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن $\Sigma \vec{F}_{\text{ext}} = m \cdot \vec{a}$ منه: $\vec{P} = m \cdot \vec{a}$

بالإسقاط على Ox : $0 = ma$ منه $a = 0$

بالإسقاط على Oy : $-P = m \cdot a$ منه $-m \cdot g = m \cdot a$ منه $a = -g$

إذن: على Ox : حركة مستقيمة منتظمة. و على Oy : حركة مستقيمة متغيرة بانتظام

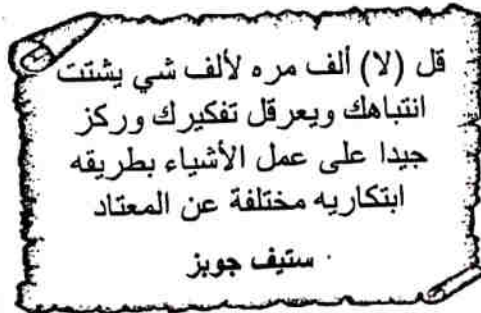
(3) إيجاد معادلة المسار:

معادلتا الحركة:

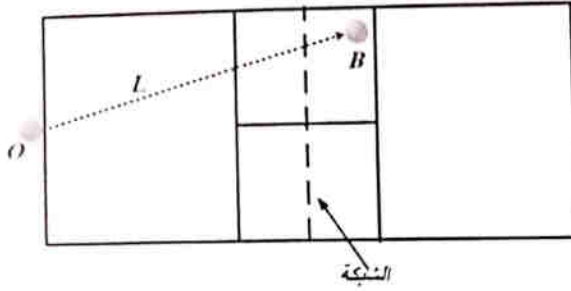
$$\begin{cases} x = V_{0x} \cdot t \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_{0y} \cdot t + h \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 10t \quad \dots \dots \dots (1) \\ y = -5t^2 + 9,2t + 262 \quad \dots \dots \dots (2) \end{cases}$$

من (1): $t = \frac{x}{10}$ نعوض في (2) فنجد معادلة المسار:

$$y = -0,05x^2 + 0,92x + 262$$



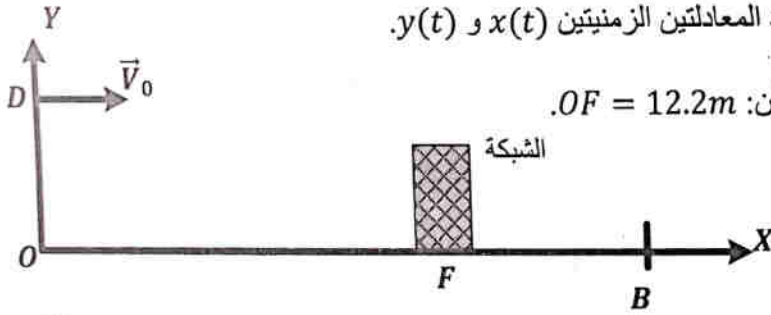
التمرين 24:



ملعب التنس عبارة عن مستطيل طوله $23,8m$ وعرضه $8,23m$. وضعت في منتصفه شبكة ارتفاعها $0,92m$ عندما يرسل اللاعب الكرة يجب أن تسقط في منطقة محصورة بين الشبكة وخط يوجد على مسافة $6,4m$ من الشبكة كما هو موضح بالشكل المقابل.

في دورة رولان قاروس الدولية يريد اللاعب ندال إسقاط الكرة في النقطة B حيث $OB = L = 18,7m$. يرسل ندال الكرة نحو الأعلى ثم يضربها بمضربة من نقطة D توجد على ارتفاع $h = 2,2m$ من النقطة O . تنطلق الكرة من النقطة D بسرعة أفقية $v_0 = 126km/h$ كما هو موضح بالشكل أدناه. نهمل تأثير الهواء ونأخذ $g = 9.8 m/s^2$. نعتبر أن الحركة تتم في معلم سطحي أرضي يعتبر غاليليا.

- (1) مثل القوة المؤثرة على الكرة خلال حركتها بين B و D .
- (2) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن أوجد المعادلتين الزمنية $x(t)$ و $y(t)$.
- (3) استنتج معادلة مسار الحركة.
- (4) هل تمر الكرة فوق الشبكة؟ علما أن: $OF = 12.2m$.
- (5) هل نجح ندال في الإرسال؟



تصحيح التمرين 24:

- (1) تمثيل القوى:
 - (2) المعادلات الزمنية:
- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن:
- بالإسقاط على (ox) : $\Sigma \vec{F}_{ext} = \vec{P} = m \cdot \vec{a}$
 $0 = m \cdot a_x \Rightarrow a_x = 0$
 ومنه الحركة وفق (ox) مستقيمة منتظمة معادلتها: $x(t) = v_0 \cdot t$
- بالإسقاط على (oy) :

$$-mg = m \cdot a_y \Rightarrow a_y = \frac{dv_y}{dt} = -g \Rightarrow v_y = -gt + C$$

و $t = 0 \leftarrow v_{oy} = C = 0$ منه: $v_y = -gt = \frac{dy}{dt}$

ومنه: $\frac{dy}{dt} = -gt \Rightarrow y = -\frac{1}{2}gt^2 + C'$

$$t = 0 \rightarrow y = c' = h \Rightarrow y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + h$$

(3) معادلة المسار:

$$t = \frac{x}{v_0} \Rightarrow y = -\frac{g}{2v_0^2} \cdot x^2 + h = (4 \times 10^{-3})x^2 + 2,2$$

(4) هل تمر الكرة فوق الشبكة: نعوض في معادلة المسار بـ: $x = 12,2m$
 $y_F = -4 \times 10^{-3} \times (12,2)^2 + 2,2 = 1,6m > 0,92m$

ومنه الكرة تمر فوق الشبكة.

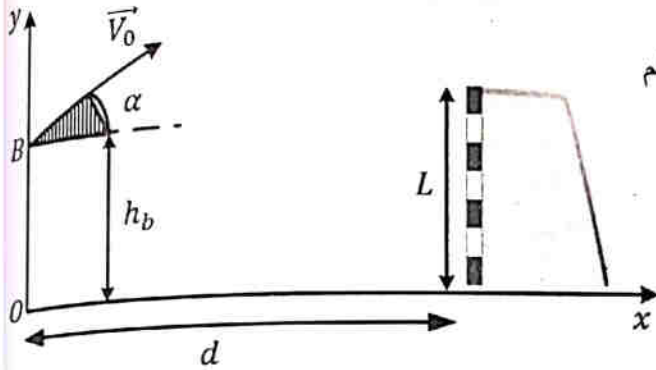
(5) عند الموضع B فإن: $y_B = 0$ ومنه:

$$-4 \times 10^{-3} \cdot x_B^2 + 2,2 = 0 \Rightarrow x_B = \sqrt{\frac{2,2}{0,004}} = 23,45m > 18,7m$$

ومنه الإرسال خاطئ.

التمرين 25:

المعطيات: $g = 10 \text{ m.s}^{-1}$ ، $v_0 = 10 \text{ m.s}^{-1}$
 بإحدى الحصص التدريبية لكرة القدم استقبل اللاعب كرة من زميله فقفزها برأسه نحو المرمى بغية تسجيل هدف.
 غادرت الكرة رأسه في اللحظة $t = 0$ من النقطة B في اتجاه المرمى بسرعة ابتدائية $\vec{v}_0$ واقعة على المستوي
 الشاقولي المتعامد مع مستوي المرمى ويصنع حاملها زاوية $\alpha = 30^\circ$ مع المستوي الأفقي. تقع النقطة B على
 ارتفاع $h_B = 2 \text{ m}$ من سطح الأرض، كما هو موضح بالشكل.



(1) بإهمال أبعاد الكرة وتأثير الهواء عليها،
 وبتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الكرة في المعلم
 السطحي الأرضي (Ox, Oy) أوجد ما يلي:

- المعادلتين الزمنيتين $x(t)$ و $y(t)$.
 - معادلة المسار $y = f(t)$.
 - قيمة سرعة مركز عطالة الكرة عند الذروة.
- (2) يبعد خط التهديد عن اللاعب بالمسافة $d = 10 \text{ m}$ وارتفاع المرمى $L = 2.44 \text{ m}$

- اكتب الشرط الذي يجب أن يحققه كل من x و y لكي يسجل الهدف مباشرة إثر هذه الراسية؟
- هل سجل اللاعب الهدف بهذه الراسية؟ برر إجابتك.

تصحيح التمرين 25:

(1) أ/ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن في معلم سطحي أرضي نعتبره غاليليا:

$$\vec{P} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow m \cdot \vec{a} = m \cdot \vec{g} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$$

$$a_x = 0 \quad a_y = -g$$

الحركة على ox منتظمة: $a_x = 0$

$$v = c = v_0 \cdot \cos \alpha$$

$$x = ct + C'$$

عند $t = 0 \leftarrow x = 0$

$$0 = 0 + C' \Rightarrow C' = 0$$

$$x = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t = 8,66 t \quad \dots (1)$$

وبالتالي:
 الحركة على oy متغيرة بانتظام.

$$a_y = C = -g \Rightarrow v_y = -gt + c'$$

عند $t = 0 \leftarrow v_y = v_0 \cdot \sin \alpha$ ومنه: $C = v_0 \cdot \sin \alpha$

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin \alpha \cdot t + C''$$

عند $t = 0 \leftarrow y = 2 \text{ m}$ ومنه: $y = -5t^2 + 5t + 2 \dots (2)$

ب/ معادلة المسار:

$$y = -0,067x^2 + 0,57x + 2$$

من (1) و (2) نجد:

$$v_y = 0$$

ج/ عند الذروة:

$$v = v_x = v_0 \cdot \cos \alpha = 8,66 \text{ m/s}$$

وبالتالي:

(2) أ/ الشرطان:

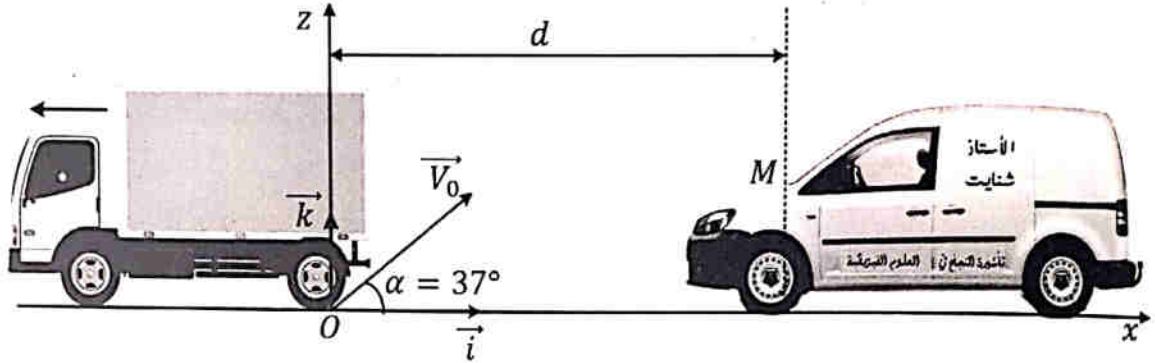
$$x = 10 \text{ m} \quad \text{و} \quad 0 \leq y \leq 2,44 \text{ m}$$

ب/ نعوض في معادلة المسار: $y = -0,067(100) + 5,7 + 2 = 1 \text{ m} < 2,44 \text{ m}$
 إذن: الهدف يسجل.

التمرين 26:

نهمل تأثير الهواء ونأخذ $g = 9.8 \text{ m.s}^{-2}$

شاحنة تسير على طريق مستقيم أفقي، في لحظة نعتبرها مبدأ لقياس الأزمنة $t = 0$ تقذف العجلة الخلفية للشاحنة نحو الورا من نقطة O من سطح الأرض حجرا نعتبره نقطيا بسرعة ابتدائية $v_0 = 12 \text{ m.s}^{-1}$ يصنع حاملها زاوية $\alpha = 37^\circ$ مع المستوي الأفقي فيرتطم بالنقطة M من الزجاج الأمامي لسيارة تسير خلف الشاحنة وفي نفس جهة حركتها بسرعة ثابتة قدرها 90 km.h^{-1} . في اللحظة $t = 0$ كانت المسافة الأفقية بين النقطة O والنقطة M : $d = 44 \text{ m}$. الشكل



- (1) ادرس حركة الحجر في المعلم $(O, \vec{i}, \vec{k})$ ثم استخرج المعادلتين الزميتين للحركة $x(t)$ و $z(t)$
- (2) اكتب معادلة مسار الحجر $z = f(x)$.
- (3) اكتب المعادلة الزمنية $x_M(t)$ لحركة النقطة M في المعلم $(O, \vec{i}, \vec{k})$.
- (4) احسب قيمة t_M لحظة ارتطام الحجر بالزجاج الأمامي للسيارة واستنتج الارتفاع h للنقطة M عن سطح الأرض.
- (5) باستعمال معادلة إنحفاظ الطاقة احسب قيمة سرعة ارتطام الحجر بزجاج السيارة.

تصحيح التمرين 26:

(1) دراسة حركة الحجر وكتابة المعادلات الزمنية:

$$\begin{aligned} \Sigma \vec{F}_{ext} &= m \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{P} = m \cdot \vec{a} \\ a_x &= 0 & a_z &= -g \\ V_x &= V_0 \cdot \cos \alpha & V_z &= -gt + V_0 \cdot \sin \alpha \\ x &= V_0 (\cos \alpha) t \\ z &= -\frac{1}{2} g t^2 + V_0 (\sin \alpha) t \end{aligned}$$

(2) معادلة المسار:

$$z = -\frac{g}{2V_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + (\tan \alpha) x$$

(3) المعادلة الزمنية $x_M(t)$ لحركة النقطة M :

$$v_M = -25 \text{ m/s}$$

$$\frac{dx}{dt} = -25 \Rightarrow x = -25t + C$$

$$x_M = -25t + 44$$

$$\text{إذن: } C = x_0 = 44 \text{ m}$$

من الشروط الابتدائية:

(4) قيمة t_M عند الارتطام:

$$x_{\text{الحجر}} = x_M$$

$$v_0 \cdot \cos \alpha t_M = -25 \cdot t_M + 44 \Rightarrow t_M = \frac{44}{v_0 \cdot \cos \alpha + 25} = 1,27 \text{ s}$$

نعوض قيمة t_M في المعادلة $Z(t)$:

$$Z(t_M) = \frac{1}{2} \times 9,8 \times (1,27)^2 + 12 \sin 37 \times 1,27 = 1,27 \text{ m}$$

$$h = Z(t_M) = 1,27 \text{ m}$$

(5) حساب V_M : الجملة: جسم + أرض معزولة طاقيًا

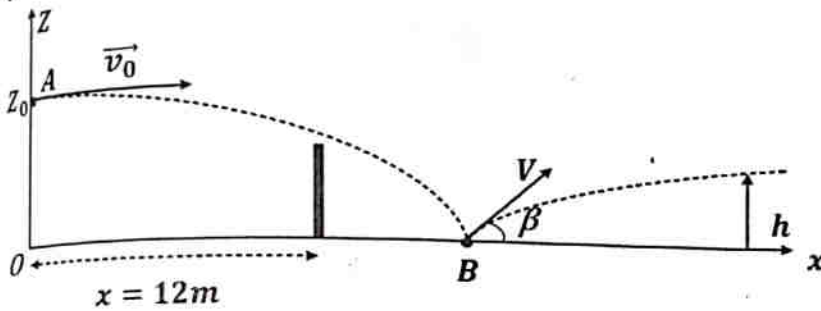
$$E_C(O) + E_{pp}(O) = E_C(M) + E_{pp}(M)$$

$$\frac{1}{2}mv_0^2 + 0 = \frac{1}{2}mv_m^2 + mgh$$

$$V_M = \sqrt{v_0^2 - 2gh} = 10,9 \text{ m/s}$$

التمرين 27:

أثناء دورة الألعاب الأولمبية في لندن، جرت المباراة النهائية لمسابقة التنس في 5 أوت 2012 بين السويسري روجيه فيدرير والبريطاني أندي موراي، حيث تمت دراسة أول إرسال قام به اللاعب فيدرير عن طريق جهاز الإعلام الآلي، كما في الشكل.



يقذف اللاعب كرة التنس $m = 58 \text{ g}$ لإنجاز الإرسال شاقوليا نحوى الأعلى لتصل إلى ارتفاع Z_0 فيضربه بمضربه عند النقطة A فتكسب سرعة $V_0 = 28 \text{ m/s}$ يكون منحاه أفقي. على الكرة اجتياز شبك موضوع على بعد 12 m من اللاعب علوه $Z_1 = 0,9 \text{ m}$. ندرس حركة الكرة في المعلم (ox, oz) الذي نعتبره عطاليا.

(1) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن أوجد:

أ/ المعادلتين التفاضليتين للحركة.

ب/ المعادلتين الزميتين للحركة.

ج/ استنتج معادلة المسار $z = f(x)$.

د/ ماهي قيمة Z_0 حتى تمر الكرة على ارتفاع 10 cm من الشبكة.

ه/ إذا كان طول الملعب 24 m ، هل تصطدم الكرة بالأرض قبل خروجها من الملعب؟ برر إجابتك.

و/ هل نجح في الإرسال حسب قوانين اللعبة؟

ز/ احسب سرعة الكرة V_B عند النقطة B لحظة اصطدامها بالأرض بطريقتين مختلفتين؟

واستنتج طاقتها الحركية عندئذ.

(2) نفرض أن الكرة تنطلق من جديد بعد اصطدامها بالأرض بنفس السرعة السابقة V_B وبزاوية تميل عن

المستوي الأفقي بـ $\beta = 15^\circ$ في اتجاه اللاعب الموجود في خط نهاية الملعب أي على بعد 24 m من اللاعب الأول.

أ/ اكتب معادلة المسار $z = f(x)$ في المعلم السابق بأخذ مبدأ الأزمنة لحظة ارتطامها بالأرض عند B.

ب/ ماهي قيمة الارتفاع h للكرة عند وصولها إلى اللاعب الثاني.

ج/ إذا علمت أن قيمة الارتفاع h للكرة عند وصولها إلى اللاعب الثاني هي $1,6 \text{ m}$ احسب قيمة الزاوية β التي

يميل بها شعاع السرعة V_B عن المستوي الأفقي حتى يتحقق ذلك. تؤخذ $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$

تصحيح التمرين 27:

(1) / المعادلتين التفاضليتين:
الجملة: كرة تنس.

المرجع: سطحي ارضي $(O, \vec{i}, \vec{k})$

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن: $\vec{P} = m \cdot \vec{a} \Leftrightarrow \Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}$

بالإسقاط على (Ox) : $0 = m \cdot a_x \Rightarrow a_x = 0$: حركة مستقيمة منتظمة.

بالإسقاط على (Oz) : $-P = m \cdot a_z \Rightarrow -m \cdot g = m \cdot a_z$: $a_z = -g$ منه: حركة مستقيمة متغيرة بانتظام.

$$\begin{cases} a_x = 0 \\ a_z = -g \end{cases} \xrightarrow[\text{للسرعة}]{\text{المعادلة التفاضلية}} \begin{cases} \frac{dV_x}{dt} = 0 \\ \frac{dV_z}{dt} = -g \end{cases} \xrightarrow[\text{للحركة}]{\text{المعادلة التفاضلية}} \begin{cases} \frac{d^2x}{dt^2} = 0 \\ \frac{d^2z}{dt^2} = -g \end{cases}$$

ب/ المعادلتين الزمنيتين للحركة:

$$\begin{cases} \frac{dV_x}{dt} = 0 \\ \frac{dV_z}{dt} = -g \end{cases} \xrightarrow{\text{بالتكامل}} \begin{cases} V_x = C_1 \\ V_z = -gt + C_2 \end{cases}$$

من الشروط الابتدائية: $\begin{cases} C_1 = V_{x0} = V_0 \\ C_2 = V_{z0} = 0 \end{cases}$

$$\begin{cases} V_x = V_0 \\ V_z = -g \cdot t \end{cases} \xrightarrow{\text{بالتكامل}} \begin{cases} X = V_0 \cdot t + C_3 \\ Z = -\frac{1}{2}g \cdot t^2 + C_4 \end{cases}$$

من الشروط الابتدائية: $\begin{cases} C_3 = X_0 = 0 \\ C_4 = Z_0 \end{cases}$

$$\begin{cases} X = V_0 \cdot t \dots \dots (1) \\ Z = -\frac{1}{2}g \cdot t^2 + Z_0 \dots (2) \end{cases}$$

ج/ استنتاج معادلة المسار:

$$Z = -\frac{g}{2 \cdot v_0^2} X^2 + Z_0 \quad (2): t = \frac{X}{v_0} \quad (1): \text{نعوض في}$$

د/ إيجاد Z_0 :

النقطة $(X = 12m; Z = 1m)$ تنتمي للمسار:

$$1 = -\frac{9,8}{2 \times (28)^2} \times 12^2 + Z_0 \Rightarrow Z_0 = 1,9 m$$

هـ/ هل تسقط الكرة داخل الملعب:

نضع $Z = 0$:

$$0 = -\frac{9,8}{2 \times 28^2} \cdot X_B^2 + 1,9 \Rightarrow X_B = 17,4 m$$

أنا لم ألتق أي رجل جاهل
بحيث لم يكن لديه شيء
يعلمني إياه
غاليليو

لا يمكنك تعليم أحد أي شيء،
بل فقط مساعدته على العثور
على المعرفة داخل نفسه
غاليليو

الوحدة 05: تطور جملة ميكانيكية

شنايت

منه: تسقط الكرة داخل الملعب.
و/ نعم، نجح في الإرسال لأن X_B أقل من $12 + 6 = 18 \text{ m}$
ز/ حساب V_B عند الارتطام بالأرض:

الطريقة 02:	الطريقة 01: الطاقة
$v = \sqrt{v_x^2 + v_z^2}$ $V_x = V_0 = 28 \text{ m/s}$ $\begin{cases} V_z = -gt = -g \left(\frac{x}{V_0} \right) = -6,1 \text{ m/s} \\ V_B = \sqrt{28^2 + (-6,1)^2} = 28,6 \text{ m/s} \end{cases}$	الجملة: جسم + أرض معزولة طاقيًا $E(A) = E(B)$ $E_C(A) + E_{pp}(A) = E_C(B) + E_{pp}(B)$ $\frac{1}{2} m \cdot v_0^2 + m \cdot g \cdot Z_0 = \frac{1}{2} m \cdot v^2$ $V_B = \sqrt{v_0^2 + 2 \cdot g \cdot Z_0} = 28,6 \text{ m/s}$

-استنتاج طاقتها الحركية: $E_C = \frac{1}{2} m \cdot V_B^2 = 23,8 \text{ J}$

(2) أ/ معادلة المسار: بنفس الطريقة: $Z = -\frac{g}{2V_B^2 \cos^2 \beta} \cdot (X - X_B)^2 + \tan \beta \cdot (X - X_B)$
ب/ إيجاد h

$$h = -\frac{9,8}{2 \times (28,6)^2 \times \cos^2 15} \times (24 - 17,4)^2 + \tan 15 \times (24 - 17,4) = 1,4 \text{ m}$$

ج/ إيجاد β :

$$\frac{1}{\cos^2 \beta} = \frac{\cos^2 \beta + \sin^2 \beta}{\cos^2 \beta} = 1 + \tan^2 \beta \quad \text{لدينا :}$$

نعوضها في معادلة المسار، نجد:

$$Z = -\frac{g}{2V_B^2} (1 + \tan^2 \beta) \cdot (X - X_B)^2 + \tan \beta \cdot (X - X_B)$$

$$1,6 = -\frac{9,8}{2 \times (28,6)^2} (1 + \tan^2 \beta) \times (24 - 17,4)^2 + \tan \beta \times (24 - 17,4)$$

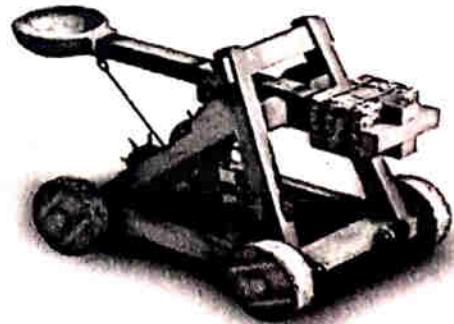
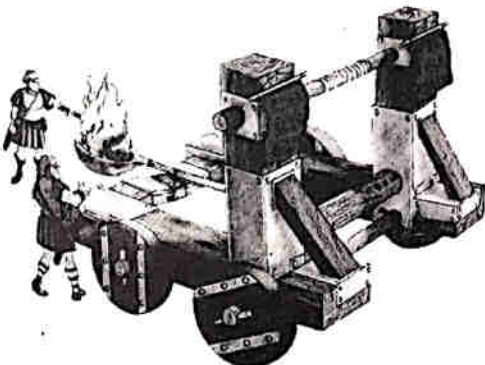
$$0 = -0,26 \cdot \tan^2 \beta + 6,6 \tan \beta - 1,6395$$

$$\beta \approx 16^\circ, 09$$

بحلها نجد

التمرين 28:

الآلة المبينة في الشكل أداة استعملت في القرون الوسطى، يتمثل مبدأ عمل هذه الآلة في قذف أجسام مادية كروية نحو العدو وخاصة إذا كان هذا الأخير محميا بأصوار عالية، في هذه الحالة بإمكان الأجسام المقذوفة أن تحدث أضرارا وثقوبا في تلك الأصوار عند تحرير القذيفة بسرعة ابتدائية $\vec{v}_0$ تكون على علو $H = 10 \text{ m}$.



المعطيات:

حجم القذيفة $V = 50 \text{ L}$

كتلة القذيفة $m = 130 \text{ Kg}$

ارتفاع القذيفة لحظة انطلاقها $H = 10 \text{ m}$

شدة شعاع تسارع الجاذبية الأرضية $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$

الكتلة الحجمية للهواء $\rho_{air} = 1,3 \text{ Kg.m}^{-3}$

يهدف هذا التمرين إلى دراسة حركة القذيفة بعد تحريرها لهذا نعتبر الجملة الميكانيكية في القذيفة، قوى الاحتكاك مع الهواء مهملة.

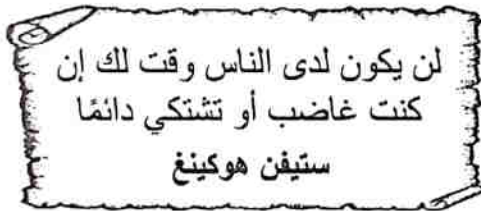
- (1) ما هي خواص الثقل $\vec{P}$ وكذلك دافعة أرخميدس المطبقة على القذيفة؟
- (2) هل بالإمكان إهمال دافعة أرخميدس؟
- (3) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن حدد مركبتى تسارع مركز عطالة القذيفة في المعلم السطح أرضي $(O, \vec{i}, \vec{j})$.
- (4) حدد مركبتى شعاع السرعة الابتدائية بدلالة V_0 و α .
- (5) حدد عبارة مركبتى شعاع السرعة عند اللحظة t خلال الحركة.
- (6) استنتج طبيعة حركة القذيفة على المحورين مع التعليل.
- (7) اكتب عبارة المعادلتين الزميتين للحركة $X(t)$ و $Z(T)$.
- (8) بين أن معادلة مسار القذيفة من الشكل التالي:

$$z = -\frac{g}{2v_0^2 \times \cos^2 \alpha} x^2 + x \tan \alpha +$$

- (9) ماهي طبيعة مسار الحركة؟ مثله كيفيا على الشكل المرفق.
- (10) باستعمال عبارة معادلة المسار، ماهي العوامل التي تؤثر على شكل المسار.
- (11) في حالة رمي القذيفة بسرعة ابتدائية أفقية، بين أن عبارة فاصلة المدى تكون: $x = v_0 \sqrt{\frac{2H}{g}}$
- (12) احسب مقدار السرعة الابتدائية V_{0X} للقذيفة لتصل إلى ساحة العدو، مداها $x = 200m$

للمساعدة: $\sqrt{2} = 1,41$, $\sqrt{0,5} = 7,1 \times 10^{-1}$

تصحيح التمرين 28:



- (1) خواص الثقل $\vec{P}$:
-المبدأ: مركز ثقل الجسم.
-الاتجاه: شاقولي نحو الأسفل (مركز الأرض).
-الشدة: $P = m \cdot g$
خواص $\vec{\Pi}$ دافعة أرخميدس:
-المبدأ: مركز عطالة الجسم.
-الاتجاه: دائما موجهة نحو الأعلى.
-الشدة: $\Pi = \rho_{air} \cdot V \cdot g$
- (2) لدينا: $2000 = \frac{P}{\Pi} = \frac{mg}{\rho \cdot V \cdot g} = \frac{130}{1,3 \times 50 \times 10^{-3}}$ أكبر 2000 مرة من Π منه يمكن إهمال دافعة أرخميدس.
- (3) الجملة: قذيفة.
المرجع: سطحي أرضي مرفق بالمعلم $(\vec{Ox}, \vec{Oz})$
بتطبيق القانون الثاني لنيوتن: $\Sigma \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a}$ منه: $\vec{P} = m \cdot \vec{a}$
بالإسقاط على (Ox) : (1) $0 = m \cdot a_x \Rightarrow a_x = 0$
بالإسقاط على (Oy) : (2) $-P = -m \cdot g = m \cdot a_y \Rightarrow a_y = -g$
 $V_{0x} = V_0 \cdot \cos \alpha$
 $V_{0y} = V_0 \cdot \sin \alpha$ (4)
(5) بتكامل (1) و (2) نجد:
- (3) $V_x = C_1 = V_0 \times \cos \alpha$
(4) $V_y = -gt + C_2 = -gt + v_0 \times \sin \alpha$
 C_1 و C_2 ثوابت حقيقية لتستخرج من الشروط الابتدائية.

(6) حركة القذيفة :
على المحور (ox) مستقيمة منتظمة لأن: $a_x = 0$ أي: $V_x = cte$
على المحور (oy): مستقيمة متغيرة بانتظام لأن $a_y = cte$ أي V_y دالة خطية بدلالة t .

(7) بتكامل (3) و (4) نجد:

$$x(t) = V_0 \cdot \cos \alpha t + C_3$$

$$y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \times \sin \alpha t + C_4$$

C_3 و C_4 ثوابت حقيقية لتستخرج من الشروط الابتدائية:

$$\begin{cases} x(t) = v_0 \cdot \cos \alpha t \quad \dots (5) \\ y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \cdot \sin \alpha t + H \quad \dots (6) \end{cases}$$

(8) لدينا من (5) $t = \frac{x}{v_0 \times \cos \alpha}$ نعوض t في (6) نجد:

$$y = -\frac{1}{2}g \left(\frac{x}{v_0 \times \cos \alpha} \right)^2 + v_0 \times \sin \alpha \left(\frac{x}{v_0 \times \cos \alpha} \right) + H$$

$$y = -\frac{1}{2}g \left(\frac{x^2}{v_0^2 \times \cos^2 \alpha} \right) + x \times \tan \alpha + H$$

(9) المسار هو جزء من قطع مكافئ
 (10) المقادير المؤثرة على شكل المسار هي: α زاوية القذف، v_0 السرعة الابتدائية، H الارتفاع عند القذف.
 (11) $\alpha = 0$ معناه $\cos \alpha = 1$ و $\tan \alpha = 0$ إذن من معادلة المسار:

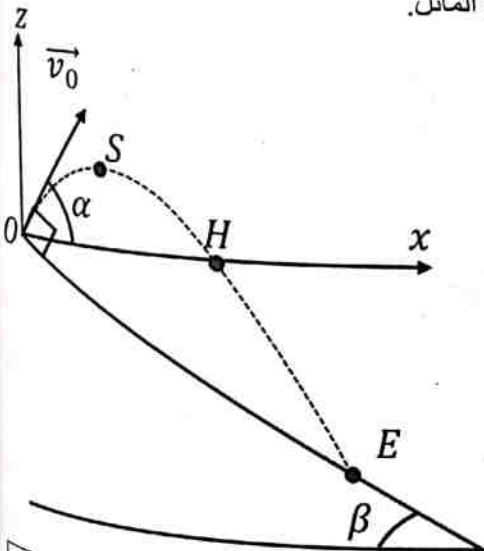
$$0 = -\frac{1}{2}g \frac{x_p^2}{v_0^2} + H \Rightarrow x_p = v_0 \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

$$x_p = v_0 \sqrt{\frac{2H}{g}} \Rightarrow v_0 = x_p \sqrt{\frac{g}{2H}} = 200 \sqrt{\frac{10}{2 \times 10}} = 141,42 \text{ m/s}$$

(12) لدينا: $v_{0x} = v_0 = 141,42 \text{ m/s}$

التمرين 29:

من نقطة O توجد في قمة مستو مائل عن الأفق بزاوية $\beta = 30^\circ$ ،
 نقذف جسماً S نعتبره نقطة مادية بسرعة ابتدائية $v_0 = 10 \text{ m/s}$
 يصنع حاملها مع الأفق زاوية α ، فتصل إلى النقطة E من المستوي المائل.



- (1) ادرس حركة القذيفة.
- (2) أوجد معادلة المسار.
- (3) احسب المدى الأفقي للقذيفة.
- (4) احسب المسافة OE .
- (5) احسب السرعة عند النقطة E .
- (6) أوجد الزاوية الموافقة لأكبر مدى.
- (7) أوجد إحداثيات الذروة $S(x_S, z_S)$.

الانسياط إلى الناس مجلبة لقراء السوء
 والانقباض عنهم مكسبة للعداوة
 فكن بين المنقبض والمنبسط.
 الإمام الشافعي رحمه الله

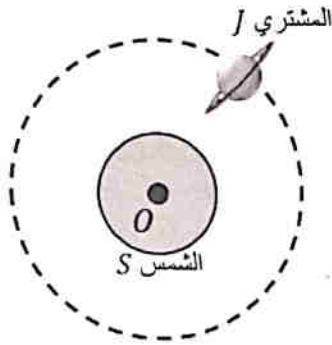
التمرين 30:

المعطيات:

$$\begin{aligned} M_s &= 2.0 \times 10^{30} \text{ Kg} \\ r &= 7.8 \times 10^8 \text{ Km} \\ G &= 6.67 \times 10^{-11} \text{ SI} \end{aligned}$$

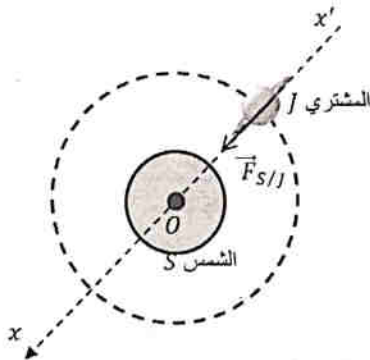
كتلة الشمس
نصف قطر مدار المشتري
ثابت الجذب العام

يدور كوكب المشتري *Jupiter* حول الشمس على مسار دائري مركزه ينطبق على مركز العطالة (O) للشمس، بحركة منتظمة.



- (1) مثل القوة التي تطبقها الشمس على كوكب المشتري ثم اكتب عبارتها.
- (2) ندرس حركة كوكب المشتري في المراجع المركزي الشمسي (الهيليومركزي) الذي نعتبره غاليليا.
أ/ عرف المراجع المركزي الشمسي.
ب/ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، أوجد عبارة التسارع (a) لحركة مركز عطالة الكوكب المشتري.
ج/ أوجد العبارة الحرفية للسرعة (v) للكوكب في المراجع المختار بدلالة ثابت الجذب العام (G) وكتلة الشمس (M_s) ونصف قطر المدار (r)، ثم احسب قيمتها.
- (3) أوجد عبارة الدور (T) لكوكب المشتري حول الشمس بدلالة نصف قطر المدار (r) والسرعة (v)، ثم احسب قيمته.
- (4) استنتج عبارة القانون الثالث "الكبلر" وانكر نصه.

تصحيح التمرين 30:



- (1) تمثيل القوى التي تطبقها الشمس على كوكب المشتري:
عبارة القوة $\vec{F}_{S/J} = G \cdot \frac{M_s \times m_J}{r^2}$
- (2) تعريف المراجع المركزي الشمسي: هو مرجع ينسب إلى مركز الشمس مزود بمعلم مبداء مركز الشمس ومحاوره الثلاثة موجهة نحو ثلاث نجوم نعتبرها ثابتة (نعتبره عطاليا خلال فترة الدراسة).
ب/ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن: $\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$
بالإسقاط على (xx'):

$$\begin{aligned} F_{S/J} &= m_J \cdot a \\ G \cdot \frac{M_s \times m_J}{r^2} &= a \cdot m_J \Rightarrow a = G \cdot \frac{M_s}{r^2} \end{aligned}$$

ج/ إيجاد العبارة الحرفية للسرعة v للكوكب:
نعلم أن: $a = \frac{v^2}{r}$

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M_s}{r}} \quad \text{ومنه:} \quad v^2 = \frac{G \cdot M_s}{r} \quad \text{أي} \quad \frac{v^2}{r} = G \cdot \frac{M_s}{r^2}$$

$$v = \sqrt{\frac{6,67 \times 10^{-11} \times 2 \times 10^{30}}{7,8 \times 10^{11}}} = 1,3 \times 10^4 \text{ m/s}$$

(3) عبارة الدور T:

$$v = \frac{d}{t} = \frac{\text{محيط الدائرة}}{\text{الدور}} = \frac{2\pi r}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi \times 7,8 \times 10^{11}}{1,3 \times 10^4} = 3,77 \times 10^8 \text{ s}$$

(4) استنتاج القانون الثالث لكبلر:

$$T = \frac{2\pi r}{v}$$

$$\text{لدينا: } v = \sqrt{\frac{G.M_s}{r}}$$

$$T = \frac{2\pi r}{\sqrt{\frac{G.M_s}{r}}} = \frac{2\pi r \cdot \sqrt{r}}{\sqrt{G.M_s}} = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{G.M_s}}$$

$$T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{G.M_s} \Rightarrow \frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G.M_s} = cste = 3 \times 10^{-19} s^2/m^3$$

نص القانون الثالث لكبلر: إن مربع الدور للكوكب يتناسب مع مكعب البعد المتوسط بين مركز الكوكب ومركز الشمس (مع نصف قطر مدار الكوكب).

التمرين 31:

ينتمي القمر الاصطناعي جيوف أ (Giove - A) إلى برنامج غاليليو الأوروبي لتحديد الموقع المكمل للبرنامج الأمريكي GPS. نعتبر القمر الاصطناعي جيوف أ (Giove - A) ذي الكتلة $m = 700 \text{ Kg}$ نقطيا ونفترض أنه يخضع إلى قوة جذب الأرض فقط، يدور القمر (Giove - A) بسرعة ثابتة في مدار نعتبره دائري مركزه (O) على ارتفاع $h = 23.6 \times 10^3 \text{ Km}$ من سطح الأرض.

- (1) في أي مرجع تتم دراسة حركة هذا القمر الاصطناعي؟ وما هي الفرضية المتعلقة بهذا المرجع والتي تسمح بتطبيق القانون الثاني لنيوتن؟
- (2) أوجد عبارة تسارع القمر (Giove - A) وعين قيمته.
- (3) احسب سرعة القمر (Giove - A) على مداره
- (4) عرف الدور T ثم عين قيمته بالنسبة للقمر (Giove - A).
- (5) احسب الطاقة الحركية للجملة (Giove - A).

$$G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ SI} \quad \text{ثابت الجذب العام}$$

$$M_T = 5.98 \times 10^{24} \text{ Kg} \quad \text{كتلة الأرض}$$

$$R_T = 6.38 \times 10^3 \text{ Km} \quad \text{نصف قطر الأرض}$$

المعطيات:

تصحيح التمرين 31:

- (1) المرجع: معلم جيومركزي، ينسب إلى مركز الأرض، ويرفق بمعلم مبداء: مركز الأرض ومحاوره موجهة نحو ثلاثة نجوم نعتبرها ثابتة. الفرضية: نعتبره عطاليا خلال فترة الدراسة وحتى يتحقق ذلك يجب أن يكون دور القمر الاصطناعي صغيرا جدا مقارنة بدور حركة الأرض حول الشمس.
- (2) عبارة تسارع القمر (Giove - A):

الجملة: قمر Giove - A. المرجع: معلم جيومركزي (عطالي).

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{F}_{T/S} = m_s \cdot \vec{a}$$

تطبيق القانون الثاني لنيوتن: بالإسقاط على (xx') الموجه نحو مركز الأرض نجد:

$$F_{T/S} = m_s \cdot a \quad G \cdot \frac{m_s \cdot M_T}{r^2} = m_s \cdot a \quad / r = R_T + h$$

$$a = \frac{G \cdot M_T}{(R_T + h)^2}$$

تعيين قيمته: (لا تنسى التحويل $\text{Km} \rightarrow \text{m}$)

$$a = \frac{6,67 \times 10^{-11} \times 5,98 \times 10^{24}}{[6,38 \times 10^3 \times 10^3 + 23,6 \times 10^3 \times 10^3]^2} = 0,44 \text{ m/s}^2$$

(3) سرعة القمر (Giove - A):

$$\text{بما أن الحركة دائرية منتظمة } a = \frac{v^2}{r} \text{ وعليه } v^2 = a \cdot r \quad r = R_T + h$$

منه : $v = \sqrt{a \times (R_T + h)}$

$v = \sqrt{0,44 \times (6,38 \times 10^3 \times 10^3 + 23,6 \times 10^3 \times 10^3)} = 3,6 \times 10^3 \text{ m/s}$

(4) الدور T : هو الزمن اللازم لإنجاز دورة واحدة (بالنسبة لهذا القمر لإنجاز دورة واحدة حول مركز الأرض).

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi(R + h)}{v} = \frac{2\pi(6,38 \times 10^3 \times 10^3 + 23,6 \times 10^3 \times 10^3)}{3,6 \times 10^3}$$

$$T = 5,18 \times 10^4 \text{ s} = 14,3 \text{ h}$$

(5) الطاقة الحركية للجملة (Giove - A):

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 700 \times (3,63 \times 10^3)^2 = 4,61 \times 10^9 \text{ Joule}$$

التمرين 32:

يدور قمر اصطناعي كتلته (m) حول الأرض بحركة منتظمة، في رسم مساراً نعتبره دائرياً نصف قطره (r) ومركزه هو نفسه مركز الأرض.

(1) مثل قوة جذب الأرض للقمر الاصطناعي واكتب عبارة قيمتها بدلالة r, G, m, M_T حيث:
 M_T كتلة الأرض، m كتلة القمر الاصطناعي، G ثابت الجذب العام، r نصف قطر المسار (البعد بين مركزي الأرض والقمر الاصطناعي)

(2) باستعمال التحليل البعدي أوجد وحدة ثابت الجذب العام (G) في الجملة الدولية (SI).

(3) بين أن عبارة السرعة اللحظية (v) للقمر الاصطناعي في المرجع المركزي الأرضي تعطى بـ $v = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{r}}$

(4) اكتب عبارة (v) بدلالة r و T حيث T دور القمر الاصطناعي.

(5) اكتب عبارة دور القمر الاصطناعي حول الأرض بدلالة r, G, M_T .

(6) أ/بين أن النسبة $\frac{T^2}{r^3}$ ثابتة لأي قمر يدور حول الأرض، ثم احسب قيمتها العددية في المعلم المركزي الأرضي مقطرة بوحدة الجملة الدولية (SI).

ب/ إذا كان نصف قطر مسار القمر الاصطناعي يدور حول الأرض $r = 2,66 \times 10^4 \text{ km}$ ، احسب دور حركته.

ثابت الجذب العام: $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ SI}$

كتلة الأرض: $M_T = 5,97 \times 10^{24} \text{ Kg}$

يعطى:

$\pi^2 \approx 10$

تصحيح التمرين 32:

(1) تمثيل القوى:

$$F_{T/S} = G \cdot \frac{m_s \cdot M_T}{r^2}$$

(2) وحدة G :

$$[F] = [G] \times \frac{[m]^2}{[L]^2} \Rightarrow [G] = [F] \times \frac{[L]^2}{[m]^2}$$

بالتالي: وحدة G الدولية: $\text{N} \cdot \text{m}^2 / \text{Kg}^2$

(3) إيجاد عبارة السرعة:

الجملة: قمر اصطناعي.

المرجع: جيومركزي.

تطبيق القانون الثاني لنيوتن: $\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{F}_{T/S} = m \cdot \vec{a}$

بالإسقاط على (Oz) : $F_{T/S} = m_s \cdot a$

$$G \cdot \frac{m_s \cdot M_T}{r^2} = m_s \cdot a \Rightarrow \frac{G \cdot M_T}{r^2} = \frac{v^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{r}}$$

$$(4) \text{ لدينا: } v = \frac{2\pi r}{T}$$

$$(5) \quad T = \frac{2\pi \cdot r}{v} = \frac{2\pi \cdot r}{\sqrt{\frac{G \cdot M_T}{r}}} = 2\pi \cdot r \sqrt{\frac{r}{G \cdot M_T}} = 2\pi \times \sqrt{\frac{r^3}{G \cdot M_T}}$$

$$(6) \text{ / بتربيع عبارة الدور: } T^2 = 4\pi^2 \frac{r^3}{G \cdot M_T} \Rightarrow \frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot M_T} = \frac{4 \times 10}{6,67 \times 10^{-11} \times 5,97 \times 10^{24}} \approx 10^{-13} \text{ s}^2/\text{m}^3$$

$$r = 2,66 \times 10^7 \text{ ب/ بالتعويض في عبارة الدور:}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{(2,66 \times 10^7)^3}{6,67 \times 10^{-11} \times 5,97 \times 10^{24}}} = 43196 \text{ s} \approx 12h$$

التمرين 33:

يدور قمر اصطناعي كتلته (m_s) حول الأرض في مسار نعتبره دائري على ارتفاع (h) من سطحها. نعتبر الأرض كرة نصف قطرها (R)، و نمذج القمر الاصطناعي بنقطة مادية. تدرس حركة القمر الاصطناعي في المعلم المركزي الأرضي الذي نعتبره غاليليا.

(1) ما المقصود بالمعلم المركزي الأرضي؟

(2) اكتب عبارة القانون الثالث لكيبلر بالنسبة لهذا القمر.

(3) أوجد العبارة الحرفية بين مربع سرعة القمر (v^2) و (G) ثابت الجذب العام، M_T كتلة الأرض، h و R .

(4) عرف القمر الجيومستقر واحسب ارتفاعه (h) وسرعته (v).

(5) احسب قوة جذب الأرض لهذا القمر. اشرح لماذا لا يسقط على الأرض رغم ذلك.

$$G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{Kg}^{-2}$$

$$M_T = 5.97 \times 10^{24} \text{ kg}$$

المعطيات:

$$T = 24h \text{ دور حركة الأرض حول محورها:}$$

$$m_s = 2.0 \times 10^3 \text{ kg}$$

$$R = 6400 \text{ km}$$

وقعت مشكلة في المزرعة حيث قام المزارع بخلط التفاح الذي جناه من حقله . هناك 10 سلال تحتوي على تفاح . هناك كميات مختلفة من التفاح . كل سلة بها كمية من التفاح تتراوح بين 10 و 20 تفاحة . 9 من السلال بها تفاح يزن 100 غرام لكل تفاحة منهما . 1 من السلال بها تفاح يزن 150 غرام لكل تفاحة منهما . كل التفاح يبدو متشابه . المعدات التي لديك هي ميزان و سلة فارغة . الوقت متأخر والشاحنة في إنتظار التفاح لتأخذه إلى السوق . لديك فقط الوقت لعملية قياس واحدة بإستخدام الميزان . هل يمكنك العثور على وسيلة للمساعدة في إصلاح الخطأ أي سلة من السلال العشرة هي التي تحتوي على التفاح الذي يزن 150 غرام ؟

تصحيح التمرين 33:

(1) المعلم المركزي الأرضي هو معلم مبدؤه مركز الأرض ومحاوره موجهة نحو ثلاث نجوم نعتبرها ثابتة.

(2) عبارة القانون الثالث لكبلر بالنسبة لهذا القمر: $\frac{T^2}{(R_T + h)^3} = K$

(3)

المرجع: جيومركزي.

الجملة: قمر اصطناعي.

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن:

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{F}_{T/S} = m_s \cdot \vec{a}$$

بالإسقاط على (xx'):

$$F_{T/S} = m_s \cdot a \Rightarrow G \cdot \frac{M_T \cdot m_s}{(R_T + h)^2} = m_s \cdot a$$

$$a = \frac{G \cdot M_T}{(R_T + h)^2}$$

$$v^2 = a \cdot (R_T + h) \quad \text{منه:} \quad a = \frac{v^2}{R_T + h}$$

$$v^2 = \frac{G \cdot M_T}{(R_T + h)^2} \times (R_T + h) \Rightarrow v = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{R_T + h}}$$

(4) تعريف القمر الجيومستقر: هو قمر اصطناعي يبقى ثابت فوق نفس النقطة من سطح الأرض له الخصائص التالية:

- نفس دور الأرض حول نفسها $t = 24H$.
- يدور في جهة دوران الأرض.
- يدور على مستوي خط الاستواء.

حساب ارتفاعه:

$$T = \frac{2\pi(R_T + h)}{v} \quad \text{لدينا:} \quad v = \frac{2\pi(R_T + h)}{T} \quad \text{منه}$$

$$T = \frac{2\pi(R_T + h)}{\sqrt{\frac{G \cdot M_T}{R_T + h}}} = 2\pi(R_T + h) \sqrt{\frac{R_T + h}{G \cdot M_T}} \Rightarrow T^2 = 4\pi^2 \frac{(R_T + h)^3}{G \cdot M_T}$$

$$\Rightarrow (R_T + h)^3 = \frac{G \cdot M_T \cdot T^2}{4\pi^2} \Rightarrow (R_T + h) = \sqrt[3]{\frac{G \cdot M_T \cdot T^2}{4\pi^2}}$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{G \cdot M_T \cdot T^2}{4\pi^2}} - R_T = \sqrt[3]{\frac{6,67 \times 10^{-11} \times 5,97 \times 10^{24} \times (24 \times 3600)^2}{4 \times 3,14^2}} - 6400 \times 10^3$$

$$h = 35841187,7 \text{ m}$$

$$v = 3070,3 \text{ m/s}$$

بالتعويض في عبارة السرعة في السؤال 3- نجد:

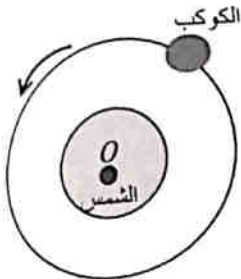
(5) حساب قوة جذب الأرض للقمر:

$$F_{T/S} = \frac{G \cdot M_T \cdot m_s}{(R_T + h)^2} = \frac{6,67 \times 10^{-11} \times 5,97 \times 10^{24} \times 2 \times 10^3}{[(6400 + 35841) \times 10^3]^2} = 446,3 \text{ N}$$

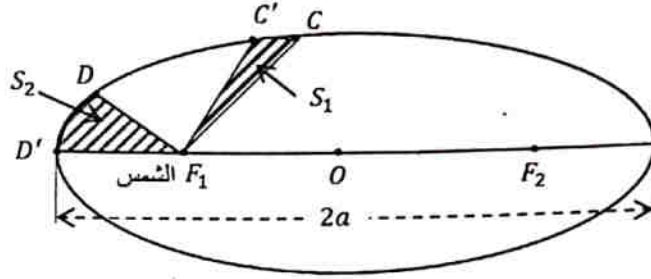
لا يسقط القمر بوجود القوة الطاردة المركزية.

التمرين 34:

- I. يكون مسار حركة مركز عطالة كوكب حول الشمس اهليلجياً كما يوضحه (الشكل 1) يتنقل الكوكب أثناء حركته على مداره من النقطة C إلى النقطة C' ثم من النقطة D إلى النقطة D' خلال نفس المدة الزمنية Δt .
- (1) اعتماداً على قانون كبلر الأول اذكر أين تقع الشمس، كيف نسمي عندئذ النقطتين F_1 و F_2 .
- (2) حسب قانون كبلر الثاني ماهي العلاقة بين المساحتين S_1 و S_2 ؟
- (3) بين أن متوسط السرعة بين الموضعين C و C' أقل من متوسط السرعة بين الموضعين D و D' .



الشكل 2



الشكل 1

- II. من أجل التبسيط ننمذج المسار الحقيقي لكوكب في المرجع الهيليومركزي بمدار دائري مركزه O (مركز الشمس) ونصف قطره r (الشكل 2)، يخضع كوكب أثناء حركته حول الشمس إلى تأثيرها والذي ينمذج بقوة $\vec{F}$ ، قيمتها تعطى حسب قانون الجذب العام لنيوتن بالعلاقة:

$$F = G \frac{mM}{r^2}$$

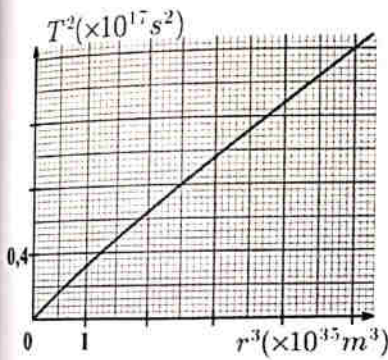
- حيث M كتلة الشمس، m كتلة الكوكب و G ثابت التجاذب الكوني $G = 6.67 \times 10^{-11}$ ، باستعمال برمجية "Satellite" في جهاز الإعلام الآلي تم رسم البيان $T^2 = f(r^3)$ حيث T دور الحركة.
- (1) اذكر نص قانون كبلر الثالث.

- (2) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الكوكب وبإهمال تأثيرات الكواكب الأخرى، أوجد كل من سرعة الكوكب، ودور حركته T بدلالة r, G, M .

- (3) أوجد بياناً العلاقة بين T^2 و r^3 .

- (4) أوجد العلاقة النظرية بين T^2 و r^3 .

- (5) بتوظيف العلاقتين الأخيرتين استنتج قيمة كتلة الشمس M .

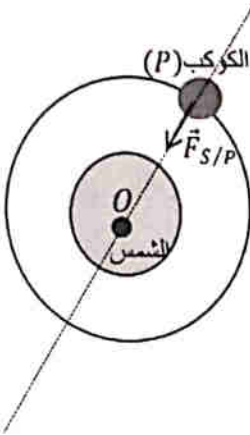


الأداة الجبارة التي تساعدني
دائماً على اتخاذ القرارات
المصيرية في حياتي
هي إدراكي بأنني ساموت
ستيف جوبز

خير الناس من كف فكه
و فك كفه و شر الناس
من فك فكه و كف كفه،
فكفوا فكوككم و فكوا كفوفكم.

تصحيح التمرين 34:

- I. حسب قانون كبلر الأول: "تدور جميع الكواكب وفق مدارات إهليلجية إحدى محرقها الشمس تسمى عندئذ F_1 و F_2 بالمحرقين"
- (2) العلاقة بين S_1 و S_2 :
بما أن Δt متساوية بين CC' و DD'
فإن $S_1 = S_2$ لأن حسب قانون كبلر الثاني: "إن المستقيم الرابط بين الشمس و كوكب يمسح مساحات متساوية خلال مجالات زمنية متساوية"
- (3) نعلم أن: $CC' < DD'$ منه $\frac{CC'}{\Delta t} < \frac{DD'}{\Delta t}$ منه: $V_m(CC') < V_m(DD')$



(1) نص القانون الثالث لكبلر: إن مربع الدور على مكعب البعد المتوسط للكواكب عن الشمس يساوي عدد ثابت

$$\frac{T^2}{R^3} = K$$

(2) الجملة: كوكب (P). المرجع: هيليومركزي.

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن: $\vec{F}_{S/p} = m_p \cdot \vec{a} \Rightarrow \sum \vec{F} = m_p \cdot \vec{a}$
بالإسقاط نجد: $F_{S/p} = m_p \cdot a$

$$G \cdot \frac{m_p \cdot M_S}{r^2} = m_p \cdot \frac{v^2}{r} \Rightarrow v^2 = \frac{G \cdot M_S}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{G \cdot M_S}{r}}$$

$$T = \frac{2\pi \cdot r}{v} = \frac{2\pi \cdot r}{\sqrt{\frac{G \cdot M_S}{r}}} = 2\pi \cdot r \sqrt{\frac{r}{G \cdot M_S}} = 2\pi \times \sqrt{\frac{r^3}{G \cdot M_S}}$$

عبرة الدور:

(3) إيجاد العبرة البيانية: البيان عبرة عن خط مستقيم يمر من المبدأ معادلته: $T^2 = \alpha \times r^3$ حيث α هو ميل

$$\alpha = \frac{(1,5-0) \times 10^{17}}{(5-0) \times 10^{35}} = 3 \times 10^{-19}$$

$$T^2 = 3 \times 10^{-19} \times r^3 \dots \dots \dots (1)$$

(4) لدينا بتربيع علاقة الدور السابقة:

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{G \cdot M_S} r^3 \dots \dots \dots (2)$$

(5) بالمطابقة بين (1) و (2) نجد:

$$\frac{4\pi^2}{G \cdot M_S} = 3 \times 10^{-19} \Rightarrow G \times M_S \times 3 \times 10^{-19} = 4\pi^2 \Rightarrow M_S = \frac{4\pi^2}{G \times 3 \times 10^{-19}}$$

$$M_S = \frac{4\pi^2}{6,67 \times 10^{-11} \times 3 \times 10^{-19}} = 2 \times 10^{30} \text{ kg}$$

التمرين 35:

يدور كوكب القمر حول الأرض وفق مسار نعتبره دائريا مركزه هو مركز الأرض، ونصف قطره

$$r = 384 \times 10^3 \text{ km}, \text{ ودوره } T_i = 25,5 \text{ jour}$$

(1) أ/ ما هو المرجع الذي تنسب إليه حركة كوكب القمر؟

ب/ احسب قيمة السرعة v لحركة مركز عطالة القمر.

(2) المركبة الفضائية أبولو (Apollo) التي حملت رواد الفضاء إلى سطح القمر سنة 1968، حلقت في مدار دائري

$$\text{حول القمر على ارتفاع ثابت } h_A = 110 \text{ km}$$

أ/ ذكر بنص القانون الثالث لكبلر.

ب/ أوجد عبرة دور المركبة T_A بدلالة h_A ونصف قطر القمر R_L وكتلته M_L ، وثابت الجذب العام G .

احسب قيمته العددية.

(3) استنتج مما تقدم نصف القطر r_S للمدار الجيومستقر لقمر اصطناعي أرضي.

(4) يوجد تشابه واضح بين النظامين الكوكبي والذري، إلا أنه لا يمكن تطبيق قوانين نيوتن على النظام الذري. بين

محدودية قوانين نيوتن.

المعطيات:

$$G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N.m}^2 \cdot \text{Kg}^{-2}$$

$$M_L = 7,34 \times 10^{22} \text{ Kg}$$

$$R_L = 1,74 \times 10^3 \text{ km}$$

$$\text{النسبة } \frac{M_T}{M_L} = 81,3 \text{ حيث } M_T \text{ كتلة الأرض}$$

تصحیح التمرين 35:

(1) أ/ المرجع الذي تنسب إليه الحركة: مرجع جيومركزي.
ب/ حساب السرعة v :

$$v = \frac{2\pi r}{T_L} = \frac{2\pi \times (3,84 \times 10^3 \times 10^3)}{25,5 \times (24 \times 3600)} = 1095 \text{ m/s}$$

(2) أ/ القانون الثالث لكبلر: "إن مربع الدور لمدار كوكب يتناسب مع مكعب البعد المتوسط للكوكب عن الشمس".
ب/ إيجاد عبارة T_A :
الجملة: Apollo.
المرجع: قمر مركزي مبدؤه مركز القمر ومحاوره متجهة نحو ثلاث نجوم نعتبرها ثابتة.
بتطبيق القانون الثاني لنيوتن:

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{F}_{L/A} = m_A \cdot \vec{a}$$

بالإسقاط على (xx') نجد: $F_{T/S} = m_A \cdot a$

$$\frac{G \cdot m_A \cdot M_L}{(h_A + R_L)^2} = m_A \cdot a \Rightarrow a = \frac{G \cdot M_L}{(h_A + R_L)^2}$$

$$\frac{v^2}{h_A + R_L} = \frac{G \cdot M_L}{(h_A + R_L)^2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{G \cdot M_L}{h_A + R_L}}$$

$$T_L = \frac{2\pi(h_A + R_L)}{v} = 2\pi(h_A + R_L) \times \frac{1}{v} = 2\pi(h_A + R_L) \times \sqrt{\frac{h_A + R_L}{G \cdot M_L}}$$

$$T_L = 2\pi \sqrt{\frac{(h_A + R_L)^3}{G \cdot M_L}} = 2\pi \sqrt{\frac{(110 \times 10^3 + 1,74 \times 10^3 \times 10^3)^3}{6,67 \times 10^{-11} \times 7,34 \times 10^{22}}} = 7145,4 \text{ s}$$

$$T = 1,98 \text{ h}$$

(3) استنتاج r_s لقمر جيومستقر بالنسبة للأرض:

$$T_S = 2\pi \sqrt{\frac{r_s^3}{G \cdot M_T}}$$

لدينا حسب ما سبق:

$$r_s^3 = \frac{T_S^2 \times G \cdot M_T}{4\pi^2} \Rightarrow r_s = \sqrt[3]{\frac{T_S^2 \times G \cdot M_T}{4\pi^2}} \quad \text{منه:}$$

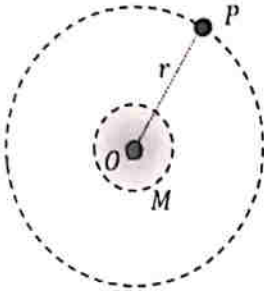
$$r_s = \sqrt[3]{\frac{(24 \times 3600)^2 \times 6,67 \times 10^{-11} \times 81,3 \times M_L}{4\pi^2}} = 4220 \times 10^3 \text{ m}$$

(4) لا يمكن تطبيق قانون نيوتن إذا قاربت سرعة الجسيمات سرعة الضوء، حيث تصبح التبادلات الطاقوية مكممة.

من أبتغي صديقا بلا عيب عاش وحيدا ومن أبتغي زوجة بلا نقص عاش اعزبا
ومن أبتغي حبيبا بلا مشاكل عاش باحث ومن أبتغي قريبا كاملا عاش قاطعا لرحمه
محمد متولي الشعراوي رحمه الله

التمرين 36:

يتصور العلماء في الرحلات المستقبلية نحو كوكب المريخ M وضع محطة لأجهزة الاتصالات مع الأرض على أحد أقمار هذا الكوكب، مثلا على القمر فوبوس (P) .



المعطيات:
ثابت الجذب الكوني: $G = 6.67 \times 10^{-11} N.m^{-2}.Kg^{-2}$
المسافة بين المريخ M والقمر P : $r = 9.38 \times 10^3 Km$
كتلة المريخ: $m_M = 6.44 \times 10^{23} Kg$ وكتلة $Phobos$: m_P
دور حركة دوران المريخ M حول نفسه: $T_M = 24h 37min 22s$

نفرض أن هذه الأجسام كروية الشكل وكتلتها موزعة بانتظام على حجمها وأن حركة هذا القمر دائرية وتنسب إلى مرجع غاليلي مبدأ معلمه O مركز كوكب المريخ. (الشكل)

- مثل على (الشكل) القوة التي تطبقها الكوكب M على القمر فوبوس P .
- أ/ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، بين أن حركة مركز عطالة هذا القمر دائرية منتظمة.
ب/ استنتج عبارة سرعة دوران القمر P حول المريخ.
- جد عبارة دور حركة القمر T_P حول المريخ بدلالة المقادير r , G و m_M .
- اذكر نص القانون الثالث لكبلر وبين أن النسبة:

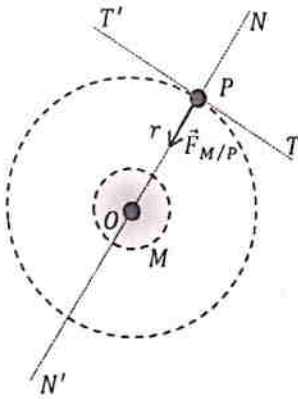
$$\frac{T_P^2}{r^3} = 9.21 \times 10^{-13} s^2.m^{-3}$$

ثم استنتج قيمة T_P .

- أين يجب أن وضع محطة الاتصالات S لتكون مستقرة بالنسبة للمريخ؟ وما قيمة T_S دور المحطة في مدارها حينئذ؟

تصحيح التمرين 36:

(1) التمثيل:



$$F_{M/P} = G \times \frac{m_M \times m_P}{r^2}$$

(2) أ/ بيان أن الحركة دائرية منتظمة.

الجملة: القمر P . المرجع: المريخ مركزي.

$$\sum \vec{F}_{ext} = m_P \cdot \vec{a}$$

حسب القانون الثاني لنيوتن: بالإسقاط على (TT') : $0 = m_P \cdot a_T$

ومنه: $a_T = 0$ أي: $\frac{dv}{dt} = 0$ إذن: $v = cste$

والمسار دائري، إذن الحركة دائرية منتظمة.

ب/ استنتاج v : بالإسقاط على (NN') : لدينا: $F_{M/P} = m_P \times a_N$ منه:

$$G \cdot \frac{m_M \cdot m_P}{r^2} = m_P \times \frac{v^2}{r} \Rightarrow v^2 = G \cdot \frac{m_M}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{G \cdot m_M}{r}}$$

(3) عبارة الدور T_P :

$$T_P = \frac{2\pi \cdot r}{v} = \frac{2\pi \cdot r}{\sqrt{\frac{G \cdot m_M}{r}}}$$

$$\Rightarrow T_P = 2\pi \cdot r \sqrt{\frac{r}{G \cdot m_M}} \Rightarrow T_P = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{G \cdot m_M}}$$

(4) نص القانون الثالث لكبلر: إن مربع الدور يتناسب مع مكعب البعد المتوسط للكواكب عن الشمس ومستقل عن

$$\frac{T_p^2}{r^3} = K \text{ كتلة الكوكب يعطى بالعلاقة:}$$

$$T_p^2 = 4\pi^2 \times \frac{r^3}{G \cdot m_M} \quad \text{بالتربيع:} \quad T_p = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{G \cdot m_M}} \quad \text{لدينا:}$$

$$\frac{T_p^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot m_M} = \frac{4\pi^2}{6,67 \times 10^{-11} \times 6,44 \times 10^{23}} \approx 9,2 \times 10^{-13} \text{ s}^2 \cdot \text{m}^{-3}$$

$$TP = \sqrt{r^3 \times 9,2 \times 10^{-13}} = \sqrt{(9,38 \times 10^6)^3 \times 9,2 \times 10^{-13}} = 2,76 \times 10^4 \text{ s} \quad \text{استنتاج } T_p$$

(5) يجب وضع المحطة S لتكون مستقرة بالنسبة للمريخ:

-لها نفس جهة دوران المريخ.

-على مستوي خط استواء المريخ.

-لها دور مساوي لدور المريخ $T_S = T_M = 24 \text{ h } 37 \text{ min } 22 \text{ s}$

التمرين 37:

نعتبر قمرا اصطناعيا (S) كتلته m_S يدور حول الأرض في جهة دورانها بسرعة ثابتة (الشكل).

(1) مثل القوى الخارجية المؤثرة على القمر الاصطناعي (S).

(2) ما هو المرجع المناسب لدراسة حركة القمر الاصطناعي (S)؟ عرّفه.

(3) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، جد العبارة الحرفية لسرعة القمر الاصطناعي بدلالة:

ثابت الجذب العام G ، كتلة الأرض M_T ، نصف قطر الأرض R_T وارتفاع مركز

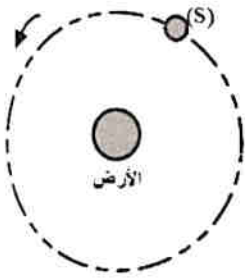
عطالة القمر الاصطناعي عن سطح الأرض h ، ثم احسب قيمتها.

(4) ا/ جد عبارة دور القمر الاصطناعي بدلالة: R_T ، G ، h ، M_T ، ثم احسب قيمته.

ب/ هل يمكن اعتبار هذا القمر جيو مستقر؟ علّل.

(5) ذكر بالقانون الثاني لكبلر، ثم بين أن النسبة: $\frac{T^2}{(R_T + h)^3} = k$ ، حيث k ثابت يطلب

حسابه.



$$\pi^2 = 10$$

$$R_T = 6380 \text{ km}$$

$$M_T = 6.0 \times 10^{24} \text{ Kg}$$

$$G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ SI}$$

يعطى:

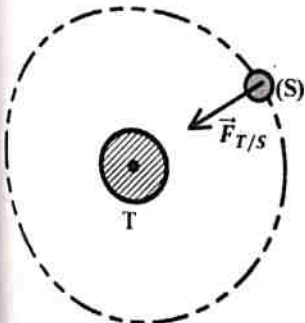
$$h = 35800 \text{ km}$$

تصحيح التمرين 37:

(1) تمثيل القوى:

(2) المرجع المناسب هو: المرجع المركزي الأرضي (الجيو مركزي).

تعريفه: ينسب إلى مركز الأرض، ويرفق بمعلم مبداء: مركز الأرض ومحاوره موجهة نحو ثلاثة نجوم نعتبرها ثابتة.



$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a} \quad \text{بتطبيق القانون الثاني لنيوتن:}$$

$$\frac{v^2}{(R_T + h)} = \frac{G \cdot M_T}{(R_T + h)^2} \quad \text{منه:} \quad \frac{G \times M_T \times M_S}{(R_T + h)^2} = a_N \cdot M_S$$

$$v^2 = \frac{G \cdot M_T}{R_T + h} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{R_T + h}}$$

$$= \sqrt{\frac{6,67 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{6380 \times 10^3 + 35800 \times 10^3}} = 3080 \text{ m/s}$$

$$T = \frac{2\pi(R_T + h)}{v} = 2\pi(R_T + h) \times \sqrt{\frac{R_T + h}{GM_T}} = 2\pi \times \sqrt{\frac{(R_T + h)^3}{GM_T}} \quad / (4)$$

$$T = 2\pi \times \sqrt{\frac{(6380 \times 10^3 + 35800 \times 10^3)^3}{6,67 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}} = 23,9h \approx 24 h$$

ب/ نعم يمكن اعتبار هذا القمر جيومستقرا لأنه:

- يدور في نفس جهة دوران الأرض.

- دوره يساوي دور الأرض.

- يدور على خط الاستواء (لأنه يدور في جهة دوران الأرض).

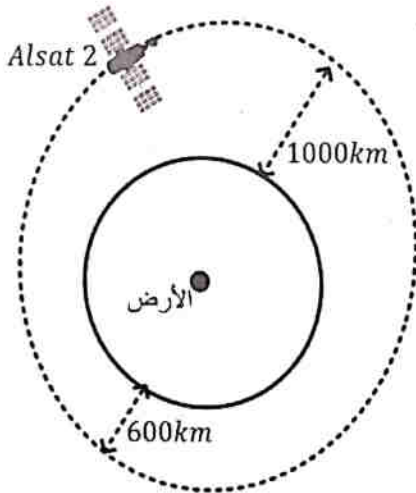
(5) قانون الثالث لكبلر: "النسبة بين مربع دور القمر ومكعب البعد بين مركزي القمر والأرض يساوي مقدار ثابت".
والإثبات:

$$\frac{T^2}{(R_T + h)^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot M_T} \Leftrightarrow T^2 = \frac{4\pi^2(R_T + h)^3}{G \cdot M_T}$$

$$\frac{T^2}{(R_T + h)^3} = \frac{4 \times (3,14)^2}{6,67 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}} = 9,8 \times 10^{-14} \approx 10^{-13}$$

التمرين 38:

بتاريخ 12 جويلية 2010 تم إطلاق القمر الاصطناعي الجزائري الثاني *Alsat2* الذي نرسم له بـ (S) حيث تم وضعه في مداره، الإهليجي بنجاح، ليدور حول الأرض على ارتفاع عن سطحها محصور بين 600km و 1000km



(1) يمثل الشكل رسما تخطيطيا مبسطا لمدار (S) حول الأرض، نعتبر (S) خاضعا لقوة جذب الأرض فقط.

يعطى:
$R_T = 6400km$ نصف قطر الأرض
$T_T = 24h$ دور حركتها حول محورها
$M_T = 6 \times 10^{24}Kg$ كتلتها

أ/ ماذا يمثل مركز الأرض بالنسبة لمدار هذا القمر الاصطناعي؟

ب/ مثل في وضع كيفي من المدار شعاع القوة التي يخضع لها (S) أثناء دورانه حول الأرض.

(2) نعتبر حركة (S) دائرية على ارتفاع متوسط ثابت $h = 800km$.

أ/ هل شدة قوة جذب الأرض لـ (S) ثابتة؟ علل.

ب/ احسب شدة هذه القوة علما أن كتلة هذا القمر الاصطناعي هي $m = 130Kg$.

(3) أ/ اذكر خصائص القمر الاصطناعي الجيومستقر.

ب/ هل يمكن اعتبار (S) قمرا اصطناعيا جيومستقرا؟ لماذا؟

ج/ احسب قيمة سرعة القمر الاصطناعي (S).

(4) يمكن لقمر اصطناعي آخر نعتبره جيومستقرا أن يدور حول الأرض بحركة دائرية منتظمة على ارتفاع z من سطحها.

- جد الارتفاع z للقمر الاصطناعي الجيومستقر.

يعطى: $G = 6.67 \times 10^{-11}(SI)$.

هل يمكنك العثور على الرقم المفقود في سلسلة الأرقام أدناه؟
5 ، 10 ، 70 ، 4690 ، ؟

تصحيح التمرين 38:

(1) / يمثل مركز الأرض إحدى محراقي المدار الإهليجي.
 $\vec{F}_{T/S}$: قوة جذب الأرض للقمر الاصطناعي

ب/ تمثيل القوى

(2) / لدينا من قانون الجذب العام:

$$F_{T/S} = G \cdot \frac{M_T \times m_s}{(R_T + h)^2}$$

G ثابتة، m_s و M_T ثابتين، $F_{T/S}$ ثابتة.
 ب/ حساب شدتها.

$$F_{T/S} = G \cdot \frac{M_T \times m_s}{(R_T + h)^2}$$

$$F_{T/S} = 6,67 \times 10^{-11} \times \frac{6 \times 10^{24} \times 130}{[(6400 + 800) \times 10^3]^2}$$

$$F_{T/S} = 1003,5 \text{ N}$$

(3) / خصائص القمر الجيومستقر:

- دوره نفس دور الأرض $T_T = T_S \approx 24 \text{ h}$

- يدور في نفس جهة دوران الأرض.

- مساره يقع في مستوي خط الاستواء.

ب/ حساب دور القمر للبرهان إن كان جيومستقرا:
 الجملة: القمر الاصطناعي.

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن: $\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$

بالإسقاط على (Oz) : $F_{T/S} = m \cdot a$

$$G \cdot \frac{M_T \times m_s}{(R_T + h)^2} = m_s \cdot a \Rightarrow a = \frac{G \cdot M_T}{(R_T + h)^2}$$

بما أن الحركة دائرية منتظمة إذن: $a = \frac{v^2}{R_T + h}$

$$\frac{v^2}{R_T + h} = \frac{G \cdot M_T}{(R_T + h)^2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{R_T + h}}$$

ومنه :

$$T = \frac{2\pi \cdot r}{v}$$

$$T = \frac{2\pi(R_T + h)}{\sqrt{\frac{G \cdot M_T}{R_T + h}}} = 2\pi \sqrt{\frac{(R_T + h)^3}{G \cdot M_T}} = 2 \times 3,14 \times \sqrt{\frac{[(6400 + 800) \times 10^3]^3}{6,67 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}}$$

$$T = 6064,8 \text{ s} = 1,68 \text{ h}$$

بما إن: $T_T \neq T_S$ فهو غير مستقر.
 ج/ سرعة (s):

$$v_s = \sqrt{\frac{G \times M_T}{R_T + h}} = \sqrt{\frac{6,67 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{(6400 + 800) \times 10^3}} \approx 7455 \text{ m/s}$$

(4) إيجاد الارتفاع z :

$$T^2 = 4\pi^2 \times \frac{(R_T + z)^3}{G \cdot M_T} \Rightarrow (R_T + z)^3 = \frac{T^2 \times G \times M_T}{4\pi^2}$$

بتربيع الدور :

$$R_T + z = \sqrt[3]{\frac{T^2 \times G \times M_T}{4\pi^2}} \Rightarrow z = \sqrt[3]{\frac{T^2 \times G \times M_T}{4\pi^2}} - R_T$$

$$z = \sqrt[3]{\frac{(24 \times 3600)^2 \times 6,67 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{4 \times 3,14^2}} - 6400 \times 10^3$$

$$z = 35911825,27 \text{ m} = 36 \times 10^6 \text{ m}$$

التمرين 39:

في مرجع جيومركزي نعتبر حركة الأقمار الاصطناعية دائرية حول مركز الأرض التي نفرض أنها كرة متجانسة كتلتها M_T ونصف قطرها R .

نقبل أن القمر الاصطناعي في مداره يخضع لقوة جذب الأرض $\vec{F}_{T/S}$ فقط.

(1) أ/ عرف المرجع الجيومركزي.

ب/ اكتب العبارة الشعاعية للقوة $\vec{F}_{T/S}$ بدلالة G (ثابت الجذب العام)، M_T ، R ، m_s (كتلة القمر الاصطناعي) و h ارتفاعه عن سطح الأرض.

ج/ استنتج عبارة $\vec{a}$ شعاع تسارع حركة القمر الاصطناعي، ما طبيعة الحركة؟

(2) الجدول التالي يعطى بعض خصائص حركة قمرين اصطناعيين حول الأرض.

القمر الاصطناعي	Alsat 1	Astra
$T(S) \times 10^3$	5,964	86,160
$h(m) \times 10^6$	0,70	35,65

أ/ أحد القمرين الاصطناعيين جيومستقر، عينه مع التعليل.

ب/ احسب تسارع الجاذبية الأرضية (g) عند نقطة من مدار القمر الاصطناعي Alsat1، ماذا تستنتج؟

ج/ بين اعتمادا على معطيات الجدول أن القانون الثالث لكبلر محقق.

د/ استنتج قيمة تقريبية للكتلة M_T .

المعطيات:

$$G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N.m}^2.\text{Kg}^{-2} \quad 1 \text{ jours} = 23\text{h}56\text{min} \quad R = 6380 \text{ km} \quad g_0 = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$$

تصحيح التمرين 39:

(1) أ/ المرجع الجيومركزي: ينسب إلى مركز الأرض، ويرفق بمعلم مبداء: مركز

الأرض ومحاوره موجهة نحو ثلاثة نجوم نعتبرها ثابتة.

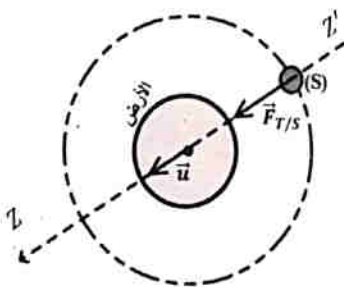
ب/ العبارة الشعاعية لـ $\vec{F}_{T/S}$:

$$\vec{F}_{T/S} = G \cdot \frac{M_T \cdot m_s}{(R_T + h)^2} \cdot \vec{u}$$

ج/ استنتج عبارة شعاع التسارع $\vec{a}$:

حسب القانون الثاني لنيوتن: $\vec{F}_{T/S} = m_s \cdot \vec{a} \Rightarrow \Sigma \vec{F} = m_s \cdot \vec{a}$

$$G \cdot \frac{m_s \cdot M_T}{(R_T + h)^2} \vec{u} = m_s \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{G \cdot M_T}{(R + h)^2} \cdot \vec{u}$$



الوحدة 05: تطور جملة ميكانيكية

شنايت

طبيعة الحركة: بتطبيق القانون الثاني لنوتن:

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

بالإسقاط على (TT') :

$$0 = m \cdot a_t \Rightarrow a_t = 0 \Rightarrow \frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow v = cste$$

و بما أن $v = cste$ فإن الحركة منتظمة وبما أن المسار دائري فإن الحركة دائرية منتظمة.

(2) أ/ تعيين القمر الجيومستقر:

إيجاد دور الأرض بـ s :

$$T = 23 \text{ h } 56 \text{ min} = 23 \times 3600 + 56 \times 60$$

$$T = 86160 \text{ s}$$

وبما أن دور الأرض يساوي دور القمر Astra فإن القمر Astra جيومستقر.

ب/ حساب تسارع الجاذبية عند نقطة من Alsat1:

لدينا :

$$\vec{F}_{T/S} = \vec{P}$$

$$F_{T/S} = P \Rightarrow \frac{G \times M_T \times m_s}{(R + h)^2} = m_s \cdot g \quad (\text{بالإسقاط على } NN')$$

$$g = \frac{G \times M_T}{(R + h)^2} \dots \dots (1)$$

$$g_0 = \frac{G \cdot M_T}{R^2} \dots \dots (2) \quad \text{عند } h = 0 \text{ يكون}$$

$$g = \frac{g_0 \times R^2}{(R + h)^2} \quad \text{من (2): } G \cdot M_T = g_0 \cdot R^2 \quad \text{نعوض في (1) فنجد:}$$

$$g = \frac{9,8 \times (6380 \times 10^3)^2}{(6380 \times 10^3 + 0,7 \times 10^6)^2} = 7,95 \text{ m/s}^2 \quad \text{تطبيق عددي :}$$

نستنتج أنه كلما زاد الارتفاع قلت الجاذبية.

ج/ لنبين أن القانون الثالث لكبلر محقق:

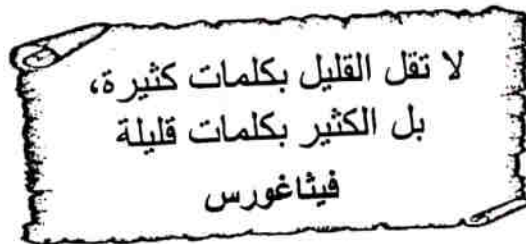
$$\frac{T^2}{(R + h)^3} = \frac{(86160)^2}{((6380 + 35650) \times 10^3)^3} = 10^{-13} \dots \dots (1) \quad \text{: Astra}$$

$$\frac{T^2}{(R + h)^3} = \frac{(5964)^2}{((6380 + 700) \times 10^3)^3} = 10^{-13} \dots \dots (2) \quad \text{: Alsat1}$$

من (1) و (2) فإن القانون الثالث لكبلر محقق.

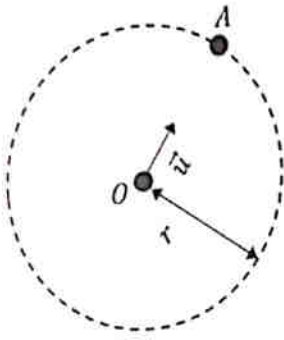
إذن: $g_0 = \frac{G \cdot M_T}{R^2}$ لدينا:

$$M_T = \frac{g_0 \cdot R^2}{G} = \frac{9,8 \times (6380 \times 10^3)^2}{6,67 \times 10^{-11}} = 5,9 \times 10^{24} \text{ kg}$$



التمرين 40:

للتبسيط نعتبر مسارات حركة الكواكب السيارة حول الشمس في المرجع الهيليومركزي ببنواتر مركزها O وأنصاف أقطارها r حيث نرسم لكثلة الشمس بالرمز M_S .



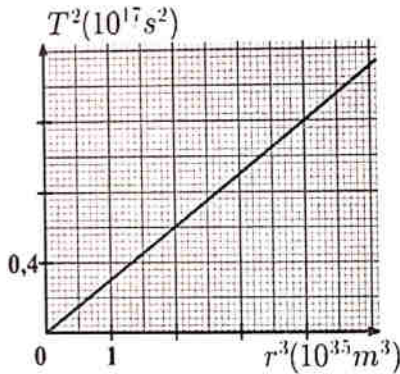
(1) أعد رسم الشكل، ومثل عليه شعاع القوة الجاذبة المركزية $\vec{F}_{S/P}$ المطبقة من طرف الشمس على أحد الكواكب الذي كتلته m_p في مركز عطالته المتواجد في الموضع A .

(2) عبر عن شعاع القوة $\vec{F}_{S/P}$ بدلالة كل من G (ثابت التجاذب الكوني)، M_S ، m_p ، r و $\vec{u}_r$ (شعاع الوحدة).

(3) بإهمال تأثير كل القوى الأخرى أمام القوة $\vec{F}_{S/P}$ وبتطبيق القانون الثاني لنيوتن، أوجد عبارة تسارع حركة الكوكب في الموضع A بدلالة G ، M_S و r .

(4) استنتج طبيعة حركته حول الشمس.

(5) يمثل البيان تطور مربع الدور الزمني لكل من كوكب الأرض والمريخ وزحل بدلالة مكعب نصف قطر مدار كل كوكب. هل يتوافق البيان مع القانون الثالث لكبلر؟



ب/ باستعمال البيان بين أن: $\frac{T^2}{r^3} = 3.0 \times 10^{-19} (SI)$ ثم

استنتج قيمة كتلة الشمس M_S

(6) علما أن البعد المتوسط بين مركزي الأرض والشمس هو $1.50 \times 10^{11} m$ ، أوجد قيمة دور حركة الأرض حول الشمس.

تصحيح التمرين 40:

(1) الرسم:

(2) عبارة القوة:

$$\vec{F}_{S/P} = -G \frac{m_p \cdot M_S}{r^2} \cdot \vec{u}$$

(3) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن: $\Sigma \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a}_0$

ومنه: $\vec{F}_{S/P} = m \cdot \vec{a}$

وبالإسقاط على الناطم الموجه نحو مركز الشمس:

$$G \cdot \frac{m_p \cdot M_S}{r^2} = m_p \cdot a_N \Rightarrow a_N = G \cdot \frac{M_S}{r^2}$$

(4) طبيعة الحركة: بتطبيق قانون نيوتن الثاني:

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a}_0 \Rightarrow \vec{F}_{S/P} = m \cdot \vec{a}$$

بالإسقاط على TT' نجد: $0 = m \cdot a_T$ ومنه: $a_T = 0$

الحركة دائرية منتظمة. $\frac{dv}{dt} = 0 \rightarrow v = Cte$

(5) البيان $T^2 = f(r^3)$ عبارة عن خط مار من المبدأ أي T^2 متناسب طردا مع r^3 .

وهذا يتوافق مع القانون الثالث لكبلر المعبر عنه بالعلاقة: $\frac{T^2}{r^3} = k = cte$

$$\frac{T^2}{r^3} = k = \frac{1,2 \times 10^{17}}{4,0 \times 10^{35}} = 3,0 \times 10^{-19} \text{ s}^2 \cdot \text{m}^{-3} \quad \text{ب/ بيانيا:}$$

كتلة الشمس: حسب القانون الثالث لكبلر:

$$\frac{T^2}{r^3} = k = \frac{4\pi^2}{G \cdot M_s} \Rightarrow M_s = \frac{4\pi^2}{G \cdot k} \Rightarrow M_s = 2 \times 10^{30} \text{ Kg}$$

$$\frac{T^2}{r^3} = 3,0 \times 10^{-19} \text{ s}^2 \cdot \text{m}^{-3}$$

(6) دور حركة الأرض:

بالتعويض:

$$\frac{T^2}{(1,5 \times 10^{11})^3} = 3,0 \times 10^{-19} \Rightarrow T = 3,18 \times 10^8 \text{ s} = 368 \text{ j}$$

(في حدود أخطاء القياس).

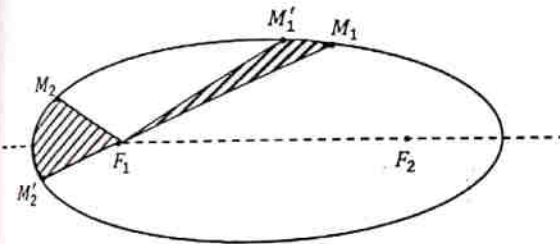
التمرين 41:

يمثل الشكل مسار حركة أحد كواكب المجموعة الشمسية حول الشمس، يستغرق الكوكب P نفس المدة الزمنية Δt في قطع المسافتين M_1M_2 ، M_1M_1' .

(1) اذكر نصي قانوني كيبلر الذين يمكن استخلاصهما.

(2) لتبسيط الدراسة نعتبر مسارات الكواكب دائرية نصف قطرها r بحيث تقع الشمس في مركزها. يعطي الجدول الآتي مميزات حركة بعض هذه الكواكب:

الكوكب	نصف قطر المسار r	الدور T	$\frac{T^2}{r^3} (\text{s}^2 \cdot \text{m}^{-3})$
الزهرة	$108.2 \times 10^6 \text{ Km}$	224j 16h	
الأرض	$149.6 \times 10^6 \text{ Km}$	365j 6h	
المريخ	$227.9 \times 10^6 \text{ Km}$	686j 22h	



أ/ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على مركز عطالة

الكوكب P في المعلم الهيليومي مركزي، جد عبارة سرعة الكوكب بدلالة ثابت الجذب العام G ، كتلة الشمس M_s ونصف القطر r لمسار الكوكب P .

ب/ اكتب عبارة الدور T للكوكب بدلالة G ، M_s و r ، ثم استنتج عبارة القانون الثالث لكبلر.

ج/ أكمل الجدول السابق، ماذا تستنتج؟

د/ احسب كتلة الشمس M_s .

هـ/ تتميز حركة كوكب المشتري حول الشمس بالدور $T = 11 \text{ ans } 314 \text{ j}$ ، أوجد البعد r لمركز المشتري عن مركز الشمس؟

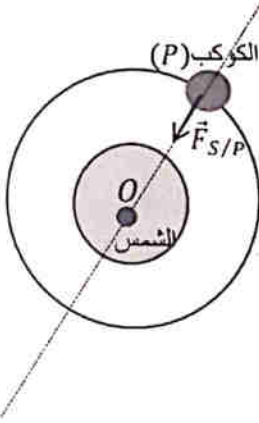
يعطى: ثابت الجذب العام $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ SI}$

في بعض الأحيان الخطوة الأولى هي
الخطوة الأصعب تقدم وأخطوها فقط
وليكن لديك الشجاعة الكافية لأن تتبع
إحساسك وحاستك السادسة

ستيف جوبز

تصحيح التمرين 41:

- (1) القانون الأول: تتحرك الكواكب وفق مدارات إهليلجية تشغل الشمس أحد محرقياها.
القانون الثاني: يسمح الشعاع الرابط بين الشمس والكوكب مساحات متساوية خلال مجالات زمنية متساوية.
(2) / بتطبيق القانون الثاني لنيوتن في المعلم الهيليوم مركزي على الكوكب P.



$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{F}_{S/P} = m_p \cdot \vec{a}$$

$$G \frac{M_s \cdot m_p}{r^2} = m_p \cdot \frac{v^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{G \cdot M_s}{r}}$$

عبرة السرعة:

$$T = \frac{2\pi r}{v}$$

ب/ عبرة الدور:

$$T^2 = \frac{4\pi^2 r^2}{v^2} = \frac{4\pi^2 r^3}{G \cdot M_s} \Rightarrow T = 2\pi r \sqrt{\frac{r}{G \cdot M_s}}$$

استنتاج قانون كيبلر الثالث:

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot M_s} = cte$$

ج/ إكمال الجدول:

المريخ	الأرض	الزهرة	الكوكب
$2,97 \times 10^{-19}$	$2,97 \times 10^{-19}$	$2,97 \times 10^{-19}$	$\frac{T^2}{r^3} (s^2 \cdot m^{-3})$

الاستنتاج: قانون كيبلر الثالث محقق.

ملاحظة: تقبل النتائج المحصورة بين $2,9 \times 10^{-19}$ و $3,0 \times 10^{-19}$

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot M_s} = K \Rightarrow M_s = \frac{4\pi^2}{G \cdot K} \Rightarrow M_s = \frac{4 \times 10}{6,67 \times 10^{-11} \times 2,97 \times 10^{-19}} = 2 \times 10^{30} Kg$$

د/

ه/ إيجاد البعد r:

$$\frac{T^2}{r^3} = K \Rightarrow r^3 = \frac{T^2}{K} \Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{T^2}{K}} = 7,78 \times 10^{11} m$$

التمرين 42:

- في معلم جيو مركزي نعتبره غاليليا لدينا قمر اصطناعي مركز عطالته S ومساره مدار دائري على ارتفاع h عن سطح الأرض. نعتبر الأرض كرة متجانسة كتلتها M_T مركز عطالتها O ونصف قطرها R_T .
يعطى: $R_T = 6370 km$ $g_0 = 9,8 m \cdot s^{-2}$ $G = 6,67 \times 10^{-11} m^3 \cdot Kg^{-1} \cdot S^{-1}$
(1) / مثل القوة الخارجية المطبقة من طرف الأرض على القمر. (شعاع الوحدة موجه من O نحو S)

ب/ انطلاقا من قانون الجذب العام اكتب عبرة الجاذبية على ارتفاع h من سطح الأرض بدلالة G, h, R_T, M_T

ج/ عبر عن الجاذبية عند سطح الأرض. g_0 .

د/ استنتج أن: $g_h = g_0 \frac{R_T^2}{(R_T + h)^2}$

- (2) / بين أن حركة القمر الاصطناعي دائرية منتظمة.
- ب/ اكتب عبرة سرعة القمر (v) في معلم جيو مركزي بدلالة h, g_0, R_T .
- ج/ في نفس المعلم اكتب عبرة الدور والسرعة الزاوية للقمر.
- د/ نعتبر أن القمر في مداره على ارتفاع $K = 780 Km$.

احسب T, v (الدور) w (السرعة الزاوية)

ه/ القمر ينتقل في نفس اتجاه الأرض، احسب الزمن t' الفاصل بين مرورين متعاقبين من شاقول نقطة A تقع على سطح الأرض. نذكر بأن زمن دوران الأرض حول نفسها هو: $T_T = 8,6 \times 10^4 s$.

و/ ما هو عدد الدورات التي ينجزها القمر N_S ؟ وما عدد الدورات التي تنجزها الأرض N_T حتى يلتقيا من جديد فوق نفس شاقول نقطة البداية.

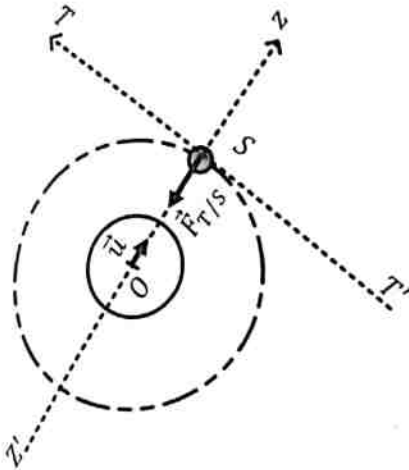
(3) نعتبر الآن قمرا اصطناعيا جيومستقرا (géotationnaire)

أ/ ماذا يعني قمر جيومستقر ؟

ب/ على أي ارتفاع h عن سطح الأرض يجب أن يكون القمر لتحقيق ذلك ؟

تصحيح التمرين 42:

(1) أ/ تمثيل القوى المطبقة:



ب/ نعلم أن: $\vec{P} = \vec{F}_{T/S}$

بالإسقاط على (OZ) نجد: $-m_S \cdot g = -\frac{G \cdot m_S \cdot M_T}{(R+h)^2}$

$$g = \frac{G \cdot M_T}{(R+h)^2} \dots (1)$$

ج/ عند سطح الأرض $h = 0$ منه:

$$g_0 = \frac{G \cdot M_T}{R_T^2} \dots \dots (2)$$

د/ استنتاج العلاقة:

$$g = \frac{g_0 \cdot R_T^2}{(R_T+h)^2} \quad \text{من (2):} \quad G \cdot M_T = g_0 \cdot R_T^2 \quad \text{نعوض في عبارة (1) فنجد:}$$

(2) لدينا بتطبيق القانون الثاني لنيوتن: $\vec{F}_{T/S} = m \cdot \vec{a}$

أ/ بالإسقاط على (TT') نجد $0 = m \cdot a_T$ منه: $a_T = 0$ إذن $v_t = cte$.
السرعة ثابتة والمسار دائري فالحركة دائرية منتظمة

ب/ بالإسقاط على (ZZ') نجد: $-F_{T/S} = m \cdot (-a)$

$$\frac{G \cdot M_T \cdot m_S}{(R_T+h)^2} = m_S \cdot a \quad \Rightarrow \quad a = \frac{G \cdot M_T}{(R+h)^2}$$

ونعلم أن في الحركة الدائرية المنتظمة

$$a = \frac{v^2}{R_T+h} \quad \Rightarrow \quad \frac{G \cdot M_T}{(R+h)^2} = \frac{v^2}{R_T+h}$$

$$\frac{g_0 \cdot R_T^2}{R_T+h} = v^2 \quad \Rightarrow \quad v = R_T \sqrt{\frac{g_0}{R_T+h}}$$

$$T = \frac{2\pi(R_T+h)}{v} \quad \text{ج/ الدور:}$$

$$T = \frac{2\pi(R_T+h)}{R_T \times \sqrt{\frac{g_0}{R_T+h}}} = \frac{2\pi}{R_T} \times \sqrt{\frac{(R_T+h)^3}{g_0}}$$

السرعة الزاوية:

$$w = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\frac{2\pi}{R_T} \times \sqrt{\frac{(R_T+h)^3}{g_0}}} = R_T \times \sqrt{\frac{g_0}{(R_T+h)^3}}$$

د/ تطبيق عددي:

$$v = R_T \times \sqrt{\frac{g_0}{R_T + h}} = 6370 \times 10^3 \times \sqrt{\frac{9,8}{6370 \times 10^3 \times 780 \times 10^3}} = 7457,6 \text{ m/s}$$

$$T = \frac{2\pi}{R_T} \times \sqrt{\frac{(R_T + h)^3}{g_0}} = \frac{2\pi}{6370 \times 10^3} \times \sqrt{\frac{((6370 + 780) \times 10^3)^3}{9,8}} = 6024 \text{ s}$$

$$\omega_T = R_T \times \sqrt{\frac{g_0}{(R_T + h)^3}} = (6370 \times 10^3) \times \sqrt{\frac{9,8}{(7150 \times 10^3)^3}} = 10^{-3} \text{ Rad/s}$$

هـ/ عند التقاء القمر بالشاقول المار من النقطة A:

عندما تنجز الأرض زاوية θ_T يكون القمر قد أنجز زاوية قدرها θ_S حيث $\theta_S = 2\pi + \theta_T$

$$\frac{\theta_S}{t} = \frac{2\pi}{t} + \frac{\theta_T}{t}$$

$$\omega_S = \frac{2\pi}{t} + \omega_T$$

$$t = \frac{2\pi}{\omega_S - \omega_T} = \frac{2\pi}{\frac{2\pi}{T_S} - \frac{2\pi}{T_T}} = \frac{T_S \cdot T_T}{T_T - T_S} = \frac{6024 \times 8,6 \times 10^4}{8,6 \times 10^4 - 6024} = 6477,743 \text{ s}$$

و/ عند الالتقاء من جديد يتحقق $N_S \cdot T_S = N_T \cdot T_T$

$$\frac{N_S}{N_T} = \frac{T_T}{T_S} = \frac{8,6 \times 10^4}{6024} = \frac{10750}{753}$$

إذن: ينجز القمر: 10750 دورة وتنجز الأرض: 753 دورة حتى يلتقيا من جديد على نفس شاقول البداية
3/ القمر الجيومستقر هو كل قمر يبقى فوق نفس النقطة من سطح الأرض، يدور في نفس جهة دوران الأرض وله نفس دورها $T = 24 \text{ H}$

$$\frac{T^2}{(R_T + h)^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot M_T}$$

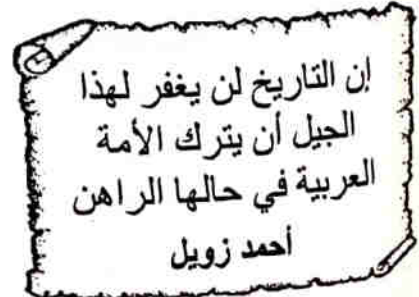
ب/

$$\Rightarrow T^2 \times G \cdot M_T = 4\pi^2 \times (R_T + h)^3 \Rightarrow (R_T + h)^3 = \frac{T^2 \times G \times M_T}{4\pi^2}$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{T^2 \times G \times M_T}{4\pi^2}} - R_T = \sqrt[3]{\frac{T^2 \times g_0 \times R_T^2}{4\pi^2}} - R_T$$

$$h = 357 \times 10^5 \text{ m} = 35,7 \times 10^3 \text{ Km}$$

بالتعويض نجد:



التمرين 43:

تم إرسال أول قمر اصطناعي Galiléo للبرنامج GIOVEA في 28 ديسمبر 2005، نعتبر أن القمر الاصطناعي جسم نقطي S لا يخضع إلا لقوة جذب الأرض له، يرسم مدارا دائريا على ارتفاع $h = 23,6 \times 10^3 \text{ km}$ عن سطح الأرض. (يعطى نصف قطر الأرض $R_T = 6,38 \times 10^3 \text{ km}$)

- (1) مثل كيفيا الأرض، القمر الاصطناعي ومساره ثم القوة المطبقة من طرف الأرض على القمر الاصطناعي.
- (2) أوجد عبارة سرعة الحركة للقمر الاصطناعي بدلالة G, h, R_T, M_T .
- (3) أعط عبارة دور الحركة ثم استنتج القانون الثالث لكبلر.
- (4) الجدول التالي يعطي دور ونصف قطر مدارات بعض الأقمار الاصطناعية:

القمر	$R = (R_T + h)(\text{km})$	$T(\text{s})$	$R^3(\text{km}^3)$	$T^2(\text{s}^2)$
GPS	$20,2 \times 10^3$	$2,88 \times 10^4$		
GLONASS	$25,5 \times 10^3$	$4,02 \times 10^4$		
METEOSAT	$42,1 \times 10^3$	$8,61 \times 10^4$		

$$T^2: 1\text{cm} \rightarrow 10^9 \text{ s}^2$$

$$R^3: 1\text{cm} \rightarrow 10^{13} \text{ km}^3$$

/ أكمل الجدول ثم ارسم البيان: $T^2 = f(R^3)$ باستعمال سلم الرسم

ب/ اكتب معادلة المنحنى الناتج وتأكد أن البيان يتوافق مع القانون كبلر الثالث.

ج/ استنتج كتلة الأرض M_T .

د/ باستعمال البيان أوجد دور القمر الاصطناعي Galiléo ثم احسب سرعته وتسارعه.

$$G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ SI}$$

يعطى:

تصحيح التمرين 43:

(1) تمثيل القوى:

(2) عبارة سرعة الحركة للقمر الاصطناعي:

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a}$$

$$\vec{F}_{ext} = \vec{F}_{T/S}$$

بالإسقاط على المحور (Ox) نجد:

$$G \frac{M_T \times m_G}{(h + R_T)^2} = m_G \cdot a \Rightarrow a = \frac{G \cdot M_T}{(R_T + h)^2}$$

$$a_N = \frac{v^2}{h + R_T} \text{ فإن: الحركة دائرية منتظمة، فإن:}$$

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{(h + R_T)}} \text{ إذن: } \frac{G \cdot M_T}{(h + R_T)^2} = \frac{v^2}{(h + R_T)}$$

(3) عبارة دور الحركة:

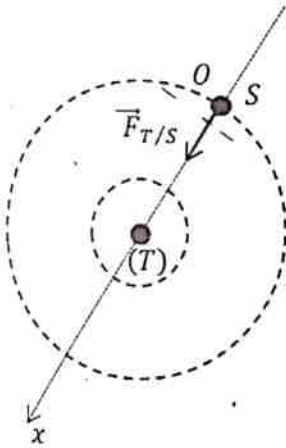
$$\text{نعلم أن: } 2\pi(R_T + h) = v \cdot T$$

$$T = 2\pi(R_T + h) \sqrt{\frac{(h + R_T)}{G \cdot M_T}} \text{ أي: } T = \frac{2\pi(R_T + h)}{v} \text{ ومنه:}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{(h + R_T)^3}{G \cdot M_T}} \text{ إذن:}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{(R_T + h)^3}{G \cdot M_T}} \text{ - استنتج القانون الثالث لكبلر:}$$

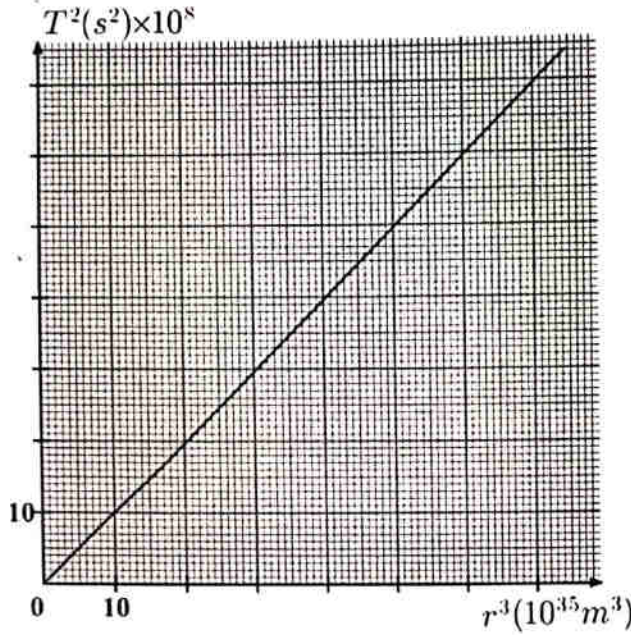
$$\frac{T^2}{(R_T + h)^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot M_T} = k \text{ ومنه: } T^2 = 4\pi^2 \frac{(R_T + h)^3}{G \cdot M_T} \text{ بتربيع الطرفين نجد:}$$



(4) أ/ إكمال الجدول:

القمر	$R^3 (km^3)$	$T^2 (s^2)$
GPS	$8,2 \times 10^{12}$	$8,29 \times 10^8$
GLONASS	$16,58 \times 10^{12}$	$16,16 \times 10^8$
METEOSAT	$74,6 \times 10^{12}$	$74,13 \times 10^8$

رسم البيان: $T^2 = f(R^3)$



ب/ كتابة معادلة البيان:

البيان عبارة عن خط مستقيم يمر من المبدأ.

معادلته من الشكل: $T^2 = a \cdot R^3$

- تعيين ميل المستقيم a :

$$a = \frac{\Delta T^2}{\Delta R^3} = \frac{(74,13 - 0) \times 10^8}{(74,6 - 0) \times 10^{12}}$$

$$a = 9,94 \times 10^{-5} s^2 \cdot km^{-3}$$

$$a = 9,94 \times 10^{-14} s^2 \cdot m^{-3}$$

إذن: معادلة البيان:

$$T^2 = 9,94 \times 10^{-14} R^3$$

بالمطابقة: مع القانون كبلر الثالث نجد أنه يتوافق.

ج/ استنتاج كتلة الأرض M_T : بمطابقة العلاقة البيانية مع العلاقة النظرية نجد:

$$\frac{4\pi^2}{G \cdot M_T} = 9,94 \times 10^{-14} \Rightarrow M_T = \frac{4 \times \pi^2}{G \times 9,94 \times 10^{-14}} \simeq 6 \times 10^{24} Kg$$

د/ إيجاد القمر وحساب سرعته وتسارعه:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{R^3}{G \cdot M_T}} = 2\pi \sqrt{\frac{(6,38 \times 10^6 + 23,6 \times 10^6)^3}{6,67 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}} = 51531 (s) = 14,31 h$$

- سرعته:

$$v = \frac{2\pi R}{T} \Rightarrow v = \frac{2\pi \times (6,38 \times 10^6 + 23,6 \times 10^6)}{51531} = 3653,6 m \cdot s^{-1}$$

- تسارعه:

$$a = a_N = \frac{v^2}{R} = \frac{3653,6^2}{6,38 \times 10^6 + 23,6 \times 10^6} = 0,445 m \cdot s^{-2}$$

غولييلمو ماركوني (1874 - 1937)



عالم إيطالي، وقد اخترع الإبراق اللاسلكي، وساهم في اكتشاف الموجات الكهرومغناطيسية، أول من نجح في إرسال واستقبال الإشارات الإشعاعية، وقد حصل في العام 1909 م على جائزة نوبل في الفيزياء

إذا اختبرت انساناً فوجدته لا يصلح ان يكون صديقاً، فاحذر من أن تجعله عدواً فيثاغورس

التمرين 44:

كتلة الأرض: $M_T = 5,98 \times 10^{24} \text{ Kg}$
 ثابت التجاذب الكوني: $G = 6,67 \times 10^{-11}$

المعطيات:

كتلة الشمس: $M_S = 1,98 \times 10^{30} \text{ Kg}$

البعد بين مركز الأرض ومركز الشمس: $r = 1,5 \times 10^{11} \text{ m}$

في نظام المجموعة الشمسية، تدور الأرض حول الشمس بحركة نعتبرها دائرية منتظمة (الشكل).

- 1) بتطبيق قانون الجذب العام، اكتب العبارة الشعاعية للقوة التي تؤثر بها الشمس على الأرض.
- 2) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، اكتب العبارة الشعاعية للقوة المطبقة على الأرض.
- 3) أوجد عبارة التسارع الناظمي a_n بدلالة G, M_S, r .
- 4) اكتب عبارة التسارع الناظمي a_n بدلالة r, v في حالة دوران الأرض حول الشمس بحركة دائرية منتظمة.
- 5) أوجد عبارة سرعة دوران الأرض حول الشمس، ثم احسب قيمتها.
- 6) أوجد عبارة الدور T للأرض حول الشمس، ثم احسب قيمته.
- 7) بين لماذا لا تتوافق قيمة دور الأرض المحسوبة مع قيمته الحقيقية ($T = 365,25 \text{ jours}$)، وما هو القانون الذي اعتمدت عليه لتبرير الاختلاف؟

تصحيح التمرين 44:

- 1) العبارة الشعاعية للقوة التي تؤثر بها الشمس على الأرض:

$$\vec{F}_{S/T} = G \cdot \frac{M_S \times M_T}{r^2} \cdot \vec{u}$$

- 2) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن:

المرجع: هيليو مركزي، الجملة: أرض. $\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}$

$$G \cdot \frac{M_S \times M_T}{r^2} \cdot \vec{u} = M_T \cdot \vec{a}$$

- 3) عبارة a_n :

$$F = M_T \times a_n \rightarrow a_n = \frac{G \cdot M_S \cdot M_T}{M_T \cdot r^2} = \frac{G \cdot M_S}{r^2}$$

- 4) عبارة a_n بدلالة r و v : $a_n = \frac{v^2}{r}$

- 5) عبارة v :

$$v = \sqrt{a_n \cdot r} = \sqrt{\frac{G \cdot M_S}{r}} = 29672,2 \text{ m/s}$$

- 6) عبارة T : $T = 2\pi \times \sqrt{\frac{r^3}{G \cdot M_S}} = 367,6 \text{ jours}$

- 7) لا توافق قيمة دور الأرض المحسوبة مع الحقيقية لأن الأرض تدور في مدار إهليجي وليس دائريا. وهذا بالاعتماد على قانون كبلر الأول.

الانسياط إلى الناس مجلبة لقرناء السوء
 والانقباض عنهم مكسبة للعداوة
 فكن بين المنقبض والمنبسط.
 الإمام الشافعي رحمه الله

التمرين 45:

السات 1 (Alsat1) قمر اصطناعي جزائري متعدد الاستخدامات كتلته $m_s = 90Kg$ أرسل إلى الفضاء بتاريخ 28 نوفمبر 2002 من محطة الفضاء الروسية، يدور حول الأرض وفق مسار إهليجي ودوره $T = 98 \text{ min}$.

- 1) لأجل دراسة حركته نختار مرجعا مناسباً.
 - أ/ اقترح مرجعا لدراسة حركة القمر الاصطناعي حول الأرض وعرفه.
 - ب/ ذكر بنص القانون الثاني لكبلر.
- 2) بفرض أن القمر الاصطناعي (Alsat1) يدور حول الأرض وفق مسار دائري على ارتفاع h من سطحها.
 - أ/ مثل قوة جذب الأرض للقمر بالنسبة للقمر الاصطناعي.
 - ب/ اكتب العبارة الحرفية لشدة جذب الأرض للقمر الاصطناعي بدلالة: R_T, h, G, m_s, M_T .
 - ج/ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، تحقق أن عبارة سرعة القمر الاصطناعي المدارية هي من الشكل:

$$v = \sqrt{\frac{GM_T}{r}} \quad \text{حيث: } r = R_T + h$$

- د/ عرف الدور T واكتب عبارته بدلالة: r, G, M_T .
- هـ/ احسب الارتفاع h الذي يتواجد عليه القمر الاصطناعي (Alsat1) عن سطح الأرض.

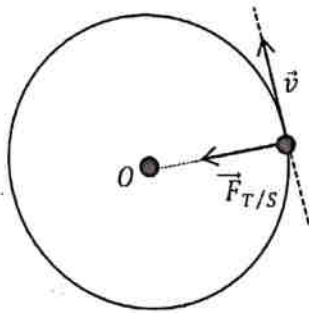
ثابت التجاذب الكوني: $G = 6.67 \times 10^{-11} SI$

نصف قطر الأرض: $R_T = 6.38 \times 10^3 km$

كتلة الأرض $M_T = 6 \times 10^{24} Kg$

المعطيات:

تصحيح التمرين 45:



- 1) أ/ المرجع جيومركزي.
- ب/ قانون كبلر الثاني (النص)
- 2) أ/ تمثيل القوة $\vec{F}_{T/S}$ على الشكل.

$$F_{T/S} = G \cdot \frac{m_s M_T}{(R_T + h)^2} \quad \text{ب/}$$

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = m_s \cdot \vec{a}_n \Rightarrow F_{T/S} = m_s \cdot \frac{v^2}{(R_T + h)} \quad \text{ج/}$$

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{R_T + h}} = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{r}} \quad \text{ومنه:}$$

د/ تعريف الدور:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{G \cdot M_T}} \quad \text{عبارة الدور:}$$

هـ/ الارتفاع h :

$$T^2 = 4\pi^2 \frac{r^3}{G \cdot M_T}$$

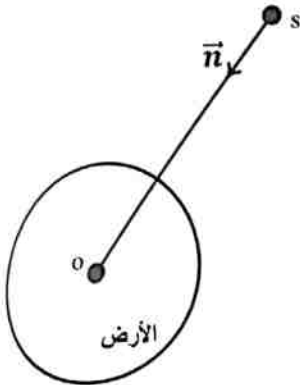
$$\Rightarrow h = \sqrt[3]{\frac{T^2 \cdot G \cdot M_T}{4\pi^2}} - R_T$$

$$h = 670,57 \text{ km} \quad \text{تطبيق عددي:}$$



التمرين 46:

يدور قمر اصطناعي (S) حول الأرض بحركة دائرية منتظمة على ارتفاع $h = 700 \text{ km}$ من سطحها، حيث ينجز 14.55 دورة في اليوم الواحد. نفرض أن المرجع الأرضي المركزي مرجع غاليلي.



- (1) مثل شعاع التسارع $\vec{a}$ لحركة القمر الاصطناعي (S) (الشكل).
- (2) أعط دون برهان عبارة شعاع التسارع $\vec{a}$ لحركة القمر الاصطناعي (S)، بدلالة v سرعة القمر الاصطناعي (S)، ونصف القطر r لمسار حركة القمر حول الأرض، شعاع الوحدة $\vec{n}$.

(3) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، بين أن عبارة سرعة القمر الاصطناعي (S) حول

كوكب الأرض تعطى بالعلاقة: $v = \sqrt{\frac{GM_T}{r}}$ ، حيث: M_T كتلة الأرض.

(4) اكتب العلاقة بين T_S و r ، حيث: T_S دور القمر الاصطناعي (S) حول الأرض.

(5) بين أن: $\frac{T_S^2}{r^3} = 9.85 \times 10^{-14} \text{ s}^2 \cdot \text{m}^{-3}$.

(6) استنتج كتلة الأرض M_T .

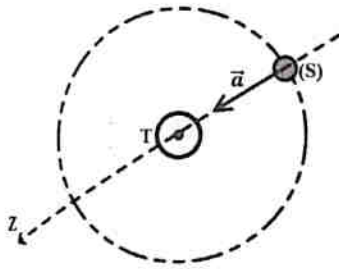
ثابت التجاذب الكوني: $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ SI}$
 نصف قطر الأرض: $R_T = 6400 \text{ km}$

يعطى:

دور الأرض: $T = 24 \text{ h}$

تصحيح التمرين 46:

(1) تمثيل شعاع التسارع:



(2) إعطاء عبارة شعاع التسارع $\vec{a}$ لحركة القمر الاصطناعي بدلالة: $\vec{n}, r, v$:

$$\vec{a} = -\frac{v^2}{r} \vec{n}$$

حيث $r = R_T + h$

(3) الجملة المدروسة: قمر اصطناعي (S).

المرجع: جيو مركزي (والذي نعتبره عطاليا أثناء فترة الدراسة).

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن: $\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{F}_T = m_s \cdot \vec{a}$

بالإسقاط على المحور (OZ): $F_T = m_s \times a$

$$G \cdot \frac{m_s \cdot M_T}{r^2} = m_s \times a \Rightarrow G \cdot \frac{M_T}{r^2} = \frac{v^2}{r} ; a = \frac{v^2}{r}$$

$$v^2 = \frac{G \cdot M_T}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{r}}$$

(4) إيجاد العلاقة بين r و T_S :

$$T = \frac{2\pi \cdot r}{v} = 2\pi \cdot r \times \frac{1}{v} = 2\pi \cdot r \times \sqrt{\frac{r}{G \cdot M_T}} = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{G \cdot M_T}}$$

(5) تبيان أن: $\frac{T^2}{r^3} = 9.85 \times 10^{-14} \text{ s}^2 / \text{m}^3$

نعلم أن القمر الاصطناعي ينجز 14,55 دورة في اليوم (من نص التمرين).

$$14,55 \rightarrow t = 1j = 24h \ 86400s$$

لدينا:

$$1 \rightarrow t = T \text{ (الدور)}$$

$$T = \frac{86400}{14,55} \approx 5938 \text{ s ومنه:}$$

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{5938}{(6400 + 700) \times 10^3} = 9,85 \times 10^{-14} \text{ s}^2/\text{m}^3$$

(ملاحظة: لا تنسى التحويل من km إلى m)

(6) استنتاج M_T كتلة الأرض:

$$\text{لدينا: } \frac{T^2}{r^3} = 9,85 \times 10^{-14} \text{ s}^2/\text{m}^3 \text{ (من السؤال 5) و } T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{G \times M_T}} \text{ (من السؤال 4)}$$

$$T^2 = 4\pi^2 \frac{r^3}{G \cdot M_T} \Rightarrow \frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot M_T} = 9,85 \times 10^{-14}$$

$$\Rightarrow G \cdot M_T \times 9,85 \times 10^{-14} = 4\pi^2 \Rightarrow M_T = \frac{4\pi^2}{G \times 9,85 \times 10^{-14}}$$

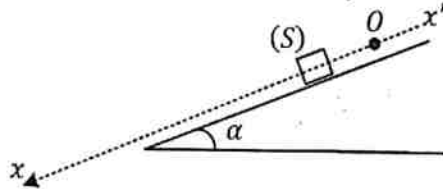
$$M_T = \frac{4 \times (3,14)^2}{6,67 \times 10^{-11} \times 9,85 \times 10^{-14}} \approx 6 \times 10^{24} \text{ Kg}$$

ومنه كتلة الأرض هي: $M_T = 6 \times 10^{24} \text{ Kg}$

التمرين 47:

ينزلق جسم صلب (S) كتلته $m = 100g$ على طول مستو مائل عن المستوي الأفقي بزاوية $\alpha = 20^\circ$ وفق المحور $x'x$

(الشكل) قمنا بالتصوير المتعاقب بكاميرا رقمية (Webcam)، وعولج شريط الفيديو ببرمجية "Aviméca" بجهاز الإعلام الآلي وتحصلنا على النتائج التالية:



$t(s)$	0,00	0,04	0,06	0,08	0,10	0,12
$v(m.s^{-1})$	v_0	0,16	0,20	0,24	0,28	0,32

(1) ارسم البيان $v = f(t)$.

(2) بالاعتماد على البيان:

أ/ بين طبيعة حركة (S) واستنتج القيمة التجريبية للتسارع a .

ب/ استنتج قيمة السرعة v_0 في اللحظة $t = 0$.

ج/ احسب المسافة المقطوعة بين اللحظتين: $t_1 = 0,04 \text{ s}$ و $t_2 = 0,08 \text{ s}$

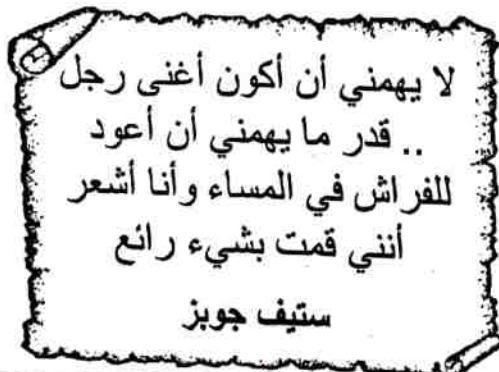
(3) بفرض أن الاحتكاكات مهملة:

أ/ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن أوجد العبارة الحرفية للتسارع a_0 ثم احسب قيمته.

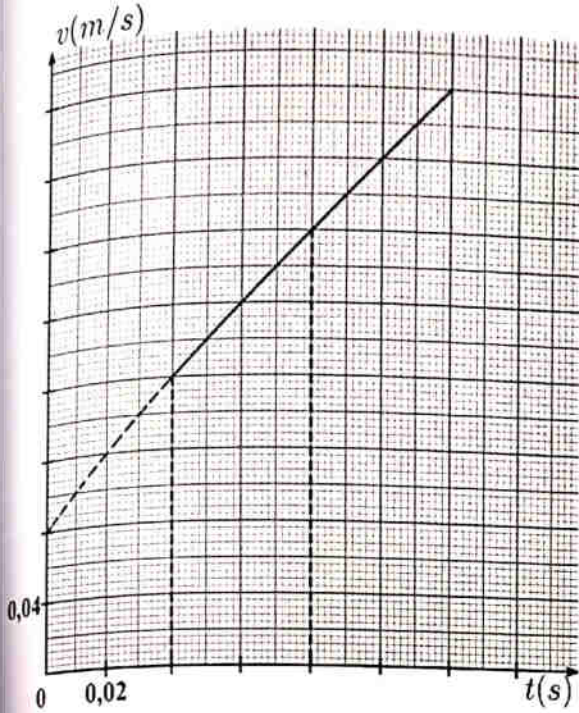
ب/ قارن بين a و a_0 . كيف تبرر الاختلاف؟

(4) أوجد شدة القوة F النمذجة للاحتكاكات على طول المستوي المائل.

$$\text{يعطى: } \sin 20^\circ = 0,34, \quad g = 10 \text{ m.s}^{-2}$$



تصحيح التمرين 47:

(1) رسم البيان $v = f(t)$:

(2) أ/ طبيعة الحركة هي حركة مستقيمة متسارعة بانتظام لأن المسار مستقيم والسرعة دالة تألفية معامل توجيهها موجب.

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad \text{لدينا:}$$

$$a = \frac{0,2 - 0,16}{0,06 - 0,04} = 2 \text{ m/s}^2$$

ب/ بتمديد البيان عند $t = 0 \text{ s}$ نجد:

$$v_0 = 0,08 \text{ m/s}$$

ج/ المسافة المقطوعة بين اللحظتين $t_1 = 0,04 \text{ s}$ و $t_2 = 0,08 \text{ s}$.المساحة أسفل البيان بين t_1 و t_2

$$d = \frac{(0,16 + 0,24) \times 0,04}{2}$$

$$d = 8 \times 10^{-3} \text{ m}$$

(3) أ/ الجملة: جسم (S).

المرجع: سطحي أرضي.

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن: $\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$

$$\vec{P} + \vec{R} = m \cdot \vec{a} \quad \text{منه:}$$

بالإسقاط على (Ox) نجد:

$$P_x = m \cdot a_0 \Rightarrow P \cdot \sin \alpha = m \cdot a_0$$

$$m \cdot g \cdot \sin \alpha = m \cdot a_0 \Rightarrow a_0 = g \cdot \sin \alpha$$

$$a_0 = 10 \times \sin 20 = 3,4 \text{ m/s}^2$$

ب/ لدينا $a_0 > a$

التعليل: لوجود قوة معيقة للحركة هي الاحتكاك والتي تقلل من التسارع.

(4) إيجاد شدة القوة $\vec{f}$:

الجملة: الجسم (S).

المرجع: سطحي أرضي.

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{f} = m \cdot \vec{a} \quad \text{منه:}$$

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a} \quad \text{بتطبيق القانون الثاني لنيوتن:}$$

بالإسقاط على (Ox) نجد:

$$P_x - f = m \cdot a \Rightarrow f = P_x - m \cdot a = m \cdot g \cdot \sin \alpha - m \cdot a$$

$$f = m(g \cdot \sin \alpha - a) = m(a_0 - a) = 0,1(3,4 - 2) = 0,14 \text{ N}$$

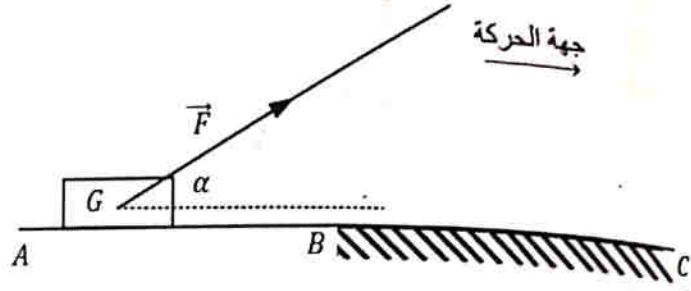
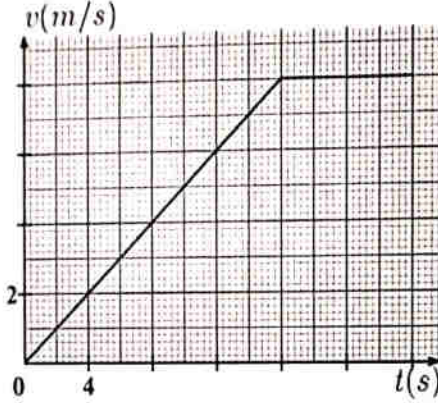


أرفين شرودينغر

عالم نمساوي، قام بوضع معادلة شرودينغر،
ووصف العديد من حالات "الإلكترون الكمومية في
ذرة الأيدروجين"، وهي ما يطلق عليها ميكانيكا
الكم، كما وضع الميكانيكية الموجية، وقام بتفسير
النشاط الإشعاعي، وأجرى عليه حسابات دقيقة،
وهو من الحاصلين على جائزة نوبل

التمرين 48:

يجر حمزة صندوقا كتلته: $m = 10\text{ kg}$ على طريق مستقيم أفقي (AC)، مركز عطالته G بقوة $\vec{F}$ ثابتة حاملها يصنع زاوية: $\alpha = 30^\circ$ مع المستوي الأفقي، حيث الجزء (AB) أملس، والجزء (BC) خشن (الشكل) التمثيل البياني يمثل تغيرات سرعة G بدلالة الزمن t .



- 1/ استنتج بيانيا طبيعة الحركة والتسارع لـ G لكل مرحلة.
- ب/ استنتج المسافة المقطوعة AC.
- 2/ اكتب نص القانون الثاني لنيوتن.
- ب/ جد عبارة شدة قوة الجر $\vec{F}$ ، ثم احسبها.
- ج/ جد عبارة شدة قوة الاحتكاك $\vec{f}$ ، ثم احسبها.
- د/ فسر لماذا يمكن للسرعة أن تصبح ثابتة في المرحلة الأخيرة.

تصحيح التمرين 48:

- 1/ طبيعة الحركة والتسارع لـ G :
المرحلة (1): الجزء الأملس AB , $0 \leq t \leq 16\text{ s}$

1. المسار AB مستقيم.
2. السرعة دالة خطية من الشكل $V = at$.
3. التسارع a ثابت $a = \frac{dv}{dt} = cte$.

إذن: الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{8-0}{16-0} = 0,5 \text{ m/s}^2 \text{ هو الميل}$$

المرحلة (2): الجزء الخشن BC : $16 \leq t \leq 24$

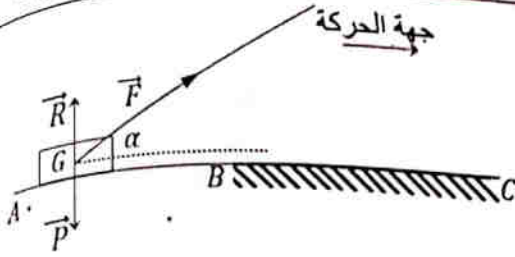
4. المسار BC مستقيم.
5. السرعة ثابتة $v = cte$.
6. التسارع معدوم $a = \frac{dv}{dt} = 0 \text{ m/s}^2$.

إذن حركة مستقيمة منتظمة.

ب/ المسافة المقطوعة AC:

$$AC = \frac{\text{مساحة شبه المنحرف}}{\text{بيان السرعة}} = \frac{\text{ارتفاع} \times (\text{قاعدة كبرى} + \text{قاعدة صغرى})}{2} = \frac{(8 + 24) \times 8}{2} = 128 \text{ m}$$

- 2/ ا/ نص القانون الثاني لنيوتن: في معلم غاليلي المجموع الشعاعي للقوى الخارجية المطبقة على جملة مادية يساوي في كل لحظة جداء كتلتها في شعاع تسارع مركز عطالتها أي: $\sum \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a}$

ب/ إيجاد عبارة F :

في المرحلة (1) "الجزء AB"

الجملة: صندوق (جسم صلب).

المرجع: سطحي أرضي (نعتبره غاليليا).

تطبيق القانون الثاني لنيوتن: $\sum \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a}$

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

بالإسقاط على محور حامل الحركة (Ox) نجد:

$$F_x = m \cdot a \Rightarrow F \cdot \cos \alpha = m \cdot a \Rightarrow F = \frac{m \cdot a}{\cos \alpha}$$

$$F = \frac{m \cdot a}{\cos \alpha} = \frac{10 \times 0,5}{\cos 30} = 5,77 \text{ N}$$

قيمتها:

ج/ عبارة f :

في المرحلة (2) "الجزء BC"

الجملة: صندوق (جسم صلب).

المرجع: سطحي أرضي (نعتبره غاليليا).

تطبيق القانون الأول لنيوتن: $\sum \vec{F}_{ext} = 0$

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{F} + \vec{f} = 0$$

بالإسقاط على محور حامل الحركة (Ox) نجد:

$$-f + F_x = 0$$

$$f = F_x = F \times \cos \alpha$$

$$f = 5,77 \times \cos 30 = 5 \text{ N}$$

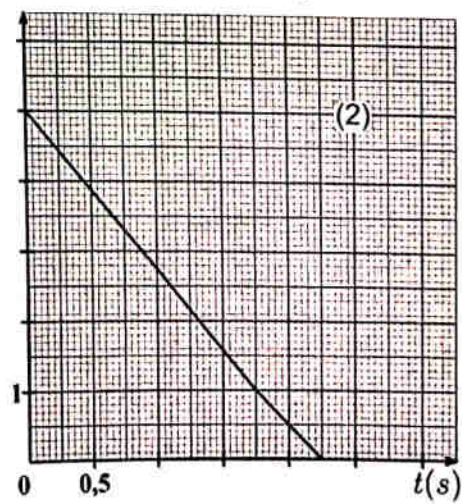
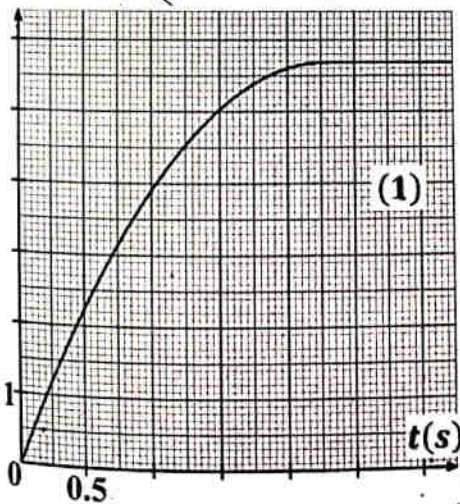
د/ التفسير: تبقى السرعة ثابتة لأن محصلة القوى المطبقة على الجسم معدومة، فحسب مبدأ العطالة يحافظ

كل جسم على سكونه أو حركته المستقيمة المنتظمة ما لم تؤثر عليه القوى.

التمرين 49:

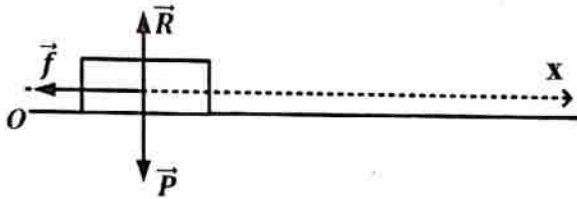
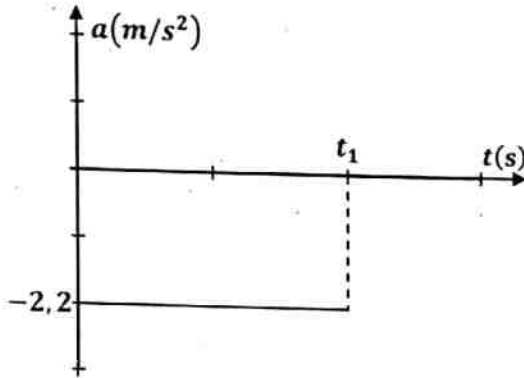
عامل في أحد المخازن، يدفع صندوقا كتلته $m = 20 \text{ Kg}$ ، على مستوي أفقي إلى أن تبلغ سرعته حدا معيناً، ثم يتركه لحاله، في لحظة نعتبرها مبدأ لقياس الأزمنة ومن الموضع الذي نعتبره مبدأ للحركة.

اعتباراً من هذه اللحظة، يتحرك G مركز عطالة الصندوق على مسار مستقيم حتى اللحظة t_1 ، وفق المحور $(0, \vec{i})$. التطور الزمني لكل من الفاصلة $x(t)$ والسرعة $v(t)$ لمركز العطالة G ، المبينين بالمنحنيين (الشكل). نستخدم وحدات النظام الدولي SI .



- (1) أ/ تعرف على المنحنى البياني الممثل للفاصلة $x(t)$ والمنحنى البياني الممثل للسرعة $v(t)$.
ب/ حدد بيانيا قيمة اللحظة t_1 . ماذا يحدث للصندوق عندئذ؟
- (2) ارسم مخطط التسارع $a_G(t)$ للنقطة G .
- (3) أ/ مثل القوى الخارجية المؤثرة على مركز عطالة الصندوق، أوجد شدة قوة الاحتكاك المؤثرة عليه.
ب/ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على محور $(O, \vec{i})$ ، واستنتج المعادلة الزمنية $x(t)$ للحركة.
- (4) أ/ اكتب المعادلة التفاضلية للسرعة على المحور $(O, \vec{i})$ ، واستنتج المعادلة الزمنية $x(t)$ للحركة.
ب/ استنتج بيانيا المسافة التي يقطعها مركز عطالة الصندوق بطريقتين مختلفتين.

تصحيح التمرين 49:



- (1) أ/ المنحنى (2) $v(t)$
المنحنى (1) $x(t)$
لأن لما $t = 0$: $v \neq 0$ و $x = 0$.
ب/ t_1 هو الزمن الذي تنعدم فيه السرعة ويتوقف عنده الجسم منه: $t_1 = 2,25 \text{ s}$.

(2) لدينا: $a = \frac{dv}{dt}$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{5}{-2,25}$$

$$a = -2,2 \text{ m/s}^2 \quad [0, t_1]$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = 0 \text{ m/s}^2 \quad [t_1, \infty]$$

- (3) أ/ تمثيل القوى:

ب/ تطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجسم:

لدينا: $\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$ منه: $\vec{R} + \vec{P} + \vec{f} = m \cdot \vec{a}$
بالإسقاط على محور الحركة (Ox) :

$$-f = m \cdot a \Rightarrow f = -20 \times (-2,2) = 44 \text{ N}$$

- (4) أ/ كتابة المعادلة التفاضلية للسرعة:

$$a = -\frac{f}{m}$$

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{f}{m}$$

$$v = -\frac{f}{m}t + C \quad \text{بالتكامل:}$$

من الشروط الابتدائية: $C = v_0$ ومنه: $v = -\frac{f}{m}t + v_0$

- المعادلة الزمنية للحركة $x(t)$:

لدينا: $\frac{dx}{dt} = v$ بالتكامل: $x = \frac{1}{2} \left(-\frac{f}{m} \right) t^2 + v_0 \cdot t + c$

ومن الشروط الابتدائية: $c = x_0 = 0$ منه: $x = \frac{1}{2} \left(-\frac{f}{m} \right) t^2 + v_0 \cdot t$

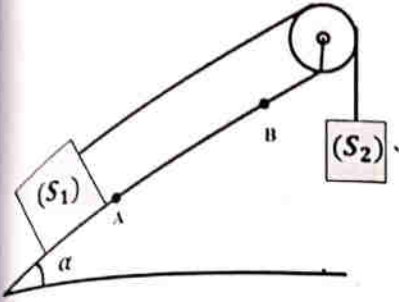
ب/ إيجاد المسافة المقطوعة من طرف الجسم:

الطريقة 1: بالإسقاط على البيان (1): $d = 5,6 \text{ m}$

الطريقة 2: من البيان (2) بحساب المساحة: $d = \frac{5 \times 2,25}{2} = 5,6 \text{ m}$

التمرين 50:

يجر جسم صلب (S_2) كتلته $m_2 = 600g$ بواسطة خيط مهمل الكتلة و عديم الإمتطاط يمر على محز بكرة مهمل الكتلة، عربة (S_1) كتلتها $m_1 = 800g$ تتحرك على مستو يميل عن المستوي الأفقي بزاوية $\alpha = 30^\circ$. في وجود قوى احتكاك f شدتها ثابتة ولا تتعلق بسرعة العربة. في اللحظة $t = 0s$ تنطلق العربة من النقطة A دون سرعة ابتدائية، فتقطع مسافة $AB = x$ ، كما هو موضح في (الشكل). نأخذ كمبدأ للفواصل النقطة A .



(1) أعد رسم (الشكل)، أحص ومثل عليه القوى الخارجية المؤثرة على كل من S_1 و S_2 .

(2) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على S_1 و S_2 .
/ بين أن المعادلة التفاضلية للفاصلة x تعطى بالعلاقة التالية:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{(m_2 - m_1 \sin \alpha)}{m_1 + m_2} g - \frac{f}{m_1 + m_2}$$

ب/ استنتج طبيعة حركة الجسم (S_1).

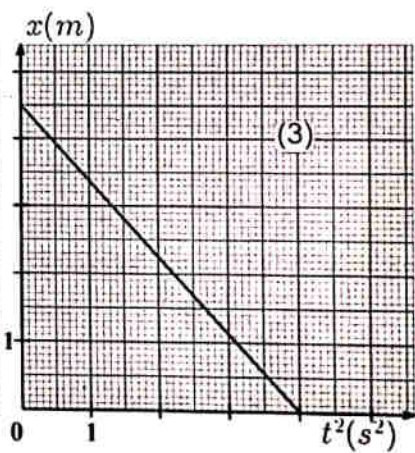
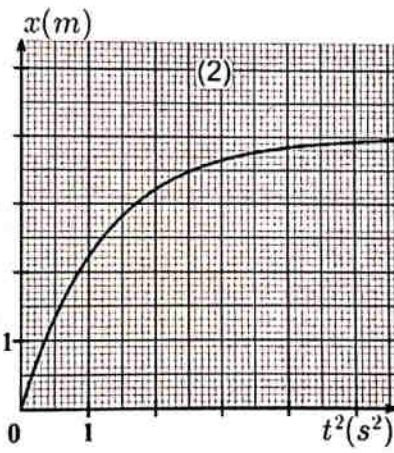
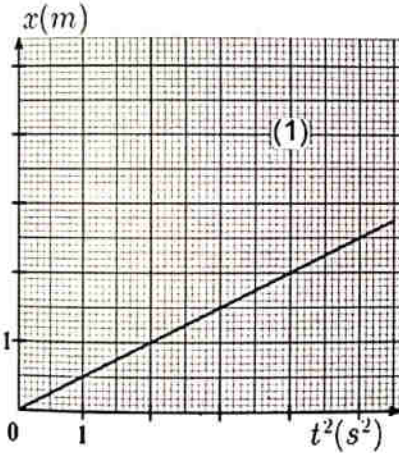
ج/ باستغلال الشروط الابتدائية أوجد حلا للمعادلة التفاضلية السابقة.

(3) من أجل قيم مختلفة لـ x كررنا التجربة السابقة عدة مرات فتحصلنا على منحني بياني يلخص طبيعة حركة الجسم (S_1).

أ/ من بين البيانات الثلاثة (1)، (2) و (3) ما هو البيان الذي يتفق مع الدراسة النظرية السابقة؟ علل.

ب/ احسب من البيان قيمة التسارع a

ج/ استنتج قيمة كل من قوة الاحتكاك f وتوتر الخيط T . علما أن: $g = 9.80 m.s^{-2}$



تصحيح التمرين 50:

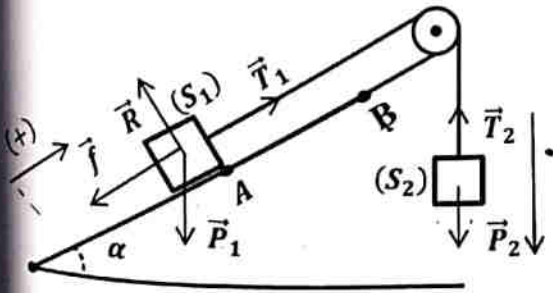
(1) تمثيل القوى الخارجية المؤثرة على (S_1) و (S_2):

(2) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على (S_1) وبالإسقاط:

$$-f - P_1 \sin \alpha + T_1 = m_1 \cdot a \dots (1)$$

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على (S_2) وبالإسقاط:

$$P_2 - T_2 = m_2 \cdot a \dots (2)$$



بالجمع بين (1) و (2) نجد:

$$-f - P_1 \cdot \sin \alpha + P_2 = (m_1 + m_2)a \Rightarrow a = \left(\frac{m_2 - m_1 \cdot \sin \alpha}{m_1 + m_2} \right) g - \frac{f}{m_1 + m_2}$$

ب/ (حيث a التسارع هو المشتق الثاني لـ x : $a = \frac{d^2x}{dt^2}$)

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{(m_2 - m_1 \cdot \sin \alpha)}{m_1 + m_2} g - \frac{f}{m_1 + m_2}$$

$a = cte$ منه: حركة مستقيمة متغيرة بانتظام.

ج/ بالتكامل ومن الشروط الابتدائية:

$$v(t) = a \cdot t + v_0 \Rightarrow v(t) = a \cdot t$$

معادلة الحركة: بالتكامل ومن الشروط الابتدائية:

$$x(t) = \frac{1}{2} a \cdot t^2 + x_0 \Rightarrow x(t) = \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

(3) أ/ البيان المتفق مع الدراسة النظرية السابقة هو: (1) لأن مبدؤه وعبارته دالة خطية وهو ما يوافق الدراسة

السابقة. $x = \frac{1}{2} a t^2$ يكون $\frac{x}{t^2} = \frac{1}{2} a = cte$

ب/ إيجاد قيمة a بيانياً: معادلة البيان (1) هي: $x = A t^2$

$$A = \frac{\Delta x}{\Delta t^2} = \frac{1 - 0}{2 - 0} = 0,5 \text{ m/s}^2$$

ولدينا: $x = \frac{1}{2} a t^2$ بالمطابقة: $A = \frac{1}{2} a$ منه: $a = 2A = 1 \text{ m/s}^2$

ج/ استنتاج f : من عبارة a وبالتعويض:

$$1 = \frac{0,6 - 0,8 \cdot \sin 30}{0,8 + 0,6} \times (9,8) - \frac{f}{0,8 + 0,6} \Rightarrow f = 0,56 \text{ N}$$

حساب T :

من العلاقة (2) نجد:

$$T_2 = m_2 \cdot (g - a) = 0,6 \times (9,8 - 1) = 5,28 \text{ N}$$

(يمكن إيجاد T من العلاقة (1))

التمرين 51:

(1) تمثل الجملة المبنية في الشكل جسماً صلباً (S_1) كتلته $m_1 = 400 \text{ g}$ ينزلق بدون احتكاك على سطح مستو

مائل عن المستوي الأفقي بزاوية $\alpha = 30^\circ$ ويرتبط بواسطة خيط مهمل الكتلة وعديم الإمتطاط و يمر على

محز بكرة مهمة الكتلة بجسم صلب (S_2) كتلته $m_2 = 400 \text{ g}$

نترك الجملة عند اللحظة $t = 0$ فينطلق الجسم (S_1) من

النقطة A بدون سرعة ابتدائية.

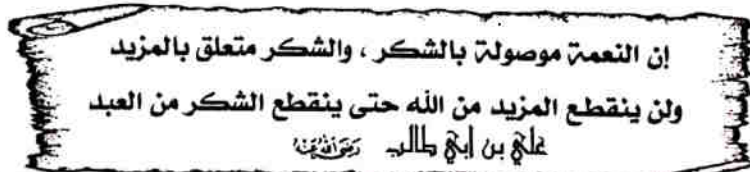
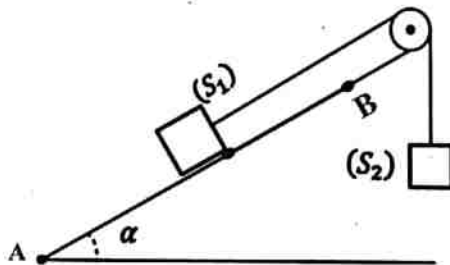
أ/ مثل القوى الخارجية المؤثرة على كل من S_1 و S_2 .

ب/ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن حدد طبيعة حركة الجسم

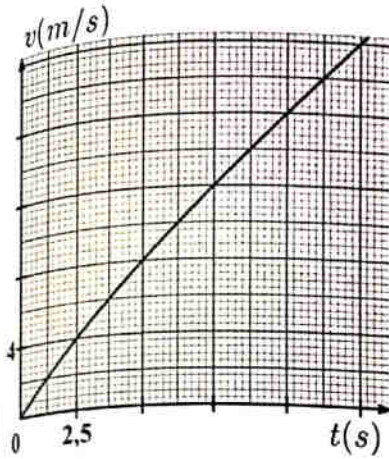
(S_1) ثم احسب قيمة تسارع مركز عطالته.

ج/ جد سرعة الجسم (S_1) عند النقطة B

علماً أن: $AB = 1,25 \text{ m}$ ثم استنتج المدة المستغرقة لذلك.



(2) مكنت الدراسة التجريبية من رسم منحنى تغيرات سرعة الجسم (S_1) بدلالة الزمن $v = f(t)$ (الشكل).
أ/ من هذا المنحنى، جد قيمة تسارع الجسم (S_1) وقارنها مع المحسوبة سابقا.



ب/ فسر اختلاف قيمة التسارع في الحالتين.
ج/ بناء على هذا التفسير بين أن سرعة الجسم (S_1) تحقق المعادلة التفاضلية التالية:

$$\frac{dv(t)}{dt} = \frac{g}{2}(1 - \sin \alpha) - \frac{f}{2m_1}$$

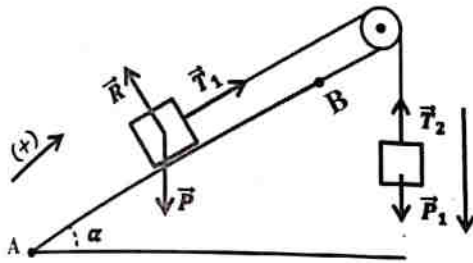
حيث f قوة الاحتكاك التي يؤثر بها سطح المستوي المائل على (S_1).

د/ استنتج قيمة كل من شدة قوة الاحتكاك f وشدة توتر الخيط T .

يعطى $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$

تصحيح التمرين 51:

(1) أ/ تمثيل القوى الخارجية:



ب/ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن II:

تحديد طبيعة الحركة (S):

الجملة: (S_1) و (S_2).

المرجع: سطحي أرضي عطالي.

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

$$\begin{cases} S_1: & \vec{P}_1 + \vec{T}_1 + \vec{R} = m_1 \cdot \vec{a} \\ S_2: & \vec{P}_2 + \vec{T}_2 = m_2 \cdot \vec{a} \end{cases}$$

بالإسقاط على محاور الحركة:

$$\begin{cases} S_1: & -P_1 \cdot \sin \alpha + T_1 = m_1 \cdot a \\ S_2: & P_2 - T_2 = m_2 \cdot a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} S_1: & -m_1 \cdot g \cdot \sin \alpha + T_1 = m_1 \cdot a \\ S_2: & m_2 \cdot g - T_2 = m_2 \cdot a \end{cases}$$

بالجمع نجد:

$$-m_1 \cdot g \cdot \sin \alpha + T_1 - T_2 + m_2 \cdot g = m_1 \cdot a + m_2 \cdot a$$

$$m_1 \cdot g(1 - \sin \alpha) = 2m_1 \cdot a \Rightarrow a = \frac{g}{2}(1 - \sin \alpha) = cte$$

$$(P_1 = P_2 \quad T_2 = T_1 \quad m_1 = m_2)$$

ملاحظة: إذن حركة الجسم (S_1) مستقيمة متغيرة بانتظام.

- حساب قيمة a :

$$a = \frac{10}{2}(1 - \sin \alpha) = 2,5 \text{ m/s}^2$$

ج/ إيجاد سرعة (S_1) عند B:

حسب معادلة الزمن نجد:

$$v_B^2 - v_A^2 = 2a \cdot AB \Rightarrow v_B = \sqrt{v_A^2 + 2a \cdot AB} = \sqrt{0^2 + 2 \times 2,5 \times 1,25} = 2,5 \text{ m/s}$$

مدة الحركة من A إلى B:

حسب المعادلة الزمنية للحركة:

$$x = \frac{1}{2}a \cdot t^2 + v_0 \cdot t + x_0$$

حسب الشروط الابتدائية: $x_0 = 0$, $v_0 = 0$ $x = \frac{1}{2} a \cdot t^2$ إذن $t = \sqrt{\frac{2x}{a}} = \sqrt{\frac{2 \times 1,25}{2,5}} = 1s$ ومنه: $\wedge$ قيمة التسارع بيانياً: (2)

$$a' = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{4 - 0}{2,5 - 0} = 1,6 m/s^2$$

نجد أن: $a' < a$

ب/ يعود سبب الاختلاف إلى وجود قوة معرّقة للحركة هي قوة احتكاك.
ج/ إيجاد المعادلة التفاضلية للسرعة:

$$\begin{cases} S_1: \vec{P}_1 + \vec{T}_1 + \vec{R} + \vec{f} = m_1 \cdot \vec{a} \\ S_2: \vec{P}_2 + \vec{T}_2 = m_2 \cdot \vec{a} \end{cases}$$

بالإسقاط على محاور الحركة والجمع نجد:

$$m_2 \cdot g - m_1 \cdot \sin \alpha - T_2 + T_1 - f = 2m \cdot a' \Rightarrow \frac{m_1 \cdot g(1 - \sin \alpha) - f}{2 \cdot m_1} = a'$$

$$a' = \frac{dv}{dt} = \frac{g}{2}(1 - \sin \alpha) - \frac{f}{2 \cdot m_1}$$

د/ شدة f :

$$a' = a - \frac{f}{2m_1}$$

$$f = 2 \cdot m_1(a - a') = 0,72 N$$

شدة T :

$$m_2 \cdot g - T_2 = m_2 \cdot a' \Rightarrow T_2 = m_1 \times (g - a') = 3,36 N$$

التمرين 52:

ملاحظة: نهمل تأثير الهواء وكل الاحتكاكات.

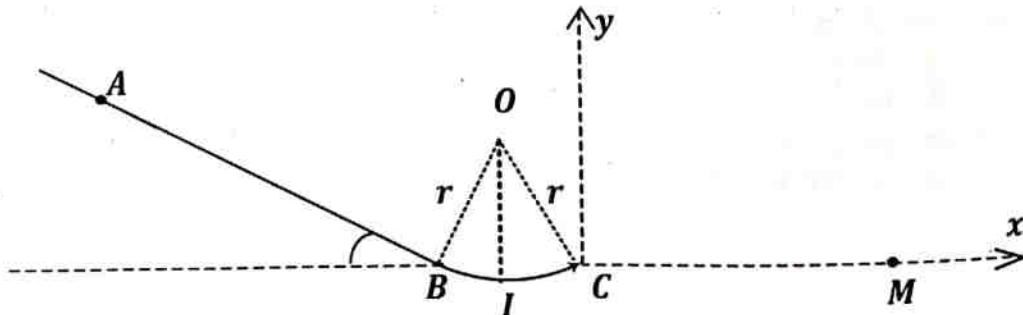
يتحرك جسم نقطي (S) ، دون سرعة ابتدائية من النقطة A لينزل وفق خط الميل الأعظم AB لمستوى مائل يصنع مع المستوي الأفقي زاوية $\alpha = 30^\circ$. المسافة $(AB = L)$.

يتصل AB مماسياً في النقطة B بمسلك دائري (BC) مركزه (O) ونصف قطره (r) بحيث تكون النقاط A, C, B, O ضمن نفس المستوي الشاقولي والنقطتان C, B على المستوي الأفقي. (الشكل)

يعطى: كتلة الجسم (S) : $m = 0.2 Kg$ ، $g = 10 m/s^2$ ، $L = 5m$ ، $r = 2m$ ،

(1) أوجد عبارة سرعة الجسم (S) عند مرور بالنقطة B بدلالة L, g, α ثم احسب قيمتها.

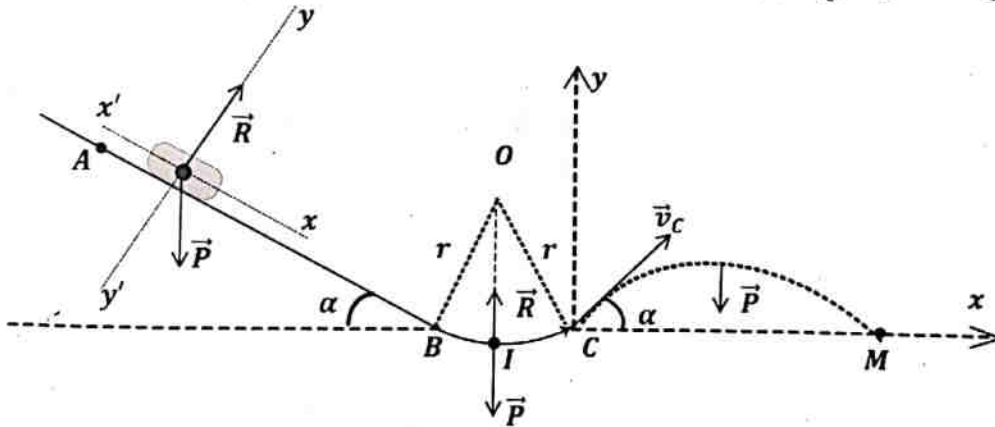
(2) حدد خصائص شعاع السرعة للجسم (S) في النقطة C .



- (3) أوجد بدلالة m, g, α عبارة شدة القوة التي تطبقها الطريق على الجسم (S) خلال انزلاقه على المستوى المائل. احسب قيمتها.
- ب/ لتكن I أخفض نقطة من المسار الدائري (BC)، يمر الجسم (S) بالنقطة I بالسرعة $v_1 = 7.37 \text{ m/s}$. احسب شدة القوة التي تطبقها الطريق على الجسم (S) عند النقطة I.
- (4) عند وصول الجسم (S) إلى النقطة C يغادر المسار (BC) ليقفز في الهواء. أوجد في المعلم $(\bar{C}_x, \bar{C}_y)$ المعادلة الديكارتية $y = f(x)$ لمسار الجسم (S).
- ب/ نأخذ مبدأ الأزمنة ($t = 0$) لحظة مغادرة الجسم النقطة C. احسب المسافة CM.
- ب/ يسقط الجسم (S) على المستوى الأفقي المار بالنقطتين B, C في النقطة M. احسب المسافة CM.

تصحيح التمرين 52:

- (1) عبارة سرعة الجسم (S) عند مروره بالنقطة B بدلالة α, g, L مع حساب قيمته:
الجملة: جسم + أرض (معزولة طاقوياً).
معادلة إنحفاظ الطاقة:
 $E(A) = E(B) \Rightarrow E_c(A) + E_{pp}(A) = E_c(B) + E_{pp}(B)$
 $0 + m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} m \cdot v_B^2 + 0$
 $g \cdot L \cdot \sin \alpha = \frac{1}{2} v_B^2 \Rightarrow v_B = \sqrt{2L \cdot g \cdot \sin \alpha}$
قيمتها: بالتعويض العددي نجد:
 $v_B = \sqrt{2 \times 5 \times 10 \times \sin 30} = 7,07 \text{ m/s}$
- (2) خصائص شعاع السرعة للجسم (S) عند C:
- المبدأ: النقطة C.
- الجهة: يميل عن المستوى الأفقي بزاوية $\alpha = 30^\circ$.
- قيمة السرعة v_C :
 $v_C = v_B = 7,07 \text{ m/s}$
- (3) أ/ عبارة شدة القوة التي تطبقها الطريق على الجسم خلال انزلاقه على المستوى المائل:



بتطبيق قانون نيوتن الثاني: $\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}$

$$\vec{R} + \vec{P} = m \cdot \vec{a}$$

بالإسقاط على (Oy): $+R - P_y = 0$ إذن: $R = P_y = m \cdot g \cdot \cos \alpha$

- بالتعويض العددي: $R = 0,2 \times 10 \times \cos 30 = 1,73 \text{ N}$

ب/ I أخفض نقطة من BC حيث $v_I = 7,37 \text{ m/s}$

القوة التي تطبقها الطريق على الجسم عند I:

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} = m \cdot \vec{a}$$

بالإسقاط على المحور النازلي (NN'):

$$R - P = m \cdot a_N \Rightarrow R - P = m \cdot \frac{v_I^2}{r}$$

هل تعلم؟

أول من وضع فرضاً علمياً للنظرية الموجبة عن الضوء هو كريستيان هوكرز (1629 - 1695 م) عالم فيزيائي هولندي

$$\Rightarrow R = \frac{m \cdot v_f^2}{r} + m \cdot g \Rightarrow R = m \left(\frac{v_f^2}{r} + g \right) \Rightarrow R = 7 \text{ N}$$

(4) / المعادلة الديكارتية $y = f(x)$ لمسار الجسم (S):
بتطبيق القانون الثاني لنيوتن: $\vec{P} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}$

$$0 = m \cdot a_x$$

$$a_x = 0$$

بالإسقاط على ox :

$$a_x = 0 \Rightarrow v_x = v_c \cdot \cos \alpha \Rightarrow x = v_c \cdot \cos \alpha \cdot t \dots (1)$$

$$-m \cdot g = m \cdot a_y$$

$$a_y = -g$$

بالإسقاط على oy :

$$a_y = -g \Rightarrow v_y = -gt + v_c \cdot \sin \alpha \Rightarrow y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_c \cdot \sin \alpha \cdot t \dots (2)$$

$$y = -\frac{g}{2v_c^2 \cos^2 \alpha} x^2 + \tan \alpha \cdot x$$

من (1): $t = \frac{x}{v_c \cos \alpha}$ نعوض في (2) فنجد معادلة المسار:
نعويض عددي: $y = -0,13x^2 + 0,57x$
ب/ حساب CM : المدى يوافق $y = 0$ منه نحل المعادلة $-0,13x^2 + 0,57x = 0$ فنجد:

$$x_1 = 4,38 \text{ m} \text{ مقبول}$$

$$x_2 = 0 \text{ مرفوض}$$

التمرين 53:

لدراسة حركة جسم صلب (S) كتلته $m = 100 \text{ g}$ على السطح الدائري الشاقولي الأملس BC نصف قطره $r = 1 \text{ m}$ ننفذ من النقطة A بسرعة ابتدائية أفقية $\vec{V}_A$ ليترك على السطح الأفقي $AB = d = 1 \text{ m}$ ، حيث تكون شدة قوة الاحتكاك على هذا الجزء ثابتة $f = 0,8 \text{ N}$ وجهتها معاكسة لجهة الحركة، يمر (S) بالنقطة B بداية السطح BC بالسرعة $\vec{V}_B$ ويواصل حركته عليه ليغادره عند النقطة N . (انظر الشكل).

(1) / بتطبيق القانون الثاني لنيوتن بين أن حركة (S) على الجزء AB مستقيمة متباطئة بانتظام.

ب/ بين أن القيمة V_A لسرعة القذف يمكن كتابتها بالعلاقة التالية:

$$v_A^2 = v_B^2 + \frac{2df}{m}$$

(2) الشكل يمثل منحنى تغيرات $\cos \theta$ بدلالة v_B^2 ، حيث θ هي الزاوية التي من أجلها يغادر الجسم (S) السطح الدائري في النقطة N بالسرعة $\vec{V}_N$.

أ/ بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة، جد عبارة v_N^2 بدلالة v_B^2 و g و r و θ

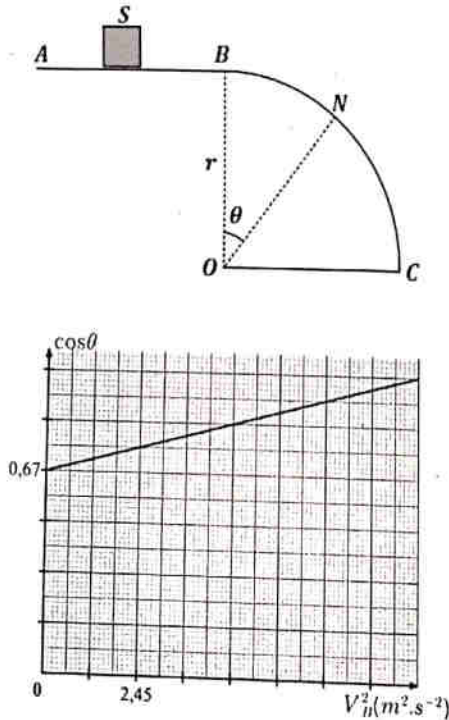
ب/ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، جد عبارة شدة $\vec{R}$ لفعل السطح

الدائري على الجسم (S).

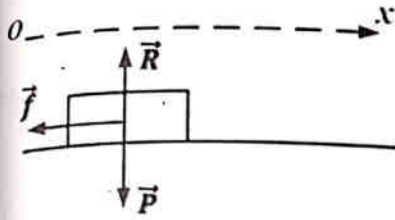
ج/ جد العبارة النظرية لـ $\cos \theta$ بدلالة v_B^2 و g و r التي من أجلها يغادر (S) السطح الدائري في النقطة N .

د/ بالاعتماد على السؤال (ج) والمنحنى، جد قيمة g تسارع الجاذبية الأرضية في مكان التجربة.

(3) ما هي أكبر قيمة للزاوية θ وقيمة السرعة v_A عندئذ؟



تصحيح التمرين 53:



(1) / إثبات أن الحركة على AB متباطئة بانتظام.

الجملة: جسم صلب (S).

المرجع: سطحي أرضي (Ox).

القانون الثاني لنيوتن:

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} + \vec{f} = m \cdot \vec{a}$$

بالإسقاط على (Ox): $-f = m \cdot a \Rightarrow a = \frac{-f}{m} = \text{cte}$
بما أن تسارع الحركة ثابت و $a < 0$ فإن الحركة مستقيمة متباطئة بانتظام.

ب/ تبين أن: $v_A^2 = v_B^2 + \frac{2fd}{m}$

الطريقة 01: لدينا حسب محذوفية الزمن: $AB = d$ و $a = \frac{-f}{m}$ و $v_B^2 - v_A^2 = 2a \cdot AB$

نعوض فنجد: $v_A^2 = v_B^2 + \frac{2fd}{m}$

الطريقة 02: باستعمال معادلة حفظ الطاقة: الجملة: جسم + أرض

$$E(A) + w_{\vec{f}} = E(B)$$

$$E_c(A) + E_{pp}(A) + w_{\vec{f}} = E_c(B) + E_{pp}(B)$$

$$\frac{1}{2}mv_A^2 + 0 - f \times d = \frac{1}{2}mv_B^2 + 0 \Rightarrow v_A^2 = v_B^2 + \frac{2fd}{m}$$

(2) / إيجاد عبارة v_N^2 :

بتطبيق مبدأ إنحفاظ الطاقة للجملة (جسم + أرض):

$$E_c(B) + E_{pp}(B) = E_c(N) + E_{pp}(N)$$

نأخذ المستوي المرجعي (OC) في حساب الطاقة الكامنة

$$\Rightarrow \frac{1}{2}m \cdot v_B^2 + mgh_B = \frac{1}{2}m \cdot v_N^2 + m \cdot g \cdot h_N$$

$$\Rightarrow v_N^2 = v_B^2 + 2g \cdot (h_B - h_N)$$

$$v_N^2 = v_B^2 + 2 \cdot g(r - r \cos \theta)$$

$$v_N^2 = v_B^2 + 2 \cdot gr(1 - \cos \theta)$$

ب/ عبارة فعل السطح:

الجملة: جسم صلب (S).

تطبيق القانون الثاني لنيوتن:

المرجع: سطحي أرضي (NN')

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} = m \cdot \vec{a}$$

بالإسقاط على (NN'):

$$P_N - R = m \cdot a_N \Rightarrow R = m(g \cdot \cos \theta - a_N)$$

$$R = m \left(g \cdot \cos \theta - \frac{v_N^2}{r} \right) \quad \text{منه}$$

$$a_N = \frac{v_N^2}{r} \quad \text{ونعلم أن:}$$

ج/ إيجاد عبارة $\cos \alpha$:

لكي يغادر S المستوي الدائري يجب $R = 0$ أي لا يوجد تلامس بين S والمستوي الدائري

$$\text{ومن: } m \left(g \cdot \cos \theta - \frac{v_N^2}{r} \right) = 0 \quad \text{أي: } v_N^2 = r \cdot g \cdot \cos \theta \quad (2) \dots \dots$$

بالمطابقة بين (1) و (2):
 $v_B^2 + 2g.r(1 - \cos \theta) = r.g.\cos \theta \Rightarrow v_B^2 + 2g.r - 2g.r.\cos \theta = r.g.\cos \theta$
 $v_B^2 + 2g.r = \cos \theta (r.g + 2g.r) \Rightarrow \cos \theta = \frac{v_B^2 + 2g.r}{3g.r}$

$$\cos \theta = \frac{1}{3g.r} v_B^2 + \frac{2}{3}$$

د/قيمة g : لدينا بيانيا: $\cos \theta = a.v_B^2 + b$ حيث a هو ميل المماس: $a = 0,034$ و $b = 0,67$
 $a = \frac{1}{3rg} \Rightarrow g = \frac{1}{3r.a} \Rightarrow \cos \theta = \frac{1}{3rg} \times v_B^2 + \frac{2}{3}$ ولدينا نظريا:

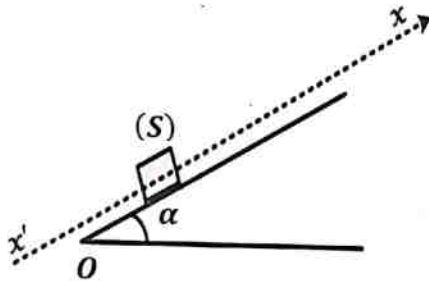
$$\Rightarrow g = \frac{1}{3 \times 0,034 \times 1} = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$$

(3) أكبر قيمة لـ θ توافق أقل قيمة لـ $\cos \theta$ أي $\cos \theta = 0,67$ وهذا ما يوافق $v_B^2 = 0$ منه: $\theta = 48^\circ$
 - حساب v_A عندئذ:

$$v_A^2 = 0 + \frac{2df}{m} = \frac{2 \times 1 \times 0,8}{0,1} = 16 \Rightarrow v_A = 4 \text{ m.s}^{-1}$$

التمرين 54:

(1) لغرض حساب زاوية الميل α لمستوي يميل عن المستوي الأفقي. قام فوج من التلاميذ بقذف جسم صلب (S) كتلته $m = 1 \text{ Kg}$ في اللحظة $t = 0$ من النقطة O بسرعة v_0 نحو الأعلى وفق خط الميل الأعظم لمستوي أملس (الشكل). باستعمال تجهيز مناسب تنم التلاميذ من دراسة حركة مركز عطالة (S) والحصول على أحد مخططات السرعة $v = f(t)$ التالية:



أ/ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، ادرس طبيعة حركة الجسم (S) بعد لحظة قذفه من O .

ب/ من بين المخططات الأربعة (1)، (2)، (3) و (4)، وما هو المخطط الموافق لحركة الجسم (S)؟ برّر.

ج/ احسب قيمة الزاوية α .

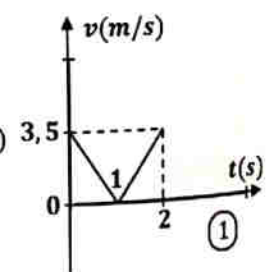
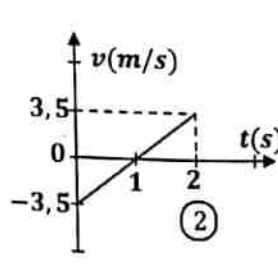
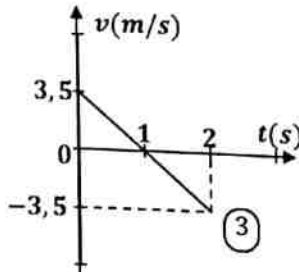
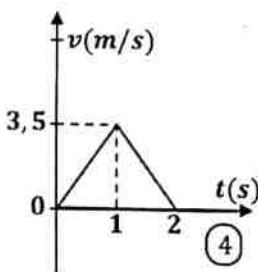
د/ احسب المسافة المقطوعة بين اللحظتين $t = 0$ و $t = 2 \text{ s}$.

(2) في الحقيقة يخضع الجسم أثناء انزلاقه على المستوي المائل إلى قوة احتكاك شدتها ثابتة f .

أ/ احص ومثل القوى الخارجية المؤثرة على الجسم (S).

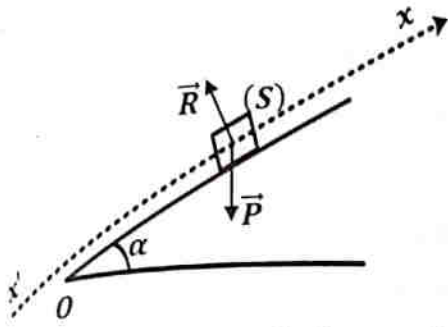
ب/ ادرس حركة مركز عطالة (S)، ثم استنتج العبارة الحرفية لتسارع حركته أثناء الصعود.

ج/ احسب قيمة التسارع من أجل $f = 1,8 \text{ N}$.



نعطى: $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$

تصحيح التمرين 54:



(1) أ/ دراسة طبيعة حركة الجسم (S):
المرجع: سطح الأرض.
الجملة: جسم صلب (S).
بتطبيق القانون الثاني لنيوتن:

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{R} + \vec{P} = m \cdot \vec{a}$$

بالإسقاط على محور الحركة (xx') نجد:

$$-P_x = m \cdot a \Rightarrow -P \cdot \sin \alpha = m \cdot a$$

$$\Rightarrow -m \cdot g \cdot \sin \alpha = m \cdot a$$

$$\Rightarrow a = -g \cdot \sin \alpha \Rightarrow a = cte$$

مسار حركة الجسم (S) مستقيم و $a = cte$ إذن الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام.

ب/ المخطط الموافق لحركة الجسم (S) هو (3) لأن الجسم (S) يمر بمرحلتين:

$t \in [0; 1]$ أثناء الصعود $a < 0$ و $v > 0$ الحركة مستقيمة متباطئة بانام تتناقص فيها السرعة تدريجيا (الثقل قوة معيقة).

$t \in [1; 2]$ أثناء النزول $a < 0$ و $v < 0$ بحيث ينعكس شعاع السرعة فتكون سرعته سالبة ليأخذ حركة مستقيمة متسارعة بانتظام بنفس التسارع لكنه موجب (الثقل قوة محرك).

ج/ حساب قيمة الزاوية α :

$$\sin \alpha = \frac{-a}{g} \text{ منه } a = -g \cdot \sin \alpha$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0-3,5}{1-0} = -\frac{3,5m}{s^2} \text{ نجد: (3) من البيان}$$

$$\sin \alpha = \frac{3,5}{9,8} \Rightarrow \alpha = 20,92^\circ \text{ ومنه}$$

د/ حساب المسافة المقطوعة بين $t = 0s$ و $t = 2s$:

$$d = \text{المسافة} = \text{مساحة المثلثين في الشكل} = \frac{3,5 \times 1}{2} + \frac{3,5 \times 1}{2} = 3,5 m$$

(2) أ/ القوى الخارجية المؤثرة على الجسم (S) هي:

- قوة الثقل $\vec{P}$

- قوة الاحتكاك $\vec{f}$

- قوة فعل المستوي على الجسم $\vec{R}$

ب/ دراسة حركة مركز عطالة (S):

أثناء الصعود:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن:

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a} \text{ منه: } \vec{R} + \vec{P} + \vec{f} = m \cdot \vec{a}$$

بالإسقاط على محور حامل الحركة xx' نجد:

$$-P_x - f = m \cdot a \Rightarrow -P \cdot \sin \alpha - f = m \cdot a$$

$$a = \frac{-P \cdot \sin \alpha - f}{m} = -g \cdot \sin \alpha - \frac{f}{m} = cte$$

$a = cte$ وعليه الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام.

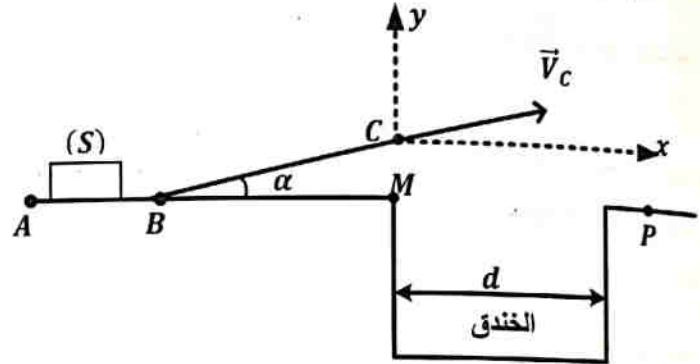
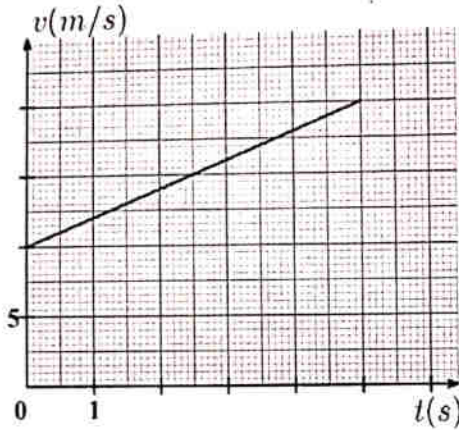
ج/ حساب قيمة التسارع a من أجل $f = 1,8 N$

$$a = -g \cdot \sin \alpha - \frac{f}{m} = -9,8 \times \sin 20,92 - \frac{1,8}{1} = -5,3 m/s^2$$

$$\Rightarrow a = -g \cdot \sin \alpha - \frac{f}{m} = -g \times -\frac{a}{g} - \frac{f}{m} = a - \frac{f}{m} = -3,5 - \frac{1,8}{1} = -5,3 m/s^2$$

التمرين 55:

يعتبر القفز على الخنادق بواسطة الدراجات النارية أحد التحديات التي تواجه المجازفين. إن التغلب على هذه التحديات يتطلب التعرف على بعض الشروط التي يجب توفرها لتحقيق هذا التحدي. يتكون مسلك المجازفة من قطعة مستقيمة أفقية AB ، وأخرى BC تميل عن المستوي الأفقي بزاوية: $\alpha = 10^\circ$ ، وخندق عرضه d (الشكل). نمذج الجملة (الدراج + الدراجة) بجسم صلب (S) مركز عطالته G وكتلته: $m = 170 \text{ Kg}$ تعطى: $g = 10 \text{ m/s}^2$. تمر الجملة (S) بالنقطة A في اللحظة: $t = 0 \text{ s}$ بسرعة: $v_A = 10 \text{ m/s}$ ، وفي اللحظة: $t_1 = 5 \text{ s}$ تمر من النقطة B بالسرعة v_B . (الشكل) يمثل تغيرات سرعة مركز عطالة الجملة بدلالة الزمن.



اعتمادا على البيان:

أ/ حدد طبيعة الحركة، ثم استنتج تسارع مركز عطالة الجملة (S) .

ب/ احسب المسافة المقطوعة AB .

(2) تخضع الجملة في الجزء BC لقوة دفع المحرك $\vec{F}$ ، وقوة احتكاك شدتها: $f = 500 \text{ N}$. القوتان ثابتتان وموازيتان للمسار BC .

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، جد شدة القوة $\vec{F}$ حتى تبقى للجملة (S) نفس قيمة التسارع في الجزء AB .

(3) تصل الجملة (S) إلى النقطة C بسرعة $v_C = 25 \text{ m/s}$ وتغادرها لتسقط في النقطة P .

أ/ باعتبار لحظة المغادرة مبدأ للأزمنة، ادرس حركة مركز عطالة الجملة (S) في المعلم (C_x, C_y) .

ثم جد معادلة مسارها.

ب/ هل يجتاز الدراج الخندق أم لا؟ برر إجابتك، علما أن: $d = 40 \text{ m}$ ، $BC = 56,3$.

تصحيح التمرين 55:

(1) أ/ بيانيا: السرعة متزايدة بانتظام منه الحركة مستقيمة متسارعة بانتظام.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{20 - 10}{5 - 0} = 2 \text{ m/s}^2$$

ب/ حساب AB : AB هي المساحة تحت البيان منه:

$$AB = \frac{(10 + 20) \times 5}{2} = 75 \text{ m}$$

(2) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن نجد:

$$-\vec{P} \cdot \sin \alpha - f + \vec{F} = m \cdot \vec{a} \quad (Cx)$$

$$F = m \cdot a + P \cdot \sin \alpha + f = 170 \times 2 + 170 \times 10 \times \sin 10 + 500 = 1135 \text{ N}$$

(3) أ/ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن نجد:

$$-\vec{P} = m \cdot \vec{a} \quad (Cx)$$

$$a_x = 0 \quad (Cx)$$

$$v_x = v_C \cdot \cos \alpha$$

$$a_y = -g \quad (Cy)$$

$$\text{بالتكامل: } x = v_C \cdot \cos \alpha \cdot t \quad (1)$$

بالتكامل: $y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_c \sin \alpha t$... (2)
نعوض في (2) فنجد معادلة المسار:

بالتكامل: $v_y = -gt + v_c \sin \alpha t$
من (1) نجد: $t = \frac{x}{v_c \cos \alpha}$

$$y = -\frac{1}{2v_c^2 \cos^2 \alpha} g \cdot x^2 + \tan \alpha x$$

ب/ لدينا: $CM = BC \times \sin \alpha = 56,3 \times \sin 10 = 9,77 \text{ m}$
نعوض في معادلة المسار:

$$-9,77 = -\frac{1}{2v_c^2 \cos^2 \alpha} g \cdot x^2 + \tan \alpha x$$

$$-9,77 = -\frac{1}{2 \times 25^2 \times 0,98} x_E^2 + 0,17x_E$$

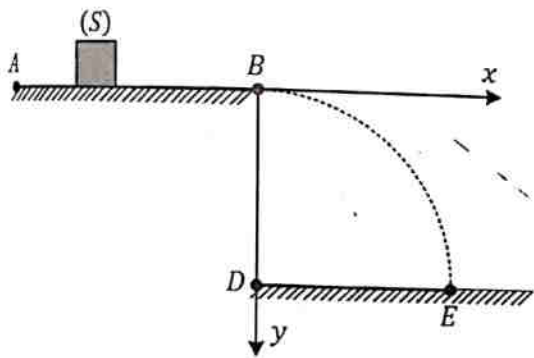
نحل المعادلة ذات مجهول واحد من الدرجة الثانية:

$$x_E > d \text{ أي } \begin{cases} x_E = 46,5 \text{ m} \\ d = 40 \text{ m} \end{cases} \text{ منه: بما أن: } \begin{cases} x_E = 46,5 \text{ m} \\ x_E = -25,7 \text{ m} \end{cases} \text{ مرفوض}$$

بالتالي: الدراج يجتاز الخندق.

التمرين 56:

نقذف في اللحظة $t = 0$ جسما صلبا (S) نعتبره نقطة مادية كتلتها $m = 400 \text{ g}$ على مستوى أفقي بسرعة ابتدائية v_0



من النقطة A نحو النقطة B حيث $AB = 1,4 \text{ m}$. يخضع الجسم (S) أثناء حركته لقوى احتكاك تكافئ قوة معاكسة لجهة الحركة وثابتة الشدة $\vec{f}$ (الشكل).

(1) أ/ مثل القوى الخارجية المطبقة على مركز عطالة الجسم (S) ب/ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن بين أن المعادلة التفاضلية المميزة للحركة تعطى بالعلاقة:

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{f}{m}$$

ج/ باعتبار النقطة A مبدأ للفواصل،

- اكتب المعادلتين الزميتين $v(t)$ و $x(t)$ بدلالة f ، v_0 و m .
- استنتج العلاقة النظرية $v^2 = f(x)$.

(2) المنحنى يمثل تغيرات v^2 بدلالة x .

استنتج قيمة السرعة الابتدائية v_0 وشدة قوة الاحتكاك $\vec{f}$

(3) يغادر الجسم (S) المستوي الأفقي AB في النقطة B

بسرعة $\vec{v}_B$ ليسقط في الموضع E حيث

$$\overline{BD} = 0,5 \text{ m}$$

أ/ ادرس طبيعة حركة مركز عطالة الجسم (S) بعد

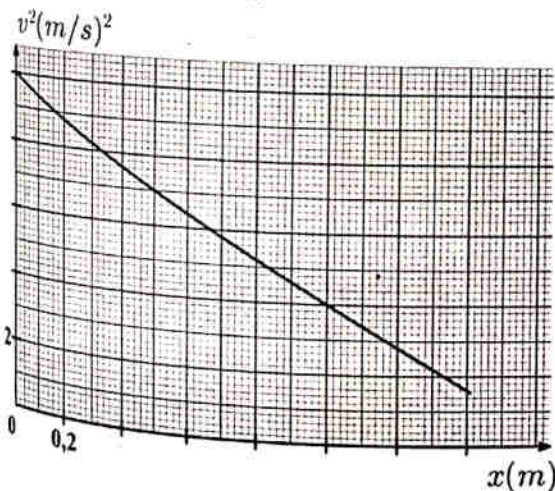
مغادرته النقطة B في المعلم (Bx, By) . واكتب

المعادلات الزمنية.

ب/ اكتب معادلة مسار الحركة $y = f(x)$.

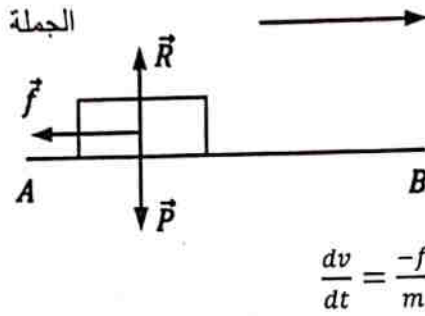
ج/ حدّد المسافة الأفقية DE وسرعة الجسم (S) في الموضع E.

يعطى $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$ ، تهمل مقاومة الهواء ودافعة أرخميدس.



تصحيح التمرين 56:

1 / تمثيل القوى الخارجية المطبقة على مركز عطالة الجسم (S):



ب/ المعادلة التفاضلية:

المدرسة: جسم (S).
مرجع الدراسة: سطحي أرضي نعتبره غاليليا.
بتطبيق القانون الثاني لنيوتن:

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} + \vec{f} = m \cdot \vec{a}$$

بالإسقاط على منحنى الحركة نجد: $-F = m \cdot \frac{dv}{dt}$ نجد:

ج/ المعادلتين الزمنيتين $x(t)$ و $v(t)$:

$$a = \frac{-f}{m}$$

تكامل الطرفين: $v = at + C_1$

من الشروط الابتدائية: $t = 0 \Rightarrow V = V_0$ منه: $V = \frac{-f}{m}t + V_0$... (1)

تكامل الطرفين: $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 \cdot t + C_2$ من الشروط الابتدائية: $t = 0 \Rightarrow x = 0$; $C_2 = 0$

$$(2) \dots x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 \cdot t + C_2$$

من (1) و (2) نجد:

- استنتاج العلاقة النظرية $v^2 = f(x)$:

$$V^2 = (at + V_0)^2 = 2a\left(\frac{1}{2}at^2 + V_0 \cdot t\right) + V_0^2 = 2a \cdot x + V_0^2$$

$$V^2 = 2 \times \left(\frac{-f}{m}\right) \cdot x + V_0^2 \dots (*)$$

(2) قيمة V_0 وشدة $\vec{f}$:

البيان عبارة عن خط مستقيم مائل لا يمر من المبدأ معادلته من الشكل: $V^2 = \alpha x + \beta$

بالمطابقة مع العلاقة (*) ومن البيان نجد: $V_0^2 = \beta = 10 (m/s)^2$ ومنه: $V_0 = 3,16 m/s$

$$\alpha = \frac{-2f}{m} = -6 \Rightarrow f = \frac{6m}{2} = \frac{6 \times 400 \times 10^{-3}}{2} \Rightarrow f = 1,2 N$$

أ/ دراسة طبيعة حركة مركز عطالة الجسم (S):

الجملة المدروسة: جسم (S).

مرجع الدراسة: سطحي أرضي نعتبره غاليليا.

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن:

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{P} = m \cdot \vec{a}$$

بالإسقاط على محور المحورين (Ox) و (Oy) :

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = g \end{cases}$$

ومنه الحركة وفق المحور (Ox) مستقيمة منتظمة.

الحركة وفق المحور (Oy) مستقيمة متغيرة بانتظام.

$$\vec{v} \begin{cases} x = v_B \cdot t \\ y = \frac{1}{2}g \cdot t^2 \end{cases}$$

تكامل الطرفين بالنسبة للزمن نجد:

$$\vec{v} \begin{cases} v_x = v_B \\ v_y = gt \end{cases}$$

تكامل الطرفين نجد:

ب/ معادلة المسار: من معادلة $x(t)$ نجد: $t = \frac{x}{v_0}$

بالتعويض في $y(t)$ نجد: $y = \frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_0} \right)^2 = \frac{gx^2}{2v_0^2}$

ج/ المسافة DE وسرعة v_E : من معادلة المسار: $BD = \frac{g}{2v_B^2} DE^2$

$$DE = \sqrt{\frac{2v_B^2 \cdot BD}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times (1,6)^2 \times 0,5}{10}} = 0,5 \text{ m}$$

مسقط الحركة وفق (ox) حركة مستقيمة منتظمة $t = \frac{DE}{v_B} = \frac{0,5}{1,26} = 0,39 \text{ s}$

مسقط الحركة وفق (By) مستقيمة متغيرة بانتظام.

$$V_{xE} = V_B = 1,26 \text{ m/s} \Rightarrow V_E = \sqrt{V_{xE}^2 + V_{yE}^2} = \sqrt{(1,26)^2 + (3,9)^2} = 4 \text{ m/s}$$

التمرين 57:

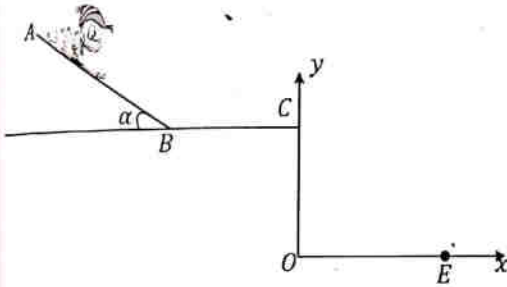
بمناسبة البطولة العالمية للتزلج على الجليد اختار المنظمون المسلك الموضح بالشكل والمكون من:

AB : مستوي مائل زاوية ميله $\alpha = 30^\circ$ وطوله $AB = 50 \text{ m}$.

BC : مستوي أفقي.

CO : هوة ارتفاعها h عن سطح الأرض.

نفرض أن كتلة المتزلج ولوازمه هي: $m = 80 \text{ Kg}$, $g = 10 \text{ m/s}^2$. ينطلق المتبارون من قمة المستوي المائل دون سرعة ابتدائية.



1/ أ/ بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على الجملة

(المتزلج + أرض) بين الموضعين A و B ,

استنتج شدة قوة الاحتكاك f التي نعتبرها ثابتة طول المسار

ABC علما أنه يبلغ الموضع B بالسرعة

$$v_B = 20 \text{ m/s}$$

ب/ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن حدد طبيعة الحركة

على المسار AB واحسب تسارعها.

2) يغادر المتزلج المستوي الأفقي BC عند الموضع C في لحظة نعتبرها مبدأ

الأزمة ليسقط في الموضع E . نهمل مقاومة الهواء ودافعة أرخميدس.

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة، جد المعادلتين الزمنية للحركة

$x(t)$ و $y(t)$ في المعلم (Ox, Oy) المرتبط بمرجع غاليلي، ثم استنتج

معادلة المسار.

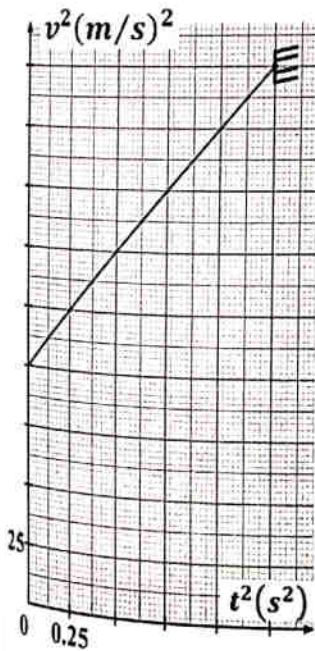
3) بيان الشكل يمثل تغيرات مربع سرعة المتزلج بدلالة مربع الزمن من لحظة

مغادرة المستوي الأفقي حتى وصوله الموضع E .

أ/ اكتب عبارة السرعة v بدلالة v_x و v_y ثم أوجد العلاقة النظرية بين v^2 و t^2 .

ب/ استنتج بيانيا قيمة السرعة عند كل من الموضعين C و E .

ج/ احسب الارتفاع h .



يا من تدعي في العلم فلسفة

حفظت شيئا وغابت عنك اشياء

تصحيح التمرين 57:

(1) / نطبق معادلة إنحفاظ الطاقة على الجملة (متزلج + أرض) بين A و B.

$$E_{ppA} + E_{cA} + W_{(AB)}(\vec{f}) = E_{ppB} + E_{cB}$$

$$mgh_A + 0 - f \cdot AB = mgh_B + \frac{1}{2} m \cdot v_B^2$$

$$\Rightarrow mg(h_A - h_B) - \frac{1}{2} m v_B^2 = f \times AB$$

$$h_A - h_B = AB \times \sin \alpha \quad \text{حيث:}$$

$$f = \frac{m(g \times AB \times \sin \alpha - 0,5 \cdot v_B^2)}{AB} = \frac{80(10 \times 50 - 0,5 \times 20^2)}{50} = 480 \text{ N} \quad \text{ومنه}$$

ب/ تحديد طبيعة الحركة:

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} + \vec{f} = m \cdot \vec{a}$$

بالإسقاط على xx' :

$$m \cdot g \cdot \sin \alpha - f = ma \Rightarrow a = g \cdot \sin \alpha - \frac{f}{m} = \text{cte}$$

ومنه الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام معادلتها:

$$a = \frac{v^2}{2x} = \frac{400}{100} = 4 \text{ m/s}^2$$

(2) معادلة المسار: بتطبيق القانون الثاني لنيوتن:

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = \vec{P} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$$

بالإسقاط على xx' :

$$a_x = 0 \Rightarrow v_x = v_c \Rightarrow x(t) = v_c \cdot t$$

بالإسقاط على yy' :

$$a_y = -g \Rightarrow \frac{dv_y}{dt} = -g \Rightarrow v_y = -gt + C = -gt$$

لأن: $t = 0$ منه: $c = 0$

$$v_y = \frac{dy}{dt} = -gt \Rightarrow y = -\frac{1}{2} gt^2 + c'$$

$$c' = h \quad \text{منه: } t = 0 \quad \text{لأن: } y = -\frac{1}{2} gt^2 + h$$

$$t = \frac{x}{v_c} \rightarrow y = -\frac{g}{2v_c^2} x^2 + h$$

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2 = v_c^2 + (-gt)^2 \quad \text{3) / العبارة:}$$

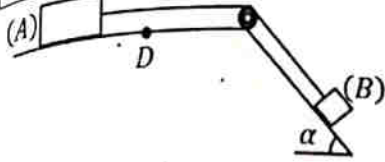
$$v^2 = g^2 t^2 + v_c^2 \quad \text{العلاقة النظرية:}$$

$$v_c^2 = 100 \text{ m}^2/\text{s}^2 \Rightarrow v_c = 10 \text{ m/s} \quad \text{ب/ بيانها:}$$

$$v_E^2 = 225 \text{ m}^2/\text{s}^2 \Rightarrow v_E = 15 \text{ m/s}$$

ج/ الارتفاع h : بتطبيق معادلة إنحفاظ الطاقة بين C و E نجد:

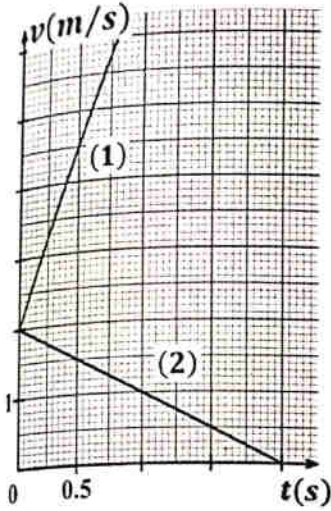
$$h = \frac{v_E^2 - v_c^2}{2 \cdot g} = \frac{225 - 100}{20} = 6,25 \text{ m}$$



التمرين 58:

تتكون الجملة الموضحة بالشكل من: عربتين (A) و (B) نعتبرهما نقطتين كتليتهما $m_A = 300g$ و $m_B = 150g$ موصولتين بخيط مهمل الكتلة وعديم الإمتطاط يمر على محز بكرة مهمل الكتلة، والاحتكاك مهمل على المستوي المائل.

تعطى: $g = 10 \text{ m/s}^2$



1) تحرر الجملة من السكون وتخضع العربة (A) خلال حركتها لقوة احتكاك f ثابتة. بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على كل عربة أثبت أن المعادلة التفاضلية لحركة الجملة تعطى بالعلاقة: $\frac{dv}{dt} + \beta = 0$ حيث β ثابت يطلب كتابة عبارته

بدلالة: f, g, m_B, m_A, α .

2) عند بلوغ العربة (A) من الموضع D ينقطع الخيط فجأة، باستعمال تجهيز مناسب ممكن من تسجيل سرعتي العربتين (A) و (B) ابتداءً من لحظة انقطاع الخيط.

بياني الشكل يمثلان تغيرات سرعتي العربتين بدلالة الزمن.

أ/ حدد المنحنى الموافق لسرعة كل عربة مع التعليل.

ب/ اعتمادا على المنحنيين استنتج:

- تسارع حركة كل عربة.

- المسافة المقطوعة من طرف العربة (A) خلال هذه المرحلة.

ج/ استنتج شدة قوة الاحتكاك f ، وقيمة الزاوية α .

تصحيح التمرين 58:

1) المعادلة التفاضلية:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن:

العربة (A):

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = \vec{P}_A + \vec{R}_A + \vec{T}_A + \vec{f} = m_A \cdot \vec{a}$$

$$T_A - f = m_A \cdot a \quad \dots (1) \quad \text{بالإسقاط على } (xx')$$

العربة (B):

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = \vec{P}_B + \vec{R}_B + \vec{T}_B = m_B \cdot \vec{a}$$

بالإسقاط على (yy') :

$$m_B \cdot g \cdot \sin \alpha - T_B = a m_B$$

البكرة مهمل الكتلة: $T_A = T_B$

$$\Rightarrow m_B \cdot g \cdot \sin \alpha - f = a(m_A + m_B) \Rightarrow \frac{dv}{dt} + \frac{f - m_B \cdot g \cdot \sin \alpha}{m_A + m_B} = 0 \quad \dots (1)$$

$$\beta = \frac{f - m_B \cdot g \cdot \sin \alpha}{m_A + m_B}$$

فهي من الشكل: $\frac{dv}{dt} + \beta = 0$ حيث:

2) أ/ تحديد المنحنى الموافق لكل عربة:

- البيان (1) يوافق العربة (B) لأنه بعد انقطاع الخيط تزداد سرعتها.

- البيان (2) يوافق العربة (A) لأنه بعد انقطاع الخيط تتناقص سرعتها بسبب قوة الاحتكاك حتى تتوقف.

ب/ تسارع كل عربة بيانيا:

$$a_B = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{4,5 - 2}{0,5 - 0} = 5,0 \text{ m/s}^2 \quad \text{و} \quad a_A = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - 2}{2 - 0} = -1,0 \text{ m/s}^2$$

$$d = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2,0 \text{ m}$$

- المسافة المقطوعة من طرف العربة A:

ج/ استنتج شدة قوة الاحتكاك:

العربة (A): من المعادلة التفاضلية رقم (1):

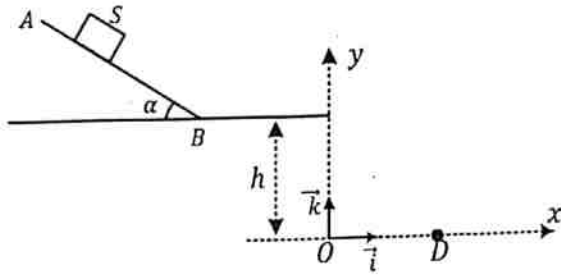
$$a'_A + \frac{f}{m_A} = 0 \Rightarrow f = -m_A \cdot a'_A = -0,3 \times (-1,0) = 0,3 \text{ N}$$

$$a_B - g \cdot \sin \alpha = 0 \Rightarrow \sin \alpha = \frac{a_B}{g} = \frac{5}{10} = 0,5 \Rightarrow \alpha = 30^\circ : (B) \text{ العربة}$$

التمرين 59:

تُعطي: $AB = 2 \text{ m}$ ، $\alpha = 30^\circ$ ، $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$.

- 1) يتحرك الجسم (S)، الذي نعتبره نقطيا، كتلته $m = 100 \text{ g}$ ، على المسار ABCD (الشكل) ينطلق الجسم (S) من الموضع A دون سرعة ابتدائية ليصل إلى الموضع B بسرعة $V_B = 2 \text{ m.s}^{-1}$ ، ثم إلى الموضع C بسرعة V_C يخضع الجسم (S) لقوة احتكاك f ثابتة الشدة ومعاكسة لجهة الحركة على المسار AB. تهمل قوى الاحتكاك على بقية المسار.



أ/ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، أوجد عبارة تسارع الحركة على المسار AB.

ب/ أوجد قيمة هذا التسارع ثم استنتج شدة قوة الاحتكاك f .

ج/ ما طبيعة الحركة على المسار BC؟ علل إجابتك.

2) يغادر الجسم (S) الموضع C الذي يقع على ارتفاع $h = 0,8 \text{ m}$ عن المستوي الأفقي الذي يشمل

النقطتين O و D، ليسقط في الهواء ويصل إلى النقطة D بسرعة V_D .

باعتبار اللحظة التي يصل فيها الجسم (S) إلى الموضع C مبدأ للأزمنة ($t = 0$)، وبإهمال دافعة أرخميدس ومقاومة الهواء.

أ/ بين أن معادلة مسار مركز عطالة الجسم (S) في المعلم $(O, \vec{i}, \vec{k})$ هي: $z = -\frac{g}{2v_C^2} x^2 + h$

ب/ حدد بعد النقطة D عن النقطة O (المسافة OD).

ج/ احسب قيمة السرعة V_D .

تصحيح التمرين 59:

1) أ/ عبارة التسارع على المسار AB:

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = \vec{P} + \vec{R} + \vec{f} = m \cdot \vec{a}$$

وبالإسقاط على محور الحركة:

$$m \cdot g \cdot \sin \alpha - f = m \cdot a$$

$$\Rightarrow a = g \cdot \sin \alpha - \frac{f}{m}$$

ب/ قيمة التسارع: الحركة مستقيمة متسارعة بانتظام ومنه:

$$v_B^2 - v_A^2 = 2a \cdot AB \Rightarrow a = \frac{v_B^2}{2 \cdot AB} = \frac{2^2}{2 \times 2} = 1 \text{ m/s}^2$$

- شدة قوة الاحتكاك:

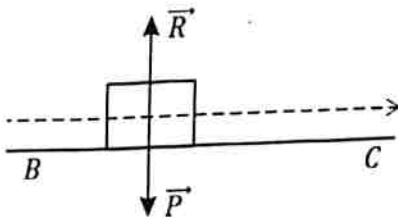
$$a = g \cdot \sin \alpha \Rightarrow f = (g \cdot \sin \alpha - a) \cdot m$$

$$f = (10 \times 0,5 - 1) \times 0,1 = 0,4 \text{ N}$$

ج/ طبيعة الحركة على المسار BC:

$$\vec{P} + \vec{R} = m \cdot \vec{a}$$

بالتطبيق القانون الثاني لنيوتن: $0 = m \cdot a \Rightarrow a = 0$ بالحركة مستقيمة منتظمة.



(2) أ/ البرهان على معادلة المسار:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن: $\Sigma \vec{F}_{ext} = \vec{P} = m \cdot \vec{a}$ بالإسقاط على Ox نجد:

$$a_x = 0 \Rightarrow V_x = V_C \Rightarrow x(t) = V_C \cdot t$$

بالإسقاط على Oz نجد:

$$a_x = -g \Rightarrow \frac{dV_z}{dt} = -g \Rightarrow V_z = -gt + C$$

$$V_z = \frac{dz}{dt} = -gt$$

$$\Rightarrow z = -\frac{1}{2}gt^2 + C' \quad \text{ومنه} \quad c = 0 \leftarrow t = 0$$

$$z = -\frac{1}{2}gt^2 + h \quad \text{ومنه} \quad C' = h \leftarrow t = 0$$

$$t = \frac{x}{v_0} \rightarrow z = -\frac{g}{2V_C^2}x^2 + h = -1,25x^2 + 0,8$$

$$Z_D = -1,25x_D^2 + 0,8 = 0 \Rightarrow x_D = \sqrt{\frac{0,8}{1,25}} = 0,8 \text{ m} \quad \text{ب/ المسافة } OD$$

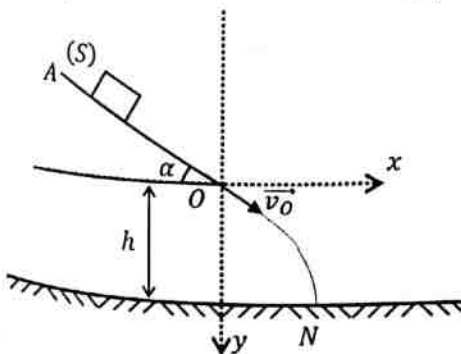
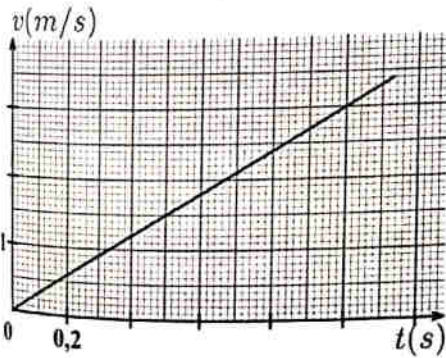
$$\text{ج/ قيمة السرعة } V_D: \quad t_D = \frac{x_D}{v_C} = \frac{0,8}{2} = 0,4 \text{ s} \Rightarrow x_D = V_x \cdot t_D \quad \text{ومنه}$$

$$v_D = \sqrt{V_{xD}^2 + V_{yD}^2} = \sqrt{V_C^2 + (-gt)^2} = \sqrt{2^2 + (-10 \times 0,4)^2} = 4,47 \text{ m/s}$$

ملاحظة: يمكن استخدام مبدأ إنحفاظ الطاقة.

التمرين 60:

• لمعرفة الشدة f لقوة الاحتكاك التي يخضع لها الجسم الصلب (S) أثناء حركته على مستو مائل $AO = d = 1,5 \text{ m}$ زاوية ميله عن المستوي الأفقي $\alpha = 45^\circ$ ، نتركه دون سرعة ابتدائية من النقطة A وعندما يصل إلى النقطة (O) يغادرها ليسقط على الأرض عند النقطة N . الشكل.

يعطى: $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ نعتبر (S) نقطي وكتلته $m = 500 \text{ g}$ 

بحصة للأعمال المخبرية رسم التلاميذ البيان الممثل لتغيرات الجسم (S) بدلالة الزمن (البيان) وذلك انطلاقاً من التصوير المتعاقب لحركته على الجزء AO وسجلوا كذلك إحداثي النقطة N موضع سقوط (S) على سطح الأرض بعد مغادرته المستوي المائل فوجدوا $(x_N = 0,62 \text{ m} ; y_N = h = 1,00 \text{ m})$

(1) قياس f باستغلال التصوير المتعاقب: نرمز بـ a لتسارع (S) على الجزء AO .

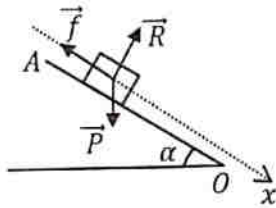
أ/ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على (S) على الجزء AO ، بين أن:

$$f = m(g \sin \alpha - a)$$

ب/ باستغلال بيان الشكل أوجد قيمة التسارع a لحركة (S) ثم استنتج الشدة f لقوة الاحتكاك المؤثرة عليه.

- (2) قياس f باستغلال إحدائيه النقطة N : باعتبار مبدأ الأزمنة اللحظة التي يغادر فيها الجسم (S) النقطة O .
- أ/ أوجد المعادلتين الزميتين $x(t)$ و $y(t)$ المميزتين لحركة (S) في المعلم (Ox, Oy) .
- ب/ استنتج معادلة المسار $y = f(t)$.
- ج/ احسب v_0 طولية شعاع السرعة التي غادر بها الجسم (S) المستوي المائل.
- د/ استنتج من جديد قيمة a طولية شعاع تسارع (S) على الجزء AO .
- هـ/ باعتماد العلاقة المبينة في السؤال (1-أ)، أوجد من جديد الشدة f لقوة الاحتكاك.
- (3) إذا علمت أن مجال حدود أخطاء القياس هو: $1.8N \leq f \leq 2.0N$. ماذا نستنتج؟

تصحيح التمرين 60:



- (1) أ/ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجسم (S) خلال الانتقال AO
- $$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} + \vec{f} = m \cdot \vec{a}$$
- بالإسقاط على المحور (Ox) نجد: $mg \cdot \sin \alpha - f = m \cdot a$
- ومنه: $f = m(g \cdot \sin \alpha - a)$
- ب/ من البيان نجد قيمة التسارع: $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = 3,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$
- استنتج شدة قوة الاحتكاك $\vec{f}$:

$$f = 0,5(9,8 \sin 45 - 3) = 1,96 \text{ N}$$

- (2) أ/ و ب/ المعادلتان الزميتان: القانون الثاني لنيوتن:

$$\vec{P} = m\vec{a} \Rightarrow m\vec{g} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$$

$$y = \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + (\tan \alpha)x \quad \text{معادلة المسار} \quad \begin{cases} x(t) = v_0 \cdot \cos \alpha t \\ y(t) = \frac{1}{2}gt^2 + v_0 \cdot \sin \alpha t \end{cases}$$

- ج/ حساب شدة شعاع السرعة $\vec{V}_0$: نعوض القيمتين x_N و y_N في معادلة المسار نجد: $v_0 = 3,15 \text{ m/s}$
- د/ شدة شعاع التسارع $\vec{a}$:

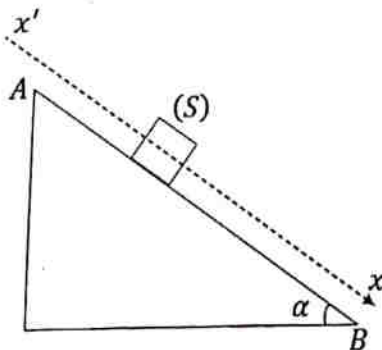
$$v_0^2 - v_A^2 = 2 \cdot a \cdot d \Rightarrow a = \frac{v_0^2 - v_A^2}{2d} = 3,3 \text{ m/s}^2$$

- هـ/ شدة شعاع قوة الاحتكاك $\vec{f}$: $f = 0,5(9,8 \sin 45 - 3,3) = 1,81 \text{ N}$
- (3) النتيجة مقبولة لأنهما ضمن مجال حدود أخطاء التجربة.

التمرين 61:

$$g = 10 \text{ m/s}^2$$

- نعتبر جسم (S) نعتبره نقطياً كتلته $m = 900 \text{ g}$ على مسار مستقيم AB مائل عن المستوي الأفقي بزاوية $\alpha = 35^\circ$ كما هو موضح بالشكل.
- ينطلق الجسم من النقطة A بدون سرعة ابتدائية.
- باستعمال تجهيز مناسب ننجز التسجيل المتعاقب لمواضع الجسم أثناء حركته على المسار AB فنحصل على النتائج المدونة في الجدول الآتي:



الموضع	G_0	G_1	G_2	G_3	G_4	G_5	G_6	G_7	G_8
اللحظة $t(s)$	0,00	0,08	0,16	0,24	0,32	0,40	0,48	0,56	0,64
الفاصلة $x(cm)$	0,0	1,5	6,0	13,5	24,0	37,5	54,0	73,5	96,0

ينطبق الموضع G_0 على النقطة A وينطبق الموضع G_8 على النقطة B ، والمدة التي تفصل بين تسجيلين متتاليين هي $\tau = 80 \text{ ms}$.

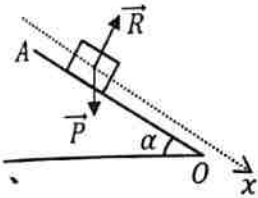
- (1) أ/ احسب السرعة اللحظية للجسم عند الموضع G_2, G_3, G_4, G_5, G_6 .
 ب/ أوجد قيمة تسارعه عند الموضع G_3, G_4, G_5 .
 ج/ استنتج طبيعة حركته.
 (2) بإهمال قوى الاحتكاك المؤثرة على الجسم (S):
 أ/ مثل القوى المطبقة على الجسم.
 ب/ بتطبيق قانون نيوتن الثاني أوجد القيمة النظرية للتسارع a' ماذا تستنتج؟
 (3) أ/ احسب شدة القوة f .
 ب/ باستخدام مبدأ إنحفاظ الطاقة أوجد قيمة سرعة الجسم عند النقطة B.

تصحيح التمرين 61:

- (1) أ/ حساب السرعة اللحظية للجسم عند الموضع G_2, G_3, G_4, G_5, G_6

$$v_2 = \frac{G_1 \cdot G_3}{2 \cdot \tau} = \frac{0,12}{0,160} = 0,750 \text{ m/s}$$

$$v_3 = \frac{G_2 \cdot G_4}{2 \cdot \tau} = 1,125 \text{ m/s}$$
 بنفس الطريقة نجد: $v_6 = 2,25 \text{ m/s}$ ، $v_5 = 1,875 \text{ m/s}$ ، $v_4 = 1,5 \text{ m/s}$



- ب/ إيجاد قيمة التسارع عند الموضع G_3, G_4, G_5 .

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_4 - v_2}{2 \tau} = 4,7 \text{ m/s}^2$$
 بنفس الطريقة نجد: $a_4 = a_5 = 4,7 \text{ m/s}^2 = a$
 ج/ بما أن التسارع ثابت و السرعة متزايدة والمسار مستقيم فإن الحركة متسارعة بانتظام.

(2) أ/ التمثيل:

- $$\vec{P} + \vec{R} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow P \cdot \sin \alpha = m \cdot a'$$

$$a' = g \cdot \sin \alpha = 5,7 \text{ m/s}^2$$
 بما أن القيمة النظرية (a') أكبر من القيمة التجريبية (a)، إذن يوجد احتكاك على المستوى المائل.
 (3) أ/
$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{f} = m \cdot \vec{a}$$

$$P \cdot \sin \alpha - f = m \cdot a \Rightarrow f = P \cdot \sin \alpha - m \cdot a = 0,9 \text{ N}$$
 ب/ نعتبر الجملة (جسم) مثلاً:

$$E_{CA} + w(\vec{P}) + w(\vec{R}) + w(\vec{f}) = E_{CB}$$

$$\frac{1}{2} m \cdot v_A^2 + m \cdot g \cdot AB \cdot \sin \alpha - f \times AB = \frac{1}{2} m v_B^2$$

$$v_B^2 = 2gh - \frac{2f \cdot AB}{m}$$

$$AB = 96 \text{ cm}$$

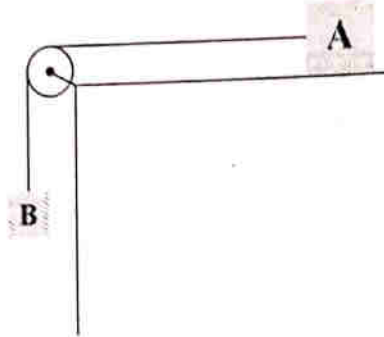
$$v_B = 3 \text{ m/s}$$

هل تعلم؟

أول من استعمل الأشعة الشمسية سلاحاً هو
 أرخميدس الصقلي ولد في سيراتوسيا عام
 287 ق . م من أعظم علماء الرياضيات

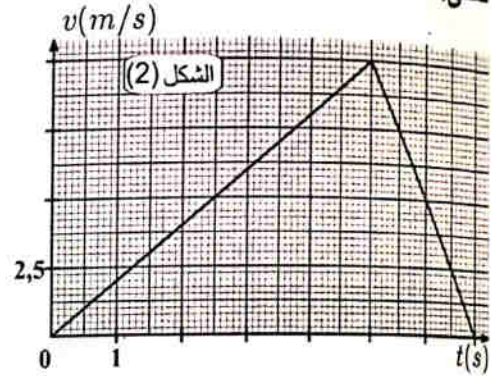
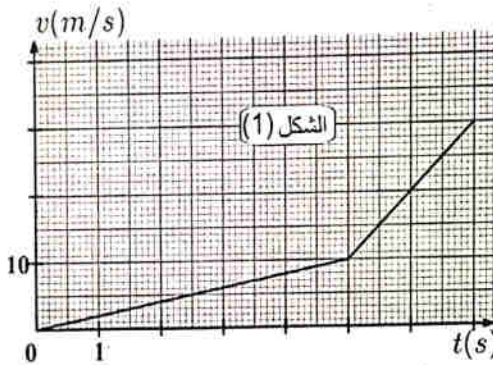
التمرين 62:

ينصل جسمان (A) و (B)، كتلتهم (m_A) و (m_B) ، بواسطة خيط مهمل الكتلة و عديم الإمتطاط ويمر على محز بكرة مهمل الكتلة وقابلة للدوران حول محورها الأفقي الثابت بدون احتكاك، ينزلق الجسم (A) على مستوي أفقي بوجود قوة احتكاك ثابتة ومعاكسة لجهة الحركة. تنطلق الجملة من السكون، وبعد 5 ثواني من بداية الحركة ينقطع الخيط الذي يربط الجسمين. يمثل الشكلان (1) و (2) مخططي السرعة للجسمين.



- (1) انسخ لكل جسم مخطط سرعته مع التبرير.
- (2) استنتج تسارعي كل من الجسمين قبل وبعد انقطاع الخيط.
- (3) اوجد نظريا عبارة تسارع كل من الجسمين قبل وبعد انقطاع الخيط.

ب/ استنتج قيمة كل من الكتلتين (m_B) و (m_A) علما أن شدة قوة الاحتكاك $f = 0,8N$.
نطي: $g = 10 m.s^{-2}$.



تصحيح التمرين 62:

- (1) يمثل الشكل 2- بيان سرعة الجسم A.
يمثل الشكل 1- بيان سرعة الجسم B.
التعليق: قبل انقطاع الخيط: من 0 s إلى 5 s يكون بيان الشكل-1 و الشكل-2 متطابقان حيث لهما نفس السرعة والتسارع، بعد انقطاع الخيط: يصبح الجسم B خاضعا لثقله فقط أي حالة سقوط حر فتزداد سرعته وهو ما يوافق الشكل-1 بينما الجسم A تنبأ إلى أن تنعدم بسبب قوة الاحتكاك المقاومة (الشكل-2).
- (2) حساب a:

$$a = a_A = a_B = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{10-0}{5-0} = 2 m/s^2 \quad t \in [0s, 5s]$$

$$a_A = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0-10}{7-5} = -5 m/s^2 \quad t \in [5s, 7s]$$

$$a_B = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{30-10}{7-5} = 10 m/s^2$$

- (3) عبارة a نظريا:

قبل انقطاع الحبل:

الجملة: جسم A و B.

المرجع: سطحي أرضي والذي نعتبره عطاليا.

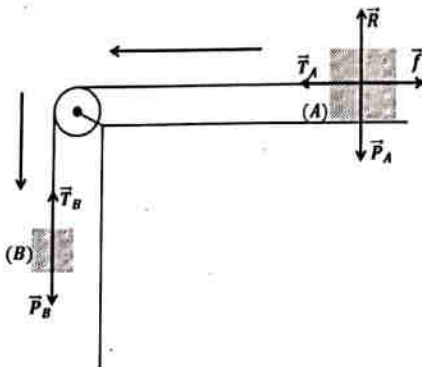
بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على A:

$$\vec{T}_A + \vec{R} + \vec{P}_A + \vec{f} = m_A \cdot \vec{a} \quad \text{منه: } \sum \vec{F} = m_A \cdot \vec{a}$$

$$T_A - f = m_A \cdot a \quad \dots \dots (1)$$

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على B:

$$\vec{T}_B + \vec{P}_B = m_B \cdot \vec{a}$$



بالإسقاط على المحور العمودي: (2) $-T_B + P_B = m_B \cdot a \dots$
 بجمع (1) و (2) نجد:

$$T_A - f - T_B + P_B = m_A \cdot a + m_B \cdot a$$

$$\Rightarrow P_B - f = a(m_A + m_B)$$

$$a = \frac{P_B - f}{m_A + m_B} \Rightarrow a = \frac{m_B \cdot g - f}{m_A + m_B}$$

بعد انقطاع الخيط:

المرجع: سطحي أرضي.

الجملة: جسم A و B.

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على A:

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{R} + \vec{P}_A + \vec{f} = m_A \cdot \vec{a}_A$$

$$-f = m_A \cdot a_A \Rightarrow a_A = \frac{-f}{m_A}$$

$$\vec{P}_B = m_B \cdot \vec{a}_B \quad \text{منه:} \quad \sum \vec{F} = m \cdot \vec{a} : B \quad \text{بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على B}$$

$$P_B = m_B \cdot a_B \Rightarrow m_B \cdot g = m_B \cdot a_B \Rightarrow a_B = g$$

حساب m_A :

$$a_A = \frac{-f}{m_A} \Rightarrow m_A = -\frac{f}{a_A} = \frac{-0,8}{-5} = 0,16 \text{ kg}$$

حساب m_B :

$$a = \frac{m_B \cdot g - f}{m_A + m_B} \Rightarrow 2(0,16 + m_B) = 10 \cdot m_B - 0,8 \Rightarrow m_B = 0,14 \text{ kg}$$

التمرين 63:

جسم (S) كتلته $m = 10 \text{ Kg}$ ينزلق على المسار ABC (انظر الشكل) حيث:
 AB: مستوي مائل طول $AB = 2m$ ويميل عن المستوي الأفقي بزاوية $\alpha = 30^\circ$ به الاحتكاك مهم.
 BC: مسار مستقيم أفقي $BC = L = 2m$.
 يخضع الجسم على المسار BC لقوة احتكاك تكافئ قوة وحيدة ثابتة شدتها f .
 ندفع الجسم (S) من (A) بسرعة ابتدائية قدرها: $V_A = 4 \text{ m/s}$. يعطى: $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$.

(1) احسب السرعة V عند (B).

(2) إذا علمت أن الجسم (S) يصل إلى النقطة C بسرعة قدرها 4 m/s ، احسب شدة قوة الاحتكاك f .

(3) عند وصول (S) يصل إلى النقطة C يندفع

الجسم في الهواء ويسقط تحت تأثير ثقله. تهمل

كل قوى الاحتكاك ودافعة أرخميدس.

أ/ أوجد معادلة المسار في المعلم المعطى في الشكل.

باعتبار مبدأ الأزمنة لحظة مغادرة (S) النقطة C.

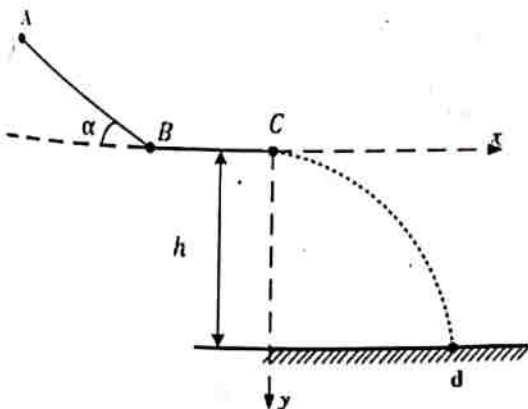
ب/ أوجد موضع سقوط الكرة على الأرض بالنسبة

للمحور oy . علما أن النقطة C ترتفع $h =$

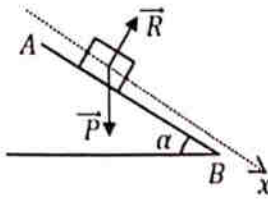
$1,25 \text{ m}$ عن سطح الأرض.

ج/ احسب سرعة الجسم (S) عند نقطة سقوطه على

سطح الأرض.



تصحيح التمرين 63:



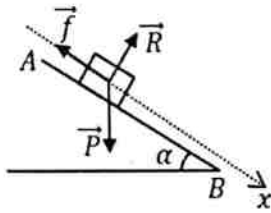
(1) حساب v_B :
 لدينا: الجملة: (جسم + أرض) معزولة طاقويا إذن $E(A) = E(B)$
 بأخذ المستوي المرجعي (BC) يكون: $E_C(A) + E_{PP}(A) = E_C(B)$

$$\frac{1}{2}mv_A^2 + m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$\Rightarrow m \cdot v_A^2 + 2m \cdot g \cdot AB \cdot \sin \alpha = m \cdot v_B^2$$

$$\Rightarrow v_B = \sqrt{v_A^2 + 2 \cdot g \cdot AB \cdot \sin \alpha}$$

$$v_B = \sqrt{4^2 + 2 \times 10 \times 2 \times \sin 30} = 6 \text{ m/s}$$



(2) حساب f :
 الجملة: جسم + أرض
 لدينا:

$$v_C = 4 \text{ m/s}$$

$$E(B) - W_f = E_C \Rightarrow \frac{1}{2}v_B^2 \cdot m - f \cdot BC = \frac{1}{2}mv_C^2$$

$$\Rightarrow f = \frac{m(v_B^2 - v_C^2)}{2BC} = \frac{10(6^2 - 4^2)}{2 \times 2} = 50 \text{ N}$$

(3) إيجاد معادلة المسار:

المرجع: سطحي أرضي.

$$\begin{cases} V_{0x} = v_C \\ V_{0y} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases}$$

بتطبيق القانون الثاني لنيتون: $\vec{P} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{F} = m \cdot \vec{a}$

$$[C_x]: 0 = m \cdot a_x$$

$$[C_y]: P = m \cdot a_y$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = g \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 = m \cdot a_x \\ m \cdot g = m \cdot a_y \end{cases}$$

بالإسقاط:
 بالتكامل بالنسبة لـ t : $\begin{cases} V_x = C_1 \\ V_y = gt + C_2 \end{cases}$ لما $t = 0$ $\begin{cases} V_x = C_1 \\ V_y = C_2 \end{cases}$ إذن: $\begin{cases} C_1 = V_{0x} = v_C \\ C_2 = V_{0y} = 0 \end{cases}$
 بالتكامل بالنسبة لـ t : $\begin{cases} x = V_c \cdot t + C_3 \\ y = \frac{g}{2}t^2 + C_4 \end{cases}$ لما $t = 0$ $\begin{cases} x = C_3 \\ y = C_4 \end{cases}$ ومنه: $\begin{cases} C_3 = x_0 = 0 \\ C_4 = y_0 = 0 \end{cases}$

$$\begin{cases} x = V_c \cdot t \dots\dots (1) \\ y = \frac{g}{2}t^2 \dots\dots (2) \end{cases}$$

من (1) نجد: $t = \frac{x}{V_c}$ ، بالتعويض في (2):

$$y = \frac{g}{2 \cdot V_c^2} x^2$$

ب/ إيجاد موضع سقوط الكرة: أي $y = h = 1,25$

$$x_d^2 = \frac{2V_c^2 \cdot y}{g} \Rightarrow x_d = \sqrt{\frac{2 \times 4^2 \times 1,25}{10}} = 2 \text{ m}$$

ج/ حساب v عند السقوط: من (1) نجد:

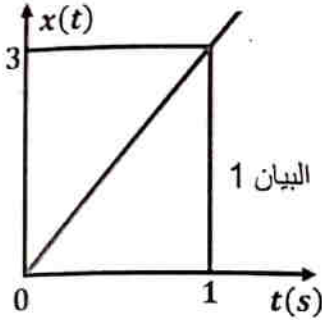
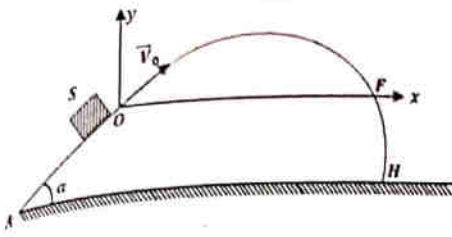
$$t_d = \frac{x_d}{V_c} = \frac{2}{4} = 0,5 \text{ s} \Rightarrow V_{x_d} = V_c = 4 \text{ m/s}$$

$$V_{y_d} = g \cdot t^2 = 10 \times 0,5 = 5 \text{ m/s}$$

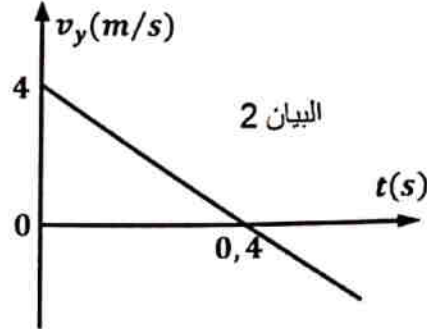
$$V_d = \sqrt{V_{x_d}^2 + V_{y_d}^2} = \sqrt{4^2 + 5^2} = 6,4 \text{ m/s}$$

التمرين 64:

من نقطة A تقع أسفل مستوي أملس تماما يميل عن المستوي الأفقي بزاوية (α) ننفذ جسما (s) نعتبره نقطة مادية وفق خط الميل الأعظمي بسرعة V_A فيصل إلى النقطة O بسرعة قدرها V_0 عند اللحظة $t = 0$ كما هو مبين في الشكل. يمثل البيان 1 تغيرات فاصلة القذيفة بدلالة الزمن، ويمثل البيان 2- تغيرات سرعة القذيفة على محور الترتيب بدلالة الزمن



ثم احسب طويلته.



- (1) ادرس حركة الجسم (s) على المستوي المائل.
 - (2) استنتج من البيانيين 1 و 2 مركبتي شعاع السرعة $\vec{v}_0$.
 - (3) احسب قيمة الزاوية α .
 - (4) إذا كان $AO = 1,5m$ ، احسب السرعة عند الموضع A.
 - (5) أوجد معادلة المسار $y = f(x)$ في المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$.
 - (6) احسب المسافة OF (المدى الأفقي للقذيفة).
 - (7) وجد إحداثيي النقطة H نقطة اصطدام القذيفة بالأرض.
- $g = 10 m/s^2$

تصحيح التمرين 64:

- (1) دراسة حركة الجسم على المستوي المائل.

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a} \quad \text{بتطبيق القانون الثاني لنيوتن:}$$

$$P_x = P \sin \alpha \quad \text{ولدينا} \quad -P_x = ma \quad \text{بالإسقاط على } ox$$

$$-m \cdot g \cdot \sin \alpha = ma \Rightarrow a = -g \sin \alpha$$

منه: الحركة مستقيمة متباطئة بانتظام ($a < 0$).

- (2) مركبتي v_0 :

$$v_{0x} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{3-0}{1-0} = 3 m/s$$

من البيان 1:

$$v_{0y} = 4 m/s$$

من البيان 2: عند $t = 0$:

$$v_0 = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 m/s$$

طويلة v_0 :

$$\alpha = 53^\circ \quad \text{منه:} \quad \cos \alpha = \frac{v_{0x}}{v_0} = \frac{3}{5} = 0,6 \quad \text{لدينا:}$$

- (4) حساب السرعة عند A:

الجملة: جسم + أرض.

بإستعمال قانون إنحفاظ الطاقة.

$$E_c(A) + E_{pp}(A) = E_c(0) + E_{pp}(0)$$

$$\frac{1}{2} m \cdot v_A^2 = \frac{1}{2} m \cdot v_0^2 + m \cdot g \cdot h \Rightarrow v_A^2 = 2 \left(\frac{1}{2} v_0^2 + g \cdot (OA) \sin \alpha \right)$$

$$\Rightarrow v_A^2 = v_0^2 + 2g(OA) \sin \alpha$$

$$v_A = \sqrt{5^2 + 2 \times (10) \times (1,5) \times \sin 53} = \sqrt{25 + 24} \approx 7 m/s$$

(5) معادلة المسار $y = f(x)$

الجملة: جسم (S)

المرجع: سطح ارضي $(o, \vec{i}, \vec{j})$

حسب القانون الثاني لنيوتن نجد: $\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$ أي $\vec{P} = m \cdot \vec{a}$

بالإسقاط على (Ox) : $0 = m \cdot a_x$

إذن الحركة مستقيمة منتظمة

بالإسقاط على (Oy) : $-mg = ma_y$

إذن حركة مستقيمة متغيرة بانتظام.

$$\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{dv_x}{dt} = 0 \\ \frac{dv_y}{dt} = -g \end{cases} \xrightarrow{\text{بالتكامل}} \begin{cases} v_x = c_1 \\ v_y = -gt + c_2 \end{cases}$$

من الشروط الابتدائية لما $t = 0$: $\begin{cases} c_1 = v_{x0} = v_0 \cdot \cos \alpha \\ c_2 = v_{y0} = v_0 \cdot \sin \alpha \end{cases}$

إذن المعادلات الزمنية للسرعة هي: $\begin{cases} v_x = v_0 \cdot \cos \alpha \\ v_y = -gt + v_0 \cdot \sin \alpha \end{cases}$

$$\begin{cases} v_x = \frac{dx}{dt} = v_0 \cdot \cos \alpha \\ v_y = \frac{dy}{dt} = -gt + v_0 \cdot \sin \alpha \end{cases} \xrightarrow{\text{بالتكامل}} \begin{cases} x = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t + c_3 \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \cdot \sin \alpha \cdot t + c_4 \end{cases}$$

من الشروط الابتدائية: $c_3 = x_0 = 0$ و $c_4 = y_0 = 0$

$$\begin{cases} x = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \cdot \sin \alpha \cdot t \end{cases}$$

من عبارة x نجد: $t = \frac{x}{v_0 \cdot \cos \alpha}$

نعوض بقيمة t في عبارة y فنجد معادلة المسار:

$$y = -\frac{1}{2}g \left(\frac{x}{v_0 \cdot \cos \alpha} \right)^2 + v_0 \cdot \sin \alpha \times \frac{x}{v_0 \cdot \cos \alpha}$$

$$y = -\frac{g}{2v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha} x^2 + \tan \alpha x \quad \text{أي}$$

بعد تعويض القيم: $Y = -0,555 x^2 + 1,33x$

(6) إيجاد OF:

$$-0,555x^2 + 1,33x = 0 \Rightarrow x(-0,555 + 1,33) = 0 \Rightarrow OF$$

منه: $x = 0$ (مرفوض).

$$-0,555x + 1,33 = 0 \Rightarrow x = \frac{1,33}{0,555} = 2,40 \text{ m} \Rightarrow OF = 2,40 \text{ m}$$

(7) إيجاد احداثيات H:

$$Y_H = -h = -0,555 \times \sin^2 \alpha = -1,53 \times \sin^2 53^\circ = -1,2 \text{ m}$$

$$Y_H = -0,555x_H^2 + 1,33x_H \Rightarrow -1,2 = -0,555x_H^2 + 1,33x_H$$

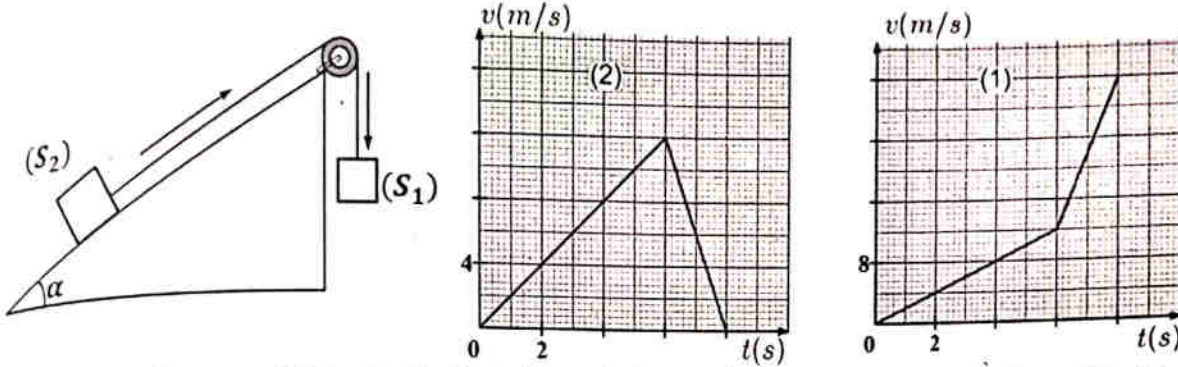
$$-0,555x_H^2 + 1,33x_H + 1,2 = 0$$

$$\Delta = 1,33^2 + 4(0,555)(1,2) = 4,43$$

$$H(3,1; -1,2) \quad \text{منه:} \quad \begin{cases} x_1 \simeq 3,1 & \text{مقبول} \\ x_2 \simeq -0,7 & \text{مرفوض} \end{cases}$$

التمرين 65:

جسم S_1 كتلته m_1 يسحب أثناء نزوله جسما S_2 كتلته $m_2 = 100g$ ينسحب على مستو مائل عن المستوي الأفقي بزاوية $\alpha = 30^\circ$ بواسطة خيط مهمل الكتلة عديم الامتطاط يمر على محز بكرة مهمل الكتلة بإمكانها الدوران بحرية حول محور (Δ) أفقي وثابت كما بالشكل. تنطلق الجملة من السكون عند اللحظة $t = 0$ وعند اللحظة t_1 ينقطع الخيط، نمثل في البيانيين (1) و (2) تغيرات السرعة بدلالة الزمن لكل جسم.



- (1) ماذا يحدث لكل من S_1 و S_2 بعد انقطاع الخيط؟ ثم حدد البيان الموافق لحركة كل جسم مع التعليل
- (2) استنتج قيمة t_1 .
- (3) بين أن المستوي المائل خشن.
- (4) باستخدام نظرية مركز العطالة، اكتب عبارتي التسارع لكل جسم قبل وبعد انقطاع الخيط.
- (5) بالاستعانة بالبيانيين (1) و (2) أوجد قيمتي m_1 و f (قوة الاحتكاك).
تعطى: $g = 10 \text{ m/s}^2$

التجديد هو ما يميز القائد عن يتبعه
ستيف جوبز

تصحيح التمرين 65:

- (1) بعد انقطاع الخيط:
- يسقط S_1 سقوطا حرا خاضعا لثقله فقط فتزداد سرعته وهو ما يوافق البيان 1.
- يتباطأ S_2 بسبب وجود قوة الاحتكاك وثقله المعيق فتتناقص سرعته إلى أن تتعدم وهو ما يوافق البيان 2.
- (2) من البيان: $t_1 = 6s$
- (3) نبين أن المستوى المائل خشن:

الطريقة 01: بين $t_1 = 6s$ و $t_2 = 8s$ محصلة القوى المؤثرة على (S_2) :

$$E_{c1} - W_{\vec{F}} = E_{c2} \quad / E_{c2} \rightarrow 0$$

$$W_{\vec{F}} = \frac{1}{2} m_2 v_1^2 = 0,5 \times 0,1 \times (12)^2 = 7,2$$

من جهة أخرى: المسافة المقطوعة بين t_1 و t_2 (بيانيا).
 $d = \frac{12 \times 2}{2} = 12m$

$$W_{\vec{F}} = m_2 \cdot g \cdot h = m_2 \cdot g \cdot d \cdot \sin \alpha = 0,1 \times 10 \times 12 \times \sin 30^\circ = 6$$

نلاحظ أن: $W_{\vec{F}} < W_{\vec{F}}$ ومنه نستنتج وجود قوى احتكاك معيقة $\vec{f}$ تؤثر على الجسم S_2 إذن المستوى المائل خشن.

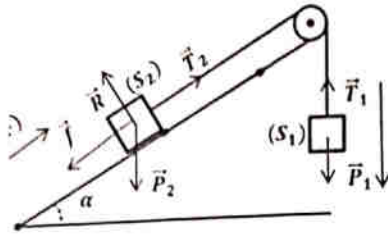
الطريقة 02: لنحسب التسارع a_2 للجسم (S_2) في حالة مستوي أملس بعد انقطاع الخيط:

بتطبيق قانون نيوتن الثاني نجد: $a = -g \cdot \sin \alpha = -10 \times \sin 30^\circ = -5 \text{ m/s}^2$

وهو لا يوافق القيمة البيانية $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0-12}{8-6} = -6 \text{ m/s}^2$ إذن المستوى ليس أملس فهو خشن.

- (4) عبارتي التسارع لكل جسم:

- قبل انقطاع الخيط: $a = a_1 = a_2$ (الجملة متماسكة)



بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجسم (S1) في مرجع سطحي أرضي.

$$\Sigma \vec{F} = m \vec{a} \Rightarrow \vec{P}_1 + \vec{T}_1 = m_1 \vec{a}$$

بالإسقاط على (Oz): $m_1 \cdot g - T_1 = m_1 \cdot a \dots (1)$

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجسم (S2) في مرجع سطحي أرضي.

$$\Sigma \vec{F} = m \vec{a} \Rightarrow \vec{P}_2 + \vec{T}_2 + \vec{f} + \vec{R} = m_2 \vec{a}$$

بالإسقاط على (Ox):

$$-m_2 \cdot g \cdot \sin \alpha + T_2 - f = m_2 \cdot a \dots (2)$$

بجمع (1) و (2) طرف لطرف:

$$m_1 \cdot g - m_2 \cdot g \cdot \sin \alpha - f = (m_1 + m_2) a$$

$$a = \frac{g(m_1 - m_2 \cdot \sin \alpha) - f}{m_1 + m_2} \dots (*)$$

بعد انقطاع الخيط:

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = m_1 \cdot \vec{a}_1 \Rightarrow \vec{P}_1 = m_1 \cdot \vec{a}_1 : (S_1) \text{ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على}$$

$$m_1 \cdot g = m_1 \cdot a_1 \Rightarrow a_1 = g : (Oz) \text{ بالإسقاط على}$$

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = m_2 \cdot \vec{a}_2 \Rightarrow \vec{P}_2 + \vec{R} + \vec{f} = m_2 \cdot \vec{a}_2 : (S_2) \text{ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على}$$

$$-m_2 \cdot g \cdot \sin \alpha = m_2 \cdot a_2 : (Ox) \text{ بالإسقاط على}$$

$$\Rightarrow a_2 = -g \cdot \sin \alpha - \frac{f}{m_2} \dots (**)$$

$$a_2 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = -6 \text{ m/s}^2 \text{ بعد انقطاع الخيط من البيان (2)}$$

$$f = (-g \cdot \sin \alpha - a) \cdot m^2 \Rightarrow f = 0,1 \text{ N} : (**)$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = 2 \text{ m/s}^2 \text{ من البيان (1): قبل انقطاع الخيط}$$

$$m_1 \cdot a + m_2 \cdot a = g \cdot m_1 - g \cdot m_2 \cdot \sin \alpha - f : (*)$$

$$(a - g) m_1 = -g \cdot m_2 \cdot \sin \alpha - f - m_2 \cdot a$$

$$m_1 = \frac{-g \cdot m_2 \cdot \sin \alpha - f - m_2 \cdot a}{a - g} \Rightarrow m_1 = 0,1 \text{ Kg}$$

التمرين 66:

لتعيين الكتلة m ، لجسم صلب (S) وشدة قوة الاحتكاك $\vec{f}$ المعيقة لحركة على المستوي الأفقي التي نعتبرها ثابتة الشدة ومستقلة عن سرعته نحقق التجربة التالية: نوصل الجسم (S) بجسم (S1) وجسم (S2) بواسطة خيطين مهملي الكتلة وعديمي الإمتطاط يمران على محز بكرتين مهملي الكتلة تدوران حول محورين ثابتين حيث:

$$m_1 = 2m_2 = 0,570 \text{ Kg}$$

تحرر الجملة من السكون في لحظة $t_0 = 0s$ ليقطع الجسم (S) مسافة $X = AB$ بعد زمن t .

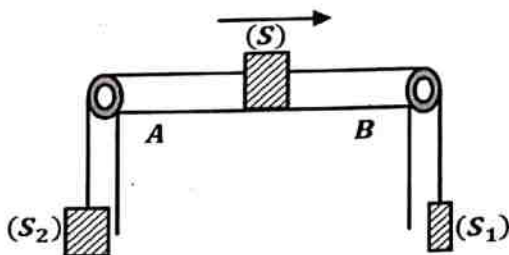
1) دراسة الحركة:

أ/ ارسم الشكل على ورقة الإجابة ومثل عليه كل القوى المؤثرة على الأجسام (S)، (S1)، (S2).

ب/ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الأجسام (S)، (S1)، (S2) بين أن عبارة التسارع a تعطى بالعلاقة:

$$a = \frac{(m_1 - m_2)g - f}{m_1 + m_2 + m}$$

ج/ استنتج طبيعة الحركة.



(2) كررنا التجربة السابقة من أجل قيم مختلفة لكتلة الجسم (S_1) مع عدم تغيير الكتلة S_2 وقسنا في كل مرة الزمن اللازم لقطع مسافة $X = 1m$ ، فتحصلنا على الجدول المقابل:

$m_1 (kg)$	0,570	0,700	0,880	1,12
$t(S)$	1,40	1	0,80	0,7
$a(m/s^2)$				
$T_1(N)$				

- أ/ باستغلال السؤال (1-ب) بين أنه يمكن كتابة توتر الخيط بالعلاقة: $T_1 = \alpha a + \beta$ حيث T_1 هو توتر الخيط الذي يخضع له الجسم (S_1)، a هو تسارع الجملة، α و β ثوابت يطلب تعيين عبارتهما بدلالة f, g, m_1, m_2 .
 ب/ اكتب عبارة T_1 بدلالة m_1, g و a .
 ج/ أكمل الجدول (يمكن الاستعانة بحل معادلة الحركة الذي يعطى بالعلاقة: $(x = \frac{a}{2} t^2)$)

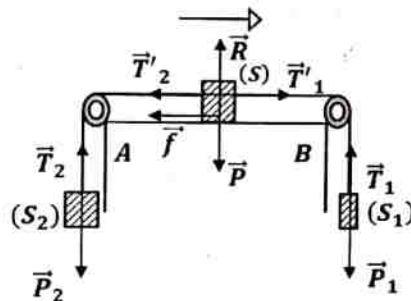
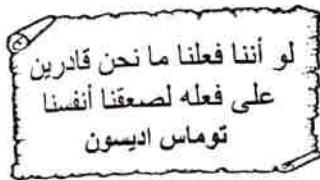
$$g = 9,8 m.s^{-2}$$

يعطى:

- د/ ارسم البيان: $T_1 = f(a)$.
 هـ/ استنتج من المنحنى قيمة m, f .

تصحيح التمرين 66:

(1) أ/ تمثيل القوى:



الجملة (S): بتطبيق القانون الثاني لنيوتن: $\vec{R} + \vec{T}_1' + \vec{P} + \vec{T}_2' + \vec{f} = m \cdot \vec{a}$ بالإسقاط على محور الحركة: $T_1' - T_2' - f = m \cdot a \dots (3)$	الجملة (S_1): بتطبيق القانون الثاني لنيوتن: $\vec{P}_1 + \vec{T}_1 = m_1 \cdot \vec{a}$ بالإسقاط على محور الحركة: $P_1 - T_1 = m_1 \cdot a \dots (2)$	الجملة (S_2): بتطبيق القانون الثاني لنيوتن: $\vec{P}_2 + \vec{T}_2 = m_2 \cdot \vec{a}$ بالإسقاط على محور الحركة: $-P_2 + T_2 = m_2 \cdot a \dots (1)$
---	---	--

ب/ نبين أن عبارة التسارع a تعطى بالعلاقة:

$$a = m_1 + m_2 g - f m_1 + m_2 + m$$

بالجمع بين (1) و (2) و (3):

$$P_1 - T_1 - P_2 + T_2 + T_1' - T_2' - f = a m_1 + m_2 + m$$

$$a = \frac{g(m_1 - m_2) - f}{m_1 + m_2 + m}$$

ج/ طبيعة الحركة:

$a = cte$ منه: حركة مستقيمة متغيرة بانتظام.

(2) أ/ بيان أن $T_1 = \alpha a + \beta$:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجسم S وجدنا:

$$T_1 - T_2 - f = m \cdot a \Rightarrow T_1 = T_2 + f + ma$$

$$T_1 = m_2 g + m_2 a + f + ma \Rightarrow T_1 = (m + m_2) a + f + m_2 g$$

ومنه: $\alpha = m + m_2$ و $\beta = f + m_2 g$

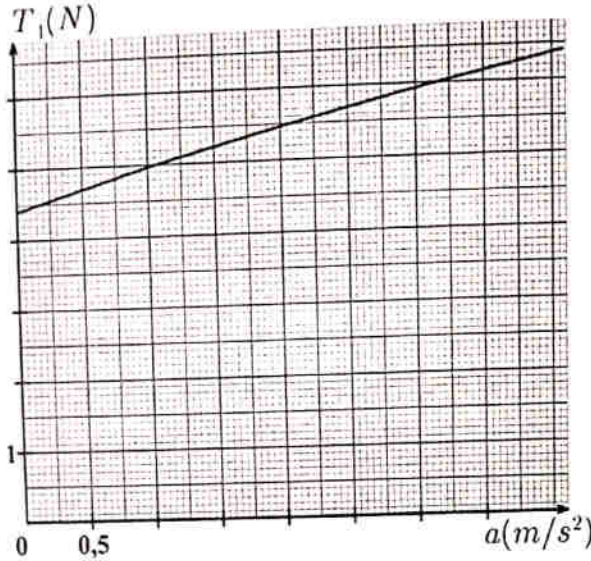
ب/ بتطبيق القانون الثاني على الجسم S_1 وجدنا:

$$T_1 = m_1 \cdot g - m_1 \cdot a = m_1(g - a)$$

ج/ إكمال الجدول:

$$x = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow a = \frac{2x}{t^2}$$

$$T_1 = m_1(g - a)$$



$m_1(Kg)$	0,570	0,700	0,880	1,12
$t(S)$	1,40	1	0,80	0,7
(m/s^2)	1,02	2	3,12	4,08
$T_1(N)$	4,98	5,46	5,87	6,4

د/ رسم المنحنى:

هـ/ معادلة المنحنى من الشكل:

$$T_1 = \alpha a + \beta$$

$$\beta = 4,4$$

$$T_1 = 0,5a + 4,4$$

بالمطابقة نجد:

$$\alpha = m + m_2 \Rightarrow m = a - m_2 = 500 - 284 = 216g$$

$$\beta = f + m_2 \cdot g \Rightarrow f = \beta - m_2 g = 4,4 - 0,216 \times 9,8 = 2,28 N$$

التمرين 67:

أولاً:

لمنافسة النظام الأمريكي في التوقع الدقيق GPS والتحرر منه، وضع الاتحاد الأوروبي نظامه الخاص المسمى Galileo المتكون من 33 قمراً اصطناعياً يرسم كل واحد منها مساراً يمكن اعتباره دائرياً حول الأرض على ارتفاع $h = 23616 km$ من سطحها. تتم دراسة حركة أحد هذه الأقمار الاصطناعية (S) في المرجع المركزي الأرضي (الجيو مركزي) والذي يمكن اعتباره غاليليا (الشكل)

(1) اكتب العبارة الشعاعية لقوة الجذب $\vec{F}_{T/S}$ التي تؤثر بها الأرض (T) على القمر الاصطناعي (S) بدلالة ثابت التجاذب الكوني G، كتلة الأرض M_T ، كتلة القمر الاصطناعي m_S ، نصف قطر الأرض R_T والارتفاع h . ومثلها على الشكل.

(2) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن في المرجع المحدد، أوجد العبارة الحرفية للسرعة المدارية v للقمر بدلالة G, M_T, R_T, h ثم احسب قيمتها.

ب/ اكتب العبارة الحرفية للدور T لحركة القمر

الاصطناعي (S) بدلالة R_T, h, v ثم احسب قيمته.

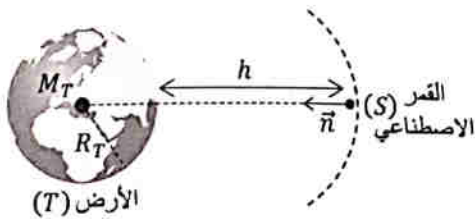
ج/ هل يمكن اعتبار هذا القمر جيومستقراً؟ برر إجابتك.

يعطى:

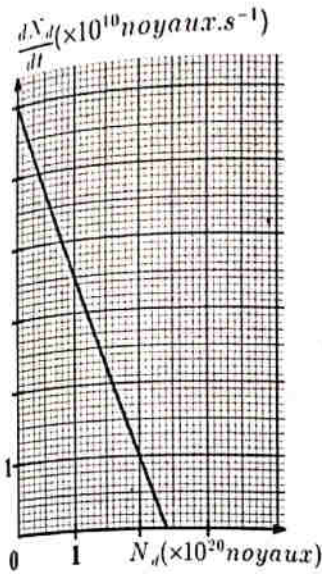
$$G = 6,67 \times 10^{-11} SI$$

$$R_T = 6371 km,$$

$$M_T = 5,972 \times 10^{24} Kg$$



ثانيا: تعتمد محركات التوجيه للأقمار الاصطناعية والمعدات الأخرى على بطاريات نووية تولد طاقة متحررة من جراء انبعاث جسيمات α من أنوية البلوتونيوم المشع $^{238}_{94}\text{Pu}$ ، ثابت التفكك له λ .



(1) اكتب معادلة التحول النووي للمنمذجة لتفكك نواة البلوتونيوم 238 للحصول على نواة اليورانيوم $^{234}_{92}\text{U}$.

(2) بين أن المعادلة التفاضلية التي تخضع لها عدد الأنوية المتفككة N_d للبلوتونيوم 238 هي من الشكل:

$$\frac{dN_d}{dt} + \lambda \cdot N_d = \lambda \cdot N_0$$

حيث: N_0 هو عدد أنوية البلوتونيوم الابتدائية في العينة المشعة.

(3) إذا كان حل هذه المعادلة التفاضلية من الشكل:

$$N_d(t) = A \cdot e^{-\alpha \cdot t} + B$$

أوجد عبارة الثوابت: B, α و A . ما هو المدلول الفيزيائي لكل من α و B ؟

(4) نمثل $\frac{dN_d}{dt} = f(N_d)$ فنحصل على البيان.

أ/ باستغلال البيان استنتج قيمتي الثابتين λ و N_0

ب/ عرف زمن نصف العمر $t_{1/2}$ للعينة المشعة واحسب قيمته.

(5) تحتوي بطارية أحد الأقمار الاصطناعية على كتلة $m = 1,2 \text{ Kg}$ من $^{238}_{94}\text{Pu}$. تقدم هذه البطارية خلال مدة اشتغالها استطاعة كهربائية متوسطة مقدارها $P_e = 888 \text{ W}$ بمرود $r = 60\%$

أ/ احسب الطاقة الكلية الناتجة عن التفكك الكلي للكتلة m .

ب/ استنتج مدة اشتغال البطارية.

يعطى:

$$m(^4_2\text{He}) = 4,00150 \text{ u} , m(^4_2\text{U}) = 234,04095 \text{ u} , m(^{238}_{94}\text{Pu}) = 238,04768 \text{ u}$$

$$1\text{MeV} = 1,6 \times 10^{-13} \text{ J} , N_A = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1} , 1\text{u} = 931,5 \text{ MeV}/c^2$$

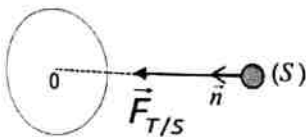
تصحيح التمرين 67:

أولا:

(1) العبارة الشعاعية لقوة الجذب:

$$\vec{F}_{T/S} = G \cdot \frac{m_s \cdot M_T}{(R_T + h)^2} \cdot \vec{n}$$

التمثيل:



(2) أ/ العبارة الحرفية للسرعة المدارية:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة (قمر اصطناعي) في المرجع المختار:

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a} = \vec{F}_{T/S}$$

$$m_s \cdot \vec{a}_n = G \cdot \frac{m_s \cdot M_T}{(R_T + h)^2} \cdot \vec{n}$$

$$a_n = \frac{G \cdot M_T}{(R_T + h)^2} \dots \dots (1)$$

وبالإسقاط على محور الموجه نجد:

$$r = R_T + h \text{ حيث نصف القطر: } a_n = \frac{v^2}{r} \dots \dots (2)$$

$$v_s = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{(R_T + h)}} \text{ ومنه: } v_s^2 = \frac{G \cdot M_T}{(R_T + h)}$$

من (1) و (2) نجد:

قيمة سرعة القمر الاصطناعي:

$$v_s = \sqrt{\frac{6,67 \times 10^{-11} \times 5,972 \times 10^{24}}{(23616 + 6371) \times 10^3}} = 3644,65 \text{ m/s}$$

ب/ عبارة الدور T وحساب قيمته:

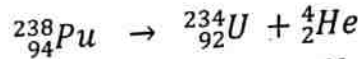
$$T = \frac{2\pi(R_T + h)}{v}$$

$$T = \frac{2\pi \times 29987000}{3644,65} \approx 51670 \text{ s} \approx 14,35 \text{ h} \quad \text{تطبيق عددي}$$

$$T = 14,35 \text{ h} \neq 24 \text{ h} \quad \text{ج/ القمر الاصطناعي المستعمل في التوقع ليس جيومستقر.}$$

ثانيا:

(1) المعادلة النمذجة لتحول البلوتونيوم:



(2) المعادلة التفاضلية بعدد الأنوية المتفككة N_d :
الطريقة 1:

$$N + N_d = N_0 \Rightarrow \frac{dN}{dt} + \frac{dN_d}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{d(N_0 e^{-\lambda t})}{dt} + \frac{dN_d}{dt} = 0$$

$$-\lambda N_0 e^{-\lambda t} + \frac{dN_d}{dt} = 0 \Rightarrow -\lambda N + \frac{dN_d}{dt} = 0$$

$$-\lambda(N_0 - N_d) + \frac{dN_d}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{dN_d(t)}{dt} + \lambda N_d(t) = \lambda N_0$$

الطريقة 2:

$$A(t) = -\frac{dN(t)}{dt} = +\lambda N(t) \quad \text{من قانون التناقص:}$$

مع: $N(t) = N_0 - N_d(t)$ وبالتعويض في العبارة السابقة نجد:

$$\frac{d(N_0 - N_d(t))}{dt} + \lambda(N_0 - N_d(t)) = 0 \Rightarrow \frac{dN_d(t)}{dt} + \lambda N_d(t) = \lambda N_0$$

(3) إيجاد عبارة الثوابت A و B :

$$\frac{dN_d(t)}{dt} = -\alpha A e^{-\alpha t} \quad \text{و} \quad N_d(t) = A e^{-\alpha t} + B$$

$$-\alpha A e^{-\alpha t} + \lambda(A e^{-\alpha t} + B) = \lambda N_0 \Rightarrow A e^{-\alpha t}(\lambda - \alpha) + \lambda(B - N_0) = 0$$

ومنه: $\alpha = \lambda$ (ثابت النشاط الإشعاعي)، $B = -A = N_0$ (عدد الأنوية الابتدائية).

$$\frac{dN_d(t)}{dt} = a N_d + b \dots \dots (1) \quad \text{4/ المعادلة البيانية:}$$

$$\frac{dN_d(t)}{dt} = -\lambda N_d + \lambda N_0 \dots \dots (2) \quad \text{من عبارة المعادلة التفاضلية لدينا:}$$

من (1) و (2) نجد:

$$\begin{cases} a = -\lambda = \tan \alpha = \frac{-6 \times 10^{10}}{2,4 \times 10^{20}} = -2,5 \times 10^{-10} \text{ s}^{-1} \rightarrow \lambda = 2,5 \times 10^{-10} \text{ s}^{-1} \\ b = \lambda N_0 = 6 \times 10^{10} \Rightarrow N_0 = \frac{b}{\lambda} = \frac{6 \times 10^{10}}{2,5 \times 10^{-10}} = 2,4 \times 10^{20} \text{ noyaux} \end{cases}$$

ب/ زمن نصف العمر $t_{1/2}$:

التعريف: المدة الزمنية اللازمة لتفكك نصف عدد الأنوية الابتدائية المشعة.

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,69}{2,5 \times 10^{-10}} = 2,76 \times 10^9 \text{ s} = 87,52 \text{ ans} \quad \text{حساب } t_{1/2}$$

(5) أ/ حساب الطاقة الكلية الناتجة عن التفكك الكلي للكتلة m :

$$E_0 = (m(\text{Pu}) - m(\text{U}) - m(\text{He})) \cdot C^2 \quad \text{الطاقة المحررة من تفكك نواة واحدة:}$$

$$E_0 = 4,87 \text{ MeV} = 7,8 \times 10^{-13} \text{ J}$$

$$E_T = N_0 \cdot E_0 = \frac{m \cdot N_A}{M} \cdot E_0 = \frac{1,2 \times 10^3 \times 6,023 \times 10^{23}}{238} \times 7,8 \times 10^{-13} = 2,37 \times 10^{12} \text{ J}$$

ب/ تحديد مدة اشتغال البطارية:

$$r = \frac{P_e}{P_T} = 0,6 \Rightarrow P_T = \frac{P_e}{r} = \frac{888}{0,6} = 1480 \text{ W} \quad \text{من عبارة الاستطاعة:}$$

من عبارة المردود:

$$P_T = \frac{E_T}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{E_T}{P_T}$$

$$\Delta t = \frac{2,37 \times 10^{12}}{1480} = 1,6 \times 10^9 = 50,7 \text{ ans}$$

التمرين 68:

نضع داخل أنبوب زجاجي سائلان لا يمتزجان هما: الزيت ومشروب الرمان فكان ارتفاع كل

سائل هو: $h = 15 \text{ cm}$

نغمر كرة صغيرة من الفولاذ في الزيت ثم نتركها بدون سرعة ابتدائية، فتسقط شاقولياً.

نعتبر أن قوة الاحتكاك المطبقة من طرف السائل على الكرة تعطى بالعلاقة: $\vec{f} = -k \cdot \vec{v}$ حيث: k : ثابت يتعلق بكل سائل. v : سرعة مركز عطالة الكرة.

(1) ماهي القوى المطبقة على الكرة؟ ارسم شكلاً توضح فيه هذه القوى.

(2) بتطبيق القانون الثاني لنيتون برهن بأن المعادلة التفاضلية لهذا السقوط تكتب بالشكل

التالي: $\frac{dv}{dt} = A - B \cdot v(t)$ حيث A و B معاملان ثابتان.(3) احسب قيمة المعامل A للسائلين: A_{huile} , $A_{\text{grenadile}}$

(4) البيان التالي يعطي تغيرات سرعة الكرة بدلالة

الزمن خلال حركتها في الزيت.

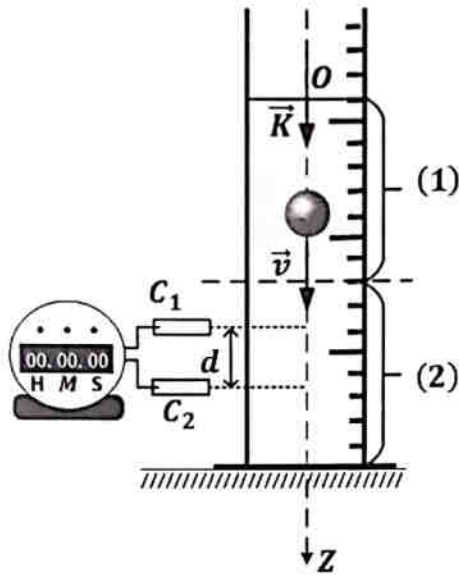
أ/ عين بياناً قيمتي السرعة الحدية للكرة $v_{\text{lim}}(\text{huile})$ ب/ استنتج قيمة المعامل B_{huile} (5) في اللحظة $t = 0,4 \text{ s}$ تنتقل الكرة من الزيت إلىمشروب الرمان حيث الثابت k لقوة الاحتكاكيعطى بالعلاقة: $k_{\text{grenadile}} = 1,8 k_{\text{huile}}$ أ/ احسب قيمة $B_{\text{grenadile}}$ وقيمة السرعة الحديةللكرة $v_{\text{lim}}(\text{grenadile})$.ب/ اكمل البيان المعطى بتمثيل تغيرات سرعة الكرة $v(t)$ بين اللحظتين $t = 0,4 \text{ s}$ و $t = 0,8 \text{ s}$ إذا علمتأن: الكرة تبلغ سرعتها الحدية عند اللحظة $t = 0,6 \text{ s}$ (نهمل التغيرات التي تطرأ بسبب تغير السائل).

المعطيات:

الكتلة الحجمية لمشروب الرمان: $\rho_{\text{grenadine}} = 1,2 \text{ g/cm}^3$	$g = 9,8 \text{ N/Kg}$
الكتلة الحجمية للفولاذ: $\rho_{\text{acier}} = 7,8 \text{ g/cm}^3$	الكتلة الحجمية للزيت: $\rho_{\text{huile}} = \rho_1 = 0,92 \text{ g/cm}^3$

التمرين 69:

نهدف إلى نمذجة قوة الاحتكاك المطبقة من طرف الغليسروك على جسم صلب معدني وذلك بدراسة حركة السقوط الشاقولي لكرة فولاذية كتلتها m ونصف قطرها (r) داخل الغليسروك.



$r = 1 \text{ cm}$	$\rho_1 = 2,7 \times 10^3 \text{ Kg.m}^{-3}$
$g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$	$\rho_2 = 1,26 \times 10^3 \text{ Kg.m}^{-3}$

حيث: ρ_1 الكتلة الحجمية لمعدن الكرة ، ρ_2 الكتلة الحجمية للغليسروك.

ننمذج قوة الاحتكاك التي تخضع لها الكرة أثناء السقوط داخل الغليسروك بـ: $\vec{f} = 9\pi \cdot r \cdot v^n \cdot \vec{k}$ حيث n عدد صحيح و v سرعة

مركز عطالة الكرة. عند لحظة نعتبرها مبدأ للفواصل ($t_0 = 0$) نحرر الكرة دون سرعة ابتدائية من نقطة O مبدأ المحور الرأسي (الشاقولي) $(O, \vec{k})$ الموجه نحو الأسفل، فنتم حركتها داخل الغليسرين الموجود في إناء زجاجي على مرحلتين:

1/ مرحلة النظام الانتقالي بين لحظتين t_0 و t_1 حيث تتزايد سرعة الكتلة

2/ مرحلة النظام الدائم انطلاقا من اللحظة t_1 حيث تأخذ سرعة الكرة

قيمة حدية ثابتة v_1 ، يمكن للجهاز المكون من مقياسية وخليتين C_1 و C_2

من قياس المدة الزمنية Δt التي تستغرقها الكرة لقطع مسافة $d = 20 \text{ cm}$ خلال المرحلة 2.

(1) حدد قيمة السرعة الحدية علما أن: $\Delta t = 956 \text{ ms}$.

(2) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن بين أن المعادلة التفاضلية التي تحققها السرعة v لمركز عطالة الكرة داخل

السائل تكتب بالشكل: $\frac{dv}{dt} + Av^n = B$ محددًا عبارة كل من A و B بدلالة: r, g, ρ_1, ρ_2 .

(3) أوجد انطلاقًا من المعادلة التفاضلية عبارة v_1^n بدلالة: r, g, ρ_1, ρ_2 .

(4) استنتج n .

التمرين 70:

خلال حصة الأعمال المخبرية كلف الأستاذ ثلاث مجموعات من التلاميذ بدراسة حركة سقوط كرية في الهواء كتلتها m وحجمها V انطلاقًا من السكون في اللحظة $t = 0$ حيث طلب منهم تمثيل القوى المؤثرة على الكرية في لحظة t حيث $t > 0$ ، عرضت كل مجموعة عملها فكانت النتائج كالتالي:

قال القاضي للمتهم: ماذا تعمل؟
أجاب المتهم: قبل الظهر لا عمل لي، وبعد الظهر مع عمي
فقال القاضي: وماذا يعمل عمك؟
أجاب المتهم: قبل الظهر يعمل معي، وبعد الظهر لا يعمل

3	2	1	المجموعة
$\vec{f}$ $\vec{\pi}$ $\vec{p}$	$\vec{f}$ $\vec{p}$	$\vec{f}$ $\vec{\pi}$ $\vec{p}$	التمثيل المنجز

حيث $\vec{\pi}$ دافعة أرخميدس و $\vec{f}$ قوة الاحتكاك مع الهواء.

(1) بعد المناقشة تم رفض تمثيل إحدى المجموعات الثلاث.

أ/ حدد التمثيل المرفوض مع التعليل.

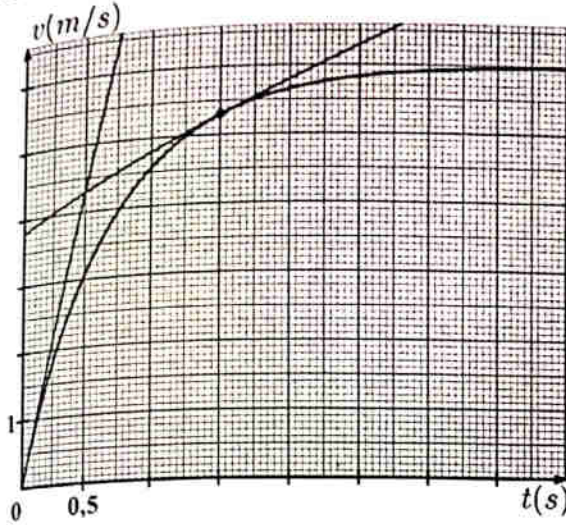
ب/ اكتب المعادلة التفاضلية للسرعة لكلا الحالتين المتبقيتين

ج/ أعط عبارة a_0 تسارع الكرية في اللحظة $t = 0$ لكل من الحالتين المتبقيتين

الوحدة 05: تطور جملة ميكانيكية

شنايت

(2) لتحديد التمثيل المناسب أجريت تجربة لقياس قيم السرعة في لحظات مختلفة، النتائج المتحصل عليها سمحت



برسم المنحنى الموضح في (الشكل-3)

مستعينا بالمنحنى حدد قيمة التسارع الابتدائي a_0 في اللحظة $t = 0$ ثم استنتج التمثيل الصحيح مع التعليل.

(3) عين قيمة السرعة الحدية v_{lim} .

(4) جد عبارة السرعة الحدية v_{lim} بدلالة g و V

k , m حجم الكرة، ثم احسب قيمة الثابت k .

(5) احسب شدة محصلة القوى المطبقة على الكرة في اللحظة $t = 1,5$ s بطريقتين مختلفتين.

المعطيات:

عبارة قوة الاحتكاك من الشكل $f = kv$ ،

$m = 2,6$ g كتلة الكرة ، $g = 9,80$ m.s⁻²

الكتلة الحجمية للهواء : $\rho_{air} = 1,3$ Kg.m⁻³ ، حجم الكرة $V = 3,6 \times 10^{-4}$ m³

تصحيح التمرين 70:

(1) أ/ التمثيل (3) لأن موجهة نحو الأسفل.

ب/ الحالة (1): بتطبيق القانون الثاني لنيتون في معلم غاليلي $\Sigma \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a}_G$

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a}_G \Rightarrow \vec{P} + \vec{\Pi} + \vec{f} = m \cdot \vec{a}$$

بالإسقاط على محور الحركة نجد:

$$P - \Pi - f = ma \Rightarrow mg - \rho v g - f = m \cdot \frac{dv}{dt}$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m} v = g \left(1 - \frac{\rho V}{m} \right)$$

الحالة (2):

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a}_G \Rightarrow \vec{P} + \vec{f} = m \cdot \vec{a}$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m} v = g$$

ج/ عند $t = 0$ يكون $v = 0$

$$a_0 = g \left(1 - \frac{\rho V}{m} \right) \quad \text{الحالة (1):}$$

$$a_0 = g \quad \text{الحالة (2):}$$

$$a_0 = 8 \text{ m/s}^2 \quad \text{بحساب الميل عند } t = 0: \quad \text{(2)}$$

$a_0 < g$ التمثيل (1) هو الموافق.

$$v_L = 6 \text{ m/s} \quad \text{(3) من المنحنى:}$$

$$\frac{dv}{dt} = 0 \quad \text{يكون:} \quad v = v_L \quad \text{(4) عندما:}$$

$$\Rightarrow g \left(1 - \frac{\rho V}{m} \right) = \frac{k}{m} v_L \Rightarrow v_L = \frac{mg}{k} \left(1 - \frac{\rho V}{m} \right)$$

قيمة ثابت الاحتكاك k :

$$k = \frac{mg}{v_L} \left(1 - \frac{\rho V}{m} \right)$$

$$k = 3,48 \times 10^{-3} \text{ Kg/s}$$

تطبيق عددي:

(5) شدة محصلة القوى.
الطريقة 1: $F = m \cdot a$

من البيان:
 $a = \Delta v / \Delta t$
 $a = 1,07 \text{ m/s}^2$
 $F = 2,8 \times 10^{-3} \text{ N}$

الطريقة 2: $\Sigma \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a}$ بالإسقاط على Oz :

$$F = p - f - \Pi \rightarrow F = mg - kv - \rho_{air} \cdot Vg \rightarrow F = 2,8 \times 10^{-3} \text{ N}$$

التمرين 71:

أنبوب زجاجي طوله: $d = OS = 40 \text{ cm}$ يحتوي على مانع عبارة عن الغليسول كتلته الحجمية $\rho_{gly} = 1260 \text{ kg.m}^{-3}$ لزوجته η (وحدتها $pa.s$) وبداخله كرة كتلتها الحجمية $\rho_s = 7850 \text{ kg.m}^{-3}$ ، نصف قطرها $R = 6,0 \times 10^{-3} \text{ m}$ وحجمها V . في اللحظة $t = 0$ تكون الكرة في أعلى الأنبوب وتبدأ حركتها من السكون، الدراسة أنجزت في معلم المخبر (العطالي).

1) أعط العبارات الشائعة لكل من:

أ/ ثقل الكرة $\vec{P}$ بدلالة g ، V ، ρ_{gly} و $\vec{j}$.

ب/ دافعة أرخميدس $\vec{F}_A$ بدلالة g ، V ، ρ_{gly} و $\vec{j}$.

ج/ قوة الاحتكاك بدلالة ηRv و $\vec{j}$ إذا علمت أن شدتها هي: $f = k\eta Rv$.

حيث: k معامل التناسب، v شدة سرعة الكرة.

د/ مثل هذه القوى على الكرة في موضع بين O و D .

2) تكتسب الكرة سرعة حدية v_{lim} عند مرورها بالموضع D . فإذا علمت أن مدة السقوط بين الوضعين D و F اللذان يبعدان عن بعضهما بالمسافة L هي Δt .

أ/ عبر عن السرعة الحدية v_{lim} بدلالة Δt و L .

ب/ اكتب العلاقة الشعاعية المطبقة على الكرة خلال حركتها بين D و F . مبررا إجابتك.

ج/ استنتج من العلاقة السابقة أن عبارة لزوجة الغليسول تعطى بالعلاقة:

$$\eta = C(\rho_s - \rho_{gly})(\Delta t) \quad \text{حيث: } C = \frac{gV}{KRL}$$

د/ احسب قيمة η علما أن: $C = 7,84 \times 10^{-4} \text{ m}^2.s^{-2}$ و $\Delta t = 0,29 \text{ s}$.

هـ/ عين من البيان المعطى في الشكل 1- درجة الحرارة التي أنجزت فيها التجربة.

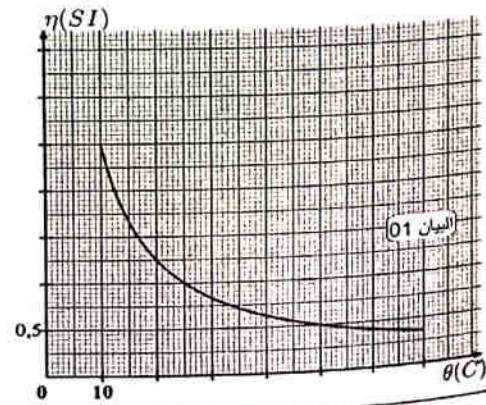
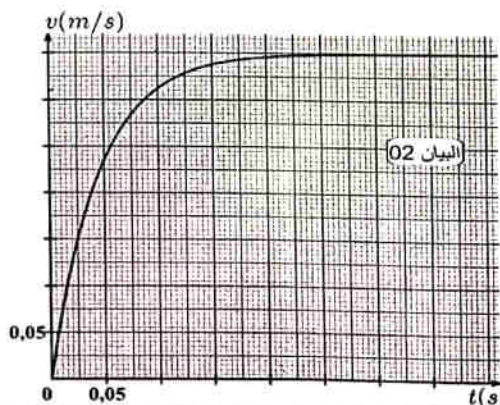
3) في الشكل 2- المنحنى البياني الموضح لتغيرات سرعة الكرة خلال الزمن.

أ/ عين مرحلتين تطوّر السرعة مع تسميتهما.

ب/ عين بيانيا: - قيمة الزمن المميز τ لحركة الكرة. - قيمة السرعة الحدية v_{lim} .

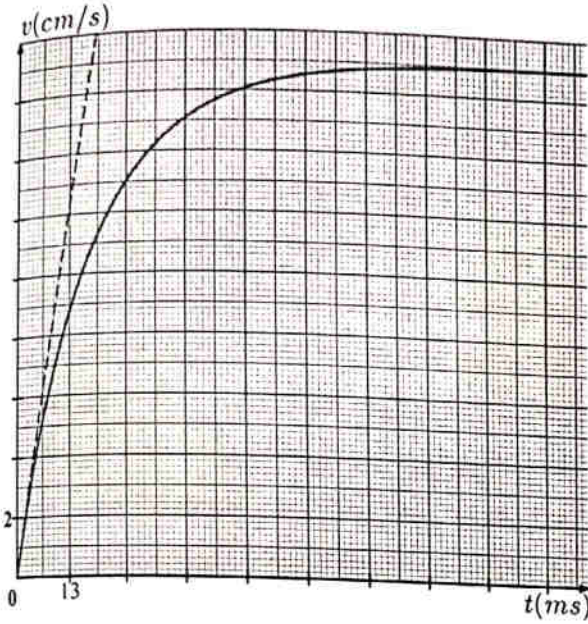
ج/ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الكرة أوجد المعادلة التفاضلية المحققة بدلالة سرعة الكرة v .

واكتبها على الشكل: $\frac{dv}{dt} = A + B \cdot v$ ثم استنتج مما سبق قيمة A وعين وحدتها.



التمرين 72:

في محركات الاحتراق، نقل احتكاك القطع الميكانيكية باستعمال الزيوت للحصول على احتكاك لزج، كلما كان الزيت كثيفا كانت لزوجه η عالية. نريد أن نعين تجريبيا لزوجة زيت محرك η ، من أجل ذلك نصور سقوط كرية في زيت محرك بواسطة كاميرا رقمية.



تحليل الفلم بواسطة حاسوب سمح بالحصول على تغيرات سرعة الكرية بدلالة الزمن الممثلة في المنحنى الموالي:

تعطى:

خصائص الكرة: الكتلة: $m = 35g$

الحجم: $V = 33,5cm^3$

نصف القطر $r = 2cm$

الكتلة الحجمية للزيت

$\rho_0 = 0,910 g.cm^3$

بفرض قوة الاحتكاك تعطى شدتها بالعلاقة $f = kv$

حيث $K = 6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot R$

يعطى تسارع الجاذبية $g = 9,81 m/s$

- (1) مثل القوى المطبقة على الكرية.
- (2) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن أوجد المعادلة التفاضلية للحركة واكتبها على الشكل $\frac{dv}{dt} = A - Bv$
- (3) اكتب عبارة كل من A و B واحسب قيمة A .
- (4) استنتج عبارة السرعة الحدية V_L .
- (5) احسب قيمة تسارع الحركة a عند اللحظة $t = 0$.
- (6) استنتج قيمة السرعة الحدية V_L من المنحنى واحسب الثابت k .
- (7) عين لزوجة الزيت وما نوعه (استعن بالجدول التالي):

$\eta \leq 0,4$	$0,75 \geq \eta \geq 0,5$	$\eta \geq 0,8$
زيت رديء	زيت عادي	زيت ممتاز

التمرين 73:

قطرة ماء نفرضها كروية الشكل لها نصف قطر $R = 1mm$ ، تسقط من سحابة تقع على ارتفاع $h = 1000m$ عن سطح الأرض، نفرض أن سرعة القطرة عند اللحظة $t = 0$ معدومة، نعتبر مبدأ الأزمنة لحظة انطلاق الكرية ومبدأ الفواصل نقطة انطلاق القطرة.

I. نفرض أن القوة الوحيدة التي تؤثر على القطرة هي قوة الثقل $\vec{P}$.

- (1) ماذا تسمى الحركة التي يخضع فيها الجسم لقوة ثقله فقط.
- (2) اكتب المعادلات الزمنية لحركة سقوط الكرية.
- (3) احسب السرعة التي تصل بها القطرة سطح الأرض؟ هل هذه السرعة مقبولة؟

II. سرعة القطرة واقعا عند وصولها سطح الأرض $v = 10 m.s^{-1}$.

- (1) اشرح لماذا تختلف السرعة عند سطح الأرض عن تلك المحسوبة سابقا (شرح تطور حركة القطرة مبينا السبب لهذا التطور) وماذا نسمى السرعة التي تصل بها القطرة سطح الأرض.
- (2) أعط عبارة قوة دافعة أرخميدس المطبقة على القطرة ثم احسب قيمتها.
- (3) قارن بين قوة دافعة أرخميدس وقوة الثقل للقطرة، ماذا تستنتج؟

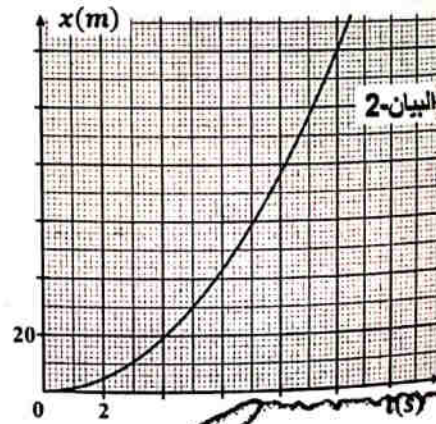
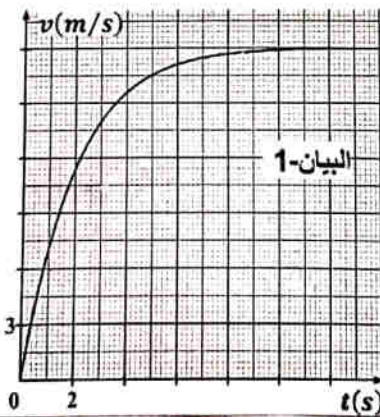
III. نمنذج قوى الاحتكاك التي تخضع لها القطرة بقوة وحيدة تعطى عبارتھا بالشكل: $f = KRv$ حيث K ثابت و R نصف قطر القطرة و v سرعة الجسم.

- (1) مثل على رسم القوى التي تخضع لها القطرة.
 - (2) اكتب المعادلة التفاضلية لسرعة القطرة.
 - (3) استنتج العبارة الحرفية للسرعة الحدية.
 - (4) احسب قيمة الثابت K .
 - (5) باستعمال المعادلة التفاضلية السابقة جد قيمة تسارع القطرة في اللحظة $t = 0$.
 - (6) ارم شكل المنحنى $v = f(t)$ باكثر دقة ممكنة ثم استنتج عبارة الثابت الزمني τ و احسب قيمته.
- عطى:
- الكتلة الحجمية للماء: $\rho_{eau} = 1000 \text{ Kg} \cdot \text{m}^{-3}$
 - الكتلة الحجمية للهواء: $\rho_{air} = 1,2 \text{ Kg} \cdot \text{m}^{-3}$
 - شدة تسارع الجاذبية: $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

التمرين 74:

يتكون البرد في السحاب حيث تكون درجة الحرارة منخفضة جدا، وتصل إلى -40°C ، يسقط البرد من السحاب. حيث: كتلة حبة البرد $m = 3,8 \text{ g}$. أثناء هذه الدراسة نعتبر أن دافعة أرخميدس مهملة، و نمنذج قوى احتكاك الهواء بقوة لها نفس حامل شعاع السرعة، ومعاكسة له في الاتجاه، شدتها تعطى بالعبارة: $f = kv$. ندرس الحركة وفق محور شاقولي (Ox) موجه نحو الأسفل، مبدؤه نقطة من السحاب.

- (1) مثل القوى المؤثرة على حبة البرد، وأعط العبارة الشعاعية لكل قوة.
- (2) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على حبة البرد أوجد المعادلة التفاضلية التي تعطي تطور شدة شعاع السرعة v .
- (3) أثبت أن عبارة السرعة الحدية لحركة سقوط حبة البرد تعطى بالعبارة: $v_L = \frac{m \cdot g}{k}$
- (4) مستعينا بالبيان 1 الذي يمثل تطور سرعة حبة البرد بدلالة الزمن. أوجد قيمة السرعة الحدية v_{lim}
- (5) استنتج قيمة الثابت k في هذه الشروط $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.
- (6) أوجد المدة الزمنية Δt التي تستغرقها حبة البرد لتصبح سرعتها مساوية إلى 95% من v_{lim} .
- (7) البيان 2 يمثل تطور المسافة بدلالة الزمن التي تقطعها حبة البرد بدءا من السحابة. استنتج من ذلك المسافة d التي تقطعها حبة البرد خلال هذه المدة.



إن صناعة الطب صناعة فاعلة، عن مبادئ صادقة، يلتبس بها حفظ بدن الإنسان، وإبطال المرض
ابن رشد

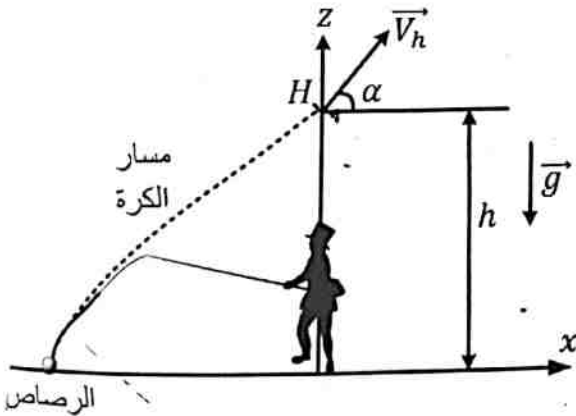
التمرين 75:

في عملية الصيد البحري بواسطة قضيب يحاول الصياد أن يرمى قطعة من الرصاص إلى أبعد ما يمكن (الرقم القياسي العالمي 277,86 m) تكون قطعة الرصاص عند مرورها من النقطة H على شاقول رأس الصياد على ارتفاع $h = 6,0 \text{ m}$. (انظر الشكل في الأسفل).
(نهمل توتر خيط الصيد ومقاومة الهواء أمام القوى الأخرى في كل التمرين)
المعطيات:

قيمة سرعة الابتدائية: $V_H = 44,4 \text{ m.s}^{-1}$	قيمة شدة الجاذبية: $g = 9,80 \text{ m.s}^{-2}$
زاوية الميل: $\alpha = 50,0^\circ$	كتلة قطعة الرصاص: $m = 150 \text{ g}$
حجم قطعة الرصاص: $v = 1,50 \times 10^{-5} \text{ m}^3$	الكتلة الحجمية للهواء $\rho = 1,29 \text{ Kg.m}^{-3}$

- ماهي القوى المطبقة على قطعة الرصاص أثناء الحركة؟
- هل يمكن إهمال دافعة أرخميدس أمام ثقل قطعة الرصاص؟ علّل
- نريد تعيين قيمة سرعة الرصاص عند وصولها إلى سطح الماء كمرجع لحساب E_{pp}
نعتبر قطعة الرصاص كنقطة مادية G ، مرجع الدراسة سطحي أرضي
أ/ أعط عبارة $E_{pp}(H)$ الطاقة الكامنة الثقالية للنقطة المادية G عند مرورها من النقطة H .
ب/ أعط عبارة $E_c(H)$ الطاقة الحركية للنقطة المادية G عند مرورها من النقطة H .
ج/ استنتج عبارة $E_m(H)$ الطاقة الميكانيكية للنقطة G في النقطة H .
د/ بتطبيق مبدأ إنحفاظ الطاقة أثبت أن: $V_s = \sqrt{(2gh + V_H^2)}$ (S سطح الماء)، احسب V_s .
- أوجد عبارة V_x و V_z مركبتي $\vec{V}$ شعاع سرعة الرصاص. استنتج عبارة v بدلالة V_H, t, g, α .
- بين أن مدة السقوط تحقق المعادلة:
$$g^2 t^2 - 2g \cdot V_H \cdot t \cdot \sin \alpha - 2g \cdot h = 0$$

يعطى: $(\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1)$
 $V = \sqrt{V_x^2 + V_z^2}$ و
- بين أن مدة السقوط $t = 7,11 \text{ s}$.
- أوجد المعادلة الزمنية $x(t)$ و $z(t)$. استنتج x_{max} المسافة العظمى التي يقطعها الرصاص.

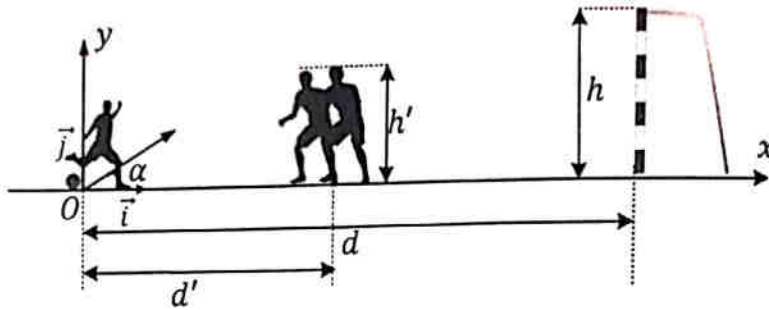


التمرين 76:

عند التحضير للقاء الحضر مع الفريق الألماني ونظرا لأهمية الكرات الثابتة في مباريات كرة القدم، قرر الناخب الوطني حاليوزيتش إجراء حصة تدريبية حول الضربات الحرة المباشرة.
لنمذجة الدراسة نهمل تأثير الهواء على الكرة التي نعتبرها نقطة مادية كتلتها $m = 430 \text{ g}$. المرمى عبارة عن إطار مستطيل يتكون من قائمتين وعارضة أفقية ارتفاعها عن أرضية الميدان $h = 2,44 \text{ m}$. تتم حركة الكرة في مستوي شاقولي XOY الذي نعتبره معلما غاليليا. ونفترض أن $g = 9,81 \text{ m/s}^2$.
لتنفيذ ضربة حرة (بدون وجود جدار) نوضع الكرة عند النقطة O من أرضية الميدان في مواجهة المرمى وعلى بعد $d = 25 \text{ m}$ منه، يقذف اللاعب الكرة بسرعة ابتدائية شعاعها $\vec{v}_0$ ينتمي إلى المستوي XOY ويصنع زاوية $\alpha = 30^\circ$ مع المستوي الأفقي.

- اكتب معادلة المسار في المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ بدلالة g, α, v_0 .
- ما هي أقصى قيمة للسرعة الابتدائية v_0 لإسكان الكرة في الشباك؟

- (3) بين أن الكرة ستتم فوق الجدار.
 (4) اعتباراً من لحظة قذفها، ماهي المدة التي تستغرقها الكرة للوصول إلى المرمى؟
 (5) احسب سرعة الكرة لحظة وصولها إلى المرمى.

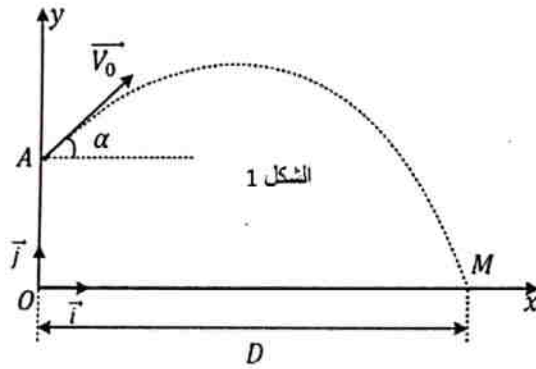


يعطى:

$\sin 30^\circ = 0,5$
$\cos 30^\circ = 0,866$
$\tan 30^\circ = 0,577$
$h' = 1,8 \text{ m}$
$d' = 6 \text{ m}$

التمرين 77:

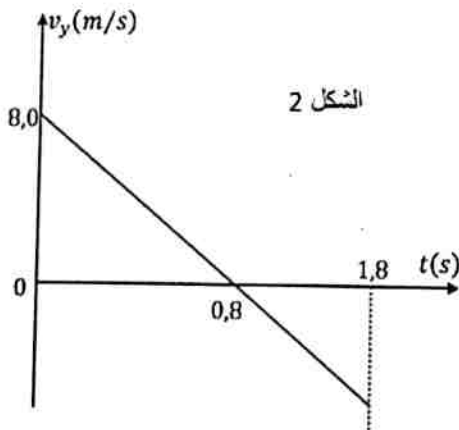
قيمة التسارع الأرضي $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$



من أجل تحقيق مدى قدره $D = 20 \text{ m}$ في لعبة رمي الجلة، نصح فيزيائي اللاعب رميها بسرعة $\vec{v}_0$ تصنع الزاوية $\alpha = 41^\circ$ من المستوى الأفقي. انظر الشكل 1. قذفت الجلة من النقطة A الواقعة على ارتفاع $h = 1,90 \text{ m}$ عن سطح الأرض وبسرعة

$$v_0 = 12,0 \text{ m.s}^{-1}$$

مكنت عملية تصوير حركة الجلة ومعالجتها ببرمجية خاصة على الكمبيوتر من الحصول على المنحنى البياني لتغيرات المركبة الشاقولية v_y لشعاع السرعة بدلالة الزمن المبينة في الشكل 2.



(1) باستغلال البيان: حدد زمنياً الأطوار الممكنة للحركة وفق المحور Oy مع التعليل.

(2) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على حركة الجلة أوجد ما يلي:
 أ/ معادلتى الحركة على المحورين، معتبراً مبدأ الأزمنة يوافق لحظة القذف من النقطة A.
 ب/ استنتج معادلة مسار الجلة.

(3) باستغلال البيان السابق أوجد المقدار الحقيقي لزاوية القذف α التي يصنعها الشعاع $\vec{v}_0$ مع المستوي الأفقي. ثم استنتج قيمة المركبة الأفقية v_{0x} لشعاع السرعة الابتدائية $\vec{v}_0$.

(4) بين أن اللاعب لم يحقق المدى المطلوب. ما هو المقدار الذي يمكن أن يؤثر عليه ويغيره لتحقيق المدى المطلوب؟

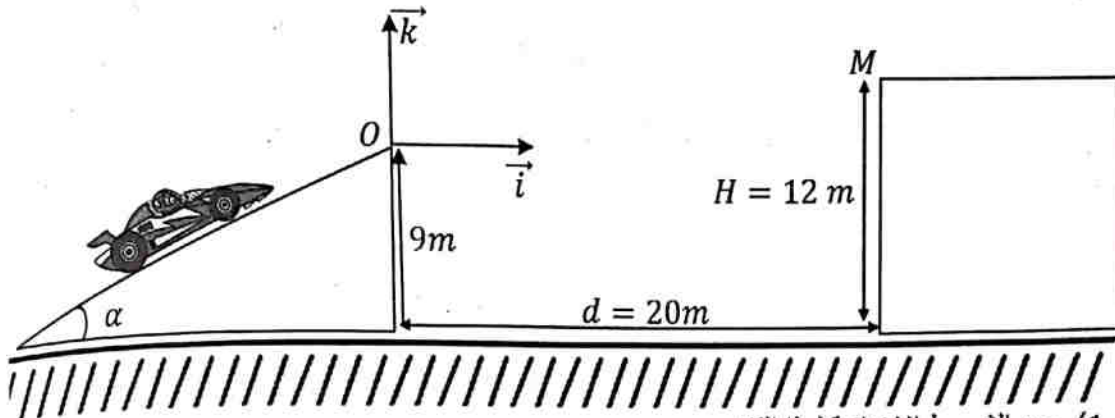
إن إجراء القذف السابق في الخلاء يقود إلى نفس التجربة التي تحصلنا عليها في الهواء. أعط تفسيراً لذلك.

بإمكاني حساب حركة الأجرام السماوية، ولكن لا أستطيع حساب جنون البشر
 إسحاق نيوتن

التمرين 78:

يريد مجازف أن يقفز بسيارته ليصل فوق سطح بناية، من أجل ذلك يستعمل مستويا مائلا يبعد مسافة $d = 20m$ عن البناية، ويصنع زاوية α مع المستوي الأفقي.

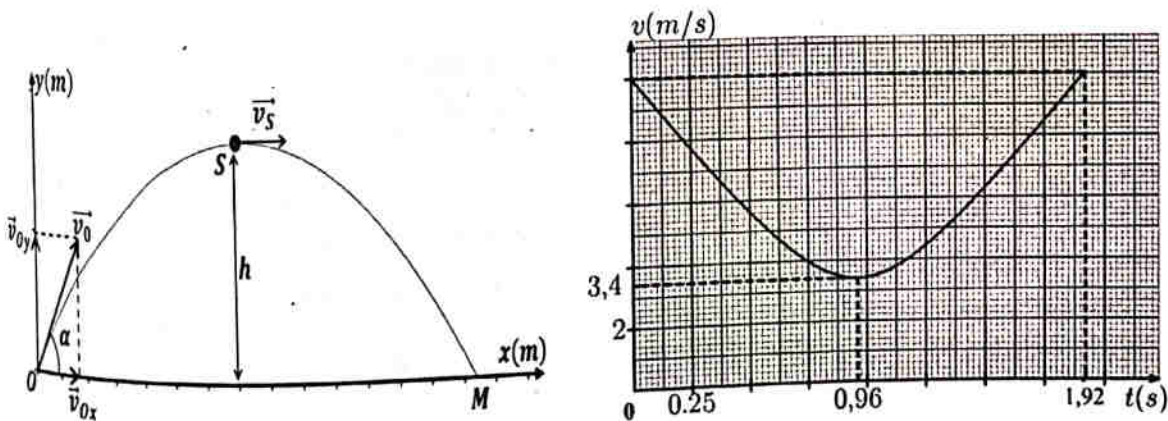
نعتبر أن القفز يبدأ عندما يكون مركز العطالة G للجملة (سيارة + مجازف) موجود في النقطة O . اللحظة التي تلامس فيها العجلات الأمامية للسيارة سطح البناية يكون مركز العطالة G في النقطة M . ندرس الحركة في المعلم (o, i, k) ونعتبر اللحظة $t = 0$ عند الوضع O .



- (1) حدد الشروط الابتدائية لهذا القفز.
 - (2) أوجد معادلة المسار $Z = f(x)$.
 - (3) يريد المجازف أن يصل لسطح البناية M بسرعة أفقية. ماهي النقطة الخاصة من المسار التي يجب أن تنطبق عليها النقطة M .
 - (4) أوجد عبارتي إحداثيتي ذروة المسار $S(x_s, z_s)$ بدلالة α و V_0 .
 - (5) أوجد قيمتي α و V_0 من أجل تطابق الذروة مع النقطة M .
- نهمل دافعة أرخميدس وقوى الاحتكاك تعطي: $g = 9,8 N/Kg$

التمرين 79:

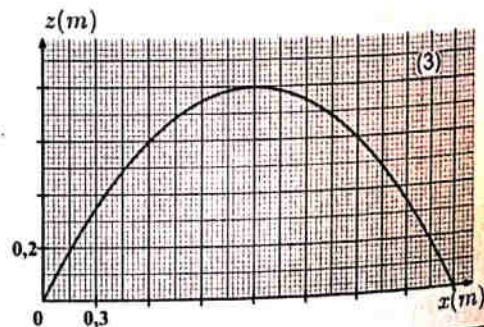
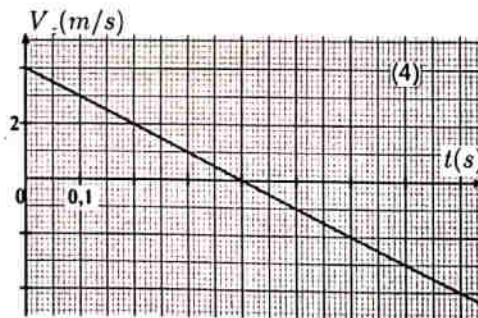
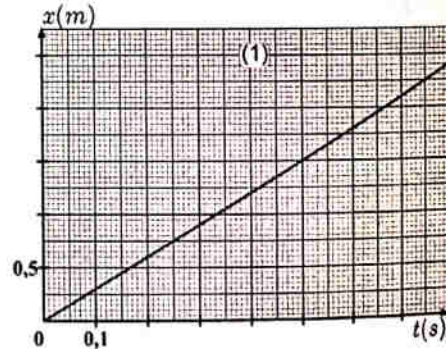
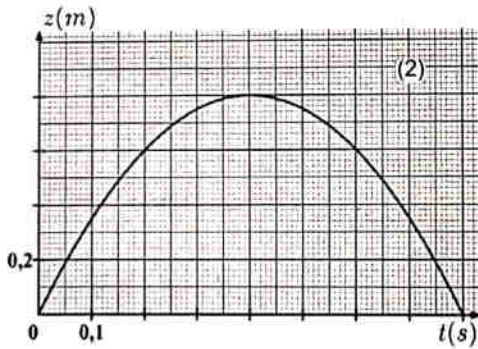
نقذف جسم صلب كتلته m ومركز عطالته G ، بسرعة ابتدائية $\vec{v}_0$ من نقطة O كما هو مبين في الشكل المقابل. نعتبر أن حركة الجسم تتم في المستوي $(O, \vec{i}, \vec{j})$ وتدرس بالنسبة للمرجع الأرضي الذي نعتبره مرجعا غاليليا. نهمل كل من مقاومة الهواء ودافعة أرخميدس. تعطى عبارة شعاع الموضع وكذلك عبارة شعاع السرعة عند اللحظة $t = 0s$ في المعلم المبين على الشكل ب: $\vec{OG}_0 = O.\vec{i} + O.\vec{j}$ و $\vec{V}_0 = V_{0x} \times \vec{i} + V_{0y} \times \vec{j}$ يمثل البيان الموالي تغيرات قيمة سرعة القذيفة بدلالة الزمن بين الوضعين: (O) و (M) .



- (1) مثل القوى الخارجية المؤثرة على الجسم الصلب.
- (2) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن بين طبيعة الحركة بالنسبة للمحور $(0, \vec{i})$ وكذلك بالنسبة للمحور $(0, \vec{j})$.
- (3) أوجد من البيان:
أ/ قيمة v_0 لشعاع السرعة $\vec{v}_0$.
ب/ القيمة v_{0x} للمركبة الأفقية لشعاع السرعة $\vec{v}_0$.
- (4) استنتج كل من قيمة الزاوية α التي قذف بها الجسم وقيمة v_{0y} .
- (5) مثل كل من $V_x(t)$ و $V_y(t)$ في المجال الزمني $(0 \leq t \leq 1,88s)$.
- (6) استنتج من المنحنيين كل من المسافة الأفقية OM وارتفاع الذروة h .
- (7) احسب الطاقة الحركية E_c والكامنة الثقالية E_{pp} عند الموضعين S و O .
- (8) مثل مخططات الطاقة.

التمرين 80:

- ندرس حركة كرة تنس نعتبرها نقطة مادية، ندرس حركة الكرة في مرجع مستوي: المحور الأفقي $x'Ox$ ، المحور الشاقولي $z'Oz$
- البيانات المرفقة تمثل $x(t)$ ، $z(t)$ ، $x(z)$ ، $v_z(t)$ من بين المنحنيات الأربعة ما هو الذي يمثل مسار الكرة؟ مع التعليل
- (1) استنادا على المنحنى $x(t)$ احسب مقدار السرعة v_x
 - (2) عين طبيعة الحركة على المحور الأفقي
 - (3) اكتب المعادلة الزمنية $x(t)$.
 - (4) احسب مقدار المركبة $v_z(0)$ لشعاع السرعة في اللحظة $t = 0$
 - (5) عين طبيعة الحركة على المحور الشاقولي
 - (6) اكتب المعادلة الزمنية $z(t)$.
 - (7) أوجد مقدار الزاوية α زاوية قذف الكرة في اللحظة $t = 0$.
 - (8) أوجد v_0 السرعة الابتدائية عند $(t = 0)$.
 - (9) أوجد من البيانات الذروة والمدى.



التمرين 81:

يتحرك جسم كتلته (m) في مستوي، الاحداثيات الديكارتية اللحظية تعرف كما يلي:
 $z = b \cos(\omega t)$ $x = b \sin(\omega t)$ من أجل $t \geq 0$

$b(m)$, $z(m)$, $x(m)$, $\omega(\text{rd/s})$

بحيث أن: b و ω ثابتين.

- (1) اثبت أن مسار المتحرك دائري.
 - (2) اثبت أن سرعة المتحرك ثابتة.
 - (3) احسب قيمة التسارع a وبين أنه ناظمي.
 - (4) إذا علمت أن المتحرك هو قمر اصطناعي يدور بانتظام حول الكرة الأرضية في مستوي خط الاستواء وفي نفس اتجاه دوران الأرض.
- أ/ في أي مرجع تتم دراسة حركة القمر الاصطناعي.
 ب/ احسب h ارتفاع القمر الاصطناعي إذا علمت أنه جيو مستقر.
 ج/ بين أن قانون كيبلر الثالث يتحقق.

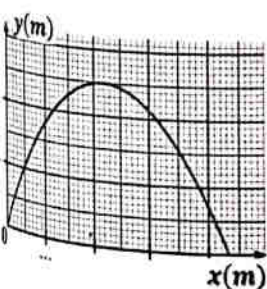
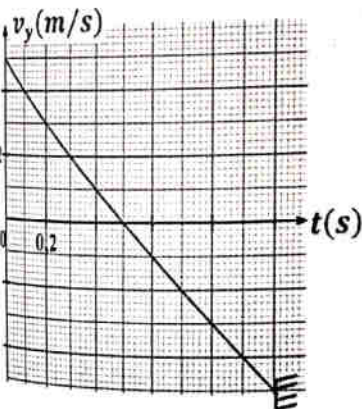
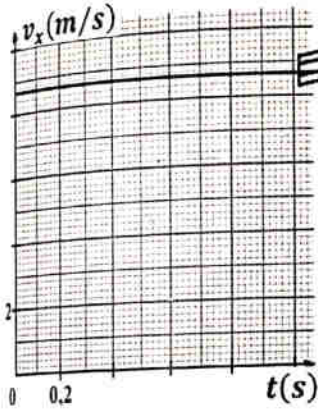
المعطيات:	كتلة الأرض: $M = 59,8 \times 10^{23} \text{ Kg}$
نصف قطر الكرة الأرضية: $R = 6380 \text{ km}$	$G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ SI}$

التمرين 82:

نقذف جسم صلب كتلته $m = 2 \text{ Kg}$ في مجال جاذبية أرضية
 $g = 10 \text{ m/s}^2$ بسرعة ابتدائية $\vec{v}_0$ تميل عن المستوي الأفقي بزاوية α
 وبواسطة تجهيز مناسب تحصلنا على البيانات التالية:

(1) اعتمادا على هذه البيانات أكمل الجدول التالي:

المقدار	الرمز	قيمه (SI)
مركبة السرعة الابتدائية على ox	v_{0x}	
مركبة السرعة الابتدائية على oy	v_{0y}	
السرعة الابتدائية	v_0	
مركبة التسارع على ox	a_x	
مركبة التسارع على oy	a_y	
زاوية شعاع السرعة	α	
زمن الوصول إلى الذروة	t_s	
زمن الوصول إلى المدى	t_p	
قيمة المدى	x_p	
قيمة ارتفاع الذروة	y_s	
الطاقة الحركية الابتدائية للجسم	$E_C(0)$	
الطاقة الحركية للجسم عند الذروة	$E_C(S)$	
الطاقة الكامنة الثقالية الابتدائية	$E_{pp}(0)$	
الطاقة الكامنة الثقالية عند الذروة	$E_{pp}(S)$	
الطاقة الكلية الابتدائية	$E_T(0)$	
الطاقة الكلية عند الذروة	$E_T(S)$	



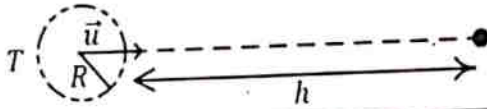
تصحيح التمرين 82:

إكمال الجدول: القيم بالوحدة الدولية.

v_{0x}	v_{0y}	v_0	a_x	a_y	α	t_s	t_p	x_p	y_s	$E_c(0)$	$E_c(S)$	$E_{pp}(0)$	$E_{pp}(S)$	$E_T(0)$	$E_T(S)$
8,6	5	10	0	-10	30	0,5	1	8,6	1,25	100	75	0	25	100	100

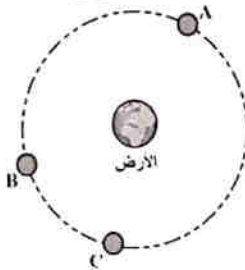
التمرين 83:

I. في 02 مارس 2002 تم انطلاق القمر الاصطناعي للمراقبة *Envisat* الذي يعتبر من أكبر الأقمار الاصطناعية الأوروبية للمراقبة.



المعطيات:

ثابت الجذب العام: $G = 6,67 \times 10^{-11} SI$	كتلة الأرض: $M = 5,95 \times 10^{24} Kg$
كتلة <i>Envisat</i> : $m = 8200 Kg$	نصف قطرها: $R = 6,38 \times 10^3 Km$
ارتفاعه المتوسط عن سطح الأرض: $h = 800 km$	الدور الذاتي لدوران الأرض: $1436 min$



(1) مثل على الشكل -1 القوة المطبقة من الأرض على القمر الاصطناعي *Envisat* الذي نعتبره نقطياً (S).

أ/ أعط العبارة الشعاعية لهذه القوة بدلالة الوحدة $\vec{u}$.

ب/ احسب شدة هذه القوة.

(2) أ/ أوجد عبارة شعاع تسارع القمر الاصطناعي في المرجع الجيومركزي (الغاليلى) بدلالة: R, h, v .

ب/ مثل على الشكل-2 شعاع تسارع عند ثلاثة تواريخ مختلفة موافقة للأوضاع A, B, C للقمر الاصطناعي.

ج/ بين أنه في حالة الحركة المنتظمة سرعة القمر الاصطناعي تعطى بالعبارة: $v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$

د/ احسب قيمة هذه السرعة بالوحدة $Km. s^{-1}$.

هـ/ أعط عبارة دور القمر الاصطناعي بدلالة: R, h, v ثم احسب قيمته.

II. في 28 أوت 2002 تم انطلاق القمر الاصطناعي *Météosat 8* الذي أصبح عملياً منذ 28 جانفي 2004.

وهو قمر اصطناعي جيو مستقر يوجد على ارتفاع $H = 36000 km$.

(1) أعط الشروط الثلاثة التي ينبغي أن يحققها القمر الاصطناعي ليكون جيومستقراً.

(2) أ/ أعط نص القانون الثالث لكبلر.

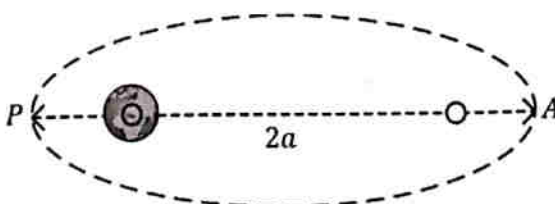
ب/ استنتج عبارة الثابت K في القانون الثالث لكبلر (استعن بأجوبة الجزء I من التمرين) ثم احسب قيمته.

ج/ استنتج قيمة الارتفاع H ، هل تساوي القيمة المعطاة؟

(3) قبل أن يستقر *Météosat 8* في مداره، يكون له مدار إهليجي تحتل الأرض إحدى بؤرتيه كما في الشكل. حيث أصغر مسافة له عن سطح الأرض عند النقطة P ارتفاعها $h_p = 200 km$ وأبعد مسافة تكون عند النقطة A حيث ارتفاعها $h_A = 800 km$.

أ/ احسب طول نصف القطر الكبير a للمدار الإهليجي.

ب/ استنتج من القانون الثالث لكبلر دور القمر الاصطناعي على المدار الإهليجي.



هل تعلم ؟

أول من بنى تلسكوباً هو غاليليو غاليلي عالم فلك ورياضيات وطبعة ومؤسس علم الفيزياء الكلاسيكية (1564 - 1642 م)

التمرين 84:

في جويلية 2004، المسبار الأوروبي « Cassini Hygens » أظهر لنا أول صورة على حلقات زحل، لقد صور بالتحديد تيتان *Titan*، القمر الأكبر لزحل، الذي يبعد مسافة R_T عن زحل، الانحراف المركزي لمدار الأقمار ضعيف، لهذا نعتبر أن مدارها دائري. في كامل التمرين، نعتبر المرجع هو مركزي-زحل، مبدؤه مركز زحل ومحاوره الثلاثة متجهة نحو ثلاث نجوم نعتبرها ثابتة بعيدة. كذلك نعتبر كوكب زحل وأقماره ذو كتلة متجانسة وكروية. ونعتبر أن أنصاف أقطار المدارات للأقمار كبيرة أمام أحجامها.

المعطيات: - ثابت التجاذب الكوني: $G = 6,67 \times 10^{-11} SI$

- نصف قطر تيتان: $R_T = 1,22 \times 10^6 km$

- نصف قطر زحل: $R_S = 6,0 \times 10^4 km$

- دور زحل حول نفسه: $T_S = 10h 39 min$

- كتلة زحل: $M_S = 5,69 \times 10^{26} Kg$

I. بعض خصائص تيتان *Titan*:

(1) القوى: نعتبر القوة الجاذبة الوحيدة المؤثرة على تيتان هي قوة جذب زحل.

أ/ سمي القوة أو القوى المؤثرة على قمر تيتان؟

ب/ مثل في شكل الفعلين المتبادلين بين زحل و تيتان.

ج/ أعط العبارة الشعاعية لهذه القوى المؤثرة؟

(2) التسارع والسرعة: ندرس حركة مركز عطالة تيتان T ، ومركز عطالة زحل S ، وليكن $\vec{u}$ شعاع الوحدة

محمول على المستقيم ST موجه من S نحو T .

أ/ اكتب العلاقة الشعاعية للتسارع $\vec{a}$ مع تحديد القانون المستعمل.

ب/ اكتب العبارة الحرفية لمركبات شعاع التسارع في معلم فريني a_T المماسية و a_N المركزية للقمر

بدلالة سرعته.

ج/ عين العبارة الحرفية للسرعة المدارية لتيتان؟

(3) طبيعة الحركة:

أ/ بين أن حركة تيتان منتظمة؟

ب/ عين العبارة الحرفية للسرعة المدارية لتيتان؟

II. أقمار أخرى لزحل: بعد التحليق *Titan*، المسبار « Cassini Hygens » حلق فوق القمر *Encelade*

في فيفري 2005، يمكن أن نفترض أن لهذا القمر حركة دائرية منتظمة في المرجع.

زحل-مركزي يدور (يوم أرضي) $T_E = 1,37$ ونصف قطر مدار R_E .

قانون كبلر *Kepler*:

أ/ اكتب نص القانون الثالث لكبلر لهذا القمر؟

ب/ استعمل القانون الثالث لكبلر لتعيين قيمة نصف قطر مدار *Encelade*.

III. مسبار زحل مستقر: نبحث في هذا الجزء الارتفاع h أين يوجد المسبار *Cassini* حتى يصبح مستقر بالنسبة

لزحل (ثابت بالنسبة لنقطة على خط استواء زحل).

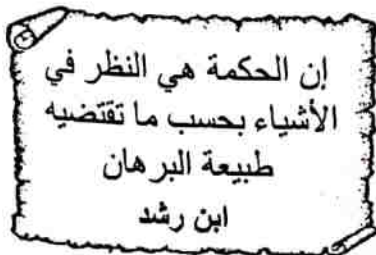
(1) ما هو الشرط اللازم على كل من T_S دور زحل حول نفسه، و T_C دور *Cassini* حول زحل حتى يصبح

المسبار مستقر بالنسبة لزحل؟

(2) ارتفاع المسبار: بين باستعمال القانون الثالث لكبلر أن الارتفاع للمسبار يعطى بالعلاقة:

$$h = \sqrt[3]{\frac{T_C^2 \times G \times M_S}{4\pi^2}} - R_S$$

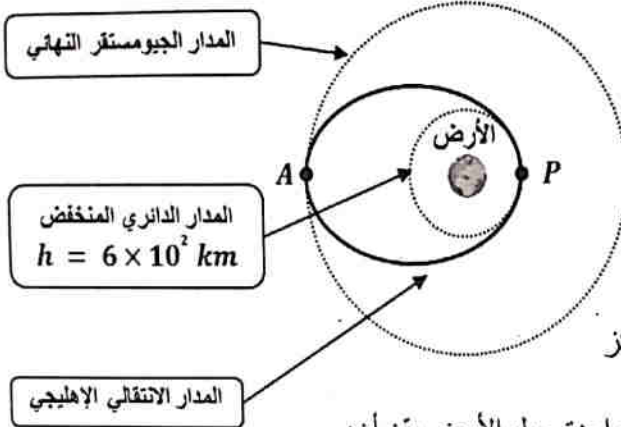
احسب قيمة h .



التمرين 85:

في 21 ديسمبر 2005 أطلق المركز الفضائي Kourou المتواجد بـ Guyane قمرا اصطناعيا من الجيل II لاستعماله في مجال الأرصاد الجوية حيث يملك هذا القمر صورة جد دقيقة ويضمن توفر المعطيات الجوية والبينية لغاية 2018. إن تموضع القمر الاصطناعي ذو الكتلة $m = 2 \times 10^3 \text{ Kg}$ في مداره الجيومستقر النهائي يتم وفق ثلاثة مراحل كما هو مبين في الشكل:

I- في المرحلة الأولى يوضع القمر على مدار دائري بسرعة ثابتة v_s على ارتفاع منخفض $h = 6,0 \times 10^2 \text{ Km}$ بالنسبة لسطح الأرض حيث يخضع لقوة جذب الأرض له فقط. باعتبار المعلم $(S, \vec{n})$ حيث:



- (1) أعط العلاقة الشعاعية لقوة جذب الأرض للقمر الاصطناعي $\vec{F}_{T/S}$ بدلالة المقادير الفيزيائية المعطاة، ثم مثلها على رسم.
- (2) باستعمال التحليل البعدي أوجد وحدة ثابت الجذب العام G بدلالة الوحدات الأساسية.
- (3) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن أوجد عبارة سرعة مركز عطالة القمر الاصطناعي.
- (4) يمثل T المدة الزمنية ليدور القمر الاصطناعي دورة واحدة حول الأرض بين أن:

$$T^2 = \frac{4\pi^2(R_T + h)^3}{G \cdot M_T}$$

II- المرحلة الثانية: يحدث عمليا تحويل القمر الاصطناعي إلى مداره الجيومستقر عبر مدار انتقالي إهليجي عندما يكون القمر في النقطة P لمداره الدائري المنخفض تُرفع قيمة سرعته بصفة دقيقة ليُشكل مدار إهليجي انتقالي حيث تتوضع P في المدار الانتقالي والنقطة A في المدار الجيومستقر.

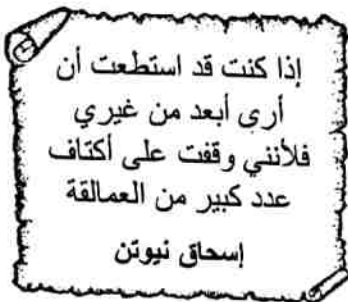
- (1) أعط نص القانون الثاني لكبلر.
- (2) أثبت مستعينا برسم تخطيطي أن سرعة القمر ليست ثابتة في المدار الانتقالي ثم حدّد في نفس المدار النقطتين اللتان تكون فيهما:
أ/ السرعة أصغرية
ب/ السرعة أعظمية.

III- المرحلة الثالثة: القمر في مداره النهائي الجيومستقر على ارتفاع h' .

- (1) عرّف القمر الجيومستقر ثم حدد خصائصه.
 - (2) احسب ارتفاع القمر h' .
 - (3) احسب السرعة المدارية النهائية لهذا القمر.
- نُعطى:

$$\begin{aligned} M_T &= 6 \times 10^{24} \text{ Kg} \\ R_T &= 6,4 \times 10^3 \text{ Km} \\ G &= 6,67 \times 10^{-11} \text{ SI} \\ T &= 23\text{h } 56\text{min} \end{aligned}$$

دور الأرض حول نفسها



تصحيح التمرين 85:

I - في المرحلة الأولى:

(1) العلاقة الشعاعية لقوة جذب الأرض للقمر الاصطناعي $\vec{F}_{T/S}$ وتمثيلها:

$$\vec{F}_{T/S} = G \cdot \frac{m \times M_T}{(R_T + h)^2} \vec{n}$$

(2) إيجاد وحدة ثابت الجذب العام G :

$$[F] = [G] \times \frac{[M][M]}{[L]^2} \quad \text{لدينا :}$$

$$[G] = \frac{[F][L]^2}{[M]^2} = \frac{[M][L][L]^2}{[T]^2 \cdot [M]^2} \quad \text{منه :}$$

$$[G] = \frac{[L]^3}{[T]^2 \cdot [M]} \Rightarrow [G] = m^3 / Kg \cdot s^2$$

(3) إيجاد عبارة السرعة:

الجملة: القمر الاصطناعي. المرجع: الجيومركزي. بتطبيق القانون الثاني لنيوتن نجد: $\vec{F}_{T/S} = m \cdot \vec{a}$
بالإسقاط على $(S, \vec{n})$:

$$F_{T/S} = m \cdot a_N \quad / \quad a_N = \frac{v^2}{(R_T + h)}$$

$$G \cdot \frac{m \cdot M_T}{(R_T + h)^2} = m \cdot \frac{v^2}{(R_T + h)} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{(R_T + h)}}$$

(4) نبين العلاقة:

$$T = \frac{2\pi(R_T + h)}{v} \quad \text{لدينا :}$$

$$\Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2(R_T + h)^2}{\frac{G \cdot M_T}{(R_T + h)}} \Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2(R_T + h)^3}{G \cdot M_T}$$

II - المرحلة الثانية :

(1) نص القانون الثاني لكبلر: المستقيم الرابط بين مركز الشمس ومركز كوكب يدور حول الشمس يقطع مساحات متساوية خلال مدة زمنية متساوية.

(2) إثبات أن سرعة القمر غير ثابتة في المدار الانتقالي:

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{(R_T + h)}} \quad \text{لدينا :}$$

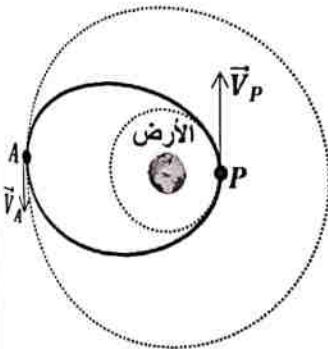
معناه: v متعلقة بالارتفاع h (تناسب عكسي).

$$v \searrow \Leftrightarrow h \nearrow$$

$$v \nearrow \Leftrightarrow h \searrow$$

(3) وعليه: النقطة التي تكون فيها v أصغرية هي التي يكون الارتفاع فيها أعظمي، وهي: A.

النقطة التي تكون فيها v أعظمية هي التي يكون الارتفاع فيها أصغري، وهي: P.



III-المرحلة الثالثة:

- (1) تعريف القمر الجيومستقر: هو القمر الذي يبقى ثابتا فوق نفس النقطة من سطح الأرض.
خصائصه: - دوره يساوي دور الأرض.
- يدور في نفس اتجاه دوران الأرض.
- يدور على مستوى خط الاستواء.

(2) حساب ارتفاع القمر h' :

$$T^2 = \frac{4\pi^2(R_T + h')^3}{G \cdot M_T} \quad \text{لدينا :}$$

$$h' = \sqrt[3]{\frac{G \cdot M_T \cdot T^2}{4\pi^2}} - R_T \Rightarrow h' = 36 \times 10^6 \text{ m}$$

(3) السرعة المدارية النهائية لهذا القمر:

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{R_T + h'}} \Rightarrow v = 3072,24 \text{ m/s}$$

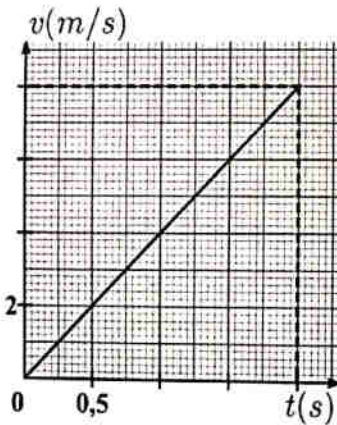
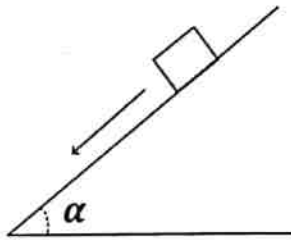
التمرين 86:

لتعيين زاوية ميل مستوي α والشدة الثابتة لقوة الاحتكاك f على سطح المستوي المائل نحقق ما يلي:

التجربة الأولى: نترك جسم صلب نقطي (s) كتلته: $m = 2 \text{ Kg}$ ، $g = 10 \text{ m/s}^2$ بدون سرعة ابتدائية في أعلى المستوي المائل.

(1) بعد تعيين القوى المطبقة على المتحرك طبق القانون الثاني لنيوتن وعين طبيعة حركة الجسم (S).

(2) تغيرات سرعة المتحرك بدلالة الزمن أثناء النزول مبينة في الشكل الموالي.



- أ/ استنتج تسارع الحركة (a).
- ب/ اكتب المعادلتين الزمنيتين $x_1(t)$ ، $v_1(t)$.
- ج/ احسب بيانيا طول المستوي المائل.

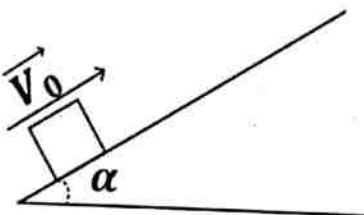
التجربة الثانية:

(1) من الأسفل نعطي لنفس المتحرك سرعة ابتدائية $\vec{v}_0$ ،
أ/ عين القوى المطبقة على المتحرك، وطبق القانون الثاني لنيوتن لتعيين طبيعة الحركة (الصعود).

الجدول التالي يعطي فاصلة المتحرك في لحظات مختلفة:

$t(s)$	0,0	0,5	1,0	1,5
$X(m)$	0,00	3,75	6,00	6,75

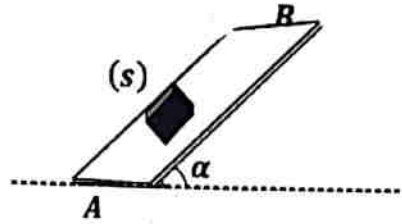
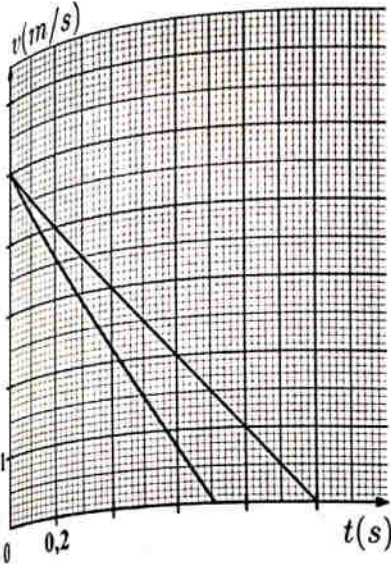
- ب/ احسب سرعة المتحرك في اللحظة $t = 0,5 \text{ s}$.
- ج/ احسب سرعة المتحرك في اللحظة $t = 1,0 \text{ s}$.
- د/ احسب تسارع الحركة (a). واستنتج السرعة الابتدائية $\vec{v}_0$.
- (2) استنادا على نتائج الصعود والنزول، أوجد:
 - أ/ زاوية ميل المستوي (a).
 - ب/ شدة قوة الاحتكاك f .



التمرين 87:

جسم (S) نعتبره نقطة مادية كتلته $m = 100g$

- 1) بواسطة هذا الجسم وطاولة هوائية تجري التجربة التالية:
 - نميل الطاولة الهوائية عن المستوي الأفقي بزاوية α ونشعل المضخة الهوائية للتخلص من الاحتكاك. يمكن بواسطة تجهيز خاص غير ممثل في الشكل أن نعرف سرعة الجسم في مختلف اللحظات بين A و B.
 - نعيد نفس التجربة لكن بدون تشغيل المضخة الهوائية. ونعتبر في هذه الحالة قوة الاحتكاك مكافئة لقوة واحدة f معاكسة لشعاع السرعة ومستقلة عن طولية السرعة.
 - نمثل من أجل كل تجربة سرعة الجسم بدلالة الزمن $v(t)$. (الشكل)



أ/ مثل القوى المؤثرة على كل جسم بين النقطتين A و B في كل تجربة.

ب/ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن أوجد عبارة التسارع في كل تجربة.

ج/ بدون حساب ارفق كل بيان بالتجربة الخاصة به.

د/ استنتج من البيانيين المسافة المقطوعة عند لحظة توقف الجسم.

هـ/ احسب قيمتي α و f .

2) نضبط الطاولة على زاوية ميل أخرى β ونهمل الاحتكاك.

نعطي للجسم سرعة ابتدائية في النقطة A ولما يصل إلى O

يصبح خاضعاً فقط لقوة ثقله.

ندرس حركته في المعلم (Ox, Oz) بحيث نعتبر $t = 0$ لحظة

مروره بـ O.

نمثل في الشكل المقابل سرعة الجسم بعد النقطة O بدلالة

الزمن.

أ/ أوجد مركبتي شعاع تسارعه (a_x, a_z) .

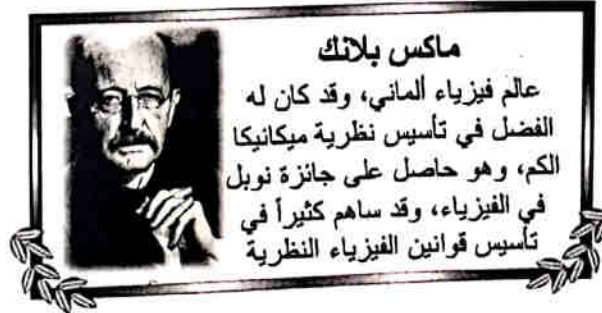
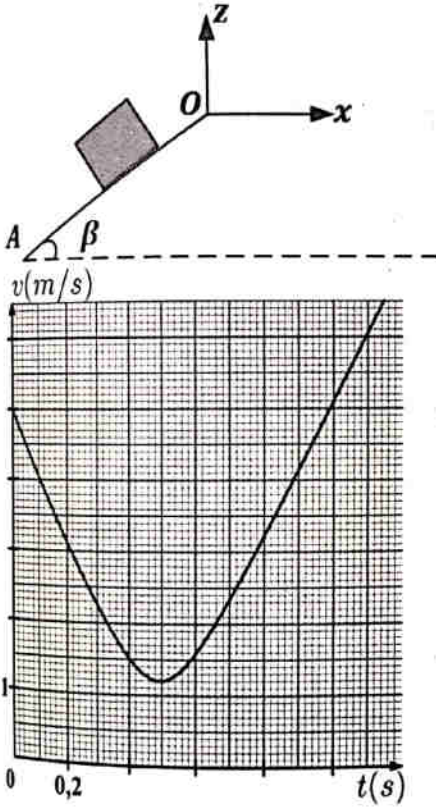
ب/ ما هما مركبتا شعاع سرعته في النقطة O بدلالة β .

ج/ اكتب عبارتي $x(t)$ و $z(t)$.

د/ استنتج من البيان قيمة الزاوية β .

هـ/ بالاعتماد على البيان احسب أعلى ارتفاع يصله الجسم فوق O.

$$g = 10 \text{ m/s}^2$$



ماكس بلانك

عالم فيزياء ألماني، وقد كان له الفضل في تأسيس نظرية ميكانيكا الكم، وهو حاصل على جائزة نوبل في الفيزياء، وقد ساهم كثيراً في تأسيس قوانين الفيزياء النظرية

- I. دراسة الحركة على الجزء AB :
- (1) مثل القوى الخارجية المؤثرة على المتزحلق.
 - (2) بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على المتزحلق، بين أن سرعة المتزحلق لما يصل إلى النقطة B تعطى بالعلاقة التالية:

$$V_B = \sqrt{2 \cdot g (h_1 - h_2) - \frac{2 \cdot f \cdot AB}{m}}$$

- (3) احسب قيمة هذه السرعة.
- II. دراسة حركة القفزة في الهواء:

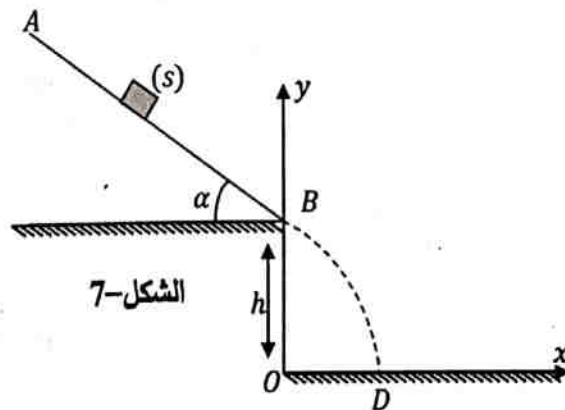
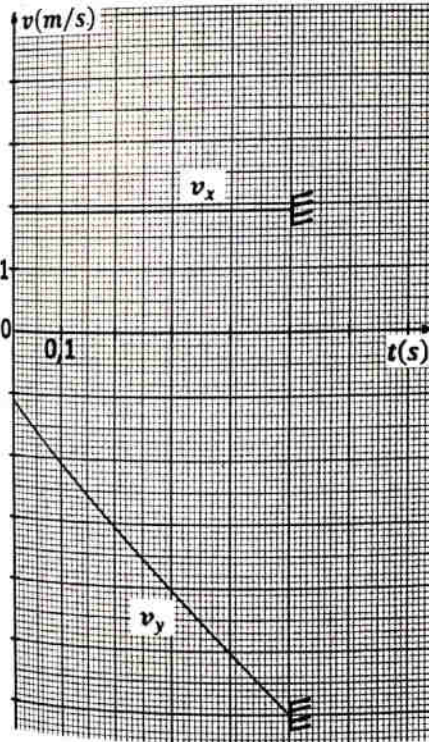
نعتبر اللحظة التي قفز فيها المتحرك من الوضع B مبدأ للأزمنة. نضع $\vec{v}_B = \vec{v}_0$

 - (1) مثل القوى الخارجية المؤثرة على المتزحلق أثناء قفزته من A إلى B .
 - (2) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، أوجد المعادلة التفاضلية بالنسبة لكل محور ثم استنتج طبيعة الحركة بالنسبة لكل محور.
 - (3) اكتب عبارة شعاع السرعة $\vec{v}(t) = v_x(t) \cdot \vec{i} + v_y(t) \cdot \vec{j}$
 - (4) اكتب عبارة شعاع الموضع $\vec{OG}(t) = x(t) \cdot \vec{i} + y(t) \cdot \vec{j}$
 - (5) استنتج معادلة المسار $y = f(x)$.
 - (6) اكتب معادلة المستقيم CD في المعلم المبين على الشكل.
 - (7) باستعمال معادلة المسار المستخرج في السؤال 5 ومعادلة المستقيم CD ، استنتج إحداثي النقطة D .

التمرين 90:

- نهمل في كامل التمرين تأثير الهواء $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ ونأخذ قصد دراسة تأثير قوة الاحتكاك على طبيعة حركة جسم صلب (S) كتلته m ، نتركه من نقطة A أعلى مستوي مائل، زاوية ميله α وطوله $AB = 1 \text{ m}$ دون سرعة ابتدائية ليتحرك وفق خط الميل الأعظم باتجاه النقطة B .
- I. الدراسة التجريبية: نغير في كل مرة من شدة قوة الاحتكاك f بتغيير الورق الكاشط الذي ينزلق عليه الجسم، فتحصلنا على النتائج التالية:

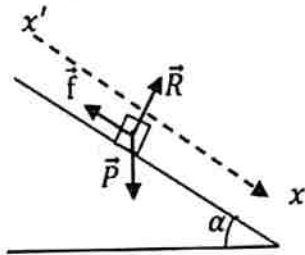
$f(N)$	0,5	1,0	1,5	2,0
$a(m/s^2)$	3,9	2,9	1,9	0,9



الشكل-7

- (1) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، أوجد عبارة a تسارع مركز عطالة الجسم (S) .
- (2) ارسم البيان الممثل لتغيرات a تسارع مركز عطالة الجسم (S) بدلالة شدة قوة الاحتكاك f .
- (3) أوجد قيمة زاوية الميل α وكتلة الجسم m .
- (4) مثل الحصيلة الطاقوية للجملة (جسم (S)) بين الموضعين A و B .
- (5) بتطبيق مبدأ إنحفاظ الطاقة على الجملة (جسم (S)):
- أ/ أوجد عبارة شدة قوة الاحتكاك f واحسب قيمتها من أجل $v_B = 2,19 \text{ m/s}$
- ب/ تأكد بيانيا من قيمة f السابقة.
- II. يغادر الجسم (S) النقطة B ليسقط على الأرض عند النقطة D .
- يمثل البيان تغيرات مركبتي شعاع السرعة v_x و v_y في المعلم $(\overline{ox}, \overline{oy})$ بدلالة الزمن. اعتمادا على البيتين:
- (6) حدد طبيعة حركة الجسم (S) في المعلم $(\overline{ox}, \overline{oy})$.
- (7) أوجد قيمة كل من الارتفاع h والمدى x_D .
- (8) أوجد قيمة سرعة الجسم (S) عند النقطة D .

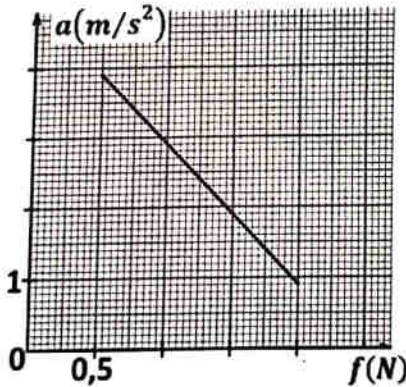
تصحيح التمرين 90:



- I. عبارة التسارع a :
- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجسم (S) وباختيار المرجع السطحي الأرضي والذي نعتبره غاليليا.
$$\Sigma \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} + \vec{f} = m \cdot \vec{a}$$
- بالإسقاط على محور الحركة:

$$a = -\frac{f}{m} + g \cdot \sin \alpha \dots \dots (1)$$

- (2) رسم البيان $a(f)$:



- (3) تحديد m و α :

البيان عبارة عن خط مستقيم مائل لا يمر من المبدأ معادلته من الشكل:

$$a = k \cdot f + b \dots (2)$$

بمطابقة (1) و (2) نجد:

$$k = -\frac{1}{m} = -2 \Rightarrow m = 0,5 \text{ Kg}$$

$$b = g \cdot \sin \alpha = 4,9 \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$

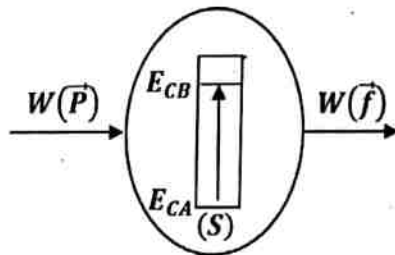
- (4) الحصيلة الطاقوية:

- (5) تطبيق مبدأ إنحفاظ الطاقة على الجملة (جسم (S)):
- أ/ عبارة قوة الاحتكاك:

$$E_{CA} + w(\vec{P}) - |W(\vec{f})| = E_{CB}$$

$$\Rightarrow m \cdot g \cdot AB \cdot \sin \alpha - f \cdot AB = \frac{1}{2} m \cdot v_B^2$$

$$f = m \left(g \cdot \sin \alpha - \frac{v_B^2}{2AB} \right) = 1,25 \text{ N}$$



ب/ التأكد من القيمة بيانياً:

$$v_B^2 - v_A^2 = 2a \cdot AB \Rightarrow a = \frac{v_B^2}{2AB} = 2,4 \text{ m/s}^2$$

$$f = 1,25 \text{ N}$$

من البيان وبالإسقاط نجد:

اعتماداً على البيانيين:

II

(1) طبيعة الحركة:

على المحور (ox): البيان $v_x(t)$ عبارة عن خط مستقيم أفقي، الحركة مستقيمة منتظمة.
على المحور (oy): البيان $v_y(t)$ عبارة عن خط مستقيم مائل لا يمر من المبدأ، الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام.

(2) قيمة الارتفاع h والمدى x_D :

$$h = \frac{1}{2}(1,1 + 6) \times 0,5 = 1,78 \text{ m}$$

من البيان -2-:

$$x = 1,9 \times 0,5 = 0,95 \text{ m}$$

من البيان -3-:

قيمة السرعة v_D :

$$v_D = \sqrt{v_{Dx}^2 + v_{Dy}^2} = \sqrt{1,9^2 + 6^2} = 6,29 \text{ m/s}$$

التمرين 91:

الجزء I: نريد دراسة حركة القمر تيتان أحد أقمار كوكب زحل (S). نعتبر أن حركة هذا القمر الذي كتلته m_T حول كوكب زحل الذي كتلته M دائرية منتظمة نصف قطرها $R = 121,2 \times 10^4 \text{ Km}$

(1) اعط العبارة الشعاعية للتأثير المتبادل الجاذبي بين الكوكب وقمره.

(2) حدد مرجع الدراسة، وما هي الفرضية الواجب توفرها فيه.

(3) عبر عن سرعة هذا القمر v بدلالة كل من G و M و R .(4) عرف الدور المداري T ثم أعط عبارته بدلالة كل من G و M و R .**الجزء II:**لكوكب زحل قمر آخر يسمى ميماس نصف قطر مداره $R_M = 18,6 \times 10^4$ ودوره $T_M = 0,94 \text{ jour}$ (1) استنتج مما سبق كتلة الكوكب زحل M .

(2) احسب باليوم دور القمر تيتان.

تعطى: $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ (SI)}$.**تصحيح التمرين 91:****الجزء I:**

(1) العبارة الشعاعية للتأثير المتبادل الجاذبي بين الكوكب وقمره:

$$\vec{F}_{S/T} = G \times \frac{m_T \times M_S}{R^2} \vec{u}$$

(2) المرجع: زحل مركزي.

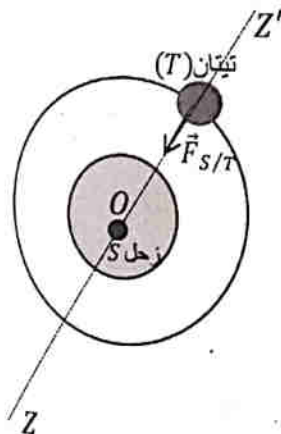
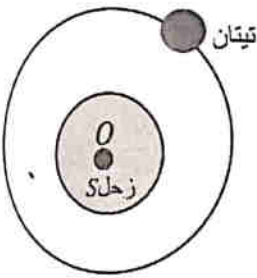
مبدأ مركز زحل ومحاوره موجهة نحو 3 نجوم نعتبرها ثابتة.

الفرضية: أن يكون المرجع عطاليا أثناء فترة الدراسة.

(3) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن: $\vec{F}_{S/T} = m\vec{a}$ بالإسقاط على (oz):

$$F_{\bar{S}} = ma \Rightarrow G \frac{m_T \times M}{R^2} = m_T \times \frac{v^2}{R}$$

$$\Rightarrow v^2 = \frac{GM}{R} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{R}}$$



(4) الدور المداري T هو الزمن اللازم للقمر الاصطناعي حتى ينجز دورة كاملة حول مركز الكوكب الذي يدور حوله.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{v}{R} \Rightarrow T = \frac{2\pi R}{v} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{R}}$$

$$\Rightarrow T = \frac{2\pi R}{\sqrt{\frac{GM}{R}}} \Rightarrow T = \frac{2\pi R}{v} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{R^3}{GM}}$$

الجزء II:

(1) لدينا: $T_M = 2\pi \sqrt{\frac{R_M^3}{GM}}$ و $T_M^2 = 4\pi^2 \times \frac{R_M^3}{GM}$

$$M = 4\pi^2 \frac{R_M^3}{G T_M^2} = \frac{(18,6 \times 10^7)^3}{6,67 \times 10^{-11} \times (0,94,24,3600)^2} \times 4\pi^2 \Rightarrow M = 5,8 \times 10^{26} \text{ Kg}$$

(2) من السؤال I - 4: $T = 2\pi \sqrt{\frac{R^3}{GM_s}}$

$$T = 2 \times 3,14 \times \sqrt{\frac{(121,2 \times 10^7)^3}{6,67 \times 10^{-11} \times 5,8 \times 10^{26}}} = 1347214 \text{ s} \approx 15,6 \text{ Jours}$$

التمرين 92:

لنفترض أن نجما يصدر إشعاعات لضوء تحت البنفسجي عبر جو غازي، تتكون غالبية من ذرات الهيدروجين. أطوال موجات الإشعاع أقل من $91,2 \text{ nm}$.

- (1) اعط معنى لمستوى الطاقة $E = 0 \text{ eV}$.
- (2) ما هو مستوى الطاقة لذرة الهيدروجين في حالتها الأساسية عندما تتأثر بإشعاع ذي طول موجة $91,2 \text{ nm}$.
- (3) ما هو طول موجة الإشعاع الصادر عندما تنتقل ذرة الهيدروجين من الحالة المثارة $n = 3$ إلى الحالة $n = 2$.

المعطيات:	$c = 3 \times 10^5 \text{ km.s}^{-1}$	$h = 6,62 \times 10^{-34} \text{ J.s}$	$1 \text{ eV} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ J}$	$E_0 = 13,6 \text{ eV}$
-----------	---------------------------------------	--	--	-------------------------

تصحيح التمرين 92:

- (1) مغادرة الإلكترون للذرة فأصبحت شاردة يدعى مستوى حالة التآين.
- (2) مستوى الطاقة لذرة الهيدروجين:

$$\Delta E = h \cdot \nu = h \cdot \frac{c}{\lambda}$$

$$\Delta E = 6,62 \times 10^{-34} \times \frac{3 \times 10^8}{91,2 \times 10^{-9}} = 2,17 \times 10^{-18} \text{ J} = 13,6 \text{ eV}$$

مستوى الطاقة:

$$\Delta E = E_f - E_0 \Rightarrow 13,6 = E_f - (-13,6) \Rightarrow E_f = 0$$

- أي أن الإلكترون غادر الذرة فأصبحت شاردة.
- (3) طول الموجة.

$$\Delta E = E_f - E_0 = \frac{-13,6}{n_f^2} - \left(\frac{-13,6}{n_i^2} \right) = \frac{-13,6}{2^2} + \frac{13,6}{3^2} = -1,88 \text{ eV}$$

$$|\Delta E| = h \cdot \frac{c}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{h \cdot c}{|\Delta E|} = \frac{6,62 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{1,88 \times 1,6 \times 10^{-19}} = 6,60 \times 10^{-7} \text{ m}$$

$$\lambda = 0,66 \mu\text{m} \quad \text{وهو إشعاع ضوء مرئي.}$$

التمرين 93:

أولاً: نعتبر أن الأرض كروية الشكل نصف قطرها R_T وكتلتها M_T يدور قمر اصطناعي كتلته m على ارتفاع h من سطحها ويتحرك بسرعة $\vec{v}$.

- (1) أعط العبارة الحرفية لقوة التجاذب $\vec{F}$ بين الأرض والقمر الاصطناعي بدلالة G, R_T, h, M_T, m .
- (2) باستعمال التحليل البعدي، استنتج وحدة ثابت الجذب العام G .
- (3) استنتج العبارة الحرفية للجاذبية g بدلالة G, h, M_T, R_T .
- (4) انطلاقاً من العبارة السابقة بين أن عبارة الارتفاع h يمكن أن تكتب على الشكل:

$$h = A \frac{1}{\sqrt{g}} + B$$

حيث A و B ثابتين يطلب تعيين عبارتهما.

- (5) البيان المقابل يمثل: $h = f\left(\frac{1}{\sqrt{g}}\right)$

أ/ أوجد العبارة البيانية.

ب/ احسب كتلة الأرض M_T .

ج/ استنتج قيمة نصف قطر الأرض R_T .

د/ أوجد قيمة تسارع الجاذبية g_0 على سطح الأرض.

- (6) إذا علمت أن قيمة تسارع الجاذبية الأرضية في مدار هذا القمر $g = 0,25 (SI)$

أ/ أوجد ارتفاع القمر الاصطناعي عن سطح الأرض.

ب/ احسب سرعته v في مداره.

ج/ هل هذا القمر الاصطناعي جيومستقر.

يعطى: $G = 6,67 \times 10^{-11} (SI)$

ثانياً: أثناء مراقبة القمر لبعض النجوم سجل الطيف الصادر من نجم، حيث يبرز الشكل المقابل مخطط سويات الطاقة لأحد العناصر الكيميائية المتواجدة في الطيف المتحصل عليه. كما يظهر عليه الانتقال (العبور) الموافق لأحد خطوط الطيف وهو الممثل بسهم.

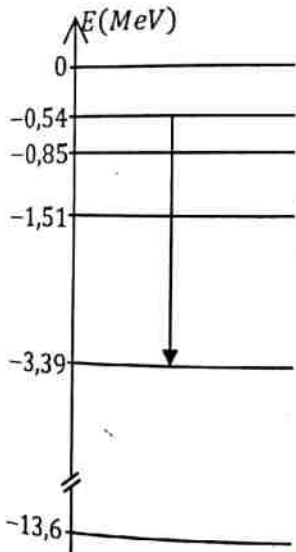
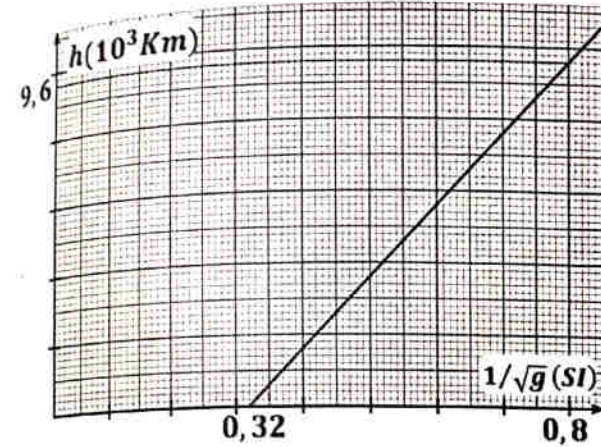
- (1) هل هذا الخط يوافق امتصاص أم إصدار؟ برر إجابتك.

- (2) أ/ أعط العبارة التي تربط بين الطاقة $|\Delta E|$ المتبادلة بين الذرة والوسط الخارجي

خلال هذا الانتقال وتواتر الإشعاع الضوئي الموافقة ν .

ب/ أعط العبارة التي تربط بين طول الموجة λ لهذه الإشعاع الضوئي والتوتر ν .

ج/ احسب λ .



ألبرت أينشتاين

وهو عالم ألماني، حيث وضع النظرية النسبية الخاصة، والنظرية النسبية العامة، وقد كان أينشتاين أول من خمن وجود ما يدعى بالموجات الثقالية، وقد حاز على جائزة نوبل في الفيزياء.

السؤال الضبابي الذي

يدفعني للجنون أحياناً: هل أنا المجنون أم الآخريين؟

ألبرت أينشتاين

الوحدة السادسة: مراقبة تطور جملة كيميائية

① تطبيق على التحويلات
التلقائية (الأعمدة)

(شعبة رياضيات وتقني رياضي)

② مراقبة تحول كيميائي
(تفاعل الأسترة)

① تطبيق على التحويلات التلقائية (الأعمدة)

- I. تعريف العمود.
- II. تركيب عمود دانيال.
- III. شرح طريقة اشتغال العمود.
- IV. معادلة اشتغال العمود.
- V. الرمز الاصطلاحي للعمود.
- VI. القوة الكهربائية المحركة للعمود.
- VII. كمية الكهرباء وكمية المادة المارة في العمود.
- VIII. الحصيلة الطاقوية.



نقول عن تحول كيميائي أنه تلقائي إذا حدث دون تأثير خارجي، ومثال ذلك تفاعلات أكسدة-إرجاع التي تحدث في الأعمدة.

I. تعريف العمود:

العمود الكهروكيميائي هو مولد يحول جزء من الطاقة الكيميائية الناتجة عن تفاعلات أكسدة-إرجاع إلى طاقة كهربائية أي تجهيز يسمح بالحصول على الطاقة الكهربائية (تيار كهربائي).

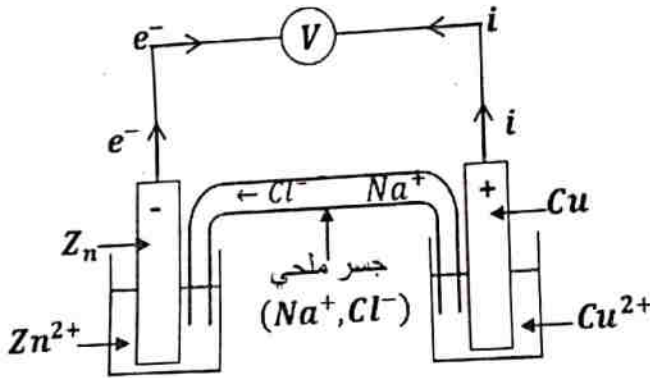
II. تركيب عمود دانيال:

يتشكل عمود دانيال من:

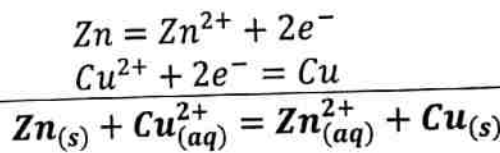
- ◊ وعاء يحتوي على محلول كبريتات الزنك تغمس فيه صفيحة من الزنك، ويشكل النصف الأول للعمود.
- ◊ وعاء يحتوي على محلول كبريتات النحاس تغمس فيه صفيحة من النحاس، ويشكل النصف الثاني للعمود.
- ◊ جسر ملحي يسمح بالتوصيل الكهربائي بين المحلولين دون أن يتم المزج بينهما.

III. شرح طريقة اشتغال العمود:

- عندما يتم التوصيل بين المسريين بواسطة ناقل معدني يجري تيار كهربائي ثابت الشدة في ذلك الناقل من مسرى النحاس نحو مسرى الزنك.
- يُستهلك مسرى الزنك شيئاً فشيئاً فهو القطب السالب $Zn = Zn^{2+} + 2e^-$ (تحدث أكسدة).
- يترسب النحاس فوق مسرى النحاس فهو القطب الموجب $Cu^{2+} + 2e^- = Cu$ (يحدث إرجاع).
- تنتقل الشوارد الموجبة Na^+ من الجسر الملحي إلى المحلول الذي يحوي مسرى النحاس (قطب موجب) وتنتقل الشوارد السالبة Cl^- من الجسر الملحي إلى المحلول الذي يحوي مسرى الزنك (قطب سالب).
- دور الجسر الملحي: غلق الدارة الكهربائية، مسلك لانتقال الشوارد بين نصفي العمود لضمان الاعتدال الكهربائي للمحلولين.



IV. معادلة تفاعل اشتغال العمود:



جدول تقدم التفاعل:

المعادلة		$Zn_{(s)} + Cu_{(aq)}^{2+} = Zn_{(aq)}^{2+} + Cu_{(s)}$			
الحالة	التقدم	كميات المادة (mol)			
ابتدائية	$x = 0$	n_1	n_2	n_3	n_4
انتقالية	x	$n_1 - x$	$n_2 - x$	$n_3 + x$	$n_4 + x$
نهائية	x_f	$n_1 - x_f$	$n_2 - x_f$	$n_3 + x_f$	$n_4 + x_f$

V. الرمز الاصطلاحي للعمود:



VI. القوة الكهربائية المحركة للعمود:

- ◊ تنشأ قوة محرّكة كهربائية بين قطبي العمود عندما لا يسري أي تيار ويمكن قياسها بجهاز الفولطمتر.
- ◊ تسمح إشارة التوتر في جهاز الفولطمتر من تمييز أقطاب العمود.
- ◊ لا تتعلق القوة الكهربائية المحركة للعمود لا بشكله ولا بأبعاده ولا بطبيعة الجسر الملحي بين المحلولين.
- ◊ تتعلق القوة المحركة للعمود بالثنائيات المشاركة في العمود وبتركيز المحلول الشاردي.

أمثلة: في حالة استخدام محاليل تركيزها 1 mol/L عند درجة حرارة 25°C و 1 atm ضغط جوي

القوة الكهربائية المحركة	معادلة التفاعل	رمز العمود
$1,10 \text{ V}$	$\text{Zn}_{(s)} + \text{Cu}_{(aq)}^{2+} = \text{Zn}_{(aq)}^{2+} + \text{Cu}_{(s)}$	$\ominus \text{Zn}_{(s)}/\text{Zn}_{(aq)}^{2+} \parallel \text{Cu}_{(aq)}^{2+}/\text{Cu}_{(s)} \oplus$
$0,78 \text{ V}$	$\text{Fe}_{(s)} + \text{Cu}_{(aq)}^{2+} = \text{Fe}_{(aq)}^{2+} + \text{Cu}_{(s)}$	$\ominus \text{Fe}_{(s)}/\text{Fe}_{(aq)}^{2+} \parallel \text{Cu}_{(aq)}^{2+}/\text{Cu}_{(s)} \oplus$
$0,46 \text{ V}$	$\text{Cu}_{(s)} + 2\text{Ag}_{(aq)}^{+} = \text{Cu}_{(aq)}^{2+} + 2\text{Ag}_{(s)}$	$\ominus \text{Cu}_{(s)}/\text{Cu}_{(aq)}^{2+} \parallel \text{Ag}_{(aq)}^{+}/\text{Ag}_{(s)} \oplus$
$1,8 \text{ V}$	$\text{Zn}_{(s)} + 2\text{Ag}_{(aq)}^{+} = \text{Zn}_{(aq)}^{2+} + 2\text{Ag}_{(s)}$	$\ominus \text{Zn}_{(s)}/\text{Zn}_{(aq)}^{2+} \parallel \text{Ag}_{(aq)}^{+}/\text{Ag}_{(s)} \oplus$

VII. كمية الكهرباء المنتجة وكمية المادة المستهلكة المارة في العمود:

(1) العلاقة بين كمية الكهرباء وشدة التيار:

عندما يشتغل العمود يمر تيار ثابت في الدارة، تعطى العلاقة بين شدة التيار i وكمية الكهرباء المنتجة كما يلي:

$$I = \frac{Q}{\Delta t} \Rightarrow Q = I \cdot \Delta t$$



مايكل فارادي

حيث: Q : كمية الكهرباء بوحدة الكولوم C .

I : شدة التيار الكهربائي التي تسري في العمود بوحدة الأمبير A .

Δt : مدة اشتغال العمود بوحدة الثانية S .

يتوقف العمود عن إنتاج التيار الكهربائي عندما يبلغ التفاعل الكيميائي حالة التوازن.

(2) العلاقة بين كمية الكهرباء وكمية المادة المستهلكة:

عندما يمر 1 mol من الإلكترونات تكون كمية الكهرباء المنتجة

$$Q = N_A \cdot |e^-| = 6,023 \times 10^{23} \times 1,6 \times 10^{-19} = 96500 C$$

نسمي هذا المقدار بالفاراداي ونرمز له F ونكتب: $1F = 96500 C$

عندما يتقدم التفاعل بـ $x(mol)$ يكون قد مر في العمود كمية مادة من الإلكترونات قدرها $n_e = Z \cdot x(mol)$

$$Q = n_e \cdot F \Rightarrow Q = Z \cdot x \cdot F$$

حيث: Z : عدد الإلكترونات المتبادلة بين المرجع والمؤكسد في العمود خلال تفاعل واحد.

x : تقدم التفاعل بوحدة المول mol .

F : هي كمية الكهرباء لمول من الشحنات العنصرية (الإلكترونات) وتساوي $96500 C$

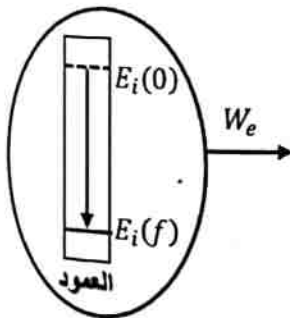
VIII. الحصلة الطاقوية:

$$E_i(0) - |W_e| = E_i(f)$$

$E_i(0)$: الطاقة الداخلية الابتدائية للعمود.

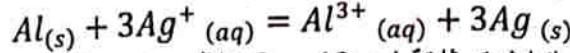
$E_i(f)$: الطاقة الداخلية النهائية للعمود.

W_e : العمل الكهربائي.



التمرين 01:

ينمذج التحول الكيميائي الذي يتحكم في تشغيل عمود بالتفاعل ذي المعادلة:



ينتج العمود عند اشتغاله تيارا كهربائيا شدته ثابتة $I = 40mA$ خلال مدة زمنية $\Delta t = 300min$ ويحدث عندها تناقص في التركيز المولي لشوارد Ag^+ .

- (1) حدد قطبي العمود؟ برر إجابتك.
- (2) مثل بالرسم هذا العمود مبينا عليه اتجاه التيار الكهربائي واتجاه حركة الإلكترونات.
- (3) اكتب المعادلتين النصفيتين عند المسريين.
- (4) احسب كمية الكهرباء التي ينتجها العمود خلال $300 min$ من التشغيل.
- (5) بالاستعانة بجدول تقدم التفاعل وبعد مدة زمنية $\Delta t = 300 min$ من التشغيل:

أ/ عين التقدم x .

ب/ احسب النقصان (Δm_{Al}) في كتلة مسرى الألمنيوم.

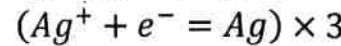
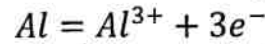
يعطى: $1F = 96500 C$ ، $M_{Al} = 27 g.mol^{-1}$

تصحيح التمرين 01:

- (1) تحديد قطبي العمود: بما أن شوارد الفضة Ag^+ تتناقص فإن Ag يترسب فهو القطب الموجب ومنه الألمنيوم Al هو القطب السالب.

(2) تمثيل العمود:

(3) المعادلتين النصفيتين:

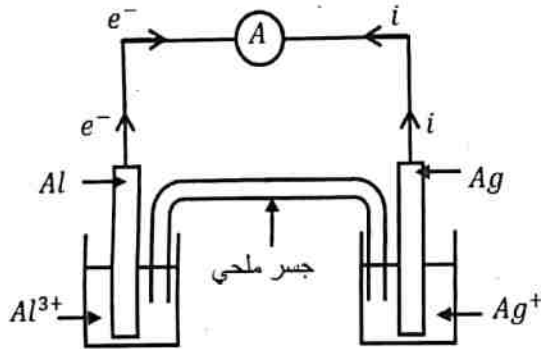


(4) حساب كمية الكهرباء:

$$I = \frac{q}{\Delta t} \Rightarrow q = I \times \Delta t$$

$$Q = 40 \times 10^{-3} \times 300 \times 60 = 720 C$$

(5) بالاستعانة بجدول تقدم التفاعل:



المعادلة		$Al + 3Ag^+ = Al^{3+} + 3Ag$			
الحالة	التقدم	كميات المادة (mol)			
ابتدائية	$x = 0$	n_1	n_2	n_3	n_4
انتقالية	x	$n_1 - x$	$n_2 - 3x$	$n_3 + x$	$n_4 + 3x$
نهائية	x_f	$n_1 - x_f$	$n_2 - 3x_f$	$n_3 + x_f$	$n_4 + 3x_f$

أ/ تعيين التقدم x :

$$q = Z \cdot x \cdot F \Rightarrow x = \frac{q}{ZF} = \frac{q}{3 \cdot F}$$

ونعلم أن: $q = 720c$ منه:

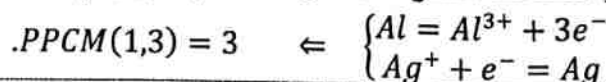
$$x = \frac{720}{3 \times 96500} = 2,49 \times 10^{-3} mol$$

ب/ من جدول تقدم التفاعل كمية المادة المتناقصه هي x منه:

$$\Delta m_{(Al)} = \Delta n \times M = 2,49 \times 10^{-3} \times 27 = 67 \times 10^{-3} g$$

وهي كمية التناقص.

ملاحظة: Z هو المضاعف المشترك الأصغر لمعاملات الإلكترون في المعادلتين النصفيتين:



التمرين 02:

من أجل إنجاز العمود (زنك/نيكل) خلال حصة الأعمال التطبيقية استعملت مجموعة من التلاميذ الأدوات والمحاليل التالية:

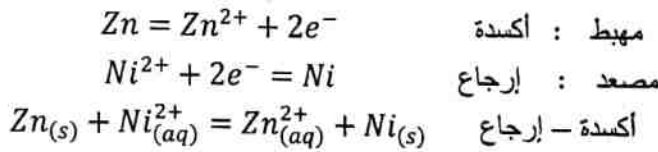
- بيشر يحتوي على الحجم $V_1 = 20 \text{ ml}$ من محلول نترات النيكل ($\text{Ni}^{2+}; 2\text{NO}_3^-$) تركيزه المولي $C_1 = 0,1 \text{ mol/L}$.
- بيشر يحتوي على الحجم $V_2 = 20 \text{ ml}$ من محلول مائي لكبريتات الزنك ($\text{Zn}^{2+}; \text{SO}_4^{2-}$) تركيزه المولي $C_2 = 0,05 \text{ mol/L}$.
- سلكان أحدهما من النيكل والآخر من الزنك.
- جسر ملحي.

أنجز أحد التلاميذ دائرة كهربائية متسلسلة باستعمال العمود السابق ومقياس أمبير وناقل أومي، فنلاحظ بعد غلق الدارة مرور تيار كهربائي جهته خارج العمود من مسرى النيكل نحو مسرى الزنك وشدته ثابتة I .

- (1) أكتب الرمز الاصطلاحي للعمود.
 - (2) اكتب المعادلة المنمنجة للتفاعل الكيميائي أثناء اشتغال العمود.
 - (3) بعد مدة زمنية $\Delta t = 2h$ يتوقف العمود عن الاشتغال.
- أ/ أنشئ جدول التقدم للتحويل الكيميائي.
- ب/ حدد المتفاعل المحد، علما أن كتلة الجزء المغمور من سلك الزنك هي $m = 1,0 \text{ g}$.
- ج/ احسب شدة التيار I .
- معطيات: $1F = 96500 \text{ C/mol}$ ، $M_{\text{Zn}} = 65,4 \text{ g/mol}$

تصحيح التمرين 02:

- (1) الرمز الاصطلاحي للعمود: $\ominus \text{Zn}/\text{Zn}^{2+} // \text{Ni}^{2+}/\text{Ni} \oplus$
- (2) المعادلات الكيميائية:



- (3) أ/ جدول تقدم التفاعل:

المعادلة		$\text{Zn}_{(s)} + \text{Ni}_{(aq)}^{2+} = \text{Zn}_{(aq)}^{2+} + \text{Ni}_{(s)}$			
الحالة	التقدم	كميات المادة (mol)			
ابتدائية	$x = 0$	$\frac{m}{M}$	$C_1 \cdot V_1$	$C_2 \cdot V_2$	n_0
انتقالية	x	$\frac{m}{M} - x$	$C_1 \cdot V_1 - x$	$C_2 \cdot V_2 + x$	$n_0 + x$
نهائية	x_f	$\frac{m}{M} - x_f$	$C_1 \cdot V_1 - x_f$	$C_2 \cdot V_2 + x_f$	$n_0 + x_f$

ب/ باعتبار Zn متفاعل محد:

$$\frac{m}{M} - x_{\max 1} = 0 \Rightarrow x_{\max 1} = \frac{m}{M} \Rightarrow x_{\max 1} = 1,5 \times 10^{-2} \text{ mol}$$

باعتبار Ni^{2+} متفاعل محد: $C_1 \cdot V_1 - x_{\max 2} = 0 \Rightarrow x_{\max 2} = C_1 \cdot V_1 \Rightarrow x_{\max 2} = 2 \times 10^{-3} \text{ mol}$
نلاحظ: $x_{\max 1} > x_{\max 2}$ منه: المتفاعل المحد هو شوارد Ni^{2+}

ج/ حساب I :

$$\begin{aligned} I &= \frac{2F \cdot x_{\max}}{\Delta t} \quad \text{منه:} \quad Q = 2 \cdot F \cdot x_{\max} \quad \text{و} \quad I = \frac{Q}{\Delta t} \quad \text{منه:} \quad Q = I \cdot \Delta t \\ I &= \frac{2 \times 96500 \times 2 \times 10^{-3}}{2 \times 3600} = 0,0536 \text{ A} = 53,6 \text{ mA} \end{aligned}$$

التمرين 03:

لائحة الأدوات والمواد

- صحيفة زنك: $Zn(s)$.
- صحيفة نحاس: $Cu(s)$.
- محلول: $(Zn^{2+}_{(aq)} + SO_4^{2-}_{(aq)})$.
- محلول: $(Cu^{2+}_{(aq)} + SO_4^{2-}_{(aq)})$.
- 2 بيشر سعته 100mL.
- أسلاك توصيل.
- جهاز فولطمتر.

من أجل الإجابة على السؤالين التاليين: من أين تأتي الطاقة التي تتطلبها الأعمدة؟ وكيف تشتغل؟

قام فوج من التلاميذ بدراسة تجريبية لمبدأ اشتغال عمود دانيال، انطلاقاً من الوسائل والمواد المبينة في اللائحة المقابلة.

(1) ارسم شكلاً تخطيطياً لعمود دانيال، مدعماً بالبيانات.

(2) استخدم التلاميذ جهاز فولطمتر من أجل تحديد أقطاب العمود

$$U_{Cu} > U_{Zn}$$

أ/ بين على المخطط السابق طريقة ربط جهاز الفولطمتر، مع توضيح القطبين الموجب والسالب للعمود.

ب/ اكتب الرمز الاصطلاحي للعمود.

(3) اكتب معادلة التفاعل أكسدة-إرجاع الممنهجة للتحويل الحادث، مستعينا بالثنائيتين (Ox/Red) : $(Cu^{2+}_{(aq)}/Cu(s))$ و $(Zn^{2+}_{(aq)}/Zn(s))$.

(4) أنجز الحصيلة الطاقوية للعمود.

(5) أ/ احسب قيمة كسر التفاعل Q_{ri} في الحالة الابتدائية، وبين جهة التطور التلقائي للجملة، علماً أن للمحلولين نفس الحجم والتركيز المولي: $c = 1.0 \text{ mol.L}^{-1}$ ، وأن ثابت التوازن $K = 4.6 \times 10^{36}$.

ب/ يشتغل العمود لمدة $\Delta t = 2 \text{ min}$ ، بشدة تيار ثابتة $I = 0.76 \text{ A}$ ، احسب التقدم x .

(6) بين أن مبدأ اشتغال العمود الكهربائي موضحاً مصدر الطاقة التي ينتجها.

تصحيح التمرين 03:

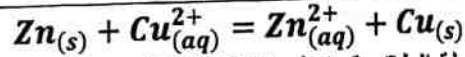
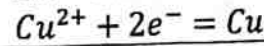
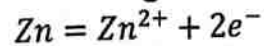
(1) الشكل التخطيطي للعمود: انظر الشكل.

(2) أ/ طريقة ربط الفولطمتر: انظر الشكل.

ب/ الرمز الاصطلاحي للعمود:



(3) معادلة الأكسدة-الإرجاع:



(4) الحصيلة الطاقوية: انظر الشكل المقابل.

(5) القيمة كسر التفاعل:

$$Q_{ri} = \frac{[Zn^{2+}_{(aq)}]}{[Cu^{2+}_{(aq)}]} = 1$$

جهة التطور التلقائي للجملة: الجهة المباشرة لأن $Q_{ri} < K$

ب/ قيمة التقدم:

$$x = \frac{I \cdot \Delta t}{2F} = 4,7 \times 10^{-4} \text{ mol} = 0,47 \text{ mmol}$$

(6) يتلخص مبدأ اشتغال العمود هو تحول الطاقة الكيميائية إلى طاقة كهربائية.

الطاقة الكهربائية التي ينتجها العمود تأتي من حدوث انتقال تلقائي للإلكترونات بين ثنائيتين ox/red الموصولة في الدارة الكهربائية.

تأشير النجم في العلوم الفيزيائية

التمرين 04:

يعطى مخطط عمود كهربائي كما في الشكل-3: حجم المحلول في كل نصف عمود هو: $V_1 = V_2 = 50 \text{ mL}$ ،
التركيز الابتدائي لشوارد الألمنيوم: $[Al^{3+}]_0 = 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$ عند ربط مقياس

التركيز الابتدائي لشوارد النحاس: $[Cu^{2+}]_0 = 10^{-1} \text{ mol.L}^{-1}$ عند ربط مقياس
الفولط بين قطبي العمود حيث يوصل قطب COM (-) بصفيحة الألمنيوم

يشير المقياس إلى القيمة $U = +1,6 \text{ V}$.

(1) نربط هذا العمود بمحرك كهربائي ونغلق الدارة في اللحظة $t = 0$.

حدد جهة التيار الكهربائي في الدارة.

(2) ما هو دور الجسر الملحي أثناء تشغيل العمود؟

أعط الرمز الاصطلاحي لهذا العمود.

(3) اكتب المعادلتين النصفيتين للأكسدة-الإرجاع عند المسربين ثم

المعادلة المنمذجة للتفاعل الكيميائي في العمود أثناء اشتغاله.

(4) احسب كسر التفاعل الابتدائي Q_{Ti} ثم حدد اتجاه تطور الجملة

الكيميائية علما أن ثابت التوازن الموافق للتفاعل السابق هو: $K = 1,9 \times 10^{37}$ عند الدرجة 25°C .

(5) يولد العمود تيارا كهربائيا شدته $I = 400 \text{ mA}$ خلال مدة زمنية 30 min من بداية اشتغاله.

أ/ احسب كمية الكهرباء التي ينتجها العمود خلال هذه المدة.

ب/ أنجز جدول تقدم للتفاعل الحادث في العمود.

ج/ احسب التركيز المولي لكل من $Al^{3+}(\text{aq})$ و $Cu^{2+}(\text{aq})$ في اللحظة $t = 30 \text{ min}$.

يعطى: ثابت فارادي $1F = 96500 \text{ C.mol}^{-1}$

تصحيح التمرين 04:

(1) جهة التيار خارج العمود: من صفيحة النحاس نحو صفيحة الألمنيوم.

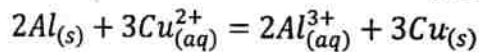
(2) دور الجسر الملحي: غلق الدارة الكهربائية، مسلك لانتقال الشوارد بين نصفي العمود لضمان الاعتدال الكهربائي للمحلولين.

الرمز الاصطلاحي للعمود: $\ominus Al_{(s)} / Al^{3+}_{(aq)} \parallel Cu^{2+}_{(aq)} / Cu_{(s)} \oplus$

(3) المعادلتين النصفيتين: عند المصعد: $2 \times (Al_{(s)} = Al^{3+}_{(aq)} + 3e^-)$

عند المهبط: $3 \times (Cu^{2+}_{(aq)} + 2e^- = Cu_{(s)})$

معادلة التفاعل:



(4) القيمة الابتدائية لكسر التفاعل:

$$Q_{Ti} = \frac{[Al^{3+}_{(aq)}]^2}{[Cu^{2+}_{(aq)}]^3} = \frac{(10^{-2})^2}{(10^{-1})^3} = 0,1$$

- بما أن: $Q_{Ti} < K$ تتطور الجملة في الاتجاه المباشر للتفاعل السابق.

(5) أ/ كمية الكهرباء:

$$Q = I \cdot \Delta t = 0,4 \times 1800 = 720 \text{ C}$$

ب/ جدول التقدم:

المعادلة	$2Al_{(s)} + 3Cu^{2+}_{(aq)} = 2Al^{3+}_{(aq)} + 3Cu_{(s)}$				
ابتدائية	$x = 0$	$n_0(Al)$	5	0,5	$n_0(Cu)$
انتقالية	x	$n_0(Al) - 2x$	$5 - 3x$	$2x + 0,5$	$n_0(Cu) + 3x$
نهائية	x_m	$n_0(Al) - 2x_m$	$5 - 3x_m$	$2x_m + 0,5$	$n_0(Cu) + 3x_m$

ج/ لما $t = 30 \text{ min}$ يعبر الدارة $[Al^{3+}] = \frac{(0,5+2x)}{V}$ و $[Cu^{2+}] = \frac{(5-3x)}{V}$

نجد: $Q = I \cdot \Delta t = 6 \cdot x \cdot F$ نجد: $x = 1,24 \text{ mmol}$ بالتعويض نجد:

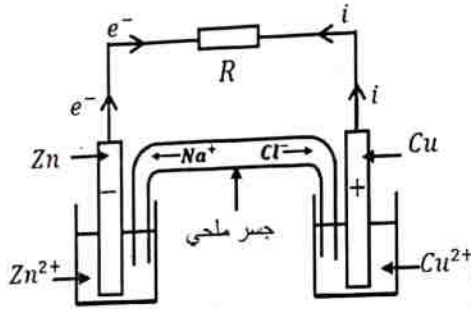
$$[Cu^{2+}] = 25,6 \text{ mmol/L} \quad \text{و} \quad [Al^{3+}] = 59,6 \text{ mmol/L}$$

التمرين 05:

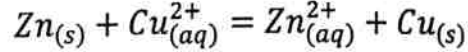
نحلق عمود دانيال: $\ominus \text{Zn} | \text{Zn}^{2+} || \text{Cu}^{2+} | \text{Cu} \oplus$
 القوة المحركة الكهربائية: $E = 1,10 \text{ V}$

- (1) ارسم بشكل تخطيطي عمود دانيال موصولا بناقل أومي مقاومته $R = 20 \Omega$ ، موضحا عليه جهة التيار الكهربائي واتجاه حركة الإلكترونات في الدارة الخارجية وجهة حركة الشوارد في الجسر الملحي.
- (2) اكتب المعادلتين النصفيتين للأكسدة-الإرجاع، ثم استنتج المعادلة المنمذجة للتفاعل الكيميائي الذي يحدث أثناء اشتغال العمود.
- (3) ماذا يحدث للمسربين عند حالة التوازن؟
- (4) احسب شدة التيار الذي يجتاز الدارة.
- (5) احسب Q كمية الكهرباء التي ينتجها العمود بـ C بعد ساعتين من الاشتغال.

تصحيح التمرين 05:



- (1) شكل العمود:
- (2) المعادلتين النصفيتين للأكسدة-الإرجاع:
 عند صفيحة النحاس: $\text{Cu}^{2+} + 2e^- = \text{Cu}$
 عند صفيحة الزنك: $\text{Zn} = \text{Zn}^{2+} + 2e^-$
 معادلة التفاعل:



- (3) تزداد كتلة مسرى النحاس وتقل كتلة مسرى الزنك ويتوقف العمود عن الاشتغال.
- (4) حساب شدة التيار الذي يجتاز الدارة:

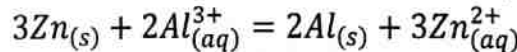
$$I = \frac{E}{R} = \frac{1,10}{20} = 0,055 \text{ A} = 55 \text{ mA}$$

- (5) حساب كمية الكهرباء Q :

$$Q = I \times \Delta t = 55 \times 10^{-3} \times 3600 \times 2 = 396 \text{ C}$$

التمرين 06:

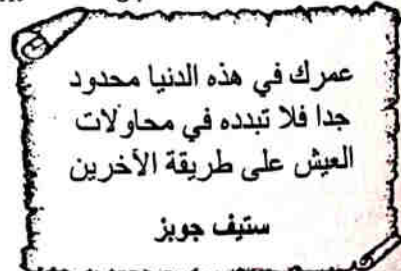
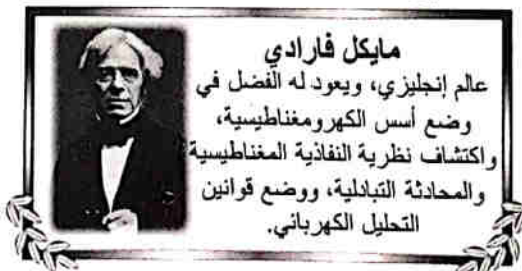
نعتبر عمود (زنك/المنيوم) يتشكل من الثنائيتين $(\text{Zn}^{2+}/\text{Zn})$ و $(\text{Al}^{3+}/\text{Al})$.
 كتلة مسرى الألمنيوم 54 g وكتلة مسرى الزنك 26 g . يغمس مسرى الألمنيوم في محلول حجمه 250 ml بحيث $[\text{Al}^{3+}]_i = 0,5 \text{ mol/l}$ ويغمس مسرى الزنك في محلول حجمه 150 ml بحيث $[\text{Zn}^{2+}]_i = 1,2 \text{ mol/l}$.
 يعطى ثابت التوازن $K = 3,33 \times 10^{32}$ مرافق بالمعادلة التالية:



- (1) احسب كسر التفاعل الابتدائي لتفاعل هذه الجملة الكيميائية واستنتج اتجاه التطور.
- (2) اكتب المعادلتين النصفيتين للأكسدة-الإرجاع عند المسربين ثم معادلة الأكسدة-الإرجاع.
- (3) ارسم مخططا لهذا العمود عندما يغذي ناقلًا أوميا بوجود أمبير متر.
- (4) عين التقدم الأعظمي واستنتج مدة اشتغال هذا العمود إذا كان ينتج تيار ثابت قيمته $I = 100 \text{ mA}$.
- (5) استنتج كتلة كل مسرى عند حصول التوازن.

$$M(\text{Zn}) = 64,5 \text{ g/mol}$$

$$M_{\text{Al}} = 27 \text{ g/mol}$$



② مراقبة تحول كيميائي (تفاعل الأسترة)

I. مكتسبات قبلية

II. دراسة تفاعل الأسترة

III. دراسة تفاعل إمالة الأستر

IV. تفاعل التصبن

مكتسبات قبلية:

1. تذكر بالحوالات:

أ/ تعريف: الكحول هو مركب عضوي يحتوي على المجموعة الوظيفية الهيدروكسيلية المميزة ($-OH$) مرتبط بجذر الكلي R .

ب/ الصيغة المجملية:

الصيغة الوظيفية $\begin{cases} R-OH \\ C_nH_{2n+1}-OH \end{cases}$ والصيغة المجملية $C_nH_{2n+2}O$ حيث $n \geq 1$
ج/ الكتلة المولية:

$$M = 12n + 2n + 2 + 16 \Leftrightarrow M = 14n + 18$$

تطبيق: كحول كتلة الكربون فيه 4 مرات كتلة الهيدروجين. من هو؟

الحل: $C_nH_{2n+2}O \Rightarrow M(C_n) = 4M(H_{2n+2}) \quad 12n = 4(2n + 2) \Rightarrow n = 2$
 C_2H_6O

د/ أصناف الكحولات:

الكحول	تعريفه	صيغته	مثال
أولي	هي الكحولات التي يكون فيها الكربون الوظيفي مربوطا بذرة كربون واحدة على الأكثر.	$R-CH_2-OH$	CH_3-CH_2-OH
ثانوي	هي الكحولات التي يرتبط فيها الكربون الوظيفي بذرتين من الكربون	$R-CH(OH)-R'$	$CH_3-CH(OH)-CH_3$
ثالثي	هي الكحولات التي يكون فيها الكربون الوظيفي مربوطا مباشرة بثلاث ذرات كربون	$R-C(OH)(R')(R'')$	$CH_3-C(OH)(CH_3)_2$

ه/ تسمية الكحولات: اسم الألكان + رقم الكربون الوظيفي + الملحقة أول.

n	الصيغة المجملية	الصيغة نصف مفصلة	التسمية	الصنف
1	CH_4O	CH_3-OH	ميثانول	أولي
2	C_2H_6O	CH_3-CH_2-OH	إيثانول	أولي
3	C_3H_8O	$CH_3-CH_2-CH_2-OH$	بروبان-1-أول	أولي
		$CH_3-\underset{\substack{ \\ OH}}{CH}-CH_3$	بروبان-2-أول	ثانوي
4	$C_4H_{10}O$	$CH_3-CH_2-CH_2-CH_2-OH$	بوتان-1-أول	أولي
		$CH_3-\underset{\substack{ \\ OH}}{CH}-CH_2-CH_3$	بوتان-2-أول	ثانوي
		$CH_3-\underset{\substack{ \\ CH_3}}{CH}-CH_2-OH$	2-ميثيل بروبان-1-أول	أولي
		$CH_3-\underset{\substack{ \\ CH_3}}{C}-OH$	2-ميثيل بروبان-2-أول	ثالثي

تطبيق: كحول كثافة بخاره بالنسبة للهواء هي 2,07، أوجد جميع صيغه النصف مفصلة.

(2) تذكير بالأحماض الكربوكسيلية:
أ/ تعريف: هي مركبات عضوية تحتوي على المجموعة الوظيفية الكربوكسيلية $COOH$ - مرتبطة بجذر الكيلي R .

ب/ صيغتها الوظيفية:

الصيغة	الكتلة المولية الموافقة
$C_nH_{2n+1}COOH$, $R - COOH$	$M = 12n + 2n + 1 + 12 + 16 + 16 + 1$ $M = 14n + 46$ n : عدد ذرات الكربون في الجذر R ($n \geq 0$)
$C_nH_{2n}O_2$	$M = 14n + 32$ n : عدد ذرات الكربون في الحمض ($n \geq 1$)

تطبيق: حمض كربوكسيلي كتلته المولية: 60 g/mol أوجد صيغته.

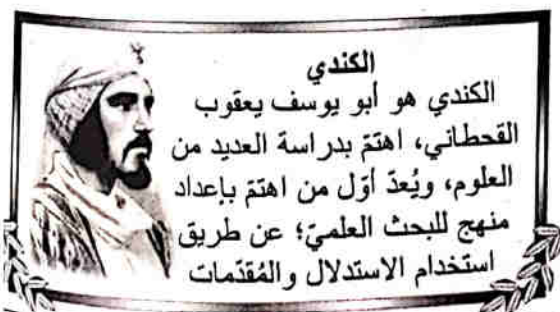
الطريقة 01:	الطريقة 02:
$C_nH_{2n+1} - COO - H$ $M = 14n + 46 = 60 \Rightarrow n = 1$ $CH_3 - COO - H$	$C_nH_{2n}O_2$ $M = 14n + 32 = 60 \Rightarrow n = 2$ $C_2H_4O_2$

ج/ تسمية الأحماض: اسم الألكان + الملحقة ويك.

n	الصيغة المجلة $C_nH_{2n}O_2$	الصيغة النصف مفصلة	التسمية
1	CH_2O_2	$H - \overset{\overset{O}{\parallel}}{C} - O - H$	حمض الميثانويك
2	$C_2H_4O_2$	$CH_3 - \overset{\overset{O}{\parallel}}{C} - O - H$	حمض الإيثانويك
3	$C_3H_6O_2$	$CH_3 - CH_2 - \overset{\overset{O}{\parallel}}{C} - O - H$	حمض البروبانويك
4	$C_4H_8O_2$	$CH_3 - CH_2 - CH_2 - \overset{\overset{O}{\parallel}}{C} - O - H$	حمض البوتانويك
		$CH_3 - \underset{\underset{3}{ }}{CH} - \overset{\overset{O}{\parallel}}{\underset{\underset{2}{ }}{C}} - O - H$ $\quad \quad \quad 1$	حمض-2-مethyl البروبانويك

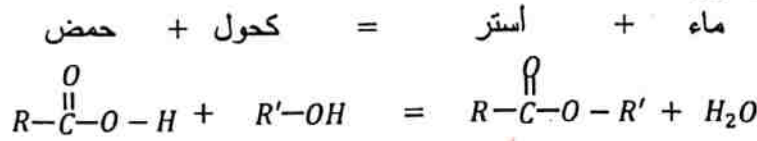
تطبيق: حمض كربوكسيلي نسبة الكربون فيه 54,5% أوجد صيغته.
الحل:

$$\begin{aligned}
 C_nH_{2n}O_2 \\
 M = 14n + 32 &\rightarrow 100\% \\
 12n &\rightarrow 54,5\% \\
 (14n + 32) \times 54,5 &= 100 \times (12n) \Rightarrow n = 4 \\
 &C_4H_8O_2
 \end{aligned}$$

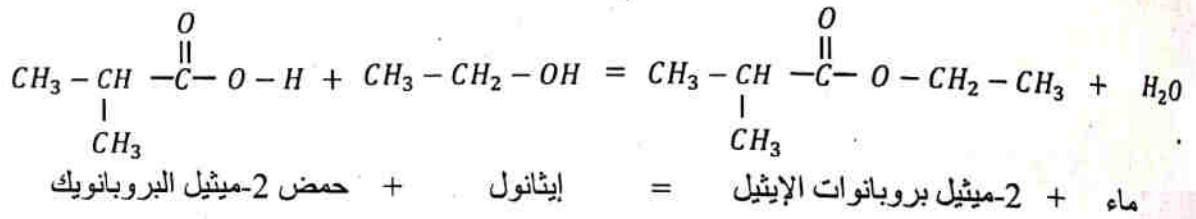
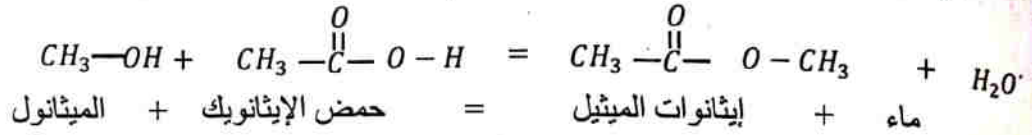


II. دراسة تفاعل الأستر:

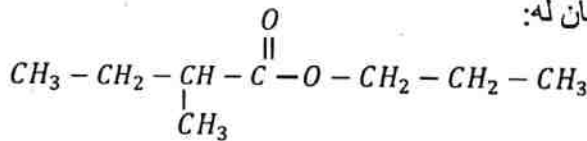
- (1) تعريفه: هو تفاعل بين حمض كربوكسيلي $R - COOH$ و كحول عضوي $R - OH$ ينتج أستر وماء.
(2) المعادلة النمذجة للتفاعل:



- (3) تسمية الأستر: اسم الألكان المشتق من الحمض + 'وات' + اسم الجذر المشتق من الكحول + 'يل'



تطبيق: أذكر اسم الأستر وصيغة الكحول والحمض المكونان له:



الحل:

اسم الأستر: 2-ميثيل بوتانوات البروبيل.

الكحول: بروبان-1-أول	الحمض: 2-ميثيل البوتانويك
$CH_3-CH_2-CH_2-OH$	$CH_3-CH_2-\underset{\underset{CH_3}{ }}{CH}-\overset{\overset{O}{\parallel}}{C}-OH$

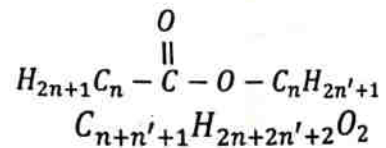
نضع: $n + n' + 1 = x$

$$\Rightarrow C_x H_{2x} O_2$$

إذن الصيغة العامة للأستر هي: $C_n H_{2n} O_2$

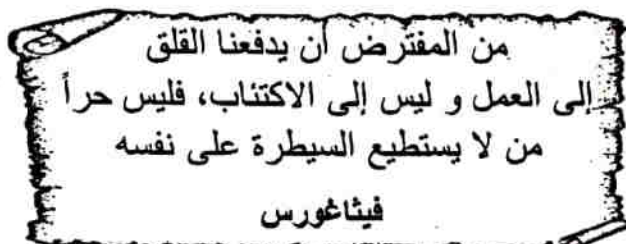
كتلته المولية هي: $M = 14n + 32$

الصيغة النصف مفصلة للأستر:



تطبيق:

أستر عضوي كتلته المولية $M = 102 \text{ g/mol}$ أوجد جميع صيغه النصف مفصلة مع التسمية.



(4) الدراسة التجريبية لتفاعل الأسترة:
ندرس حالة مزيج ابتدائي متساوي المولات (مزيج ستوكيومري).
أ/ جدول تقدم تفاعل الأسترة:

	حمض	+ كحول	=	أستر	+ ماء
t_0	n_0	n_0		0	0
t_{int}	$n_0 - x$	$n_0 - x$		x	x
t_f	$n_0 - x_f$	$n_0 - x_f$		x_f	x_f

ب/ قيمة x_f لتفاعل الأسترة: تختلف قيمة x_f باختلاف صنف الكحول:

صنف الكحول	x_f أسترة
أولي	$x_f = 0,67n_0$
ثانوي	$x_f = 0,6n_0$
ثالثي	$0,05n_0 \leq x_f \leq 0,1n_0$

ج/ قيمة τ_f لتفاعل الأسترة:

صنف الكحول	τ_f (أسترة)
أولي	$\tau_f = 0,67$
ثانوي	$\tau_f = 0,6$
ثالثي	$0,05 \leq \tau_f \leq 0,1$

$$\tau = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{x_f}{n_0}$$

د/ قيمة المردود r لتفاعل الأسترة:

صنف الكحول	r_e (أسترة)
أولي	67%
ثانوي	60%
ثالثي	من 5% إلى 10%

$$r\% = \frac{\text{كمية مادة الأستر المتشكل}}{\text{كمية المادة الابتدائية للمتفاعل المحد}} \times 100$$

$$r\% = \frac{x_f}{x_{max}} \times 100 = \tau_f \times 100$$

ه/ قيمة ثابت التوازن K لتفاعل الأسترة:

الكحول	K_e الأسترة
أولي	4
ثانوي	2,25
ثالثي	أصغر من 0,012

$$K = Q_{rf} = \frac{[ester]_f \times [eau]_f}{[acide]_f \times [alcohol]_f} = \frac{n_{esterf} \times n_{eau_f}}{n_{acidef} \times n_{alcoholf}}$$

$$K_e = \frac{x_f^2}{(n_0 - x_f)^2}$$

ملاحظة: K لا يتأثر بالتركيب المولي للمزيج الابتدائي ولا يتأثر أيضا بدرجة الحرارة.

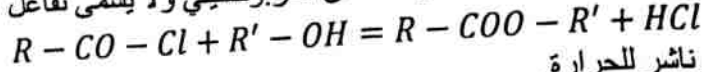
(5) خواص تفاعل الأسترة:

- محدود (غير تام).
- لا حراري (لا ينشر ولا يمتص الحرارة من الوسط الخارجي).
- عكوس: يتم في اتجاهين: - الاتجاه المباشر: أسترة.
- الاتجاه المعاكس: إمالة الأستر.
- بطيء: يستغرق عدة ساعات عند $(20^\circ C)$.
- تجمع خواصه في أحرف كلمة.

ملاعب

(6) مراقبة السرعة: يمكن تسريع التفاعل مع المحافظة على المردود بالطرق التالية:
رفع درجة الحرارة (التسخين المرتد).
إضافة وسيط: قطرات من H_2SO_4

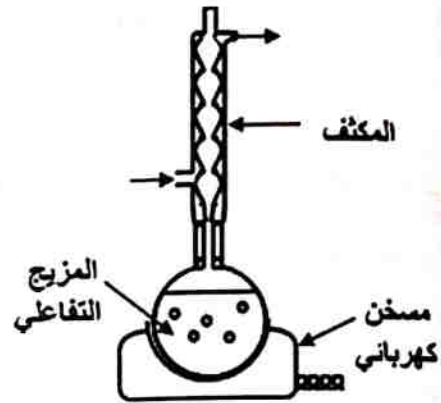
(7) مراقبة المردود: يمكن تحسين المردود بالطرق التالية:
جعل أحد المتفاعلات بالزيادة (مزيج ابتدائي غير متساوي المولات).
خزع أحد النواتج ليصبح التفاعل يتم في اتجاه واحد إما بالتقطير الجزئي أو إضافة نوع كيميائي شره للماء.
استعمال كلور الأسيل $R - CO - Cl$ بدلا من الحمض الكربوكسيلي ولا يسمى تفاعل أسترة حينئذ.



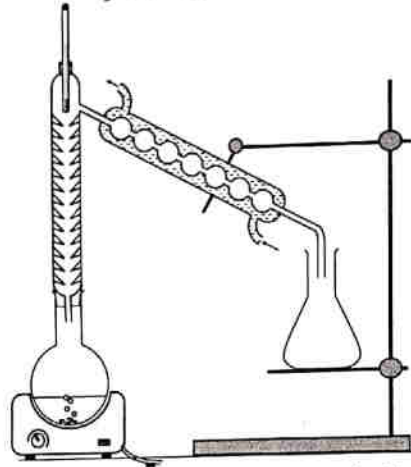
وهو تفاعل تام وسريع وناشر للحرارة.

(8) مصطلحات هامة:

التسخين المرتد



التقطير الجزئي

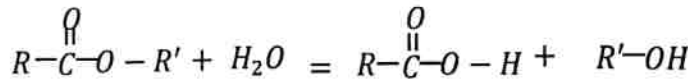


يسرع التفاعل مع المحافظة على كمية المادة والمردود. فصل مكونات مزيج متجانس مختلف في درجة الغليان.

III. دراسة تفاعل إماهة الأستر:

(1) تعريف: هو تفاعل بين أستر عضوي وماء ينتج عنه حمض وكحول.

(2) معادلة التفاعل:



(3) الدراسة التجريبية لتفاعل الإماهة:

ندرس حالة مزيج ابتدائي متساوي المولات (مزيج ستوكيومترى).

أ/ جدول تقدم التفاعل الإماهة:

	حمض + كحول = ماء + أستر			
t_0	n_0	n_0	0	0
t_{int}	$n_0 - x$	$n_0 - x$	x	x
t_f	$n_0 - x_f$	$n_0 - x_f$	x_f	x_f

ب/ قيمة x_f لتفاعل الإماهة: تختلف قيمة x_f باختلاف صنف الكحول الناتج:

صنف الكحول	x_f إماهة
أولي	$x_f = 0,33n_0$
ثانوي	$x_f = 0,4n_0$
ثالثي	$0,95n_0 \geq x_f \geq 0,9n_0$

ج/ قيمة τ_f لتفاعل الإماهة:

$$\tau = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{x_f}{n_0}$$

صنف الكحول	τ_f (إماهة)
أولي	$\tau_f = 0,33$
ثانوي	$\tau_f = 0,4$
ثالثي	$0,95 \geq \tau_f \geq 0,9$

د/ قيمة المردود r لتفاعل الإماهة: $r = \tau_f \times 100$

صنف الكحول	r_h (إماهة)
أولي	33%
ثانوي	40%
ثالثي	من 90% إلى 95%

هـ/ قيمة ثابت التوازن لتفاعل الإماهة:

$$K_{إماهة} = Q_{rf} = \frac{[حمض]_f \times [كحول]_f}{[إستر]_f \times [ماء]_f} = \frac{n_f(حمض) \times n_f(كحول)}{n_f(إستر) \times n_f(ماء)} = \frac{x_f^2}{(n_0 - x_f)^2}$$

الكحول	$K_{إماهة}$
أولي	$1/4 = 0,25$
ثانوي	$1/2,25 = 0,44$
ثالثي	من 81 إلى 361

ملاحظة:

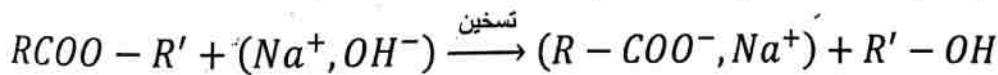
$$r_{إماهة} + r_{إستر} = 100\%$$

$$K_{إماهة} = \frac{1}{K_{إستر}}$$

- (4) خواص تفاعل الإماهة: - محدود
 (5) مراقبة السرعة: يمكن تسريع التفاعل مع المحافظة على المردود بالطرق التالية:
 - رفع درجة الحرارة (التسخين المرتد).
 - إضافة وسيط: قطرات من H_2SO_4
 (6) مراقبة المردود: يمكن تحسين المردود بالطرق التالية:
 - جعل أحد المتفاعلات بالزيادة (مزيج ابتدائي غير متساوي المولات).
 - نزع أحد النواتج ليصبح التفاعل يتم في اتجاه واحد إما بالتقطير الجزئي أو إضافة نوع كيميائي شره للماء.

IV. تفاعل التصبن:**(1) تعريفه:**

هو تفاعل بين إستر وقاعدة قوية ينتج عنه صابون وكحول.

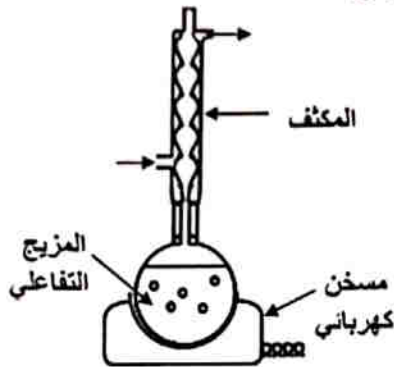


(2) خواصه: تام و بطيء نزيد من سرعته بالتسخين.

الأداة الجبارة التي تساعدني دائما على
 اتخاذ القرارات المصيرية في حياتي
 هي إدراكي بأنني ساموت
 ستيف جوبز

التمرين 01:

في حصة الأعمال التطبيقية تم تحضير أستر من مزيج يتكون من 0,2 mol من الكحول ($C_2H_5 - OH$) و 0,2 mol من حمض الإيثانويك CH_3COOH وقطرات من حمض الكبريت المركز. وضع المزيج في دورق وتم تسخينه لمدة كافية (الشكل).



- (1) اكتب معادلة التفاعل.
- (2) أنجز جدول تقدم التفاعل.
- (3) إذا علمت أن ثابت التوازن لهذا التفاعل هو $K = Q_{rf} = 4$.
أ/ احسب كمية المادة للأستر الناتج عند بلوغ التوازن الكيميائي.
ب/ احسب المردود النهائي لهذا التفاعل، هل يؤثر التسخين على هذا المردود؟
ج/ حدد الصيغة النصف مفصلة للأستر الناتج ثم أعط تسميته النظامية.
- (4) لتحسين مردود تفاعل الأسترة، توجد عدة طرق:
أ/ اذكر طريقتين لتحسين مردود هذا التفاعل.
ب/ نصف للوسط التفاعلي عند التوازن 0,2 mol من نفس الحمض، حدد جهة تطور الجملة الكيميائية وجد التركيب المولي للمزيج عند التوازن الكيميائي الجديد.

تصحيح التمرين 01:

- (1) معادلة التفاعل: $CH_3COOH + C_2H_5 - OH = CH_3COOC_2H_5 + H_2O$
- (2) جدول تقدم التفاعل:

المعادلة		$CH_3COOH + C_2H_5 - OH = CH_3COOC_2H_5 + H_2O$			
الحالة	التقدم	كميات المادة (mol)			
ابتدائية	$x = 0$	0,2	0,2	0	0
انتقالية	x	$0,2 - x$	$0,2 - x$	x	x
نهائية	x_f	$0,2 - x_f$	$0,2 - x_f$	x_f	x_f

- (3) أ/ حساب كمية مادة الأستر:

$$K = \frac{[Ester]_f \times [H_2O]_f}{[Acide]_f \times [Alcool]_f} = \frac{\frac{[Ester]_f}{V} \times \frac{[H_2O]_f}{V}}{\frac{[Acide]_f}{V} \times \frac{[Alcool]_f}{V}} = \frac{n(Ester)_f \times n(H_2O)_f}{n(Acide)_f \times n(alcool)_f}$$

$$K = \frac{x_f^2}{(0,2 - x_f)^2} = 4 \quad \text{من جدول تقدم التفاعل لدينا:}$$

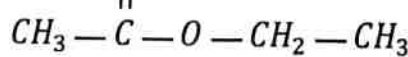
$$\frac{x_f}{0,2 - x_f} = 2 \Rightarrow 2(0,2 - x_f) = x_f$$

ومنه: $x_f = 0,133 \text{ mol}$ ونعلم أن: $n(ester) = x_f = 0,133 \text{ mol}$

$$r = \tau_f \times 100 = \frac{x_f}{x_{max}} \times 100 = 66,5 \approx 67\% \quad \text{ب/ حساب المردود:}$$

لا يؤثر التسخين على مردود التفاعل، إنما يسرع التفاعل.

ج/ صيغة النصف المجملية للأستر الناتج:



اسمه: إيثانوات الإيثيل.

- (4) أ/ كيفية تحسين المردود:

- مزيج ابتدائي غير متساوي المولات.

- نزع أحد النواتج.

ب/ تحديد جهة التطور:

المعادلة	التقدم	$CH_3COOH + C_2H_5 - OH = CH_3COOC_2H_5 + H_2O$			
الحالة		كميات المادة (mol)			
ابتدائية جديدة	$y = 0$	$0,2 + 0,067$	$0,067$	$0,133$	$0,133$
نهائية جديدة	y_f	$0,267 - y_f$	$0,067 - y_f$	$0,133 + y_f$	$0,133 + y_f$

$$Q_{ri} = \frac{[Ester]_i \times [H_2O]_i}{[Acide]_i \times [Alcool]_i} = \frac{(0,133)^2}{(0,2 + 0,067) \times (0,067)} \approx 0,99 < 4$$

أي: $Q_{ri} < 4$ ، التفاعل في الاتجاه المباشر عملية أسترة.

التركيب المولي الجديد:

من السابق لدينا: $K = \frac{(0,133 + y_f)^2}{(0,267 - y_f)(0,067 - y_f)} = 4$ ومنه: $y_f = 0,037 \text{ mol}$

نعوض y_f في جدول التقدم نجد:

$$n_{\text{أستر}} = n_{H_2O} = 0,17 \text{ mol} , \quad n_{\text{حمض}} = 0,23 \text{ mol} , \quad n_{\text{كحول}} = 0,03 \text{ mol}$$

التمرين 02:

لغرض متابعة ومراقبة تطور جملة كيميائية مكونة من حمض الإيثانويك والإيثانول، نمزج في اللحظة $t = 0s$ وفي درجة حرارة ثابتة، $1,0 \text{ mol}$ من حمض الإيثانويك مع $1,0 \text{ mol}$ من الإيثانول. يتطور التحول الكيميائي مباشرة بعد لحظة المزج، وينتج عنه الماء ومركب عضوي E.

(1) أ/ ما اسم هذا التحول؟ اذكر خصائصه.

ب/ اكتب معادلة التفاعل المنمذج للتحول الحادث.

ب/ أعط اسم المركب العضوي E.

(2) لمتابعة تطور المزيج التفاعلي نأخذ منه عينة حجمها V من

الحجم الكلي، نبرد العينة المأخوذة آنيا، ثم نعاير حمض

الإيثانويك المتبقي في العينة بمحلول لهيدروكسيد الصوديوم

تركيزه المولي معلوم.

نكرر العملية في لحظات زمنية محددة، البيان (الشكل)

يلخص مختلف النتائج التجريبية المتحصل عليها.

أ/ أوجد السرعة اللحظية للتفاعل في اللحظة $t = 25 \text{ h}$

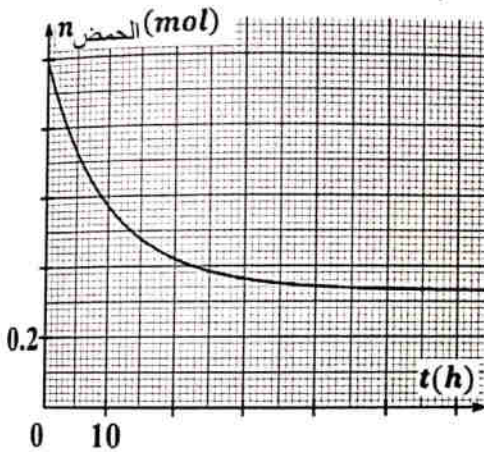
ب/ احسب مردود التفاعل عند التوازن.

(3) لزيادة مردود التفاعل، هل نقوم بـ:

• زيادة حرارة المزيج التفاعلي؟

• استخدام مزيج ابتدائي غير متساوي المولات؟

• إضافة قطرات من حمض الكبريت المركز.

(4) أ/ احسب كسر التفاعل، للجملة الكيميائية السابقة، عند التوازن Q_{req} ، ثم استنتج ثابت التوازن k .ب/ عند التوازن نضيف إلى المزيج التفاعلي $0,2 \text{ mol}$ من حمض الإيثانويك، حدد جهة تطور الجملة. عل.

باستخدام الأرقام التالية: 1, 1, 5, 8, مرة واحدة .

و باستخدام هذه الرموز الرياضية الأساسية (+, -, /, *)

هل يمكنك تشكيل عبارة جبرية بقيمة 10 ؟

تصحيح التمرين 02:

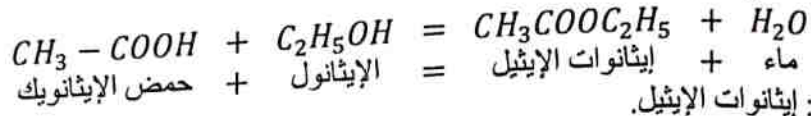
1) أ/ اسم هذا التحول: تفاعل أسترة.
خصائصه: محدود (غير تام).

- لا حراري.

- عكوس.

- بطيء.

ب/ معادلة التفاعل المنمذج:



ج/ اسم المركب E: إيثانوات الإيثيل.

2) أ/ السرعة اللحظية للتفاعل في اللحظة $t = 25h$:

نعلم أن: $n_{\text{حمض}} = n_0 - x \Rightarrow x = n_0 - n_{\text{حمض}}$
نشتق الطرفين:

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{d(n_0 - n_{\text{حمض}})}{dt} = - \frac{dn(\text{حمض})}{dt}$$

ومن ميل المماس (بيانياً) نجد:

$$v = - \frac{0,38 - 0,5}{25 - 0} = 4,8 \times 10^{-3} \text{ mol/h}$$

ب/ حساب المردود: من البيان:

$$x_f = n_0 - n_f(\text{حمض}) = 1 - 0,33 = 0,67 \text{ mol}$$

ونعلم أن: $x_{\text{max}} = n_0 = 1 \text{ mol}$

$$r\% = \tau_f \times 100 = \frac{x_f}{x_{\text{max}}} \times 100 \Rightarrow r\% = \frac{0,67}{1} \times 100 = 67\%$$

3) لزيادة مردود التفاعل نقوم بـ: استخدام مزيج ابتدائي غير متساوي عدد المولات.

4) أ/ حساب كسر التفاعل عند التوازن:

$$Q_{\text{req}} = \frac{[\text{أستر}]_f \times [\text{الماء}]_f}{[\text{الحمض}]_f \times [\text{الكحول}]_f} = \frac{x_f^2}{(n_0 - x_f)^2} = \frac{0,67^2}{(1 - 0,67)^2} = K = 4,12$$

ب/ تحديد جهة تطور الجملة: حساب كسر التفاعل الابتدائي الجديد

المعادلة	$\text{CH}_3\text{COOH} + \text{C}_2\text{H}_5 - \text{OH} = \text{CH}_3\text{COOC}_2\text{H}_5 + \text{H}_2\text{O}$			
الحالة	التقدم	كميات المادة (mol)		
ابتدائية جديدة	$t = 0$	0,2 + 0,33	0,33	0,67

$$Q_{r_i} = \frac{n_{\text{أستر}} \times n_{\text{ماء}}}{n_{\text{حمض}} \times n_{\text{كحول}}} = \frac{(0,67)^2}{(0,33 + 0,2) \times (0,33)} = 2,56$$

$Q_{r_i} < K$ تتطور الجملة في الجهة المباشرة.



فيرنر هايزنبرغ

عالم ألماني مشهور، وقد قام باكتشاف مبدأ عدم التأكد، وله عدة كتب ومؤلفات في هذا المجال، من بينها الجزء والكل، والفيزياء، وهو حاصل على عدة جوائز من بينها جائزة نوبل

التمرين 03:

لتحضير النوع الكيميائي العضوي ميثانوات الإيثيل E نمزج 0,5 mol من حمض عضوي A مع 0,5 mol من كحول B بوجود قطرات من حمض الكبريت المركز في أنبوب اختبار ثم نضعه في حمام مائي لدرجة حرارته ثابتة 100°C.

- (1) أ/ ما طبيعة النوع الكيميائي E. وما هي صيغته الجزيئية نصف-المفصلة؟
ب/ اكتب الصيغة الجزيئية نصف-المفصلة لكل من A و B، سمّ كلا منهما.
ج/ ما تأثير كل من حمض الكبريت المركز ودرجة الحرارة على التحول الحادث؟
- (2) اكتب المعادلة الكيميائية المعبرة عن التفاعل المنمذج لهذا التحول؟
- (3) مستعينا بجدول التقدم للتفاعل احسب ثابت التوازن الكيميائي K الموافق.
- (4) عند حدوث التوازن الكيميائي نضيف للمزيج 0,1 mol من الحمض العضوي A.
أ/ توقع في أي اتجاه تتطور الجملة الكيميائية تلقائيا؟ علّل.
ب/ أوجد التركيب المولي للمزيج عند بلوغ حالة التوازن الجديد للجملة الكيميائية.

تصحيح التمرين 03:

- (1) أ/ طبيعة النوع الكيميائي E هو أستر، صيغته الجزيئية نصف مفصلة: $H - COO - C_2H_5$
ب/ الصيغة الجزيئية نصف مفصلة للحمض A هي $H - COOH$ ، اسمه: حمض الميثانويك.
الصيغة الجزيئية نصف مفصلة للكحول B هي $CH_3 - CH_2 - OH$ اسمه: الإيثانول.
ج/ تأثير كل من قطرات حمض الكبريت والتسخين هو تسريع التفاعل.
(2) المعادلة الكيميائية المعبرة عن التفاعل الحادث:
- $$H - \overset{\overset{O}{\parallel}}{C} - OH + CH_3 - CH_2 - OH = H - \overset{\overset{O}{\parallel}}{C} - O - CH_2 - CH_3 + H_2O$$
- (3) إنشاء جدول تقدم التفاعل:

المعادلة	A + B = E + ماء				
الحالة	كميات المادة (mol)				
التقدم					
ابتدائية	$x = 0$	0,5	0,5	0	0
انتقالية	x	$0,5 - x$	$0,5 - x$	x	x
نهائية	x_f	$0,5 - x_f$	$0,5 - x_f$	x_f	x_f

بما أن الكحول أولي والمزيج متساوي المولات فإن: $x_f = 0,67 n_0$.

$$Q_{req} = K = \frac{[أستر]_f \times [الماء]_f}{[الحمض]_f \times [الكحول]_f} = \frac{x_f^2}{(0,5 - x_f)^2} = \frac{(0,67 \times 0,5)^2}{(0,5 - 0,67 \times 0,5)^2} = 4,12$$

(4) توقع في أي اتجاه تتطور الجملة: نحسب كسر التفاعل الابتدائي للمزيج الجديد:

$$Q_{ri} = \frac{n_{أستر} \times n_{ماء}}{n_{حمض} \times n_{كحول}} = \frac{x_f^2}{(0,165 + 0,1) \times (0,165)} = \frac{(0,335)^2}{(0,265) \times (0,165)} = 2,56$$

$< K$

ب/ حساب التركيب المولي الجديد:

المعادلة	A + B = E + ماء				
الحالة					
ابتدائية	$x = 0$	0,265	0,165	0,335	0,335
نهائية	x_f	$0,265 - x_f$	$0,165 - x_f$	$0,335 + x_f$	$0,335 + x_f$

ونعلم أن ثابت التوازن لهذا التفاعل هو: $K = 4,12$

$$\frac{n_{\text{ماء}} \times n_{\text{استر}}}{n_{\text{كحول}} \times n_{\text{حمض}}} = 4,12 \quad \text{منه :}$$

$$\frac{(0,335 + x_f)^2}{(0,265 - x_f) \times (0,165 - x_f)} = 4,12$$

$$x_{f_2} = 0,0288 \quad \text{الحل المقبول هو :}$$

منه التركيب المولي للمزيج:

$$n_{\text{كحول}} = 0,1362 \text{ mol}$$

$$n_{\text{حمض}} = 0,2362 \text{ mol}$$

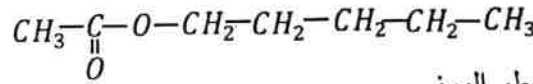
$$n_e = 0,3638 \text{ mol}$$

$$n_{\text{ماء}} = 0,3638 \text{ mol}$$

التفوق في مجال العلم
والتكنولوجيا يعزز شعور
الفخر بالوطن
أحمد زويل

التمرين 04:

ي. يحضر عطر الموز (إيثانوات البنثيل) من تفاعل حمض A وكحول B يتميز هذا العطر بالصيغة نصف المفصلة التالية:



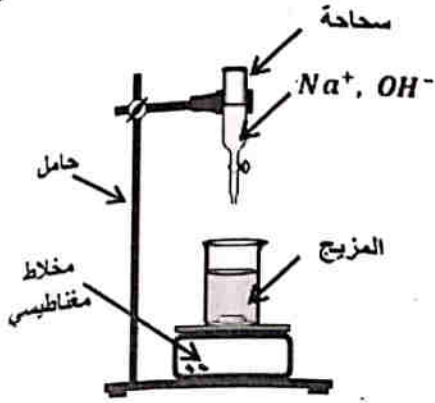
- (1) ماهي الوظيفة الكيميائية لعطر الموز.
 - (2) ما هي الصيغة نصف المفصلة للحمض والكحول مع تسميتها.
 - (3) اكتب معادلة التفاعل الكيميائي الحادث ثم اذكر خصائصه.
 - (4) صف البروتوكول التجريبي الذي يمكننا من المتابعة الزمنية لتطور كمية مادة المركب A أثناء التحول السابق.
- II. نمزج في اللحظة $t = 0$ من الحمض A و $0,5 \text{ mol}$ من الكحول B نضيف لهذا المزيج قطرات من حمض الكبريت المركز ونحافظ على ثبات درجة الحرارة عند 25°C ، يكون عندها حجم الوسط التفاعلي $V = 83 \text{ ml}$
- (1) هل يدخل حمض الكبريت المركز في معادلة التفاعل؟ علّل.
 - (2) نعين في كل خمسة دقائق كمية مادة الحمض المتبقي $n(\text{mol})$ ونقوم بتدوينها في الجدول التالي:

$t(\text{min})$	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
$n(\text{mol})$	0,500	0,360	0,290	0,250	0,225	0,205	0,190	0,180	0,175	0,170	0,170
$n'(\text{mol})$											

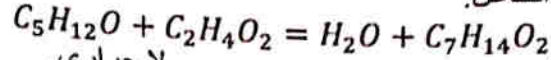
- أ/ املا الجدول السابق بحيث $n'(\text{mol})$ تمثل كمية مادة الأستر المتشكل خلال التفاعل الكيميائي.
- ب/ ارسم المنحنى البياني $n' = f(t)$
- ج/ قدم جدولا لتقدم التفاعل مبينا حالة الجملة في اللحظة $t = 50 \text{ min}$ ، احسب مردود التفاعل عندئذ.
- د/ عين زمن نصف التفاعل بيانيا.
- هـ/ احسب السرعة الحجمية للتفاعل عند زمن نصف التفاعل.
- و/ ارسم كيفيا شكل المنحنى البياني في غياب حمض الكبريت المركز في نفس المعلم السابق.

تصحيح التمرين 04:

- (1) الوظيفة الكيميائية لعطر الموز هي وظيفة أسترية.
- (2) الصيغ النصف مفصلة:
أ/ الحمض: $(\text{CH}_3 - \text{COOH})$ ، التسمية: حمض الإيثانويك.
ب/ الكحول: $(\text{CH}_3 - \text{CH}_2 - \text{CH}_2 - \text{CH}_2 - \text{CH}_2 - \text{OH})$ ، التسمية: بنتان-1-أول.



(3) معادلة التفاعل:



- لا حراري.

- محدود.

الخصائص:

- بطيء.

- عكوس.

(4) البروتوكول التجريبي: نجزي المزيج في عدة أنابيب متساوية الحجم V_0 ، في لحظات مختلفة (كل 5 دقائق) نأخذ أحد الأنابيب ونضعها في بيشر به ماء بارد وجليد وقليل من كاشف مناسب. نملأ السحاحة بهيدروكسيد الصوديوم (Na^+, OH^-) ذو التركيز المعلوم ونعاير الحمض المتبقي n ومن ثم نستنتج الأسطر المتشكل n' حيث:

$$n' = n_0(\text{حمض}) - n = 0,5 - n$$

II

(1) حمض الكبريت لا يدخل في معادلة التفاعل، إنما يلعب دور وسيط فقط لتسريع التفاعل.

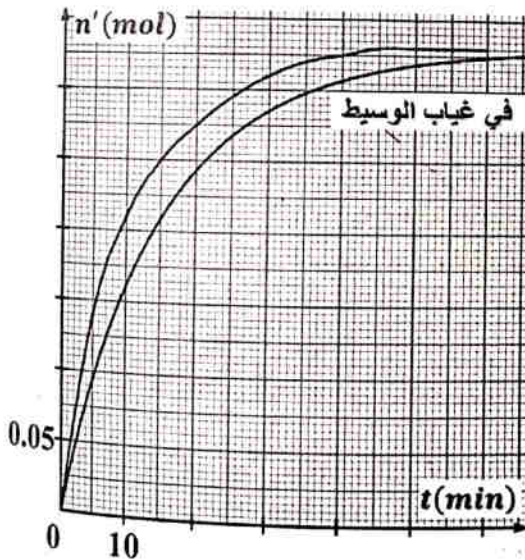
(2) أ/ ملأ الجدول.

t(min)	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
n(mol)	0,500	0,360	0,290	0,250	0,225	0,205	0,190	0,180	0,175	0,170	0,170
n'(mol)	0	0,14	0,21	0,25	0,275	0,295	0,31	0,32	0,325	0,33	0,33

طريقة ملأ الجدول:

المعادلة		$C_5H_{12}O + C_2H_4O_2 = H_2O + C_7H_{14}O_2$			
الحالة	التقدم	كميات المادة (mol)			
ابتدائية	$x = 0$	0,5	0,5	0	0
انتقالية	x	$0,5 - x$	$0,5 - x$	x	x
نهائية	x_f	$0,5 - x_f$	$0,5 - x_f$	x_f	x_f

ب/ رسم المنحنى:



ج/ حساب المردود:

$$r\% = 100 \times \tau_f = 100 \times \frac{x_f}{x_{max}}$$

$$\Rightarrow r\% = 100 \times \frac{n_f(\text{استر})}{n_0}$$

$$\Rightarrow r\% = 100 \times \frac{0,33}{0,5} = 66\%$$

د/ بإسقاط القيمة $x_{t_{1/2}} = \frac{x_f}{2} = \frac{n'_f(\text{استر})}{2}$ على المنحنى ثم

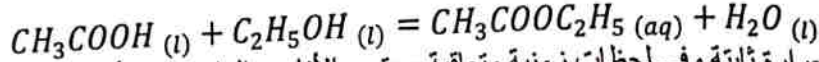
محور الفواصل نجد: $t_{1/2} = 7 \text{ min}$.

هـ/ السرعة الحجمية للتفاعل:

$$V_v = \frac{1}{V} \times \frac{dx}{dt} = \frac{1}{V} \times \frac{dn'}{dt} = \frac{1}{83 \times 10^{-3}} \times \frac{0,075 - 0,165}{0 - 7} = 0,15 \text{ mol/L.min}$$

التمرين 05:

لنعرض متابعة تطور التحول الكيميائي بين حمض الإيثانويك CH_3COOH والإيثانول C_2H_5OH نأخذ 7 أنابيب اختبار وعند اللحظة $t = 0$ تمزج في كل واحد منها $n_0(mol)$ من الحمض و $n_0(mol)$ من الكحول السابقين. يُمذَج التحول الحادث بالتفاعل ذي المعادلة:



علينا عند درجة حرارة ثابتة وفي لحظات زمنية متعاقبة محتوى الأنابيب الواحد تلو الآخر من أجل معرفة كمية مادة الحمض المتبقى (n) بواسطة هيدروكسيد الصوديوم $(Na^+ + OH^-)$. سمحت هذه العملية بالحصول على جدول القياسات التالي:

t(h)	0	1	2	3	4	5	6	7
n(mol)	1,00	0,61	0,45	0,39	0,35	0,34	0,33	0,33
n'(mol)								

- أنجز جدولاً لتقدم التفاعل واحسب التقدم الأعظمي x_{max} .
- استنتج العلاقة التي تعطي كمية مادة الاستر المتشكل (n') بدلالة كمية مادة الحمض المتبقى (n) .
- أكمل الجدول أعلاه، وباختيار سلم مناسب ارسم المنحنى الذي يمثل تغيرات كمية مادة الاستر المتشكل بدلالة الزمن $n' = f(t)$.
- احسب قيمة سرعة التفاعل عند اللحظة $t = 3h$. كيف تتطور سرعة التفاعل مع الزمن؟ علّل.
- احسب النسبة النهائية للتقدم (τ_f) وماذا تستنتج؟

تصحيح التمرين 05:

(1) من جدول القياسات في $t = 0 : n_0 = 1 mol$ ، إنشاء جدول تقدم التفاعل:

المعادلة	$CH_3COOH + C_2H_5OH = CH_3COOC_2H_5 + H_2O$			
الحالة	كميات المادة (mol)			
التقدم				
ابتدائية	$x = 0$	n_0	n_0	0
انتقالية	x	$n_0 - x$	$n_0 - x$	x
نهائية	x_f	$n_0 - x_f$	$n_0 - x_f$	x_f

- حساب x_{max} : نعلم كمية مادة المتفاعلين: $x_{max} = n_0 \Rightarrow n_0 - x_{max} = 0$
- (2) كمية مادة الاستر: نعلم أن: $n_E = x = n'$ ونعلم أيضاً أن: $n_{\text{حمض}} = n_0 - x$
- $\Rightarrow n' = x = n_0 - n_{\text{حمض}}$

(3) إكمال الجدول ورسم المنحنى:

t(h)	0	1	2	3	4	5	6	7
n(mol)	1	0,61	0,45	0,39	0,35	0,34	0,33	0,33
n'(mol)	0	0,39	0,55	0,61	0,65	0,66	0,67	0,67

حساب السرعة عند $t = 4h$ (ميل المماس):

$$\frac{dx}{dt} = \frac{0,61 - 0,51}{3 - 0} = 0,033 \text{ mol/h}$$

تتناقص سرعة التفاعل وهذا لأن:

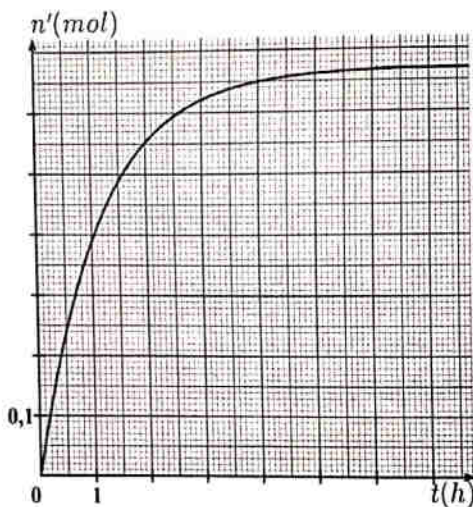
رياضياً: ميل المماس ينقص.

مجهرياً: تركيز المتفاعلات يتناقص أثناء التفاعل فتقل التصادمات الفعالة.

(4) حساب τ_f : من البيان نلاحظ أن: $x_f = 0,67$ منه:

$$\tau_f = \frac{x_f}{x_{max}} = 0,67$$

نستنتج أن التفاعل غير تام وأن الكحول المستعمل أولي.



التمرين 06:

ننمذج التحول الكيميائي الحاصل بين حمض الإيثانويك (CH_3COOH) و الإيثانول (C_2H_5OH) بالمعادلة:

$$CH_3COOH + C_2H_5OH = CH_3COOC_2H_5 + H_2O$$

لدراسة تطور التفاعل بدلالة الزمن، نسكب في إناء موضوع داخل الجليد مزيجا مؤلفا من $0,2mol$ من الكحول (C_2H_5OH)، بعد الرج والتحريك نقسم المزيج على 10 أنابيب اختبار مرقمة من 1 إلى 10، بحيث يحتوي كل منها على نفس الحجم V_0 من المزيج. تسد الأنابيب وتوضع في حمام مائي درجة حرارته ثابتة ونشغل المقياسية. في اللحظة $t = 0$ نخرج الأنبوب الأول ونعاير الحمض المتبقي فيه بواسطة محلول مائي من هيدروكسيد الصوديوم ($Na^+ + OH^-$) تركيزه المولي $C = 1,0 mol.L^{-1}$ ، فيلزم بلوغ نقطة التكافؤ إضافة حجم من هيدروكسيد الصوديوم (V_{bE}) لنستنتج (V'_{bE}) اللازم لمعايرة الحمض المتبقي الكلي. بعد مرة نكرر العملية مع أنبوب آخر وهكذا، لنجمع القياسات في الجدول التالي:

$t(h)$	0	4	8	12	16	20	32	40	48	60
$V'_{bE}(mL)$	200	168	148	132	118	104	74	66	66	66
$x(mol)$ تقدم التفاعل										

(1) أ/ ما اسم الاستر المتشكل؟

ب/ أنشئ جدولا لتقدم التفاعل بين الحمض (CH_3COOH) والكحول (C_2H_5OH).

ج/ اكتب معادلة التفاعل الكيميائي للنموذج للتحول الحاصل بين حمض الإيثانويك (CH_3COOH) ومحلول هيدروكسيد الصوديوم ($Na^+ + OH^-$).

(2) أ/ اكتب العلاقة بين كمية الحمض المتبقي (n) و (V'_{bE}) حجم الأساس اللازم للتكافؤ.

ب/ بالاستعانة بجدول التقدم السابق احسب قيمة (x) تقدم التفاعل ثم أكمل الجدول أعلاه.

ج/ ارسم المنحنى البياني $x = f(t)$.

د/ احسب نسبة التقدم النهائي τ ، ماذا تستنتج؟

هـ/ عبر عن كسر التفاعل النهائي Q_{rf} في حالة التوازن بدلالة التقدم النهائي x_f . ثم احسب قيمته.

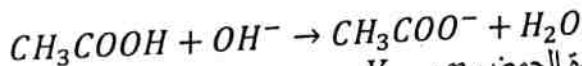
تصحيح التمرين 06:

(1) أ/ اسم الاستر المتشكل: إيثانوات الإيثيل.

ب/ إنشاء جدول تقدم التفاعل:

المعادلة		$CH_3COOH + C_2H_5OH = CH_3COOC_2H_5 + H_2O$			
الحالة	التقدم	كميات المادة (mol)			
ابتدائية	$x = 0$	0,2	0,2	0	0
انتقالية	x	$0,2 - x$	$0,2 - x$	x	x
نهائية	x_f	$0,2 - x_f$	$0,2 - x_f$	x_f	x_f

ج/ معادلة المعايرة:

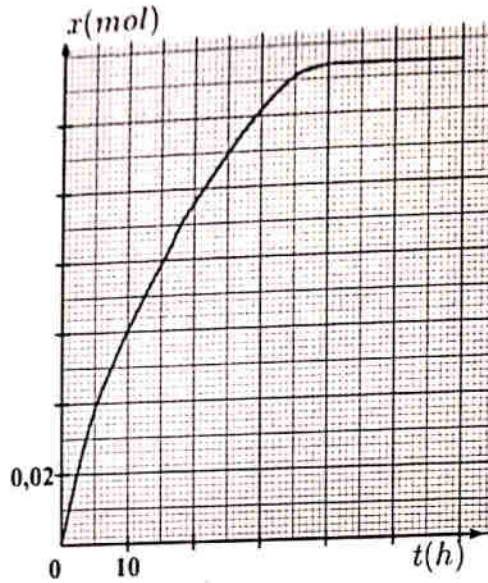


(2) أ/ كتابة العلاقة بين كمية مادة الحمض n و V_{bE} :

نعلم أن في تفاعل المعايرة يكون: $C_a \cdot V_a = C_b \cdot V_{bE}$ حيث $C_a \cdot V_a = n_{\text{حمض}} = C_b \cdot V_b$ منه: $n_{\text{حمض}} = C_b \cdot V_b$ و $C_b = 1mol/L$ منه: $n_{\text{حمض}} = V'_{bE}$

ب/ من جدول تقدم التفاعل: نعلم أن: $0,2 - x = n_{\text{حمض}} = 0,2 - x$ منه: $x = 0,2 - n_{\text{حمض}}$ إكمال الجدول:

$t(h)$	0	4	8	12	16	20	32	40	48	60
$V'_{bE}(mL)$	200	168	148	132	118	104	74	66	66	66
$x(mol)$ تقدم التفاعل	0	0,032	0,052	0,068	0,082	0,096	0,126	0,134	0,134	0,134



د/ من البيان نستنتج أن: $x_f = 0,134 \text{ mol}$ ، منه:

$$\tau_f = \frac{x_f}{x_{\max}} = \frac{0,134}{0,2} = 0,67$$

نستنتج أن التفاعل غير تام وأن الكحول أولي.

هـ/ نعتبر عن كسر التفاعل النهائي Q_{rf} مع حساب قيمته.

$$Q_{rf} = \frac{[أستر]_f \times [ماء]_f}{[حمض]_f \times [كحول]_f} = \frac{\frac{(x_f)^2}{V_f^2}}{(0,2 - x_f)^2 \frac{V_f^2}{V_f^2}}$$

$$Q_{rf} = \frac{x_f^2}{(0,2 - x_f)^2} = \frac{(0,134)^2}{(0,066)^2} = 4,12$$

التمرين 07:

- 1) حمض كربوكسيلي A كثافته بخاره بالنسبة للهواء 2,07. أوجد الصيغة الجزيئية لهذا الحمض.
- 2) نشكل مزيج متساوي المولات يتكون من 2 mol من حمض (A) و 2 mol من كحول (B) هو البروبانول-2، وعند توفر الشروط اللازمة لحدوث التفاعل، ينتج أستر E وماء.
أ/ اكتب معادلة التفاعل الحادث. مبينا خصائصه.
ب/ أوجد التقدم النهائي x_f .

صنف الكحول	أولي	ثانوي	ثالثي
المردود	67%	60%	5%

يعطى:

- ملاحظة: هذه النسب صالحة فقط في حالة مزيج ابتدائي متساوي المولات
- ج/ اكتب عبارة ثابت التوازن الكيميائي لتفاعل الأسترة بدلالة التقدم النهائي x_f ثم احسب قيمته.
- 3) نشكل مزيج آخر يتكون من 1 mol من حمض A و 2 mol من الكحول B و 4 mol من الأستر (E) و 3 mol من الماء ثم توفر الشروط اللازمة لحدوث التفاعل.
أ/ بين في أي جهة يتطور التفاعل.
ب/ أوجد التركيب المولي للمزيج عند حدوث التوازن الكيميائي.
ج/ احسب τ_f نسبة تقدم التفاعل.

تصحيح التمرين 07:

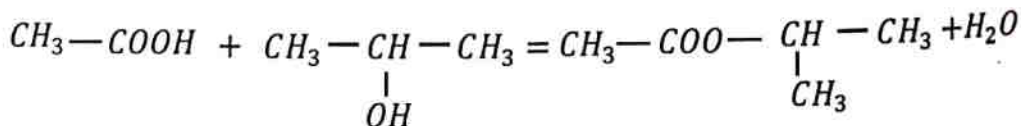
$$d = \frac{M}{29} \Rightarrow M = d \times 29 = 2,07 \times 29 = 60 \text{ g/mol}$$

ونعلم أيضا أن حمض صيغته من الشكل: $C_nH_{2n}O_2$ منه: $M = 14n + 32$

$$60 = 14n + 32 \Rightarrow n = 2$$

منه الصيغة المجملية هي: $C_2H_4O_2$

2) أ/ معادلة التفاعل:



خصائصه: محدود (غير تام)، لا حراري، عكوس، بطيء.

ب/ بما أن المزيج متساوي عدد المولات منه:

$$r\% = \frac{x_f}{x_{\max}} \times 100$$

$$x_f = \frac{x_{\max} \times r}{100} = \frac{2 \times 60}{100} = 1,2 \text{ mol}$$

بما أن الكحول ثانوي فإن:

ج/ عبارة ثابت التوازن:

$$K = \frac{n_E \times n_{\text{ماء}}}{n_{\text{حمض}} \times n_{\text{كحول}}} = \frac{x_f^2}{(2 - x_f)^2} = 2,25$$

(3) أ/ لنبين في أي جهة يتم التفاعل، نحسب كسر التفاعل الابتدائي:

$$Q_{ri} = \frac{n_{\text{استر}} \times n_{\text{ماء}}}{n_{\text{حمض}} \times n_{\text{كحول}}} = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6 > K$$

بما أن $Q_{ri} > K$ إذن الجملة تتطور في الاتجاه المعاكس، فتحدث عملية إمالة الأستر.

ب/ التركيب المولي عند حدوث التوازن:

المعادلة		$C_2H_4O_2 + C_3H_8O = C_5H_{10}O_2 + H_2O$			
الحالة	التقدم	كميات المادة (mol)			
ابتدائية	$y = 0$	1	2	4	3
انتقالية	y	$1 + y$	$2 + y$	$4 - y$	$3 - y$
نهائية	y_f	$1 + y_f$	$2 + y_f$	$4 - y_f$	$3 - y_f$

ج/ حساب المردود:

$$K = \frac{(4 - y_f) \times (3 - y_f)}{(1 + y_f) \times (2 + y_f)} = 2,25$$

$$1,25y_f^2 + 13,75y_f - 7,5 = 0$$

$$\begin{cases} y_{f1} \approx 0,5 \text{ mol} & \text{مقبول} \\ y_{f2} \approx -11,5 \text{ mol} & \text{مرفوض} \end{cases}$$

منه: تعيين التركيب المولي للمزيج:

$$n_E = n_{E_0} - y_f = 4 - 0,5 = 3,5 \text{ mol}$$

$$n_{\text{ماء}} = n_{\text{ماء}_0} - y_f = 3 - 0,5 = 2,5 \text{ mol}$$

$$n_{\text{حمض}} = n_{\text{حمض}_0} + y_f = 1 + 0,5 = 1,5 \text{ mol}$$

$$n_{\text{كحول}} = n_{\text{كحول}_0} + y_f = 2 + 0,5 = 2,5 \text{ mol}$$

ج/ حساب نسبة تقدم التفاعل τ_f :

$$\begin{cases} 3 - y_{\max} = 0 \\ 4 - y_{\max} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_{\max} = 3 \text{ mol} & \text{مقبول} \\ y_{\max} = 4 \text{ mol} & \text{مرفوض} \end{cases}$$

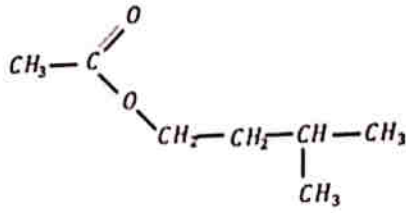
تعيين قيمة $y_{\max}$:

$$\tau_f = \frac{y_f}{y_{\max}} \times 100 = \frac{0,5}{3} \times 100 = 16,7\%$$

هل تعلم ؟

أول مرة استخدمت الطاقة الشمسية في
شيلي عام 1882 م ، عندما بني أول جهاز
للطاقة الشمسية

التمرين 08:



نحضر أستر E صيفته مبينة في الشكل المقابل.
نطلقا من مزيج يتكون من حجم $V_A = 14,3 \text{ mL}$ من حمض الإيثانويك A وكتلته $m_B = 22,0 \text{ g}$ من كحول B مع إضافة بخر 1 mL من حمض الكبريت المركز والتسخين بالتقطير المرتد لمدة 4 ساعات، لنحصل في النهاية على كتلة من الأستر $m_E = 21,7 \text{ g}$.

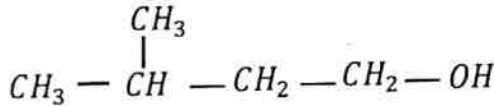
- (1) اكتب الصيغة نصف المفصلة للكحول B وأعط اسمه وكذلك صنفه.
- (2) اكتب معادلة التفاعل الممنذج لتحول الأسترة وأعط اسم الأستر.
- (3) انكر مميزات هذا التطور.

النوع الكيميائي	$M(\text{g/mol})$	$\rho(\text{g/ml})$
A: الحمض	60	1,05
B: الكحول	88	0,18
E: الأستر	130	0,87

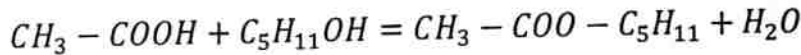
- (4) ما الغرض من التسخين بالتقطير المرتد للمزيج.
- (5) أوجد التركيب المولي للمزيج الابتدائي.
- (6) أنشئ جدول تقدم التفاعل.
- (7) أوجد مردود التفاعل واستنتج صنف الكحول مع التعليل.
- (8) اكتب عبارة ثابت التوازن واحسب قيمته.
- (9) ماذا يحدث إذا قمنا بنزع الماء كلما تشكل.

تصحيح التمرين 08:

(1) صيغة الكحول:



(2) معادلة التفاعل:



اسم الأستر: إيثانوات 3 ميثيل بوتيل.

- (3) مميزات التفاعل: محدود (غير تام)، لا حراري، عكوس، بطيء.
- (4) الغرض من التسخين بالتقطير المرتد للمزيج تسريع التفاعل مع المحافظة على كمية المادة.
- (5) التركيب المولي الابتدائي:

$$n_B = \frac{m_B}{M_B} = \frac{22}{88} = 0,25 \text{ mol} \quad \text{كمية مادة الكحول:}$$

$$m_A = \rho_A \times V_A \quad \text{كمية مادة الحمض: لدينا} \quad \rho_A = \frac{m_A}{V_A} \quad \text{منه:}$$

$$m_A = 1,05 \times 14,3 \approx 15 \text{ g} \Rightarrow n_A = \frac{m_A}{M_A} = \frac{15}{60} = 0,25 \text{ mol}$$

(6) جدول تقدم التفاعل:

المعادلة		ماء + أستر	= كحول + حمض
ابتدائية	$x = 0$	0	0
انتقالية	x	x	x
نهائية	x_f	x_f	x_f

(7) في نهاية التفاعل نحصل على: $m_E = 21,7 \text{ g}$

$$x_f = \frac{m_E}{M_E} = \frac{21,7}{130} = 0,167 \text{ mol}$$

مردود التفاعل:

$$r = \tau_f \times 100 = \frac{x_f}{x_{\max}} \times 100 \Rightarrow r = \frac{0,167}{0,25} \times 100 = 67\%$$

بما أن المزيج متساوي عدد المولات والمردود 67% فإن الكحول أولي.

(8) عبارة ثابت التوازن وحساب قيمته:

$$K = \frac{n_f(E) \times n_f(H_2O)}{n_f(A) \times n_f(B)} = \frac{x_f^2}{(0,25 - x_f)^2} = \frac{0,167^2}{(0,25 - 0,167)^2} \approx 4$$

(9) يتطور التفاعل في الاتجاه المباشر فقط (الأسطرة) ويصبح المردود 100%

التمرين 09:(1) كحول {A} أحادي الوظيفة ومشبع كثافة بخاره بالنسبة للهواء $d = 2,07$.أ/ بين أن الصيغة المجملية للكحول {A} هي: $C_3H_7 - OH$.

ب/ أوجد جميع صيغه النصف مفصلة مع تسميتها.

(2) حمض عضوي {B} نسبة الكربون فيه 40%.

أ/ بين أن الصيغة المجملية للحمض العضوي {B} هي $C_2H_4O_2$.

ب/ أوجد جميع صيغه النصف مفصلة مع تسميتها.

(3) نمزج 0,2 mol من الكحول {A} مع 0,2 mol من {B}

ونتابع كمية مادة الأسطر المتشكلة بدلالة الزمن حسب البيان

الموضح بالشكل المقابل.

أ/ في أي لحظة يحدث التوازن؟ هل يعني أن التفاعل توقف؟

ب/ أوجد قيمة $t_{1/2}$.

ج/ احسب مردود التفاعل

د/ استنتج اسم الكحول المستعمل وصنف الكحول.

هـ/ اكتب معادلة التفاعل مع تسمية المركب الناتج.

و/ اذكر خواص هذا التفاعل.

ز/ ضع جدولاً لتقدم التفاعل.

(4) أ/ ارسم كيفيا البيان $n_{acide} = f(t)$ ، $n_{alcohol} = g(t)$ ، $n_{eau} = h(t)$

ب/ أعد رسم هذه البيانات في حالة استعمال مأكب آخر للكحول {A}.

(5) أ/ احسب سرعة تشكل الأسطر عند اللحظة $t = 0h$.

ب/ كيف يمكن تسريع هذا التفاعل؟

ج/ ارسم كيفيا كيف يصبح البيان عند تسريع التفاعل

(6) أ/ احسب ثابت التوازن لهذا التفاعل.

ب/ هل يتغير ثابت التوازن عند تسريع التفاعل.

ج/ هل يتغير ثابت التوازن عند أخذ مزيج ابتدائي غير متساوي عدد المولات

(7) نريد تحسين مردود التفاعل.

أ/ اذكر جميع الطرائق الممكنة من أجل ذلك.

ب/ اكتب معادلة تفاعل كحول {A} مع كلور الإيثانويل وما هي قيمة المردود في التفاعل؟ وما هي خصائص هذا

التفاعل؟

(8) الآن نمزج عند $t = 0$:

• 0,1 mol من الإستر.

• 0,3 mol من الماء.

• 0,1 mol من كحول {A}.

• 0,2 mol من الحمض {B}.

أ/ في أي اتجاه تتطور الجملة؟

ب/ أوجد تركيب المزيج النهائي عند التوازن الجديد.

(9) أ/ اكتب معادلة تفاعل هذا الإستر مع هيدروكسيد الصوديوم.

ب/ كيف نسمي هذا التفاعل؟

(10) نمزج الآن 0,2 mol من إيثانوات البروبيل مع 0,2 mol من الماء.

أ/ اكتب معادلة التفاعل.

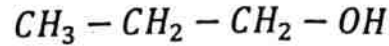
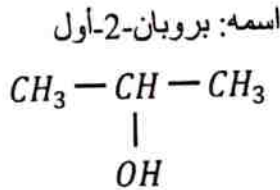
ب/ كيف نسمي هذا التفاعل.

ج/ ما هو تركيب المزيج النهائي المتوقع.

تصحيح التمرين 09:

(1) / نعلم أن الكثافة هي: $d = \frac{M}{29}$ حيث M هي الكتلة المولية للكحول صيغته المجملية: $C_nH_{2n+2}O$
 منه: كتلته المولية هي: $M = d \times 29 = 2,07 \times 29 = 60 \text{ g/mol}$
 $M = 12n + 2n + 2 + 16 = 14n + 18$
 $14n + 18 = 60$ إذن: $n = 3$ منه:

ومن صيغة الكحول هي: C_3H_8O .
 ب/ الصيغ نصف المفصلة الممكنة مع التسمية:
 اسمه: بروبان-1-أول



(2) / نعلم أن الصيغة المجملية للحمض هي: $C_nH_{2n}O_2$
 منه: كتلته المولية هي: $M = 12n + 2n + 16 \times 2 = 14n + 32$
 $14n + 32 \rightarrow 100\%$
 $12n \rightarrow 40\%$
 ونعلم أن:
 $(14n + 32) \times 40 = 1200n \Rightarrow 640n = 1280 \Rightarrow n = 2$
 ومنه صيغته: $C_2H_4O_2$.

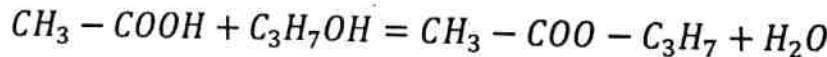
ب/ صيغته النصف مفصلة الممكنة: $\text{CH}_3 - \text{COOH}$ ، اسمه: حمض الإيثانويك.

(3) / من البيان نلاحظ أن التوازن يحدث في $t = 20h$.
 لا يعني أن التفاعل توقف بل أن سرعة التفاعل في الاتجاه المباشر تساوي سرعته في الاتجاه المعاكس.
 ب/ إيجاد $t_{1/2}$:

نعلم أن: $x_f = n_{Ef}$ منه: $x_{t_{1/2}} = \frac{x_f}{2} = \frac{n_{Ef}}{2} = \frac{0,134}{2} = 0,067 \text{ mol}$
 بالإسقاط نجد: $t_{1/2} = 3,5h$
 ج/ حساب مردود التفاعل:

$$r\% = \frac{n_f(E)}{n_0} \times 100 = \frac{0,134}{0,2} \times 100 = 67\%$$

بما أن المردود $r = 67\%$ والمزيج الابتدائي متساوي المولات
 منه: فإن الكحول أولي، اسمه: بروبان-1-أول
 ه/ معادلة التفاعل:



اسم المركب الناتج: إيثانوات البروبيل.
 و/ خواص هذا التفاعل: محدود (غير تام)، لا حراري، عكوس، بطيء.
 ز/ جدول تقدم التفاعل:

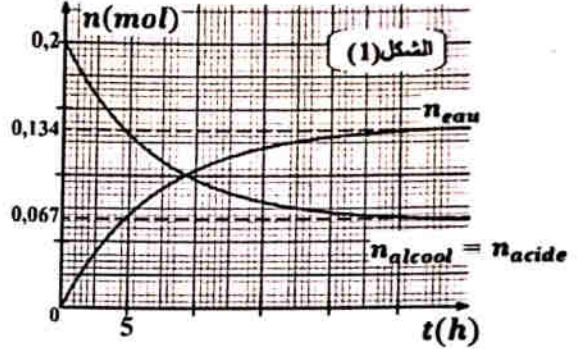
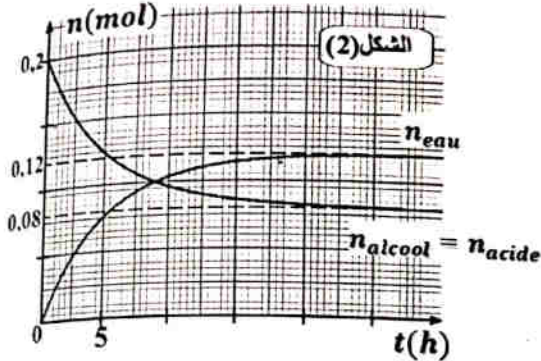
المعادلة		ماء + أستر = كحول + حمض			
الحالة	التقدم	كميات المادة (mol)			
ابتدائية	$x = 0$	0,2	0,2	0	0
انتقالية	x	$0,2 - x$	$0,2 - x$	x	x
نهائية	x_f	$0,2 - x_f$	$0,2 - x_f$	x_f	x_f

(4) أ/ رسم البيانات: (الشكل -1)

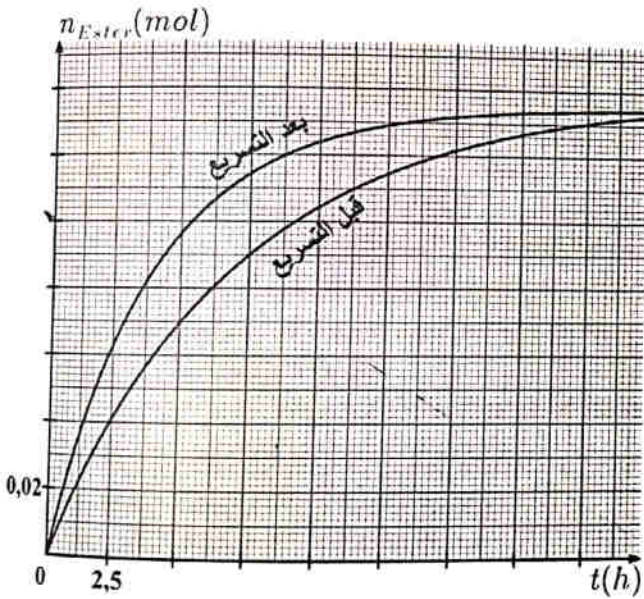
$$n_{\text{كحول}} = n_{\text{حمض}}$$

من جدول تقدم التفاعل: نلاحظ أن:
ومنه لهما نفس المنحنى.

ب/ إعادة رسم المنحنيات في حالة استعمال مماكب آخر. (الشكل -2)



للكحول {A} مماكب آخر وهو بروبان-2-أول (كحول ثانوي) منه يصبح المردود $r = 60\%$
منه $n_{\text{ماء}} = n_{\text{استر}} = 0,6 \times x_{\text{max}} = 0,12 \text{ mol}$ $n_{\text{حمض}} = n_{\text{كحول}} = 0,8 \text{ mol}$



(5) أ/ حساب سرعة التشكل:

من جدول تقدم التفاعل: نعلم أن: $x = n_E$

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{dn_E}{dt}$$

منه بحساب ميل المماس في اللحظة $t = 0$:

$$v = \frac{0,134 - 0}{5 - 0} \approx 0,027 \text{ mol/h}$$

ب/ يمكن تسريع هذا التفاعل بـ:

- استخدام التسخين المرتد.
- إضافة قطرات من حمض الكبريت المركز.

أ/ حساب ثابت التوازن للتفاعل:

$$K = \frac{n_{\text{Ester}} \times n_{\text{eau}}}{n_{\text{acide}} \times n_{\text{alcohol}}} = \frac{x_f^2}{(0,2 - x_f)^2}$$

ونعلم أن: $x_f = n_{E_f} = 0,134 \text{ mol}$ منه:

$$K = \frac{(0,134)^2}{(0,2 - 0,134)^2} = 4,12$$

ب/ لا يتغير عند التسريع لأن تفاعل الأسترة لا حراري.

ج/ لا يتغير عند أخذ مزيج غير متساوي لأنه لا يتعلق بكمية المادة الابتدائية.

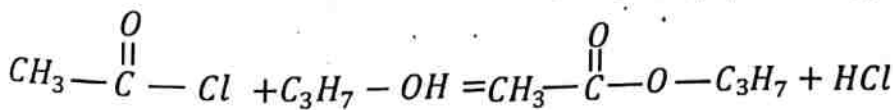
(7) أ/ طرق تحسين المردود:

- استعمال كلور الأسيل.

- الزيادة في كمية مادة أحد المتفاعلات.

- نزاع أحد النواتج ليصبح التفاعل يتم في جهة واحدة.

ب/ معادلة التفاعل:



خصائصه: تام، ناشر للحرارة.

قيمة مردود التفاعل: $r = 100\%$

(8) / حساب كسر التفاعل الابتدائي:

$$Q_{r_i} = \frac{n_{\text{استر}} \times n_{\text{ماء}}}{n_{\text{حمض}} \times n_{\text{كحول}}} = \frac{0,3 \times 0,1}{0,2 \times 0,1} = 1,5 < K$$

منه: تتطور الجملة في الاتجاه المباشر.
ب/ حساب التركيب المولي الجديد:

المعادلة	ماء + استر	= كحول + حمض			
ابتدائية	0,3	0,1	0,1	0,2	y = 0
نهائية	0,3 + y _f	0,1 + y _f	0,1 - y _f	0,2 - y _f	y _f

$$K = \frac{(0,1 + y_f) \times (0,3 + y_f)}{(0,2 - y_f) \times (0,1 - y_f)} = 4$$

$$3y_f^2 - 1,6y_f + 0,05 = 0$$

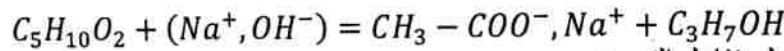
$$y_{f1} = 0,5 \text{ mol مرفوض}$$

$$y_{f2} = 0,033 \text{ mol مقبول}$$

منه التركيب المولي النهائي:

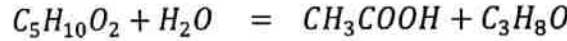
$$\begin{cases} n_E = 0,1 + 0,033 = 0,133 \text{ mol} \\ n_{\text{ماء}} = 0,3 + 0,033 = 0,333 \text{ mol} \end{cases} \quad \begin{cases} n_{\text{حمض}} = 0,2 - 0,033 = 0,167 \text{ mol} \\ n_{\text{كحول}} = 0,1 - 0,033 = 0,067 \text{ mol} \end{cases}$$

(9) / كتابة معادلة التفاعل:



ب/ نسمي هذا التفاعل بتفاعل التصبن.

(10) / معادلة التفاعل:



ب/ نسمي هذا التفاعل بتفاعل إمهاة الأستر.

ج/ التركيب المولي النهائي المتوقع: بما أن الكحول الناتج أولي والمزيج متساوي المولات فإن المردود $r = 33\%$ ، منه:

$$x_f = n_{\text{حمض}} = n_{\text{كحول}} = 0,2 \times \frac{r}{100} = 0,066 \text{ mol}$$

$$n_{\text{استر}} = n_{\text{ماء}} = 0,2 - x_f = 0,2 - 0,066 = 0,134 \text{ mol}$$

التمرين 10:

في حصة للأعمال المخبرية، كلف الأستاذ فوجا من التلاميذ بوضع في كل أنبوب من أنابيب الاختبار الثمانية مزيجاً يتكون من: 4,5 mmol من ميثانوات الإيثيل و 10 mL من الماء.
توضع أنابيب الاختبار مسدودة في حمام مائي درجة حرارته ثابتة $40^\circ C$. كل 10 min يفرغ التلميذ محتوى أحد الأنابيب في بيشر، ثم يوضع هذا الأخير في حوض به ماء و جليد، ويعاير الحمض A المتشكل في البيشر بواسطة محلول هيدروكسيد الصوديوم $(Na^+_{(aq)} + HO^-_{(aq)})$ ، تركيزه المولي: $c_b = 0.50 \text{ mol} \cdot L^{-1}$ ، بوجود كاشف ملون مناسب نحصل على التكافؤ بعد إضافة حجم V_{eq} من محلول هيدروكسيد الصوديوم.
يكرر التلاميذ العملية مع بقية الأنابيب وتدوّن النتائج في الجدول التالي:

t(min)	0	10	20	30	40	50	60	70	80
V _{eq} (mL)	0	2,1	3,7	5,0	6,1	7,0	7,6	7,8	7,8

(1) لماذا يوضع البيشر في حوض به ماء و جليد؟ وما دور الكاشف الملون؟

(2) اكتب الصيغة الجزيئية نصف المفصلة للإستر.

- (3) أ/ سم التحول الكيميائي الحادث للجملة في الأنبوب، مع ذكر خصائصه عند حالة التوازن الكيميائي.
ب/ اكتب معادلة التفاعل الحادث في أنبوب الاختبار.
- (4) عبر عن n_A كمية مادة الحمض المتشكلة في كل أنبوب بدلالة V_{eq} .
استنتج قيمة x تقدم التفاعل في كل من الأزمنة التالية:

$t(\text{min})$	0	10	20	30	40	50	60	70	80
$x(\text{mmol})$									

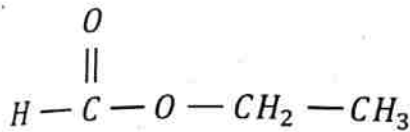
- (5) أ/ ارسم بيان: $x = f(t)$.
ب/ احسب r مردود التحول. كيف يمكن مراقبته؟
- (6) أعد رسم بيان: $x = f(t)$ كيفيا على نفس المعلم، في حالة ما أجريت التجربة في درجة الحرارة: $\theta' = 60^\circ\text{C}$

تصحيح التمرين 10:

- (1) يوضع البيشر في حوض به ماء وجليد من أجل تعطيل التفاعل وإمكانية المعايرة في اللحظة المعتمدة، وكذلك لتفادي تفاعل التصين.

دور الكاشف الملون هو تحديد نقطة التكافؤ ومعرفة V_{eq} .

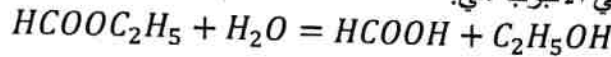
- (2) كتابة الصيغة الجزيئية نصف المفصلة للأستر:



ميثانوات الإيثيل

- (3) أ/ التحول الحادث هو تحول إمالة الأستر.
خصائصه عند حالة التوازن هي: بطيء، لا حراري، غير تام، عكوس.

ب/ معادلة التفاعل الحادثة في الأنبوب هي:



- (4) التعبير عن n_A بدلالة V_{eq} :

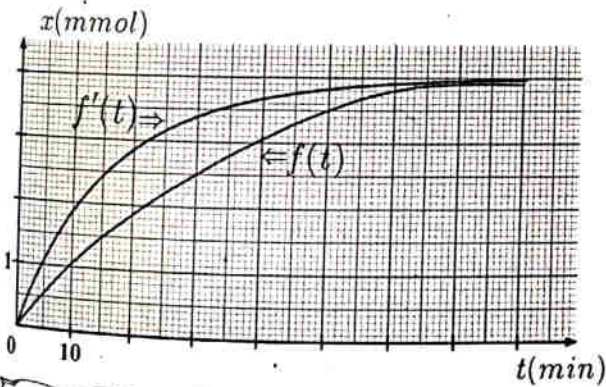
$$n_A = C_b \cdot V_{eq} \Leftarrow n_A = n_b$$

$$n_A = 0,50 \times V_{eq}$$

استنتاج قيمة x في كل الأزمنة التالية:

نعلم أن: حسب جدول تقدم التفاعل: $n_A = x$ ومنه: $x = 0,50 \times V_{eq}$

$t(\text{min})$	0	10	20	30	40	50	60	70	80
$x(\text{mmol/L})$	0	1,05	1,85	2,5	3,05	3,5	3,8	3,9	3,9



- (5) أ/ رسم البيان: $x = f(t)$

ب/ حساب r :

$$r = 100 \times \frac{x_f}{x_{max}}$$

من البيان: لدينا: $x_f = 3,9 \text{ mmol}$

و $x_{max} = 4,5 \text{ mmol}$

$$r = 100 \times \frac{3,9}{4,5} = 86,66 \approx 87\%$$

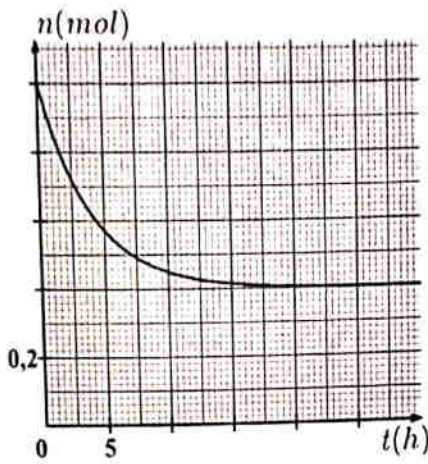
مراقبة المردود: (تحسينه):

- نزع أحد النواتج.
- استعمال مزيج ابتدائي غير متساوي المولات.

- (6) إعادة رسم البيان كيفيا $x = f'(t)$

(على نفس المعلم السابق).

استبدل علامة الاستفهام "؟" بأي
رمز رياضي لجعل النتيجة
تساوي (111).
 $111 = 3 \times 2 \times 12 \times 18$



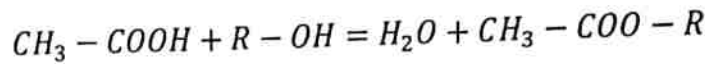
التمرين 11:

تم دراسة تطور التفاعل لمزيج متكافئ في كمية المادة من حمض الخل ($CH_3 - COOH$) وكحول صيغته العامة ($R - OH$). عند درجة حرارة ثابتة θ_1 البيان المرافق يمثل كمية مادة الحمض المتبقى بدلالة الزمن.

- (1) اكتب معادلة التفاعل الحادث.
- (2) أنشئ جدول تقدم للتفاعل.
- (3) احسب مردود التفاعل ثم استنتج صنف الكحول.
- (4) إذا علمت أن الصيغة العامة للإستر الناتج هي $C_5H_{10}O_2$. أوجد صيغته النصف مفصلة ثم أعط اسمه.
- (5) أعط تركيب المزيج عند حالة التوازن ثم أوجد قيمة كسر التفاعل عندئذ.
- (6) نعيد نفس التجربة عند درجة حرارة أكبر هل يتغير تركيب المزيج عند حالة التوازن. علل.

تصحيح التمرين 11:

(1) معادلة التفاعل الحاصل:



(2) جدول تقدم للتفاعل:

المعادلة		$CH_3 - COOH + R - OH = H_2O(l) + CH_3 - COO - R$			
الحالة	التقدم	كميات المادة (mol)			
ابتدائية	$x = 0$	1	1	0	0
انتقالية	x	$1 - x$	$1 - x$	x	x
نهائية	x_f	$1 - x_f$	$1 - x_f$	x_f	x_f

بيانيا نجد: $n_0 = 1 \text{ mol}$ حيث n_0 نفسها هي كمية مادة CH_3COOH و $R - OH$ الابتدائية.

(3) حساب مردود التفاعل:

$$x_f = 1 - 0,4 = 0,6 \text{ mol}$$

$$r = \tau_f \times 100 = \frac{x_f}{x_{max}} \times 100 \Rightarrow r = \frac{0,6}{1} \times 100$$

أي: $r = 60\%$ ، الاستنتاج: الكحول ثانوي.

(4) الصيغة المجملية للأستر: $C_5H_{10}O_2$ منه:

-الصيغة نصف مفصلة للأستر:

-اسمه: إيثانوات 1 ميثيل الإيثيل.

(5) تركيب المزيج عند حالة التوازن:

$$n_{eq}(CH_3 - COOH) = n_{eq}(R - OH) = 0,4 \text{ mol}$$

$$n_{eq}(H_2O) = n_{eq}(C_5H_{10}O_2) = 1 - 0,4 = 0,6 \text{ mol}$$

$$K = \frac{[H_2O]_{eq} \times [CH_3 - R - COO^-]}{[R - OH] \times [CH_3COOH]} = \frac{x_f^2}{(1 - x_f)^2} = \frac{0,6^2}{0,4^2} = 2,25$$

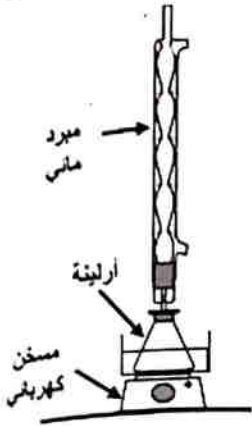
(6) لا يتغير تركيب المزيج عند حالة التفاعل عند درجة حرارة أكبر لأن درجة الحرارة المرتفعة تؤدي إلى تسريع التفاعل.

لا تستمع أكثر من اللازم
إلى ما يقوله الزبائن
ستيف جوبز

التمرين 12:

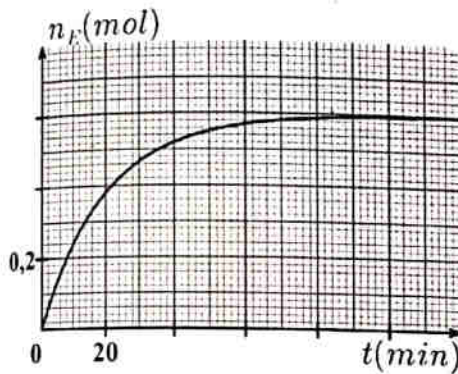
الهدف: دراسة تحول الأسترة.

نضع في أرلينة ماير 1 mol من حمض الإيثانويك $CH_3 - COOH$ و 1 mol من الكحول $C_4H_9 - OH$. نضيف قطرات من حمض الكبريت المركز ونسد الأرلينة بسدادة متصلة بمبرد، ثم نضعها في حمام مائي درجة حرارته $100^\circ C$. بعد مدة زمنية من التسخين المرتد، نسكب محتوى الأرلينة في بيشر به ماء مالح، فنلاحظ طفو مادة عضوية.



(1) ما دور كل من التسخين المرتد وإضافة حمض الكبريت المركز؟

(2) لماذا نستعمل الماء المالح؟

(3) إن متابعة كمية مادة الإستر المتشكل n_E بدلالة الزمن مكنتنا من رسم البيان $n_E = f(t)$ (الشكل)

أ/ اكتب معادلة التفاعل الكيميائي النمذج لتحول الأسترة.

ب/ هل التحول الكيميائي الحاصل تام؟ كيف تتأكد عمليا من ذلك؟

ج/ جد سرعة التفاعل في اللحظات: $t_1 = 20 \text{ min}$ $t_2 = 40 \text{ min}$; $t_3 = 60 \text{ min}$;

ناقش النتائج المتحصل عليها. ماذا تستنتج؟

د/ عين مردود التحول. هل يمكن تحسينه عند نزع الماء

الناتج؟ فسر ذلك.

هـ/ استنتج صنف الكحول المستعمل. اكتب صيغته الجزيئية

نصف المفصلة مع تسميته.

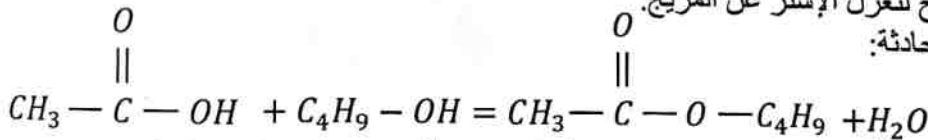
تصحيح التمرين 12:

(1) دور التسخين المرتد: تسريع التفاعل مع المحافظة على كمية المادة.

دور إضافة حمض الكبريت المركز: تسريع التفاعل.

(2) نستعمل الماء المالح لنعزل الإستر عن المزيج.

(3) أ/ معادلة التفاعل الحادثة:

ب/ من المعطيات: نعلم أن $x_{max} = 1 \text{ mol}$ ومن البيان نستنتج أن: $x_f = n_{Ef} = 0,6 \text{ mol} < x_{max}$

منه التفاعل غير تام. نتأكد من ذلك عمليا بمعايرة الحمض المتبقي في المزيج.

ج/ سرعة التفاعل:

نعلم أن: $n_E = x$ نشق الطرفين: $\frac{dx}{dt} = \frac{dn_E}{dt}$ ومنه سرعة التشكل هي من ميل المماس في لحظات مختلفة.

$$V_{t_1} = \frac{0,36 - 0,16}{20 - 0} = 10^{-2} \text{ mol/min}$$

$$V_{t_2} = \frac{0,5 - 0,32}{40 - 0} = 4,5 \times 10^{-3} \text{ mol/min}$$

$$V_{t_3} = \frac{0,58 - 0,44}{60 - 0} = 2,33 \times 10^{-3} \text{ mol/min}$$

(في حدود أخطاء القراءة البيانية).

المناقشة: نلاحظ أن: $V_{t_3} < V_{t_2} < V_{t_1}$ ومنه السرعة تتناقص.

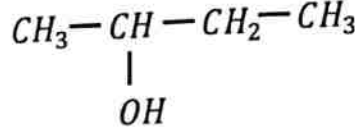
الاستنتاج: نستنتج أن تراكيز المتفاعلات ينقص مع الوقت وهذا يؤدي إلى تناقص سرعة التشكل.

د/ تعيين مردود التفاعل:

$$r = \tau_f \times 100 = \frac{x_f}{x_{max}} \times 100 = \frac{0,6}{1} \times 100 = 60\%$$

نعم يمكن تحسين مردود بنزع الماء وهذا يعود إلى أن التفاعل يحدث في اتجاه واحد (الاتجاه المباشر) $r = 60\%$ بما أن فإن الكحول المستعمل ثانوي،

صيغته:



اسمه: بوتان-2-أول

التمرين 13:

مزجنا عند اللحظة $t = 0$ من الإيثانول C_2H_5OH و $m_0 = 38,4 \text{ g}$ من حمض كربوكسيلي $C_nH_{2n+1} - COOH$ وبضع قطرات من حمض الكبريت المركز. قسمنا المزيج بالتساوي على عشرة أنابيب اختبار نسد بإحكام وتوضع في حمام مائي درجة حرارته ثابتة $\theta = 60^\circ C$.
1/ اكتب معادلة التفاعل المنمذج للتحويل الكيميائي الحادث.

ما هي خصائص هذا التفاعل؟

2/ قمنا بإجراء تجربة مكنتنا من قياس كمية مادة الأستر المتشكل في كل أنبوب خلال الزمن ورسم

المنحنى $n_{ester} = f(t)$.

هي الطريقة التي مكنتنا من معرفة كمية مادة الأستر المتشكلة في كل لحظة.

3/ أ/ علما أن ثابت التوازن لتفاعل الأسترة المدروس

هو $K = 4$. حدد كمية مادة الحمض في المزيج الابتدائي.

ب/ جد الصيغة المجملية للحمض الكربوكسيلي واستنتج الصيغة نصف مفصلة للأستر وأعط اسمه النظامي.

ج/ احسب مردود التفاعل وقارنه بمردود التفاعل لمزيج ابتدائي متساوي المولات، كيف تفسر ذلك؟

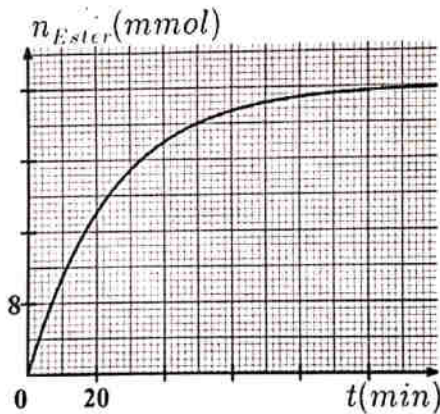
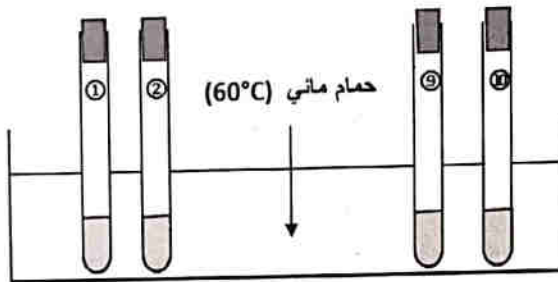
4/ جد التركيب المولي للمزيج التفاعلي في كل أنبوب عند اللحظة $t = 120 \text{ min}$

نطى:

$$M(H) = 1 \text{ g.mol}^{-1}$$

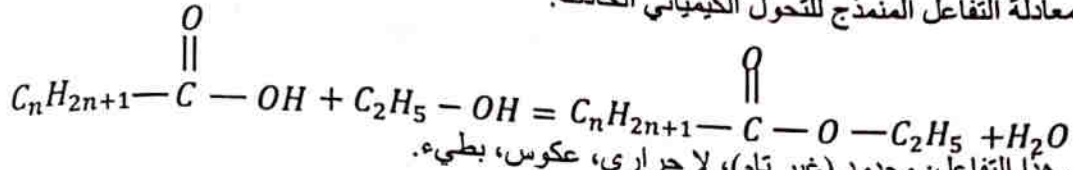
$$M(C) = 12 \text{ g.mol}^{-1}$$

$$M(O) = 16 \text{ g.mol}^{-1}$$



تصحيح التمرين 13:

(1) معادلة التفاعل المنمذج للتحويل الكيميائي الحادث:



خصائص هذا التفاعل: محدود (غير تام)، لا حراري، عكوس، بطيء.

(2) الطريقة: نعاير كمية من الحمض المتبقي في الأنابيب في لحظات زمنية مختلفة وطرحها من كمية المادة الابتدائية لإيجاد كمية الأستر المتشكل.

(3) أ/ جدول تقدم التفاعل:

المعادلة	ماء + أستر = كحول + حمض
ابتدائية $x = 0$	n_A n_0 0 0
انتقالية x	$n_A - x$ $n_0 - x$ x x
نهائية x_f	$n_A - x_f$ $n_0 - x_f$ x_f x_f

ونعلم أن في أنبوب واحد: $n_{Ef} = 0,032 \text{ mol}$ منه: تقدم التفاعل النهائي في المزيج هو: $x_f = 10 \times n_{Ef} = 0,32 \text{ mol}$ ونعلم أن ثابت التوازن هو: $K = \frac{n_f(E) \times n_f(H_2O)}{n_f(A) n_f(B)} = 4$ من جدول تقدم التفاعل: $4 = \frac{x_f^2}{(n_A - x_f)(n_0 - x_f)}$

$$n_A - x_f = \frac{x_f^2}{4(n_0 - x_f)} \Rightarrow n_A = \frac{x_f^2}{4(n_0 - x_f)} + x_f \quad \text{منه:}$$

بالتعويض نجد: $n_A = 0,64 \text{ mol}$
ب/ الصيغة المجملية:

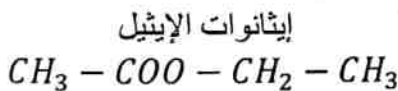
$$M = \frac{m_0}{n_A} = \frac{38,4}{0,64} = 60 \quad \text{نعلم أن: } n_A = \frac{m_0}{M} \quad \text{منه:}$$

$$M = 12n + 2n + 1 + 12 + 2 \times 16 + 1 = 14n + 46 \quad \text{ونعلم من الصيغة أن:}$$

$$60 = 14n + 46 \Rightarrow n = 1 \quad \text{منه:}$$

منه الصيغة المجملية: $C_2H_4O_2$

حمض الإيثانويك

ج/ مردود التفاعل: نعلم مما سبق أن: $x_f = 0,32 \text{ mol}$

$$\begin{cases} x_{max} = 0,4 \text{ mol} & \text{مقبول} \\ \text{أو} \\ x_{max} = 0,64 \text{ mol} & \text{مرفوض} \end{cases}$$

$$r = \tau_f \times 100 = \frac{x_f}{x_{max}} \times 100 = \frac{0,32}{0,4} \times 100 = 80\%$$

مردود مزيج ابتدائي متساوي المولات هو: $r_0 = 67\%$ منه: $r > r_0$

ومنه مردود مزيج غير متساوي المولات أكبر من مزيج متساوي المولات.

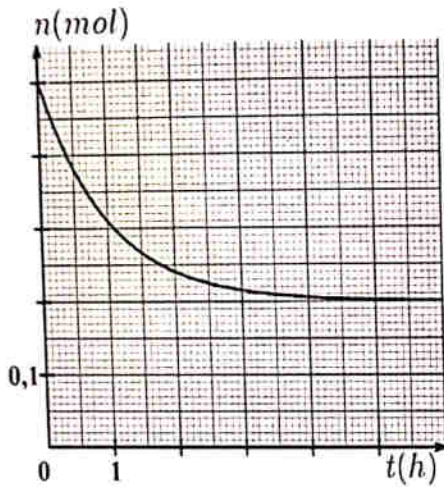
(4) التركيب المولي في كل أنبوب عند $t = 120 \text{ min}$ (التوازن):

$$n_E = 32 \text{ mmol} = 32 \times 10^{-3} \text{ mol} ; n_{\text{كحول}} = 8 \times 10^{-3} \text{ mol}$$

$$n_{\text{حمض}} = 0,064 - 0,032 = 0,032 \text{ mol} ; n_{\text{ماء}} = n_E = 32 \times 10^{-3} \text{ mol}$$

التمرين 14:

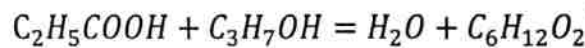
يوضع مزيج متساوي المولات يتكون من حمض البروبانويك C_2H_5COOH والبروبانول C_3H_7OH في وعاء مغلق. يمثل تغيرات كمية الحمض المتبقية بدلالة الزمن $n = f(t)$.



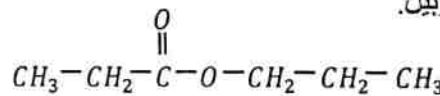
- (1) اكتب المعادلة المنمذجة للتفاعل واذكر خصائصه.
- (2) اكتب الصيغ النصف مفصلة الممكنة للمركب العضوي الناتج.
- (3) راعط اسم كل صيغة.
- (4) مثل جدول تقدم التفاعل.
- (5) حدد تركيب المزيج عند التوازن.
- (6) احسب مردود التفاعل ثم استنتج صنف الكحول المستعمل.
- (7) أعط صيغته المفصلة.
- (8) احسب ثابت التوازن.
- (9) نضيف للمزيج عند التوازن $0,1 \text{ mol}$ من الحمض.
- (10) حدد اتجاه تطور التفاعل.
- (11) برر إجابتك.
- (12) ب/ حدد تركيب المزيج عند التوازن الجديد.

تصحيح التمرين 14:

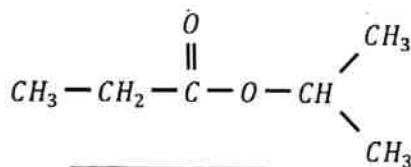
(1) كتابة معادلة التفاعل:



(2) إذا كان الكحول بروبان-1-أول: $CH_3 - CH_2 - CH_2 - OH$
فإن الأستر الناتج: بروبانوات البروبيل.



إذا كان الكحول بروبان-2-أول: $CH_3 - \underset{\underset{OH}{|}}{CH} - CH_3$



فالأستر الناتج: اسمه: بروبانوات 1-ميثيل الإيثيل

(3) جدول تقدم التفاعل:

المعادلة		$C_2H_5COOH + C_3H_7OH = H_2O + C_6H_{12}O_2$			
الحالة	التقدم	كميات المادة (mol)			
ابتدائية	$x = 0$	0,5	0,5	0	0
انتقالية	x	$0,5 - x$	$0,5 - x$	x	x
نهائية	x_f	$0,5 - x_f$	$0,5 - x_f$	x_f	x_f

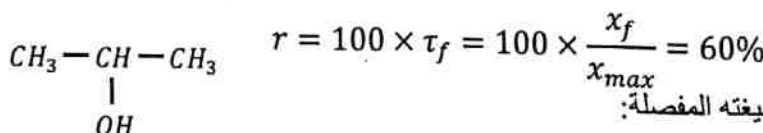
خصائص تفاعل الأستر: (السؤال-1): محدود، لا حراري، عكوس، بطيء.

(4) من البيان لدينا: $n_f(C_2H_5COOH) = 0,2 \text{ mol}$

منه: $x_f = 0,3 \text{ mol}$ إذن: $n_f(C_3H_7OH) = 0,2 \text{ mol}$

$n_f(H_2O) = n_f(C_6H_{12}O_2) = 0,3 \text{ mol}$

(5) حساب مردود التفاعل:



منه: صنف الكحول: ثانوي صيغته المفصلة:

(6) حساب ثابت التوازن:

$$K = \frac{0,3^2}{0,2^2} = 2,25$$

(7) لدينا:

المعادلة		$C_2H_5COOH + C_3H_7OH = H_2O + C_6H_{12}O_2$			
ابتدائية	$x = 0$	0,3	0,2	0,3	0,3
نهائية	x_f	$0,3 - x_f$	$0,2 - x_f$	$0,3 + x_f$	$0,3 + x_f$

/ لدينا:

$$Q_{ri} = \frac{0,3^2}{0,3 \times 0,2} = 1,5$$

$Q_{ri} < K$ إذن يتطور في الاتجاه المباشر (أسترة).

ب/ لدينا:

$$K = \frac{(0,3 + x_f)(0,3 + x_f)}{(0,3 - x_f)(0,2 - x_f)}$$

نحل هذه المعادلة نجد: x_f نعوضه في جدول التقدم في الحالة النهائية نجد التركيب المولي الجديد للمزيج النهائي.

التمرين 15:

يتفاعل كحول أحادي الوظيفة A مع حمض كربوكسيلي B يحتوي جزيؤه ذرة واحدة من الكربون. عند بلوغ التوازن، الكتلة المولية الجزيئية للنواتج العضوي C هي 88 g/mol وحجم الماء الناتج $V = 21,6 \text{ mL}$ ، الكتلة الحجمية للماء $\rho = 1 \text{ g/mL}$.

(1) أ/ ما اسم التفاعل الحادث؟

ب/ اذكر مميزات هذا التفاعل.

ج/ حدد الصيغ النصف مفصلة الممكنة لكل من B، C ثم A المخطط التالي يمثل كميات مادة المتفاعلات والنواتج في الحالتين الابتدائية والنهائية.

أ/ احسب قيمة التقدم النهائي، ثم أوجد سلم رسم المخطط المقابل.

ب/ حدد بيانيا كميات المادة لكل الأنواع الكيميائية المتواجدة في الحالة النهائية.

ج/ احسب نسبة التقدم النهائي.

(3) أ/ أوجد الصيغة النصف مفصلة للكحول A.

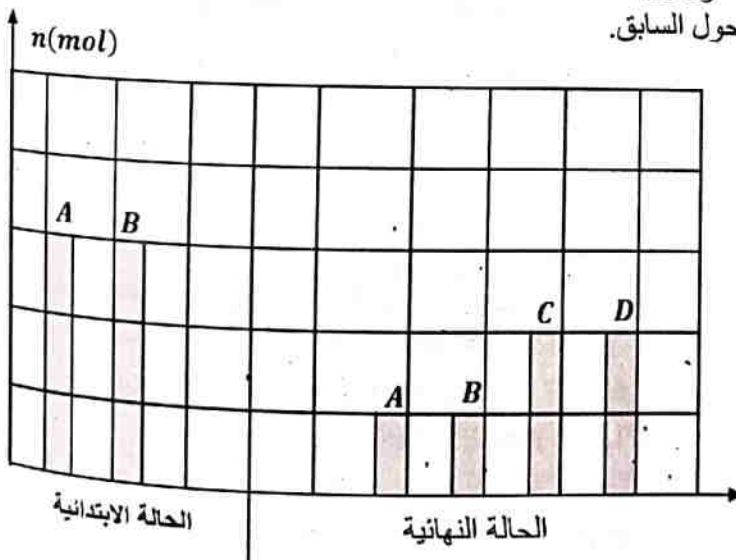
ب/ اكتب معادلة التفاعل المنمذج للتحويل السابق.

ج/ احسب كتلة الكحول المتبقية

$$M(H) = 1 \text{ g.mol}^{-1}$$

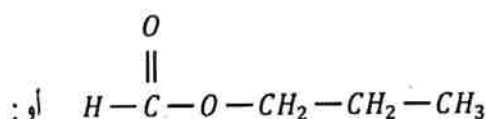
$$M(C) = 12 \text{ g.mol}^{-1}$$

$$M(O) = 16 \text{ g.mol}^{-1}$$



(1) / التفاعل الحادث: أسيرة.

ج/ الصبغ الممكنة لـ $B: H - COOH$

$$M = 14n + 32 = 88 \quad \Rightarrow \quad n = 4 \quad \Rightarrow \quad C_4H_8O_2$$


انن صيغته الممكنة:



منه صيغ A الممكنة:

$$(2) \text{ / قيمة التقدم النهائي: } x_f = n_f(\text{ماء}) = \frac{m}{M} = \frac{\rho \cdot V}{M} = \frac{1 \times 21,6}{18} = 1,2 \text{ mol}$$

18
اذن: سلم رسم البيان هو: $1 \text{ div} \rightarrow 0,6 \text{ mol}$

ب/ كمية مادة الأنواع المتواجدة في الحالة النهائية:

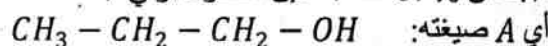
$$n_f(D) = n_f(C) = 1,2 \text{ mol}$$

$$n_f(A) = n_f(B) = 0,6 \text{ mol}$$

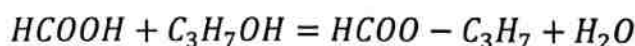
ج/ نسبة التقدم النهائي:

$$r\% = \frac{x_f}{x_{max}} \times 100 = \frac{1,2}{1,8} \times 100 \simeq 67\%$$

(3) / بما أن $r = 67\%$ فإن الكحول أولي .



ب/ معادلة التفاعل:



ج/ كتلة الكحول المتبقية :

$$n_{\text{كحول}} = \frac{m_{\text{كحول}}}{M_{\text{كحول}}} \Rightarrow m_f(\text{كحول}) = n_f(\text{كحول}) \cdot M = 0,6 \times 60 = 36g$$

التمرين 16:

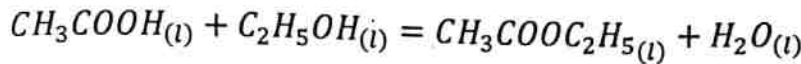
في حصة للأعمال المخبرية قام فوج من التلاميذ بدراسة تحول الأسترة بين حمض الإيثانويك CH_3COOH و الإيثانول C_2H_5OH . أخذ التلاميذ 8 أنابيب اختبار ووضعوا في كل أنبوب مزيجا يتكون من $1,40 \text{ mol}$ من حمض الإيثانويك و $1,40 \text{ mol}$ من الإيثانول، ووضع قطرات من حمض الكبريت المركز، ثم وضعت الأنابيب في حمام مائي درجة حرارته $\theta_1 = 90^\circ C$ ، بعد سدها بإحكام في اللحظة $t = 0$. في اللحظة $t = 60 \text{ min}$ ، قام التلاميذ بإخراج أحد الأنابيب ووضعوه في الماء المبرد ومعايرة كمية الحمض المتبقى بواسطة محلول هيدروكسيد الصوديوم. ثم تكررت نفس العملية مع باقي الأنابيب في لحظات زمنية مختلفة، فكانت النتائج المدونة في الجدول التالي:

$t(\text{min})$	0	60	120	180	240	300	360	420
$n_{\text{acide}}(\text{mol})$	1,40	0,80	0,59	0,52	0,48	0,47	0,46	0,46
$n_{\text{ester}}(\text{mol})$								

- (1) أ/ اكتب معادلة التفاعل المنمذج لتحول الأسترة الحادث، وسمِّ الإستر المتشكل.
 ب/ ما دور حمض الكبريت في هذه التجربة؟
 (2) أكمل الجدول وارسم البيان الذي يمثل تطور كمية مادة الإستر المتشكل بدلالة الزمن: $n_{ester} = f(t)$
 (3) أنشئ جنولا لتقدم التفاعل، ثم بين أن تحول الأسترة غير تام.
 (4) عين بيانيا زمن نصف التفاعل.
 (5) مثل كيفيا المنحنى $n_{ester} = g(t)$ ، من أجل درجة حرارة الحمام المائي $\theta_2 = 80^\circ C$.

تصحيح التمرين 16:

(1) أ/معادلة التفاعل:

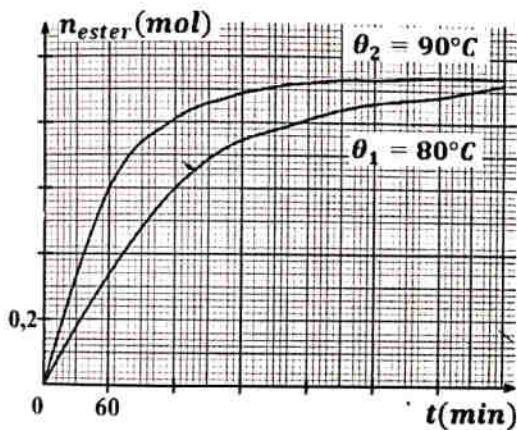


-الاستر: إيثانوات الإيثيل.

ب/ دور الحمض: تسريع التفاعل (وسيط).

(2) الجدول:

t(min)	0	60	120	180	240	300	360	420
n _{acide} (mol)	1,40	0,80	0,59	0,52	0,48	0,47	0,46	0,46
n _{ester} (mol)	0	0,60	0,81	0,88	0,92	0,93	0,94	0,94

-البيان: $n_{ester} = f(t)$

(3) إنشاء جدول تقدم التفاعل:

المعادلة		$CH_3COOH_{(l)} + C_2H_5OH_{(l)} = CH_3COOC_2H_5_{(l)} + H_2O_{(l)}$			
الحالة		كميات المادة (mol)			
التقدم					
ابتدائية	$x = 0$	$n_0 = 1,40$	$n_0 = 1,40$	0	0
انتقالية	x	$n_0 - x$	$n_0 - x$	x	x
نهائية	x_f	$n_0 - x_f$	$n_0 - x_f$	x_f	x_f

باعتبار التحول تام: $x_{max} = n_0 = 1,4 \text{ mol}$ وبيانيا: $x_f = 1,40 - 0,46 = 0,94 \text{ mol}$
 أو نحسب $x_f < x_{max}$ فالتحول غير تام،

$$\tau_f = \frac{x_f}{x_{max}} = 67\%$$

(4) تعيين زمن نصف التفاعل:

$$x(t_{1/2}) = \frac{x_f}{2} = \frac{0,94}{2} = 0,47 \text{ mol}$$

بيانيا: $t_{1/2} \in [38 ; 42] (\text{min})$ (5) تمثيل $n_{ester} = g(t)$ كيفيا عند $\theta_2 = 100^\circ C$ (على نفس المعلم السابق).

التمرين 17:

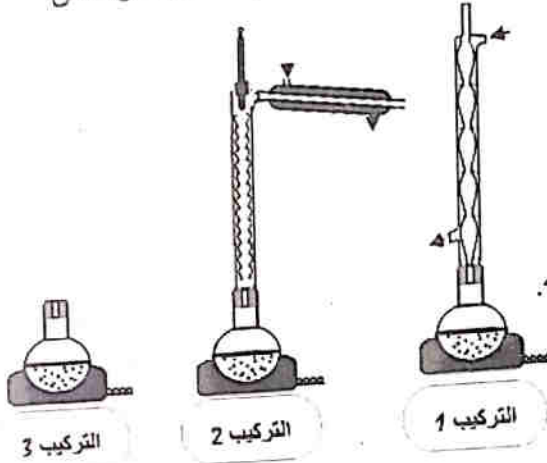
أستر خلاص البنزويل benzyl acetat سائل عديم اللون موجود في عدة زيوت زهرية مثل الجاردينيا والياسمين بنسبة تزيد عن 65%، ويستعمل لتقوية رائحة المواد والمركبات العطرية النباتية، صيغته نصف المفصلة هي $CH_3 - COO - CH_2 - C_6H_5$ بالكلحول البنزولي. نضع في دورق كروي موضوع في حمام مائي مزيجاً مكوناً من $m = 24g$ من حمض الإيثانويك و $V = 41.6 mL$ من الكلحول البنزولي النقي السائل وقطرات من حمض الكبريت المركز.

تعطى:

الكثافة الحجمية للكلحول البنزولي $\rho = 1,039 g/mL$
كتلة المولية الجزيئية $108 g/mol$

الكتلة المولية الجزيئية لحمض الإيثانويك: $60 g/mol$

- عين من الشكل التركيب المناسب لتحضير الأستر.
- احسب كمية المادة الابتدائية لكل من الحمض والكلحول.
- استنتج الصيغة نصف المفصلة للكلحول البنزولي وصنفه.
- اكتب معادلة التفاعل الحادث في الدورق.
- أنشئ جدول تقدم التفاعل لهذا التفاعل.
- استنتج التركيب المولي للمزيج عند حالة التوازن.
- يمكن تحسين مردود الأسترة بعدة طرق نذكر منها:
أ/ نزع الماء من المزيج السابق. علّل
ب/ نستبدل في المزيج الابتدائي حمض الإيثانويك بكلور الإيثانويل CH_3COCl . علّل.



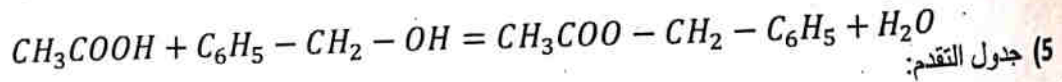
تصحيح التمرين 17:

- التركيب المناسب هو التركيب 1.
- كمية المادة الابتدائية:

$$n_0(acide) = \frac{m_0}{M} = \frac{24}{60} \Rightarrow n_0(acide) = 0,4 mol$$

$$n_0(alcool) = \frac{\rho \cdot V_0}{M} = \frac{1,039 \times 41,6}{108} \Rightarrow n_0(alcool) = 0,4 mol$$

(3) الصيغة نصف المفصلة للكلحول: $C_6H_5 - CH_2 - OH$ كحول أولي.
(4) معادلة التفاعل:



المعادلة	$CH_3COOH + C_6H_5 - CH_2 - OH = CH_3COO - CH_2 - C_6H_5 + H_2O$			
الحالة	التقدم	كميات المادة (mol)		
ابتدائية	$x = 0$	0,4	0,4	0
انتقالية	x	$0,4 - x$	$0,4 - x$	x
نهائية	x_f	$0,4 - x_f$	$0,4 - x_f$	x_f

(6) كحول أولي والمزيج الابتدائي متساوي المولات $\Leftrightarrow$ مردود الأسترة 67% $r = 67\%$

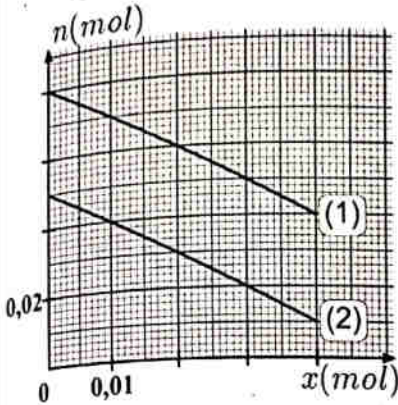
$$x_f = 0,67 \times 0,4 \approx 0,27 mol$$

التركيب المولي للمزيج عند التوازن	ماء	أستر	كحول	حمض
	0,27	0,27	0,13	0,13

(7) أ/ عند نزع الماء من المزيج يصبح $Q_r < K$ وبالتالي تتزاح الجملة في الاتجاه المباشر (تشكل الأستر).
ب/ يصبح التفاعل تام عند استبدال الحمض بكلور الأسيل.

التمرين 18:

I. نحضر جملة كيميائية في اللحظة $t = 0$ تتكون من n_1 مول من حمض الإيثانويك CH_3COOH و n_2 مول من كحول صيغته العامة C_3H_7OH وقطرات من حمض الكبريت المركز. سمحت الدراسة التجريبية لتطور التفاعل الحادث برسم المنحنيين (1) و (2) الممثلين بالشكل.



يمثل المنحنى (1) تغيرات كمية مادة الكحول بدلالة التقدم x .
يمثل المنحنى (2) تغيرات كمية مادة الحمض بدلالة التقدم x .

- (1) اكتب معادلة التفاعل المنمذج للتحويل الحادث.
 - (2) أنشئ جدول التقدم لهذا التفاعل.
 - (3) احسب قيمة نسبة التقدم النهائي τ_f للتفاعل.
 - (4) احسب ثابت التوازن K للتفاعل ثم حدد صنف الكحول المستخدم.
 - (5) كيف يمكن تحسين مردود تشكّل الأستر في هذا التفاعل.
- II. بعد بلوغ حالة التوازن وتبريد المزيج مكنت المتابعة الـ pH مترية لمعايرة كمية المادة n للحمض المتبقي في المزيج بواسطة هيدروكسيد الصوديوم $(Na^+ + OH^-)$ تركيزه المولي $C = 0.5 \text{ mol/L}$ من استخراج المعلومة الآتية:

عند إضافة الحجم $V = 10 \text{ mL}$ من محلول هيدروكسيد الصوديوم تكون قيمة pH المزيج هي 4.8.

- (1) اكتب معادلة التفاعل المنمذج للتحويل الحادث.
- (2) احسب قيمة n .
- (3) أوجد عبارة ثابت التوازن K بدلالة K_a و K_e .
- (4) احسب قيمة K ، ماذا تستنتج؟

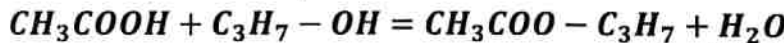
المعطيات:

عند درجة الحرارة 25°C :
- الجداء الشاردي للماء $K_e = 10^{-14}$
- ثابت الحموضة للثنائية (CH_3COOH/CH_3COO^-) هو $pK_a = 4.8$

تصحيح التمرين 18:

I.

(1) معادلة التفاعل:



(2) إنشاء جدول تقدم التفاعل:

المعادلة		$CH_3COOH + C_3H_7 - OH = CH_3COO - C_3H_7 + H_2O$			
ابتدائية	$x = 0$	0,05	0,08	0	0
انتقالية	x	$0,05 - x$	$0,08 - x$	x	x
نهائية	x_f	$0,05 - x_f$	$0,08 - x_f$	x_f	x_f

(3) من البيانات: $x_f = 0,04 \text{ mol}$

$$\tau_f = \frac{x_f}{x_{\max}} = \frac{0,04}{0,05} = 0,8$$

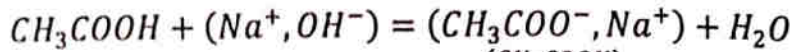
(4) حساب K :

$$K = \frac{x_f^2}{(0,05 - x_f)(0,08 - x_f)} = \frac{(0,04)^2}{0,01 \times 0,04} = 4$$

الكحول أولي.

(5) نحسن المردود لهذا التفاعل بسحب أحد الناتجين (الأستر أو الماء) خلال التفاعل.

ا/ معادلة التفاعل:



ب/ بما أن $pH = pK_a$ للثنائية $\left(\frac{CH_3COOH}{CH_3COO^-}\right)$ إذن:

$$V_{BE} = 10 \times 2 = 20 \text{ mL}$$

$$n = C_B \times V_{BE} = 0,5 \times 20 \times 10^{-3} = 10^{-2} \text{ mol}$$

$$K = \frac{[CH_3COO^-]}{[CH_3COOH][OH^-]} = \frac{[CH_3COO^-][H_3O^+]}{[CH_3COOH].K_e} \Rightarrow K = \frac{K_a}{K_e}$$

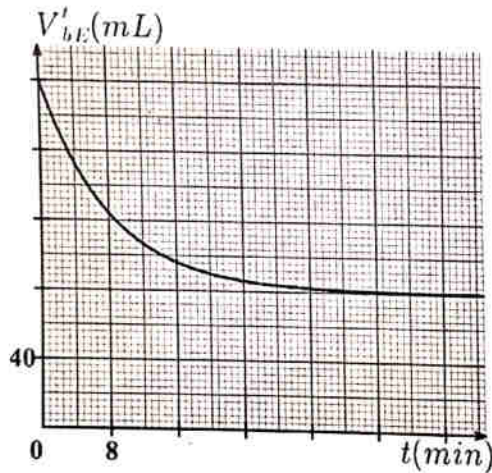
د/ حساب K:

$$K = \frac{10^{-4,8}}{10^{-14}} = 1,6 \times 10^9$$

$K > 10^4$ بالتالي التفاعل تام.

التمرين 19:

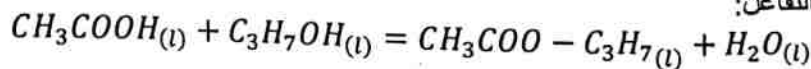
لمعرفة صنف كحول A صيغته المجملية C_3H_7OH ، نشكل في اللحظة $t = 0$ مزيجا متكافئا في كمية المادة يتكون من الكحول A وحمض الإيثانويك صيغته المجملية CH_3COOH ونسخن المزيج بطريقة التقطير المرتد. في لحظات مختلفة نأخذ نفس الحجم V من المزيج التفاعلي ونبرده ثم نعاير الحمض المتبقي بمحلول مائي لهيدروكسيد الصوديوم $(Na^+ (aq) + HO^- (aq))$ تركيزه المولي $c_b = 1 \text{ mol.L}^{-1}$ فيلزم لبلوغ التكافؤ إضافة حجم V_{BE} ثم نستنتج الحجم V'_{BE} اللازم لمعايرة الحمض المتبقي الكلي. دوننا النتائج ورسمنا البيان $V'_{BE} = f(t)$ الممثل في الشكل.



- 1) ما الهدف من طريقة التسخين المرتد؟
- 2) بالاستعانة بالبيان جد ما يلي:
ا/ كمية المادة الابتدائية للحمض المستعمل.
ب/ كمية مادة الحمض المتبقي عند حالة التوازن الكيميائي.
ج/ اكتب معادلة التفاعل الكيميائي المنمذج لتحول الأسترة.
د/ أنشئ جدولاً لتقدم التفاعل ثم استنتج التركيب المولي للمزيج عند بلوغ التوازن الكيميائي.
- 3) احسب ثابت التوازن الكيميائي K لهذا التفاعل.
- 4) احسب مردود التفاعل واستنتج صنف الكحول المستعمل.
ب/ أعط الصيغة نصف المفصلة لكل من الكحول A والاستر المتشكل مع ذكر اسم كل منهما.
- 5) عند بلوغ التوازن، نضيف للمزيج السابق $0,02 \text{ mol}$ من حمض الإيثانويك و $0,08 \text{ mol}$ من الاستر السابق.
ا/ احسب كسر التفاعل الابتدائي.
ب/ استنتج جهة تطور التفاعل.

تصحيح التمرين 19:

- 1) الهدف: تسريع التفاعل بالتسخين دون فقدان كمية المادة.
- 2) ا/ $n_0(a) = C_b \cdot V'_{BE}(t = 0) = 1 \times 0,2 = 0,2 \text{ mol}$
ب/ عند التوازن: $n_f(a) = C_b \cdot V'_{BE} = 1 \times 0,08 = 0,08 \text{ mol}$
- 3) ا/ معادلة التفاعل:



ب/ جدول التقدم:

المعادلة	التقدم	$CH_3COOH_{(l)} + C_3H_7OH_{(l)} = CH_3COO - C_3H_7_{(l)} + H_2O_{(l)}$			
الحالة		كميات المادة (mol)			
ابتدائية	$x = 0$	0,2	0,2	0	0
انتقالية	x	$0,2 - x$	$0,2 - x$	x	x
نهائية	x_f	$0,2 - x_f$	$0,2 - x_f$	x_f	x_f

التركيب المولي للمزيج التفاعلي:

الماء	الأستر	الحمض	الكحول
0,12	0,12	0,08	0,08

$$K = 2,25$$

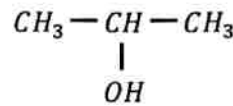
ج/ ثابت التوازن:

(4) أ/ مردود التفاعل:

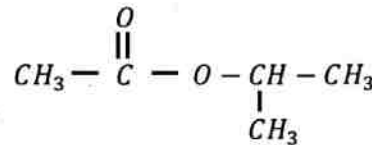
$$\tau = \frac{x_f}{x_{max}} \times 100 = \frac{0,12}{0,2} \times 100 = 60\%$$

كحول ثانوي.

ب/ بروبان 2-أول



-إيثانوات ميثيل الإيثيل



(5) أ/ كسر التفاعل الابتدائي:

$$Q_{ri} = \frac{0,2 \times 0,12}{0,1 \times 0,08} = 3$$

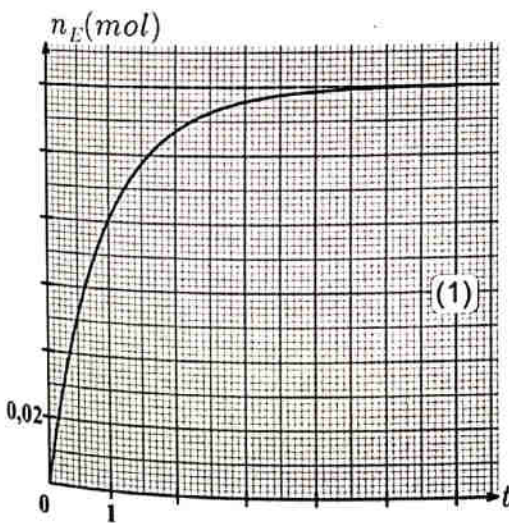
ب/ $K < Q_{ri}$ التفاعل يتطور في اتجاه الإماهة.**التمرين 20:**

(1) أ/ اكتب الصيغ نصف المفصلة للمركبات العضوية ذات الأسماء التالية:

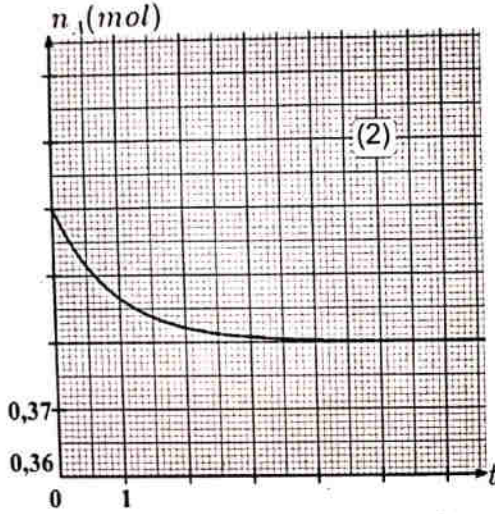
المركب	الاسم
(A)	إيثيل-2 بوتانول-1
(B)	بروبانول-2
(C)	إيثانول
(D)	حمض ميثيل-2 بروبانويك
(E)	حمض الإيثانويك

ب/ اكتب اسم وصيغة الإستر الناتج من التفاعلات التالية:

- تفاعل المركب (C) مع المركب (E).
- تفاعل المركب (B) مع المركب (E).
- تفاعل المركب (A) مع المركب (D).



(2) نمزج 0,2 mol من حمض كربوكسيلي (A) مع 0,2 mol من كحول (B)، ثم نوفر الشروط اللازمة لحدوث التفاعل، ينتج عن ذلك أسטר (E) وماء، يمثل البيان الموضح في (الشكل-1) تغيرات عدد مولات الأستر (E) المتشكل بدلالة الزمن.



- استنتج صنف الكحول (B).

(3) نجري تفاعل أسطرة انطلاقاً من مزيج ابتدائي متساوي المولات يتكون من حمض الخل (A)، وكحول (B) البيان الموضح في (الشكل-2) يمثل تغيرات كمية الحمض المتبقي (A) بدلالة الزمن.

أ/ أوجد التركيب المولي للمزيج الابتدائي، والتركيب المولي للمزيج المتشكل عند التوازن.

ب/ أوجد صنف الكحول (B).

(4) نمزج 3 mol من الميثانول CH_3OH مع 3 mol من حمض الخل CH_3COOH ، أوجد التركيب المولي للمزيج عند حدوث التوازن الكيميائي.

(5) نمزج 2 mol من حمض كربوكسيلي (A) مع 2 mol من كحول (B) صيغته C_3H_7OH ، فنحصل على 1,2 mol من أستر (E).

أ/ اكتب الصيغ النصف مفصلة الممكنة للكحول (B) مع ذكر الاسم والصنف في كل مرة.

ب/ استنتج الصيغة الحقيقية للكحول (B)

التمرين 21:

ندرس حركية تشكل الأستر الناتج عن تفاعل حمض الإيثانويك وكحول صيغته المجملية C_3H_8O ، كتلته الحجمية $\rho = 0,8 \text{ g/ml}$ ، من أجل هذا نحضر مزيجاً من $n_0 \text{ mol}$ من الحمض و $n_0 \text{ mol}$ من الكحول، ثم نوزع المزيج بالتساوي في 10 أنابيب حجم كل منها $V_0 = 10 \text{ mL}$ ، ونسدها ونضعها في حمام مائي درجة حرارته ثابتة. نأخذ في كل ساعة أنبوباً، ونصب محتواه في بيشر يحتوي على ماء بارد، نعاير الحمض الموجود فيه بواسطة محلول مائي لهيدروكسيد الصوديوم (Na^+, OH^-) تركيزه المولي C_b . مثلنا في الشكل تغيرات تقدم تفاعل الأسطرة بدلالة حجم (Na^+, OH^-) المضاف عند التكافؤ (V_{bE}) في الأنابيب.

(1) اكتب معادلة تفاعل الأسطرة باستعمال الصيغتين المجلتين للكحول والحمض وأنشئ جدول تقدم التفاعل.

(2) اذكر خصائص تفاعل الكحول مع الحمض. ما هو دور تسخين المزيج؟

(3) اكتب معادلة تفاعل المعايرة.

(4) احسب ثابت توازن المعايرة (K)، وبين أن هذا التفاعل تام.

(5) ما هو الهدف من إضافة الماء البارد للأنبوب قبل المعايرة؟

(6) عبر عن كمية مادة الأستر في أنبوب واحد بدلالة: كمية مادة الحمض، C_b ، V_{bE} .

(7) بالاستعانة بالبيان:

✓ أوجد قيمة التقدم النهائي لهذا التفاعل.

✓ أوجد حجم الكحول المستعمل.

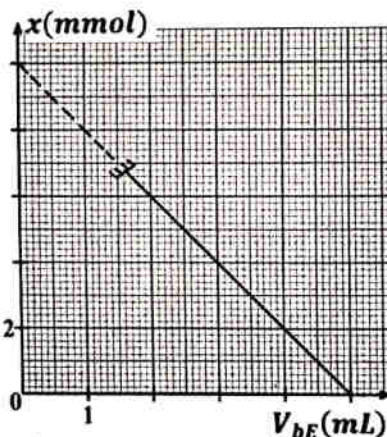
✓ التركيز المولي C_b لمحلول هيدروكسيد الصوديوم.

(8) احسب مردود تفاعل الأسطرة، ثم اكتب الصيغة المفصلة للكحول، واذكر اسمه.

(9) اذكر كل الطرق التي بواسطتها يمكن تحسين هذا المردود، واذكر مساوئ كل طريقة.

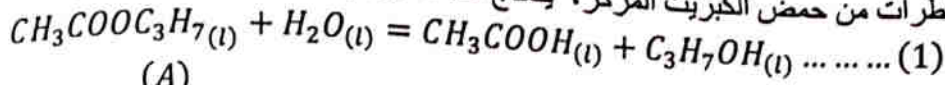
(10) احسب ثابت توازن تفاعل الأسطرة (K').

$$pK_e = 14, K_a(CH_3COOH/CH_3COO^-) = 1,65 \times 10^{-5}$$



التمرين 22:

I. تهدف هذه الدراسة إلى كيفية تحسين مردود تفاعل، من أجل ذلك:
تفاعل $0,02 \text{ mol}$ من مركب (A) $\text{CH}_3\text{COOC}_3\text{H}_7$ مع $0,02 \text{ mol}$ من الماء في درجة حرارة مناسبة وبإضافة قطرات من حمض الكبريت المركز، يتم هذا التحول بمعادلة كيميائية من الشكل:



(A)

(C)

(1) ما الفائدة من إضافة قطرات من حمض الكبريت المركز؟

(2) حدد الوظيفة الكيميائية للمركب (A).

(3) بماذا يسمى هذا التفاعل؟

(4) حدد الوظيفة الكيميائية للمركب (C).

(5) أنجز جدولاً لتقدم التفاعل.

II

بعد مدة زمنية كافية يصل فيها التفاعل السابق إلى حالة التوازن، نضيف له بالتدريج محلولاً من هيدروكسيد الصوديوم $(\text{Na}^+_{(aq)}, \text{OH}^-_{(aq)})$ تركيزه المولي: $C_B = 0,4 \text{ mol/L}$ بوجود كاشف ملون مناسب (فينول فتاليين) من أجل معايرة الحمض المتشكل في التفاعل السابق.
نلاحظ أن لون المزيج يتغير عند إضافة حجم من محلول هيدروكسيد الصوديوم قدره $V_B = 20 \text{ mL}$ ، نوقف عندها عملية المعايرة اللونية.

(1) ارسم التجهيز التجريبي لعملية المعايرة اللونية موضحاً عليه البيانات الكافية.

(2) اكتب معادلة تفاعل المعايرة الحادث.

(3) احسب كمية مادة الحمض المتشكل عند توازن التفاعل (1).

(4) احسب مردود التفاعل السابق (1) واستنتج صنف الكحول الناتج.

(5) أعط التركيب المولي للمزيج السابق عند التوازن ثم احسب ثابت التوازن K له.

(6) سم المركبين (A) و (C).

III. بعد عملية المعايرة نسخن المزيج من جديد مدة كافية فنلاحظ زوال اللون الذي ظهر عند التكافؤ السابق (يصبح المزيج عديم اللون)

(1) فسر ما يحدث في المزيج.

(2) هل تتوقع زيادة أو نقصان في مردود التفاعل السابق؟ علل، ماذا تستنتج؟

تصحيح التمرين 22:

I

(1) الفائدة من إضافة قطرات من حمض الكبريت هو تسريع التفاعل.

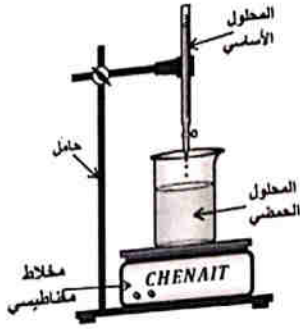
(2) تحديد الوظيفة الكيميائية لـ (A) وظيفة أستيرية.

(3) يسمى التفاعل إمالة أستر.

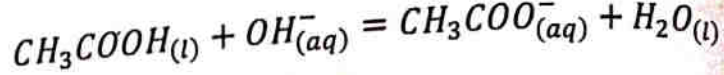
(4) تحديد الوظيفة الكيميائية لـ (C) وظيفة كحولية.

(5) جدول التقدم:

	$\text{CH}_3\text{COOC}_3\text{H}_7(l) + \text{H}_2\text{O}(l) = \text{CH}_3\text{COOH}(l) + \text{C}_3\text{H}_7\text{OH}(l)$			
الحالة الابتدائية	0,02	0,02	0	0
الحالة الانتقالية	$0,02 - x$	$0,02 - x$	x	x
الحالة النهائية	$0,02 - x_f$	$0,02 - x_f$	x_f	x_f



- (1) رسم التجهيز التجريبي للمعايرة:
(2) معادلة تفاعل المعايرة:



- (3) كمية مادة الحمض المتشكل: عند التعديل يتحقق $n_A = C_B \cdot V_{BE}$
ومنه: $n_A = 0,08 \text{ mol}$

- (4) حساب مردود التفاعل: لدينا

$$\rho = \frac{n_f}{n_0} \times 100 = \frac{0,008}{0,02} \times 100 = 40\%$$

- بما أن مردود الإماهة 40% والمزيج الابتدائي متساوي المولات فإن الكحول ثانوي.
(5) تركيب المزيج بالمول عند التوازن:

كحول	حمض	ماء	أستر
0,008	0,008	0,012	0,012

صاحب ثابت التوازن: لدينا:

$$K = \frac{[CH_3COOH]_f \cdot [C_3H_7OH]_f}{[CH_3COOC_3H_7]_f \cdot [H_2O]_f}$$

- (6) تسمية المركبين C, A:

المركب A: إيثانوات 1- ميثيل إيثيل

المركب C: بروبان 2- أول.

هل يمكنك ترتيب أربعة تسعات
(9) لجعل النتيجة تساوي 100.
للإشارة: عليك استخدام رمزين
رياضيين فقط.

- (1) تفسير ما يحدث: يتغير لون المزيج من الأحمر البنفسجي إلى عديم اللون بسبب انزياح تفاعل الإماهة من جديد نحو نقطة توازن جديدة يتشكل عندها كمية جديدة من الحمض تجعل الوسط حامضي فيكون عديم اللون بوجود كاشف الفينول فتالين.

- (2) نتوقع زيادة في مردود التفاعل بسبب زيادة كمية الحمض والكحول ونقصان الأستر والماء. نستنتج أن إضافة قاعدة قوية إلى تفاعل الإماهة يؤدي إلى زيادة مردودها.

التمرين 23:

- I. نحضر محلولاً مائياً (S) لحمض الإيثانويك $CH_3 - COOH$ بإذابة كتلة $m = 0,60 \text{ g}$ من حمض الإيثانويك النقي في حجم $V = 1,0 \text{ L}$ من الماء المقطر.

نقيس الناقلية النوعية σ للمحلول (S) في درجة الحرارة 25°C فنجدها $\sigma = 1,64 \times 10^{-2} \text{ S.m}^{-1}$.

(1) أ/ اكتب معادلة التفاعل المنمذج للتحويل الكيميائي الحادث بين حمض الإيثانويك النقي والماء.

ب/ هل التفاعل السابق تم بين: حمض وأساسه المرافق أو حمض لثنائية وأساس لثنائية أخرى؟

(2) أ/ قدم جدولاً لتقدم التفاعل الحادث في المحلول (S).

ب/ جد عبارة التركيز المولي لشوارد الهيدرونيوم $[H_3O^+]_f$ في المحلول (S) بدلالة σ والناقليتين

الموليتين الشاردين $\lambda_{H_3O^+}$ و $\lambda_{CH_3COO^-}$.

ج/ استنتج قيمة الـ pH للمحلول الحمضي (S).

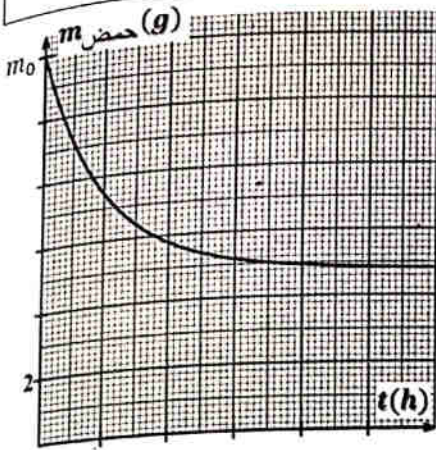
(3) أ/ اكتب عبارة كسر التفاعل النهائي Q_{rf} للتفاعل الحادث في المحلول (S) وبين أنها تكتب على الشكل:

$$Q_{rf} = \frac{10^{-2pH}}{C - 10^{-pH}}$$

ب/ احسب ثابت التوازن K للتفاعل السابق. ماذا تستنتج؟

الوحدة 06: مراقبة تطور جملة كيميائية

شنايت

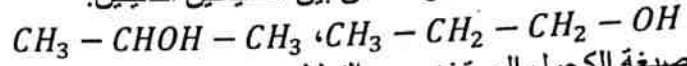


نحقق مزيجاً متساوي المولات يتكون من n_0 (mol) من حمض الإيثانويك النقي CH_3COOH مع كحول صيغته الجزيئية المجملّة C_3H_7OH

- (1) سم التفاعل الحادث في المزيج وأذكر خصائصه
- (2) اكتب معادلة التفاعل الكيميائي الحادث
- (3) يمثل البيان (الشكل) تغيرات الكتلة m للحمض المتبقي أثناء التفاعل بدلالة الزمن.

أ/ حدد التركيب المولي للمزيج عند التوازن الكيميائي.

ب/ احسب مردود التفاعل وحدد من بين الصيغتين التاليتين:



صيغة الكحول المستخدم، مع التعليل.

ج/ اكتب الصيغة نصف المنشورة للمركب العضوي الناتج وأذكر اسمه.

- (4) أ/ عند حدوث التوازن الكيميائي حيث ثابت التوازن للتفاعل السابق $K = 2,25$ ، نضيف $0,1 \text{ mol}$ من الماء إلى المزيج التفاعلي. اعتماداً على كسر التفاعل Q_r حدد جهة تطور حالة الجملة.

ب/ حدد التركيب المولي للمزيج عند التوازن الكيميائي الجديد.

$$\lambda_{H_3O^+} = 35,0 \text{ mS.m}^2.\text{mol}^{-1}, \quad \lambda_{CH_3COO^-} = 4,1 \text{ mS.m}^2.\text{mol}^{-1}$$

$$M(H) = 1 \text{ g.mol}^{-1}, \quad M(O) = 16 \text{ g.mol}^{-1}, \quad M(C) = 12 \text{ g.mol}^{-1}$$

الوحدة السابعة: تطور جملة مهتزة

① الاهتزازات الميكانيكية الحرة.

② الاهتزازات الكهربائية الحرة.

③ الاهتزازات القسرية.

(شعبة رياضيات وتقني رياضي)

① الاهتزازات الميكانيكية الحرة

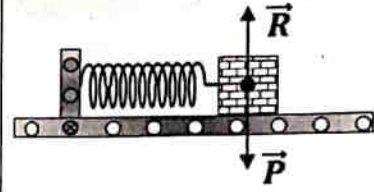
نقول عن جملة ميكانيكية أنها مهتزة إذا كانت تقوم بحركة ذهاب وإياب على جانبي وضع التوازن.

I. الاهتزازات الحرة الميكانيكية الغير متخادمة: دراسة النواس المرن في الوضع الأفقي:

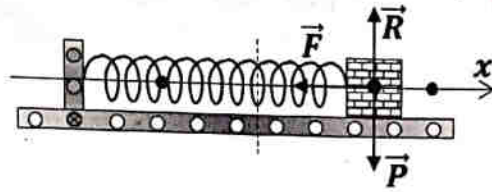
النواس المرن هو عبارة عن نابض مرن مهمل الكتلة حلقاته غير متلاصقة ثابت مرونته k متصل في إحدى نهايتيه بحاجز والنهاية الثانية مرتبط بجسم صلب (S) كتلته m .

(1) تمثيل القوى:

وضع الراحة:

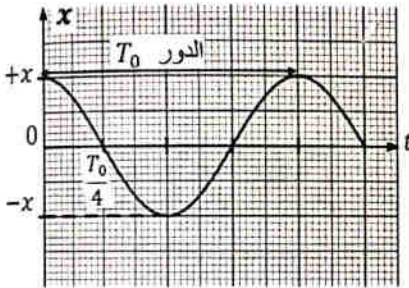


وضع الحركة: نسحب الكتلة m بمسافة X_0 ونتركها دون سرعة ابتدائية



(2) تعريف الدور الذاتي T_0 :

هو المدة الزمنية اللازمة لإنجاز اهتزازة واحدة، وحدته الثانية (S).



(3) المعادلة التفاضلية للحركة:

(باستعمال قانون نيوتن الثاني $\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}$)

الجملة: الجسم (S).

المعلم: $(O, \vec{i})$ المرتبط بالمرجع السطح أرضي.

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a} \quad \Rightarrow \quad \vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

$$0 + 0 - F = m \cdot a$$

بالإسقاط:

F : هي قوة الارجاع تعطى بالعلاقة $F = Kx$

$$-Kx = m \cdot a \quad \Rightarrow \quad m \cdot a + Kx = 0$$

$$a + \frac{K}{m}x = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{K}{m}x = 0$$

معادلة تفاضلية حلها يعطى بالعلاقة:

حيث: X_0 : السعة (أقصى إزاحة) وحدتها المتر (m)

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{K}{m}} \quad \text{حيث: } \omega_0 \text{ : النبض الذاتي وحدته (Rad/s).}$$

φ : الصفحة الابتدائية (Rad) تتعلق بالشروط الابتدائية للحركة. ونميز أربع حالات أساسية:

- الحالة 1: لما $t = 0$ و $x = X_0$ $\Rightarrow \varphi = 0$

- الحالة 2: لما $t = 0$ و $x = -X_0$ $\Rightarrow \varphi = \pi$

- الحالة 3: لما $t = 0$ و $x = 0$ ويتحرك في نفس اتجاه المحور ($v > 0$) $\Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2}$

- الحالة 4: لما $t = 0$ و $x = 0$ ويتحرك في عكس اتجاه المحور ($v < 0$) $\Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{2}$

(4) عبارة الدور الذاتي:

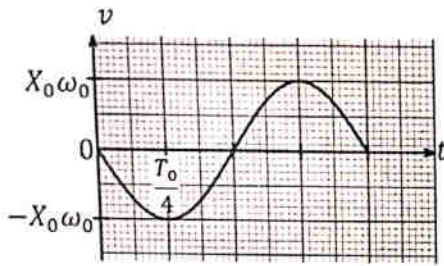
$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} \Rightarrow T_0 = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{K}}$$

(5) التحليل البعدي للدور الذاتي T_0 :

$$[T_0] = \left(\frac{[m]}{[K]}\right)^{1/2} = \left(\frac{[m]}{[F]}\right)^{1/2} = \left(\frac{[m][L]}{[m][a]}\right)^{1/2} = \left(\frac{[L]}{[T]^2}\right)^{1/2} = [T]$$

(6) المعادلة الزمنية للسرعة:

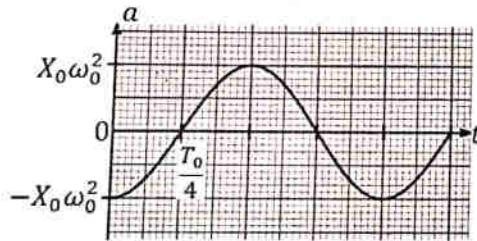
$$v = \frac{dx}{dt} = -X_0 \cdot \omega_0 \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi)$$



t	0	$\frac{T_0}{4}$	$\frac{T_0}{2}$	$\frac{3T_0}{4}$	T_0
v	0	$-X_0 \omega_0$	0	$X_0 \omega_0$	0

(7) المعادلة الزمنية للتسارع:

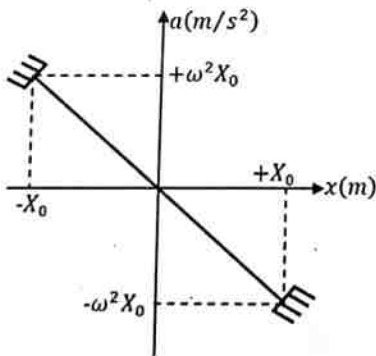
$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} \Rightarrow a = -X_0 \cdot \omega_0^2 \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi)$$



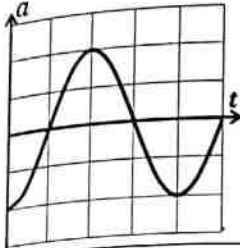
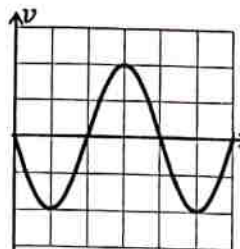
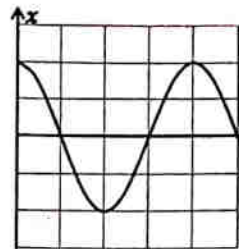
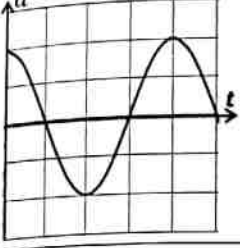
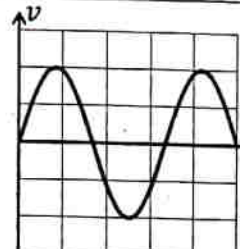
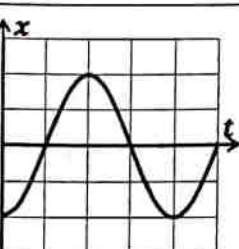
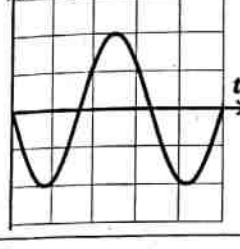
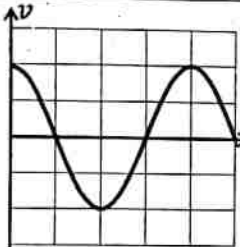
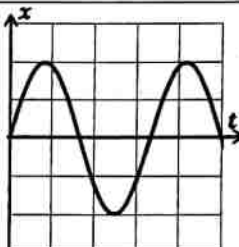
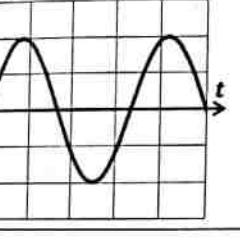
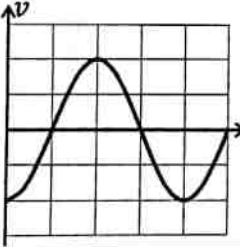
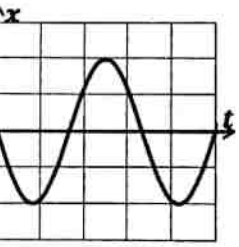
t	0	$\frac{T_0}{4}$	$\frac{T_0}{2}$	$\frac{3T_0}{4}$	T_0
a	$-X_0 \omega_0^2$	0	$X_0 \omega_0^2$	0	$-X_0 \omega_0^2$

(8) العلاقة بين x و a:

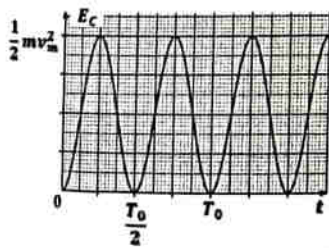
$$a = -\omega^2 \cdot x(t)$$



(9) البيانات: $a(t)$ ، $v(t)$ ، $x(t)$ حسب الشروط الابتدائية:

$a = f(t)$	$v = f(t)$	$x = f(t)$	قيمة φ	الشروط الابتدائية
			0	$t = 0$ $x = X_0$
			π	$t = 0$ $x = -X_0$
			$\frac{3\pi}{2}$	$t = 0$ $x = 0$ $v > 0$
			$\frac{\pi}{2}$	$t = 0$ $x = 0$ $v < 0$

(10) العبارة اللحظية للطاقة الحركية وبياناتها:

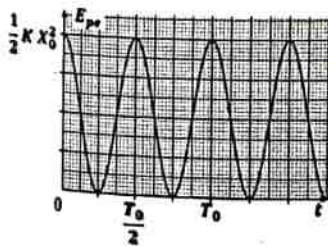


$$E_C = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m (-X_0 \omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi))^2$$

$$E_C = \frac{1}{2} m X_0^2 \omega_0^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi)$$

$$E_C = \frac{1}{2} K X_0^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi)$$

(11) العبارة اللحظية للطاقة المرورية وبياناتها:



$$E_{Pe} = \frac{1}{2} K x^2 = \frac{1}{2} K (X_0 \cos(\omega_0 t + \varphi))^2$$

$$E_{Pe} = \frac{1}{2} K X_0^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi)$$

(12) المعادلة التفاضلية للحركة باستعمال نظرية الطاقة:
الجملة: (نابض + جسم).
الطاقة محفوظة (لا توجد احتكاكات).
الطاقة الكلية للجملة:
 $E_T = E_C + E_{pe}$

$$E_T = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}Kx^2 = cte$$

$$\frac{1}{2}m \cdot 2 \frac{dv}{dt} v + \frac{1}{2}K \cdot 2 \frac{dx}{dt} x = 0 \quad \text{بالاشتقاق :}$$

$$m \cdot \frac{d^2x}{dt^2} v + Kvx = 0 \Rightarrow v \left(m \cdot \frac{d^2x}{dt^2} + Kx \right) = 0$$

$$m \cdot \frac{d^2x}{dt^2} + Kx = 0 \quad \text{إذن : } v \neq 0$$

(13) البرهان أن الطاقة الكلية للجملة (جسم + نابض) ثابتة:
 $\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{K}{m}x = 0$

$$E_T = E_C + E_{pe} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}Kx^2$$

$$E_T = \frac{1}{2}m(-X_0 \cdot \omega_0 \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi))^2 + \frac{1}{2}k(X_0 \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi))^2$$

$$E_T = \frac{1}{2}m \cdot X_0^2 \cdot \omega_0^2 \cdot \sin^2(\omega_0 t + \varphi) + \frac{1}{2}k(X_0^2 \cdot \cos^2(\omega_0 t + \varphi))$$

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow K = m \cdot \omega_0^2 \quad \text{لكن}$$

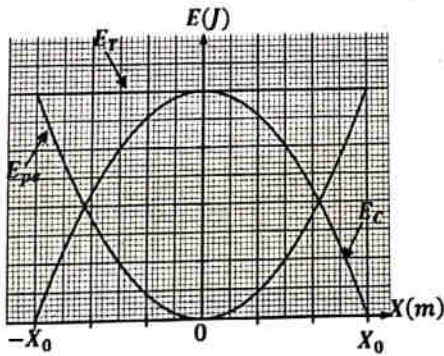
$$E_T = \frac{1}{2}KX_0^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi) + \frac{1}{2}KX_0^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi)$$

$$E_T = \frac{1}{2}KX_0^2 (\cos^2(\omega_0 t + \varphi) + \sin^2(\omega_0 t + \varphi))$$

$$E_T = \frac{1}{2}KX_0^2$$

حيث: k : ثابت و x_0 : ثابت إذن E_T ثابتة.

ملاحظة حول القيم الحدية:



$-X_0$	0	X_0	الموضع $x(t)$
0	$\pm X_0 \cdot \omega_0$	0	السرعة $v(t)$
$+\omega_0^2 X_0$	0	$-\omega_0^2 X_0$	التسارع $a(t)$
0	$\frac{1}{2}m \cdot X_0^2 \cdot \omega_0^2$	0	الطاقة الحركية E_C
$\frac{1}{2}K \cdot X_0^2$	0	$\frac{1}{2}K \cdot X_0^2$	الطاقة الكامنة المرونية E_{pe}
$\frac{1}{2}K \cdot X_0^2$	$\frac{1}{2}K \cdot X_0^2$	$\frac{1}{2}K \cdot X_0^2$	الطاقة الكلية E_T

II. الاهتزازات الحرة الميكانيكية الغير متخامة: دراسة النواس المرن في الوضع الشاقولي:

(1) وصف النواس المرن في الوضع الشاقولي:
لدراسة حركة نواس مرن شاقولي في حالة اهتزازات حرة غير متخامة، نستعمل نواس مرن مثبت شاقوليا يتكون من نابض مرن مهمل الكتلة وحلقاته غير متلاصقة ثابت مرونته k مرتبط بجسم صلب (S) كتلته m كما هو موضح في الشكل، نزيح الجسم (S) عن وضع توازنه بسحبه شاقوليا بمقدار X_0 ، ثم نتركه عند اللحظة $t = 0$ حر نون سرعة ابتدائية.

(2) المعادلة التفاضلية للحركة:

الدراسة السكونية:

عند التوازن يكون النابض مستطال بمقدار Δl ، كما يكون:

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = \vec{0}$$

$$\Rightarrow \vec{P} + \vec{F} = \vec{0}$$

بتحليل العلاقة الشعاعية (أو بالإسقاط) على المحور ox :

$$P - F = 0$$

$$mg - k \cdot \Delta l = 0$$

وهو شرط توازن الجملة.

الدراسة الحركية:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن:

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a}_G \Rightarrow \vec{P} + \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

بتحليل العلاقة الشعاعية وفق المحور (ox) :

$$P - F = ma$$

$$mg - k(\Delta l + x) = m \frac{d^2x}{dt^2}$$

$$\Rightarrow \underbrace{mg - k\Delta l}_0 - kx = m \frac{d^2x}{dt^2}$$

اعتمادا على شرط التوازن ($mg - k \cdot \Delta l = 0$) يمكن كتابة:

$$-kx = m \frac{d^2x}{dt^2}$$

$$\Rightarrow m \frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0$$

بقسمة الطرفين على m :

وهي معادلة تفاضلية من الدرجة الثانية من الشكل:

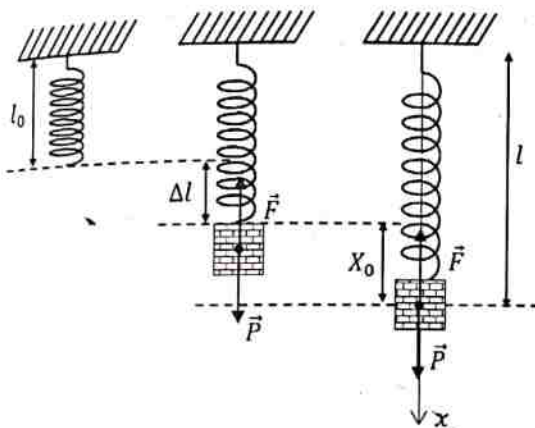
$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0$$

وهي معادلة تفاضلية من الدرجة الثانية من الشكل: $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0$ تقبل حل جيبى من الشكل:

$$x = X_0 \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

إذن طبيعة حركة الجسم (S) اهتزازية جيبية، دورها:

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$



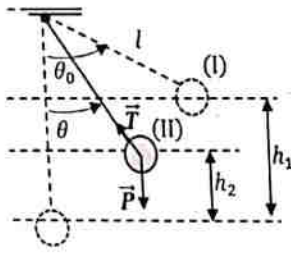
III. الاهتزازات الحرة الميكانيكية الغير متخامدة: دراسة النواس البسيط:

(1) تعريف:

يتألف من جسم نقطي كتلته m معلق بخيط عديم الإمتطاط طوله l إلى نقطة ثابتة. نزح الكتلة بزاوية θ_0 عن وضع توازنها ونتركها دون سرعة ابتدائية.

(2) المعادلة التفاضلية للحركة:

باستعمال معادلة حفظ الطاقة: الجملة: جسم + أرض.



$$W_T = 0 \quad \text{وبما أن } \vec{T} \text{ عمودية على المسار إذن:} \quad E(I) + W_T = E(II)$$

$$E_C(I) + E_{pp}(I) = E_C(II) + E_{pp}(II)$$

$$0 + mgh_1 = \frac{1}{2}mv^2 + mgh_2$$

$$mg(l - l \cos \theta_0) = \frac{1}{2}mv^2 + mg(l - l \cos \theta)$$

$$\frac{1}{2}mv^2 + mgl(\cos \theta_0 - \cos \theta) = 0 \quad \text{ومنه:}$$

$$m \frac{dv}{dt} v + mgl \left(\frac{d\theta}{dt} \sin \theta \right) = 0 \quad \text{بالاشتقاق:}$$

$$x = l \cdot \theta \Rightarrow \frac{dx}{dt} = l \cdot \frac{d\theta}{dt} \Rightarrow v = l \cdot \frac{d\theta}{dt} \Rightarrow \frac{dv}{dt} = l \cdot \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

$$m \left(l \frac{d^2\theta}{dt^2} \right) \left(l \cdot \frac{d\theta}{dt} \right) + mgl \frac{d\theta}{dt} \sin \theta = 0$$

$$ml^2 \frac{d\theta}{dt} \left(\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l} \sin \theta \right) = 0 \Rightarrow \frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l} \sin \theta = 0$$

في حالة θ صغيرة أقل من 10° :

$$\sin \theta \approx \theta \quad (\text{Rad})$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l} \theta = 0$$

معادلة تفاضلية من الرتبة الثانية حلها من الشكل:

$$\theta = \theta_0 \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

θ_0 : السعة الزاوية (الإزاحة).

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}} \Rightarrow T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

باستعمال قانون نيوتن الثاني:

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a}$$

$$\Rightarrow \vec{P} + \vec{T} = m_1 \cdot \vec{a}$$

بالإسقاط على المحور المماسي في الشكل:

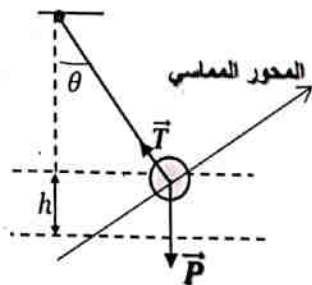
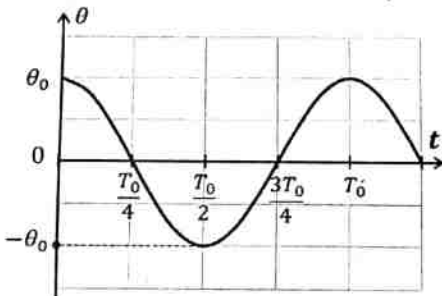
$$-P \cdot \sin \theta = m \cdot a \Rightarrow -m \cdot g \cdot \sin \theta = m \cdot \frac{d^2x}{dt^2}$$

$$-g \cdot \sin \theta = l \cdot \frac{d^2\theta}{dt^2} \Rightarrow \frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l} \sin \theta = 0$$

في حالة θ صغيرة أقل من 10° :

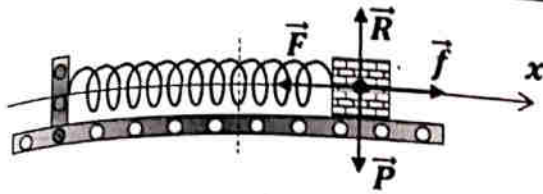
$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l} \theta = 0$$

معادلة تفاضلية من الرتبة الثانية حلها من الشكل: $\theta = \theta_0 \cdot \cos(\omega t + \varphi)$



IV. الاهتزازات الحرة الميكانيكية المتخامدة: دراسة النواس المرن في الوضع الأفقي:

(1) تمثيل القوى:



(2) المعادلة التفاضلية للحركة:

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{F} + \vec{R} + \vec{f} + \vec{P} = m \cdot \vec{a}$$

المعلم: (O, i) الجسم: (S) .

بالاسقاط على (Ox) لدينا:

$$-F + f = m \cdot a \Rightarrow m \cdot a + Kx - f = 0$$

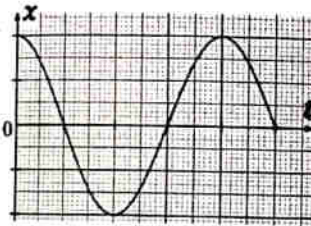
$$a + \frac{K}{m}x - \frac{f}{m} = 0$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{K}{m}x - \frac{f}{m} = 0$$

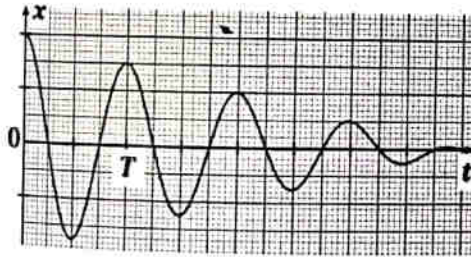
معادلة تفاضلية من الرتبة الثانية حلها خارج البرنامج.

(3) مناقشة أنماط الحركة حسب قيم الاحتكاك f :

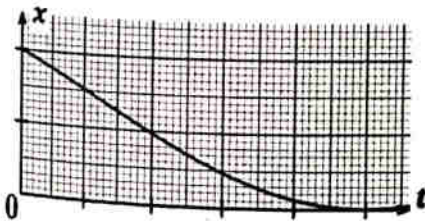
الحالة 1:

إذا كانت f معدومة فنقول عن الحركة أنها دورية غير متخامدة دورها T_0 .

الحالة 2:

إذا كانت f ضعيفة جدا فنقول عن الحركة أنها شبه دورية وشبه دورها $T \simeq T_0$ ، تتخامد بشكل خطي إذا كانت f ثابتة وبشكل أسّي إذا كانت f متعلقة بالسرعة.

الحالة 3:

إذا كانت f كبيرة فنقول عن الحركة أنها لا دورية.

V. الاهتزازات الحرة الميكانيكية المتخامة: دراسة النواس المرن في الوضع الشاقولي:

(1) وصف النواس المرن في الوضع الشاقولي:

لدراسة حركة نواس مرن شاقولي في حالة اهتزازات حرة متخامة، نستعمل نواس مرن مثبت شاقوليا يتكون من نابض مرن مهمل الكتلة وحلقاته غير متلاصقة ثابت مرونته k مرتبط بجسم صلب (S) كتلته m مغمور في سائل (مانع). نزيح الجسم (S) عن وضع توازنه بسحبه شاقوليا بمقدار X_0 ، ثم نتركه عند اللحظة $t = 0$ حر دون سرعة ابتدائية.

(2) المعادلة التفاضلية للحركة:

- الجملة المدروسة: جسم (S).
- مرجع الدراسة: سطحي أرضي نعتبره غاليليا.
- الدراسة السكونية:

- القوى الخارجية المؤثرة على الجملة: الثقل $\vec{P}$ ، توتر النابض $\vec{F}$ ، دافعة أرخميدس $\vec{\Pi}$.
عند التوازن يكون النابض مستطال بمقدار Δl ، كما يكون:

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = \vec{0} \Rightarrow \vec{P} + \vec{F} + \vec{\Pi} = \vec{0}$$

بتحليل العلاقة الشعاعية (أو بالإسقاط) على المحور (ox):

$$P - F - \rho V g = 0 \Rightarrow mg - k\Delta l - \rho V g = 0$$

وهو شرط توازن الجملة.

الدراسة الحركية:

- القوى الخارجية المؤثرة على الجملة: الثقل $\vec{P}$ ، توتر النابض $\vec{F}$ ، دافعة أرخميدس $\vec{\Pi}$ ، وقوة الاحتكاك $\vec{f}$.
- بتطبيق القانون الثاني لنيتون:

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = m \vec{a}_G \Rightarrow \vec{P} + \vec{F} + \vec{\Pi} + \vec{f} = m \vec{a}$$

بتحليل العلاقة الشعاعية وفق المحور (ox):

$$P - F - \rho V g + f = ma$$

$$mg - k(\Delta l + x) - \rho V g + f = m \frac{d^2 x}{dt^2}$$

$$mg - k\Delta l - kx - \rho V g + f = m \frac{d^2 x}{dt^2}$$

$$\underbrace{mg - k\Delta l - \rho V g}_0 - kx + f = m \frac{d^2 x}{dt^2}$$

$$-kx + f = m \frac{d^2 x}{dt^2}$$

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + kx - f = 0$$

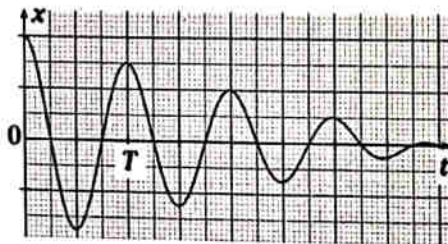
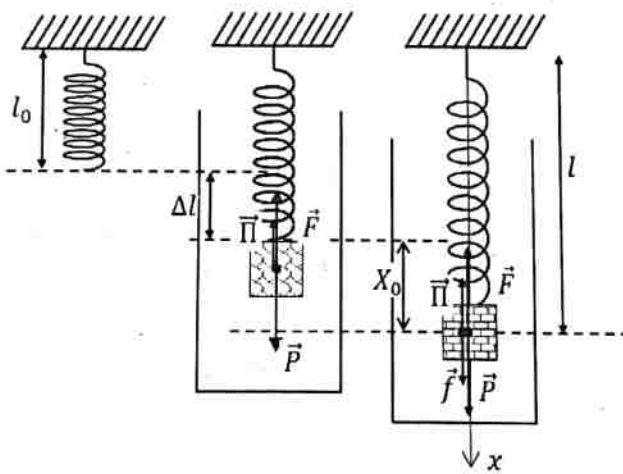
بقسمة الطرفين على m :

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{k}{m}x - \frac{f}{m} = 0$$

وهي معادلة تفاضلية من الدرجة الثانية، حلها خارج البرنامج.
نمط الحركة: اهتزازات ميكانيكية حرة متخامة شبه دورية. شبه

دورها T يساوي تقريبا الدور الذاتي T_0

$$T \simeq T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}}$$

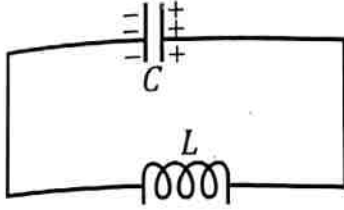


② الاهتزازات الكهربائية الحرة

I. الاهتزازات الحرة الكهربائية الغير متخامدة: (الدائرة LC):

(1) تعريف الدائرة LC:

تتكون الدائرة LC من مكثفة مشحونة سعتها C ووشية صرفة ذاتيتها L مربوطة على التسلسل كما يوضحه الشكل.



(2) المعادلة التفاضلية للدائرة بدلالة q :

من قانون جمع التوترات: $U_C + U_L = 0$

$$i = \frac{dq}{dt} \quad \text{لكن} \quad \frac{q}{C} + L \frac{di}{dt} = 0$$

$$\frac{q}{C} + L \frac{d}{dt} \left(\frac{dq}{dt} \right) = 0$$

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{1}{LC} \cdot q = 0$$

معادلة تفاضلية من الشكل: $y'' + Ay = 0$

$$q = q_0 \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

حيث:

q_0 : الشحنة الأعظمية المخزنة في المكثفة في اللحظة $t = 0$

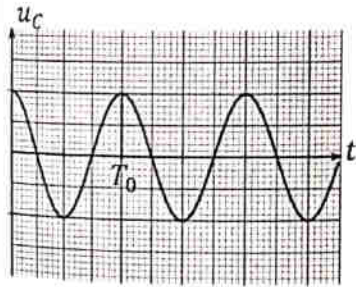
ω_0 : النبض الذاتي للدائرة.

φ : الصفحة الابتدائية (تحدد قيمتها من الشروط الابتدائية).

(3) عبارة النبض الذاتي وعبارة الدور الذاتي:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \cdot \sqrt{LC}$$



(4) المعادلة التفاضلية بدلالة U_C :

$$U_C + U_L = 0 \Rightarrow U_C + L \frac{di}{dt} = 0$$

نعوض في المعادلة التفاضلية:

$$U_C + L \frac{d}{dt} \left[\frac{dq}{dt} \right] = 0 \Rightarrow U_C + LC \cdot \frac{d^2 U_C}{dt^2} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{d^2 U_C}{dt^2} + \frac{1}{LC} U_C = 0$$

معادلة تفاضلية من الدرجة الثانية حلها هو: $U_C = U_0 \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi)$

(5) المعادلة الزمنية لتيار كهربائي:

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt} [q_0 \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi)]$$

$$i = -q_0 \cdot \omega_0 \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

$$i = -I_0 \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

$$q_0 \times \omega_0 = I_0 \quad \text{مع}$$

(6) إثبات أن الطاقة الجملة (مكتفة + وشيعة) ثابتة:

$$E_T = E_C + E_L = \frac{1}{2} C \cdot U_C^2 + \frac{1}{2} L \cdot i^2 = \frac{1}{2C} q^2 + \frac{1}{2} L \cdot i^2$$

$$E_T = \frac{1}{2C} [q_0 \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi)]^2 + \frac{1}{2} L [-q_0 \cdot \omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi)]^2$$

$$E_T = \frac{q_0^2}{2C} \cdot \cos^2(\omega_0 t + \varphi) + \frac{1}{2} L \cdot q_0^2 \cdot \omega_0^2 \cdot \sin^2(\omega_0 t + \varphi)$$

$$E_T = \frac{q_0^2}{2C} \cdot \cos^2(\omega_0 t + \varphi) + \frac{1}{2} L \cdot q_0^2 \cdot \frac{1}{LC} \cdot \sin^2(\omega_0 t + \varphi)$$

$$E_T = \frac{q_0^2}{2C} [\cos^2(\omega_0 t + \varphi) + \sin^2(\omega_0 t + \varphi)] \Rightarrow E_T = \frac{q_0^2}{2C} = cte$$

(7) إثبات أن T_0 متجانس مع الزمن:

$$T_0 = 2\pi \sqrt{LC}$$

$$[T_0] = ([L][C])^{1/2}$$

$$\begin{cases} U_L = L \cdot \frac{di}{dt} \rightarrow [L] = \frac{[U][T]}{[I]} \\ C = \frac{q}{U_C} \rightarrow [C] = \frac{[q]}{[U]} \\ i = \frac{dq}{dt} \rightarrow [q] = [I][T] \end{cases}$$

$$[T_0] = \left(\frac{[U][T]}{[I]} \cdot \frac{[q]}{[U]} \right)^{1/2} = \left(\frac{[T][I][T]}{[I]} \right)^{1/2} = [T]$$

(8) المعادلة التفاضلية باستعمال الطاقة:

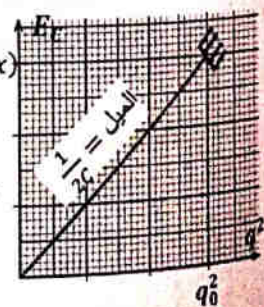
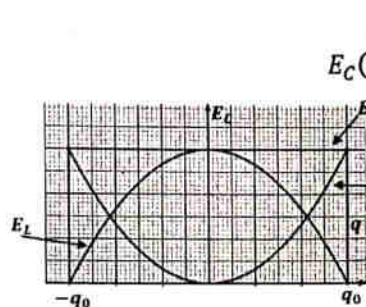
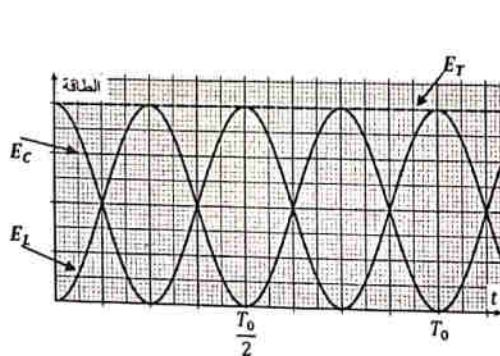
$$E_T = E_C + E_L = \frac{1}{2} C \cdot U_C^2 + \frac{1}{2} L \cdot i^2 = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} + \frac{1}{2} L \cdot i^2$$

$$0 = \frac{1}{2C} \cdot 2 \cdot \frac{dq}{dt} \cdot q + \frac{1}{2} L \cdot 2 \cdot \frac{di}{dt} \cdot i \quad \text{بالاشتقاق :}$$

$$0 = \frac{1}{C} i q + L \frac{d^2 q}{dt^2} i$$

$$0 = Li \left[\frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{1}{LC} q \right] \Rightarrow \frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{1}{LC} q = 0$$

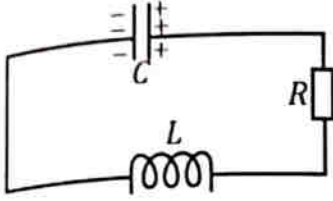
(9) مخططات الطاقة:



II. الاهتزازات الحرة الكهربائية المتخامدة: (الدائرة RLC):

(1) تعريف الدائرة RLC:

تتكون الدائرة RLC من مكثفة مشحونة سعته C ووشعة صرفة ذاتيتها L مربوطة على التسلسل مع ناقل أومي مقاومته R كما يوضحه الشكل.

(2) المعادلة التفاضلية بدلالة الشحنة q :

من قانون جمع التوترات: $U_C + U_L + U_R = 0$

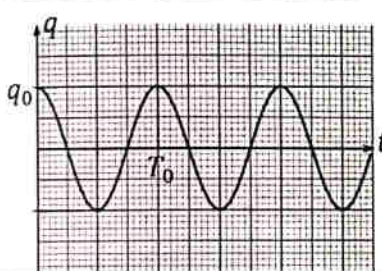
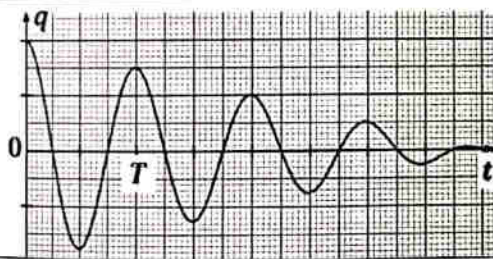
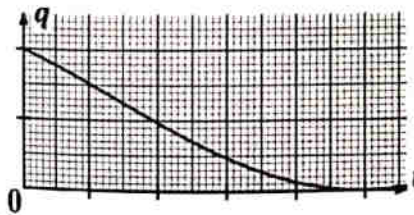
$$\frac{q}{C} + L \cdot \frac{di}{dt} + R \cdot i = 0$$

$$\frac{q}{C} + L \cdot \frac{d^2q}{dt^2} + R \cdot \frac{dq}{dt} = 0$$

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{L} \cdot \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC} \cdot q = 0$$

معادلة تفاضلية حلها خارج البرنامج.

(3) مناقشة أنماط الاهتزازات الكهربائية حسب قيم R :

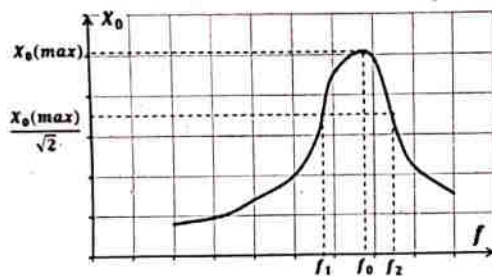
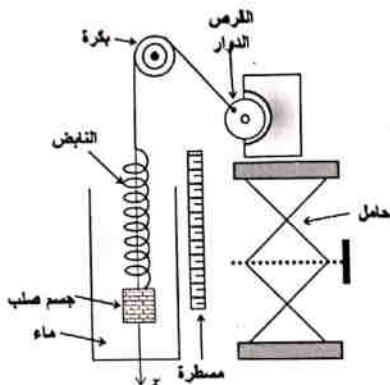
البيان $q(t)$	نمط الاهتزازات	قيم R
	اهتزازات كهربائية حرة دورية غير متخامدة $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$	$R = 0$
	اهتزازات كهربائية حرة شبه دورية متخامدة شبه دورها $T \simeq T_0$	R صغيرة
	لا دورية	R كبيرة

③ الاهتزازات القسرية (شعبة رياضيات وتقني رياضي)

1. الاهتزازات الميكانيكية القسرية:

(1) تعريف:

نقول عن جملة ما في شروط معينة أنها تتعرض لاهتزازات قسرية عندما يفرض عامل خارجي (محرك، قرص دوار، نواس، ...) دور اهتزازته على هذه الجملة. ونقول أن الجملة المهتزة دخلت في حالة التجاوب عندما تأخذ سعة اهتزازتها قيمة عظمى.



(2) الدراسة التجريبية لنواس مرن يهتز قسريا:

نربط نهاية العلوية للنابض بخيط ونمرره على محز بكرة ونصل نهاية الخيط الحرة بمحرك (قرص دوار) كما هو في الشكل المقابل. عند تغيير سرعة دوران المحرك (تواتر دورانه f) نلاحظ أن السعة العظمى X_0 لاهتزاز الجسم (S) تتغير وتكون عظمى من أجل تواتر معين للمحرك. كما يبينه الشكل.

(3) النتائج:

نلاحظ في البيان أن سعة اهتزاز المجاوب (النواس) تصل إلى قيمة عظمى $X_0(max)$ من أجل قيمة لتواتر المحرك (المحرز) قريبة جدا من التواتر الذاتي f_0 للنواس المجاوب. في هذه الحالة نقول إنه يوجد تجاوب بين المحرك (المحرز) والمجاوب (النواس).

(4) خصائص التجاوب: يتميز التجاوب بما يلي:

أ/ الشريط النافذ: يتميز الشريط النافذ لتواترات الرنان على أنها مجال التواترات الموافق لـ:

$$X_0 \geq \frac{X_0(max)}{\sqrt{2}}$$

من أجل: $X_0 = \frac{X_0(max)}{\sqrt{2}}$ يكون للتواتر f قيمتان الأولى f_1 والثانية f_2 حيث: $f_1 < f_2$

f_1, f_2 حدي الشريط النافذ ونسمي المقدار $\Delta f = f_2 - f_1$ بعرض الشريط النافذ للجملة المحرزة حيث تكون استجابة المهتز الرنان (النواس) مقبولة في هذا المجال.

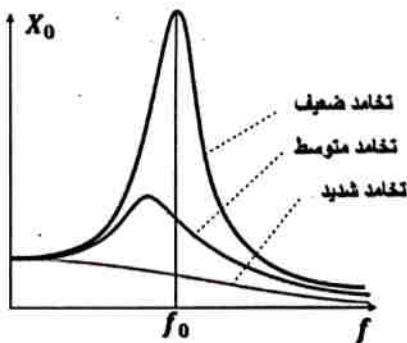
ب/ معامل الجودة: هو مقدار يستعمل للتعبير عن حالة التجاوب بين المحرر والرنان حيث كلما كان معامل الجودة أكبر كانت استجابة الرنان للمحرر أفضل وأكثر حدة. يعطى معامل الجودة بالعلاقة التالية:

$$Q = \frac{f_0}{\Delta f} = \frac{T_0}{\Delta T} = \frac{\omega_0}{\Delta \omega}$$

(5) تأثير التخماد:

نكرر التجربة السابقة بتغيير فعالية التخماد على النواس المجاوب وذلك بواسطة تغيير السائل فنحصل على البيانات الموضحة في الشكل المقابل. من أجل تخامد ضعيف تكون استجابة النواس المجاوب كبيرة أي سعة الاهتزازات كبيرة عند التجاوب ويعبر عن ذلك وجود قمة حادة في البيان. في هذه الحالة نقول إن التجاوب حاد.

من أجل تخامد متوسط: تتناقص سعة التجاوب ويكون الرنين غير واضح. (ضبابي)



II. الاهتزازات الكهربائية القسرية:

(1) تعريف:

نقول عن الدارة RLC في شروط معينة أنها تتعرض لاهتزازات قسرية عندما يفرض عامل خارجي (مولد) دور اهتزازته على هذه الدارة. ونقول أن الدارة المهتزة دخلت في حالة التجاوب عندما تأخذ سعة اهتزازتها قيمة عظمى (يمر فيها تيار أعظمي).

(2) الدراسة التجريبية: نحقق الدارة الكهربائية التالية:

نغذي الدارة بتوتر متناوب جيبي تواتره N قابل للتغيير، عبارته الزمنية هي:

$$u(t) = U_0 \cdot \cos(\omega t)$$

نجعل التوتر بين طرفي المولد ثابتا ونغير من قيمة تواتره N ، ونسجل قيم الشدة المنتجة للتيار الكهربائي I_{eff} في الدارة RLC .

نمثل تغيرات I_{eff} بدلالة التواتر N للمحرض (المولد).

نتحصل على البيان الموضح في الشكل المقابل.

نحسب التواتر الذاتي للدارة RLC من العلاقة:

$$N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

(3) النتائج:

من البيان نلاحظ أن الشدة المنتجة للتيار الكهربائي تبلغ قيمة عظمى من أجل تواتر المولد N_0 أي أن تواتر المحرض المولد (GBF) يساوي تواتر المجاوب (الدارة RLC) نقول عندها إن الدارة في حالة تجاوب كهربائي (رنين).

(4) خصائص التجاوب:

أ/ الشريط النافذ: يتميز الشريط النافذ لتواترات الرنان على أنها مجال التواترات الموافق لـ:

$$I_{eff} \geq \frac{I_{eff(max)}}{\sqrt{2}}$$

من أجل: $I_{eff} = \frac{I_{eff(max)}}{\sqrt{2}}$ يكون للتواتر N قيمتان الأولى N_1 والثانية N_2 حيث: $N_1 < N_2$

N_1, N_2 حدي الشريط النافذ ونسمي المقدار $\Delta N = N_2 - N_1$ بعرض الشريط النافذ للجملة المحرصة حيث تكون استجابة المهتز (الدارة RLC) مقبولة في هذا المجال.

ب/ معامل الجودة: هو مقدار يستعمل للتعبير عن حالة التجاوب بين المحرض والرنان حيث كلما كان معامل الجودة أكبر كانت استجابة الرنان للمحرض أفضل وأكثر حدة. يعطي معامل الجودة بالعلاقة التالية:

$$Q = \frac{N_0}{\Delta N} = \frac{T_0}{\Delta T} = \frac{\omega_0}{\Delta \omega}$$

(5) تأثير التخماد:

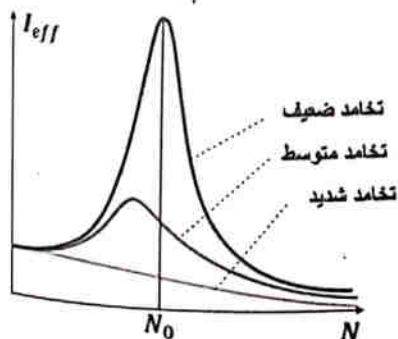
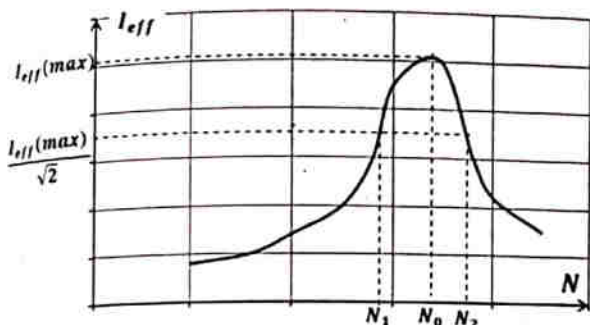
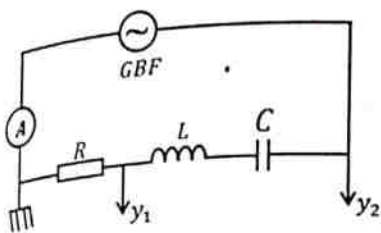
نكرر التجربة السابقة بتغيير قيمة المقاومة R :

من أجل كل قيمة للمقاومة R ، نمثل تغيرات الشدة المنتجة للتيار بدلالة التواتر فنحصل على البيانات:

من أجل مقاومة صغيرة R_1 ، يكون التخماد ضعيفا والتجاوب حادا.

من أجل مقاومة متوسطة R_2 ، يكون التخماد متوسطا والتجاوب غير واضح.

من أجل مقاومة كبيرة R_3 ، يكون التخماد كبيرا والمنحنى منبسطا ولا يوجد التجاوب.



(6) ممانعة ثنائي القطب RLC على التسلسل:

نعطى ممانعة ثنائي القطب بالعلاقة التالية:

$$Z = \frac{U_{eff}}{I_{eff}} = \frac{U_0}{I_0} \dots \dots \dots (\Omega)$$

كما تحسب بدلالة مميزات الدارة بالعلاقة التالية:

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(L \cdot \omega - \frac{1}{\omega \cdot C}\right)^2}$$

عند حالة التجاوب تكون شدة التيار أعظمية أي ممانعة الدارة أقل ما يكمن وبالتالي:

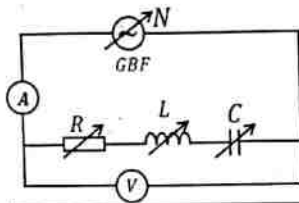
$$Z = R$$

$$L \cdot \omega_0 = \frac{1}{\omega_0 \cdot C} \Rightarrow L \cdot C \cdot \omega_0^2 = 1$$

(7) دراسة العوامل المؤثرة على ممانعة الدارة:

نحقق الدارة الموضحة في الشكل التالي:

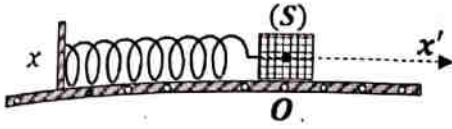
في كل مرة نقوم بتغيير أحد المقادير R أو L أو C أو N وندرس تأثير ذلك على ممانعة الدارة، نلخص النتائج في الجدول التالي:



العامل	قبل التجاوب	بعد التجاوب	البيان
R	$R \nearrow \Rightarrow Z \nearrow$	$R \nearrow \Rightarrow Z \nearrow$	البيان لا يدرس
L	$L \nearrow \Rightarrow Z \searrow$	$L \nearrow \Rightarrow Z \nearrow$	
C	$C \nearrow \Rightarrow Z \searrow$	$C \nearrow \Rightarrow Z \nearrow$	
N	$N \nearrow \Rightarrow Z \searrow$	$N \nearrow \Rightarrow Z \nearrow$	

التمرين 01:

يتكون نواس مرّن من نابض حلقاته غير متلاصقة، ثابت مرونته k وكتلته مهملة، مثبت من إحدى نهايتيه في نقطة ثابتة ومرتبطة من النهاية الأخرى بجسم نقطي (S) كتلته $m = 100g$ ، يمكنه الحركة دون احتكاك على مستو أفقي وفق المحور $\overrightarrow{xx'}$ ، الشكل



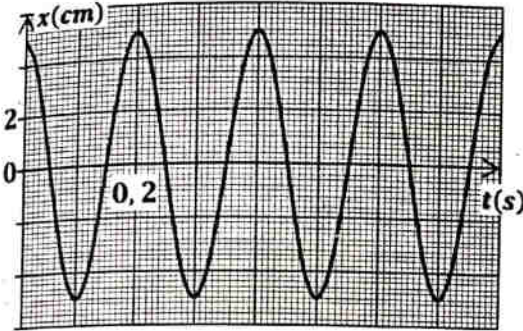
في حالة توازن الجسم (S) يكون النابض في وضع الراحة. نزيح الجسم (S) عن وضع توازنه (O) المختار كمبدأ للفواصل في الاتجاه الموجب بمقدار X_0 ، ثم نتركه حرا دون سرعة ابتدائية.

- مثل في لحظة كيفية t القوى المؤثرة على الجسم (S) .
- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، بين أن المعادلة التفاضلية للحركة تكتب على الشكل:

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} + Ax(t) = 0$$

حيث A مقدار ثابت يطلب تعيين عبارته.

- سمحت برمجية إعلام آلي برسم المنحنى $x = f(t)$ الممثل لتغير x فاصلة مركز عطالة (S) بدلالة الزمن t الموضح في الشكل



أ/ اعتمادا على البيان عين قيمة كل من: X_0 سعة الحركة، T_0 الدور الذاتي للحركة، φ طور الابتدائي، ω_0 نبض الحركة، k ثابت مرونة النابض.

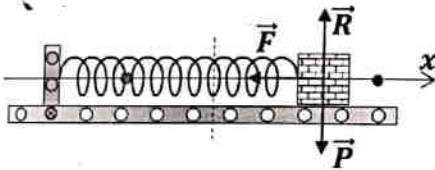
ب/ اكتب المعادلة الزمنية للحركة.

- في حالة وجود احتكاكات ضعيفة، مثل كيفيا البيان $x = g(t)$

ناخذ: $\pi^2 \approx 10$

تصحيح التمرين 01:

- تمثيل القوى:



- المعادلة التفاضلية: بتطبيق القانون الثاني لنيوتن:

$$\Sigma \vec{F} = \vec{P} + \vec{F} + \vec{R} = m \cdot \vec{a}$$

بالإسقاط نجد: $-F = ma$ نجد:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{K}{m}x(t) = 0$$

بالمطابقة نجد: $A = \frac{K}{m}$

- أ/ تعيين القيم:

السعة: $X = 2 \times 2,5 = 5 \text{ cm}$

الدور: $T_0 = 2 \times 0,1 = 0,2 \text{ s}$

الطور الابتدائي: $x(t) = X_0 \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi)$ عند $t = 0 \text{ s}$ يكون $x(0) = X_0$

بالتعويض نجد: $X_0 = X_0 \cdot \cos(\varphi)$ ومنه: $\cos(\varphi) = 1$ أي أن: $\varphi = 0$

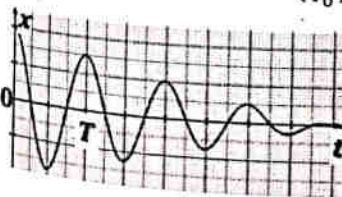
نبض الحركة: $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = 31,4 = 10\pi \text{ Rad/s}$

حساب K : لدينا: $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}}$ نجد: $K = \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 \cdot m = 100 \text{ N/m}$

ب/ كتابة المعادلة الزمنية:

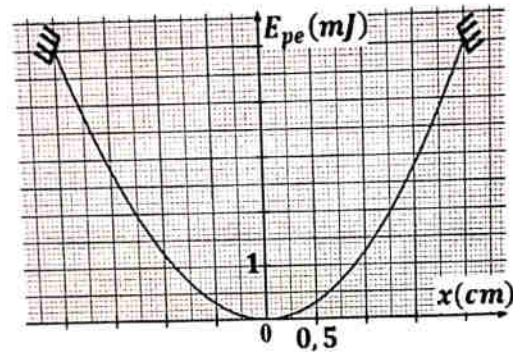
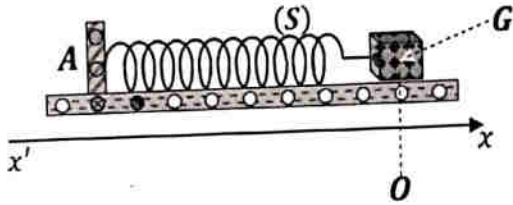
$$x(t) = 5 \cdot \cos(10\pi t) \text{ cm}$$

- البيان المتوقع: سعة الحركة تتناقص لوجود الاحتكاك الضعيف.



التمرين 02:

يتألف نواس مرن من نابض مرن مهمل الكتلة، حلقاته غير متلاصقة محوره أفقي، ثابت مرونته k ونهايته A مقيدة، يربط بطرفه الحر جسما صلبا (S) ، كتلته $m = 250g$ بإمكانه الحركة دون احتكاك على سطح طاولة أفقية وفق المحور xx' الذي مبدؤه (O) هو نفسه موضع توازن مركز العطالة (G) لـ (S) (الشكل). يمثل (الشكل) تغيرات الطاقة الكامنة المرونية E_{pe} للجملة (نابض + جسم) بدلالة الفاصلة اللحظية x لموضع G .



(1) مثل القوى المطبقة على (S) عند موضع فاصلته $x(t) > 0$

(2) أوجد المعادلة التفاضلية لحركة G بدلالة $x(t)$.

(3) للمعادلة التفاضلية حلا من الشكل:

$$x(t) = X_0 \cdot \cos\left(\frac{2\pi t}{T_0}\right)$$

حيث X_0 سعة الحركة و T_0 الدور الذاتي للنواس.

أ/ أوجد عبارة الدور T_0 بدلالة k و m .

ب/ بالتحليل البعدي بين أن الدور الذاتي T_0 متجانسا مع الزمن.

ج/ استنتج عبارة السرعة $v(t)$ لحركة مركز العطالة G .

د/ أثبت أن طاقة الجملة (نابض + جسم) ثابتة في كل لحظة.

(4) اعتمادا على المنحنى البياني:

أ/ جد فاصلة موضع G إذا كانت الطاقة الحركية E_c للجسم

مساوية لنصف طاقة الجملة: $E_c = \frac{1}{2} E_T$

ب/ جد قيمة سرعة المرور بالموضع الذي فاصلته $x(t) = 1.1 \text{ cm}$

ج/ جد قيمة k ثابت مرونة النابض.

تصحيح التمرين 02:

(1) تمثيل القوى المؤثرة عند اللحظة t :

(2) المعادلة التفاضلية $x(t)$:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن:

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{F} + \vec{P} + \vec{R} = m \cdot \vec{a}$$

بالإسقاط على xx' :

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{K}{m} x = 0 \Rightarrow -Kx = m \cdot a$$

(3) أ/ عبارة الدور: بتعويض الحل في المعادلة التفاضلية نستنتج أن:

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}}$$

ب/ التحليل البعدي:

$$[T_0]^2 = \frac{[M]}{[F][L]^{-1}} = \frac{[M]}{[M][a][L]^{-1}} = \frac{1}{[L][T]^{-2}[L]^{-1}} \Rightarrow [T_0] = [T]$$

ج/ عبارة السرعة:

$$v = -\frac{2\pi}{T_0} X_0 \cdot \sin\left(\frac{2\pi t}{T_0}\right) = -\sqrt{\frac{K}{m}} X_0 \cdot \sin\left(\frac{2\pi t}{T_0}\right)$$

د/ عبارة طاقة الجملة بدلالة الزمن:

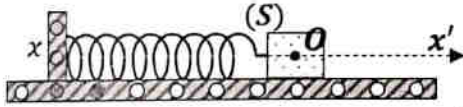
$$E_T(t) = E_C(t) + E_{pe}(t)$$

$$E_T(t) = \frac{1}{2} m \left(-\frac{2\pi}{T_0} X_0 \sin \left(\frac{2\pi}{T_0} t \right) \right)^2 + \frac{1}{2} K \left(X_0 \cos \left(\frac{2\pi}{T_0} t \right) \right)^2$$

$$E_T(t) = \frac{1}{2} K X_0^2 = cte$$

(4) أ/ تحديد الفاصلة لما $E_C = \frac{E_T}{2}$ من البيان وباعتماد خاصية: $E_T = E_{pe}(max)$ نجد بالإسقاط: $x = \pm 1,4 \text{ cm}$ ب/ سرعة المرور بالموضع ذو الفاصلة $x = 1,1 \text{ cm}$ من البيان: لما: $x = 1,1 \text{ cm}$ لدينا: $E_{pe} = 1,5 \times 10^{-3} \text{ J}$ ومنه $E_C = 3,5 \times 10^{-3} \text{ J}$ ومنه نجد: $v = \sqrt{\frac{2E_C}{m}} = \pm 0,17 \text{ m/s}$ ج/ قيمة K :من البيان: $E_T = \frac{1}{2} K X_0^2 = 5 \times 10^{-3} \text{ J}$ نستنتج أن: $K = 25 \text{ N/m}$ **التمرين 03:**

يتشكل نواس مرن أفقي من جسم نقطي (S) كتلته (m)، مثبت إلى نابض مهمل الكتلة، حلقاته غير متلاصقة، ثابت مرونته ($K = 20 \text{ N.m}^{-1}$). يمكن لـ (S) الحركة دون احتكاك على مستو أفقي مزود بمحور xx' مبدؤه (O) ينطبق على وضع توازن (S). الشكل



نزيح (S) عن وضع توازنه في الاتجاه الموجب بمقدار X_0 ، ثم نتركه لحاله دون سرعة ابتدائية. سمحت دراسة تجريبية بتسجيل حركة (S)، والحصول على مخطط السرعة $v = f(t)$ الموضح بالشكل الثاني

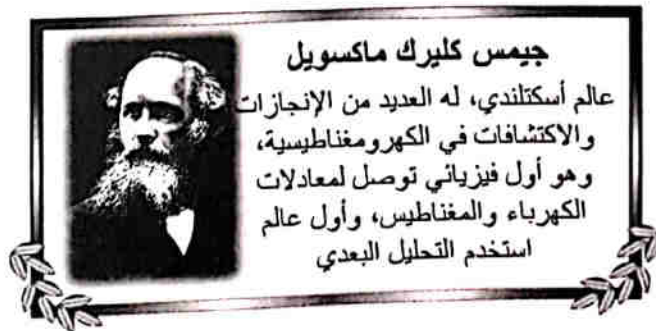
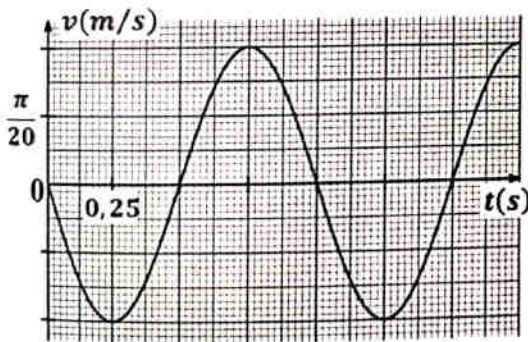
(1) تحت أي شرط يمكن اعتبار المرجع الأرضي غاليليا بتقريب جيد؟

(2) بتطبيق القانون الثاني لنيتون أوجد المعادلة التفاضلية للحركة.

(3) بالاعتماد على البيان عين:

الدور الذاتي T_0 للجملة المهتزة، النبض الذاتي ω_0 ، سعةالاهتزاز X_0 الكتلة m .ثم اكتب المعادلة الزمنية لحركة (S): $x = f(t)$.

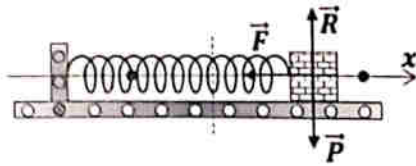
(4) أثبت ان طاقة الجملة محفوظة (ثابتة). احسب قيمتها.

**جيمس كليرك ماكسويل**

عالم أسكتلندي، له العديد من الإنجازات والاكتشافات في الكهرومغناطيسية، وهو أول فيزيائي توصل لمعادلات الكهرباء والمغناطيس، وأول عالم استخدم التحليل البعدي

تصحيح التمرين 03:

- (1) نعتبر المرجع الأرضي غاليلي لأن زمن الحركة الاهتزازية صغير جدا أمام حركة دوران الأرض حول نفسها.
(2) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن:



$$\begin{aligned}\Sigma \vec{F}_{ext} &= m \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = m \cdot \vec{a} \\ -Kx &= m \cdot \frac{d^2x}{dt^2} \quad \text{بالإسقاط} \\ \Rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{K}{m}x &= 0\end{aligned}$$

معادلة تفاضلية من الرتبة الثانية حلها:

$$x = X_0 \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

(3) من البيان:

$$T_0 = 0,25 \times 4 = 1 \text{ s}$$

الدور الذاتي:

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = 2\pi \text{ Rad/s}$$

النبض الذاتي:

$$v = \frac{dx}{dt} = -\omega_0 \cdot X_0 \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi) \quad \text{سعة الاهتزاز:}$$

$$v_{max} = \frac{\pi}{10} \text{ m/s} \quad \text{ومنه:}$$

$$v_{max} = \omega_0 \cdot X_0 \Rightarrow X_0 = \frac{v_{max}}{\omega_0} = \frac{\frac{\pi}{10}}{2\pi} = \frac{1}{20} = 0,05 = 5 \text{ cm}$$

$$\varphi = 0 \text{ Rad} \quad \text{ومنه:}$$

$$v = 0 \text{ m/s}$$

$$x = X_0 \quad \text{لما } t = 0 \text{ فإن:}$$

$$x(t) = 0,05 \cos(2\pi) \text{ m} \quad \text{وعليه:}$$

(4) إثبات أن طاقة الجملة محفوظة:

$$E = E_c + E_{pp} + E_{pe} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}Kx^2$$

$$E = \frac{1}{2}mv_0^2 X_0^2 \cdot \sin^2(\omega_0 t + \varphi) + \frac{1}{2}K \cdot X_0^2 \cdot \cos^2(\omega_0 t + \varphi)$$

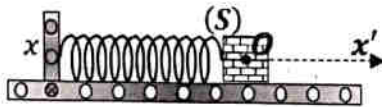
$$E = \frac{1}{2}K \cdot X_0^2 = \text{Cste}$$

$$E = \frac{1}{2} \times 20 \times 0,05^2 = 0,025 \text{ Joules}$$

التمرين 04:

يتكون نواس مرّن من جسم صلب نقطي (S) كتلته $m = 250 \text{ g}$ يمكنه الحركة على مستو أفقي، ومن نابض حلقاته غير متلاصقة، كتلته مهملة، ثابت مرونته $k = 25 \text{ N/m}$. (الشكل المقابل) عند التوازن يكون (S) عند النقطة O (مبدأ الفواصل للمحور xx')

نزيح الجسم (S) عن وضع توازنه بمقدار $X_0 = X_{max} = 2 \text{ cm}$ ، في اتجاه xx' ونتركه دون سرعة ابتدائية في اللحظة $(t = 0 \text{ s})$.



(1) بفرض الاحتكاكات مهملة:

أ/ مثل القوى المؤثرة على الجسم (S) في لحظة كيفية (t).

ب/ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن أوجد المعادلة التفاضلية للحركة.

ج/ احسب الدور الذاتي T_0 للجملة المهتزة ثم اكتب المعادلة الزمنية للحركة $x = f(t)$

(2) في الحقيقة الاحتكاكات غير مهمة، حيث يخضع (S) أثناء حركته لقوة احتكاك فتصبح المعادلة التفاضلية للحركة من الشكل:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \alpha \frac{dx}{dt} + \lambda x = 0$$

ناقش حسب قيم قوة الاحتكاك النظام الذي تكون عليه حركة (S)، ثم مثل عندئذ تغيرات الفاصلة x بدلالة الزمن الموافق لكل حالة.

تصحيح التمرين 04:

(1) بفرض الاحتكاكات مهمة:

أ/ تمثيل القوى المؤثرة على الجسم (S).

ب/ المعادلة التفاضلية للحركة:

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow$$

بالإسقاط على محور الحركة:

$$-Kx = m \cdot \frac{d^2x}{dt^2} \Rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{K}{m}x = 0$$

معادلة تفاضلية من الرتبة الثانية.

ج/ حساب الدور الذاتي:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{25}{0,25}} = 10 \text{ rad/s}$$

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{10} = 0,2 \pi \text{ s}$$

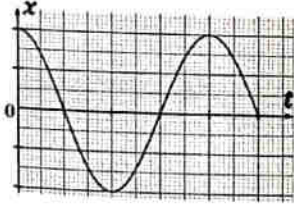
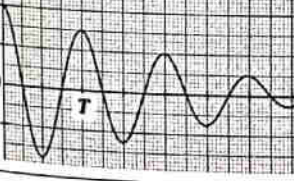
$$x = X_0 \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

المعادلة الزمنية للحركة $x = f(t)$ حل المعادلة التفاضلية السابقة يعطى بالعلاقة التالية:

$$X_0 = X_0 \cdot \cos(\varphi) \Rightarrow \cos(\varphi) = 1 \Rightarrow \varphi = 0$$

$$x = 0,02 \cos(10t)$$

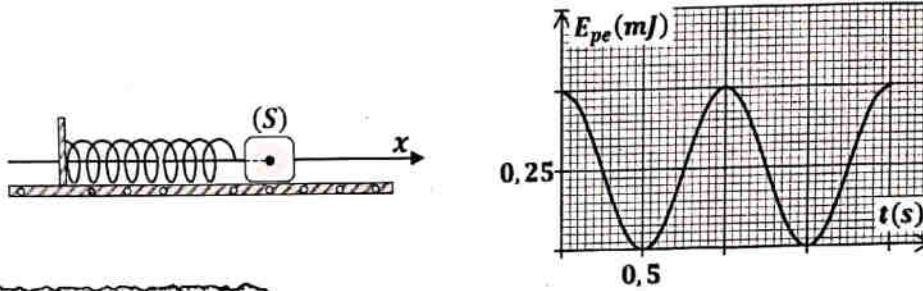
(2) مناقشة أنماط الحركة:

	نقول عن الحركة أنها دورية غير متخامدة دورها T_0.	الحالة 1: إذا كانت f معدومة
	نقول عن الحركة أنها شبه دورية وشبه دورها $T \simeq T_0$	الحالة 2: إذا كانت f ضعيفة جدا
	فنقول عن الحركة أنها لا دورية	الحالة 3: إذا كانت f كبيرة

التمرين 05:

نثبت نهاية نابض مرن و أفقي ثابت مرونته k والنهائية الأخرى مثبت بها جسم صلب (S) كتلته m ينتقل أفقيا على طاولة نضد هوائي. نزيح الجسم (S) عن وضع توازنه في اتجاه تمدد النابض (يعتبر هذا الاتجاه موجب) بـ 2cm ونتركه بدون سرعة ابتدائية عند اللحظة $t = 0\text{s}$.

- (1) حدد القوى المؤثرة على مركز عطالة الجسم (S) .
- (2) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، أوجد المعادلة التفاضلية للحركة.
- (3) يمثل الشكل تغيرات الطاقة الكامنة المرونية دلالة الزمن $E_{pe} = f(t)$ ، اعتمادا على هذا المخطط:

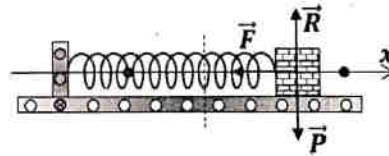


مهما كانت التحديات التي قد تواجهها لا تفقد التركيز أبدا علي هدفك الأساسي بيل تريجر

- أ/ احسب دور الحركة.
- ب/ احسب كلا من قيمة ثابت المرونة k للنابض والكتلة m للجسم (S) .
- ج/ اكتب المعادلة الزمنية $x = f(t)$ للحركة.
- د/ مثل مخطط الحركة ثم مخططي السرعة والتسارع.

تصحيح التمرين 05:

- (1) تمثيل القوى المؤثرة على مركز عطالة الجسم (S) :



المرجع: $(O, \vec{i})$ مرتبط بالسطح.

- (2) الجملة: جسم (S) .
بتطبيق قانون نيوتن الثاني:

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

$$-F = m \cdot a$$

المعادلة التفاضلية للحركة:

$$-Kx = m \frac{d^2x}{dt^2} \Rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{K}{m}x = 0$$

(3) أ/ دور الحركة: دور بيان الطاقة هو $\frac{T_0}{2}$ إذن $\frac{T_0}{2} = 1\text{s}$ ومنه: $T_0 = 2\text{s}$

ب/ حساب قيمة K : $E_{pe}(\max) = \frac{1}{2} K x_0^2$

$$K = \frac{2E_{pe}(\max)}{x_0^2} = 2,5 \text{ N/m}$$

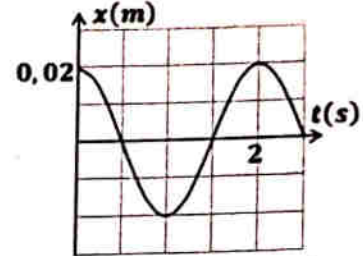
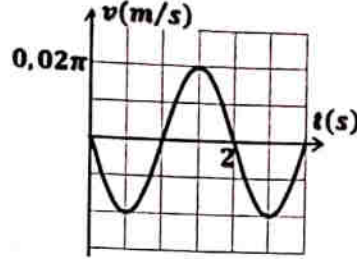
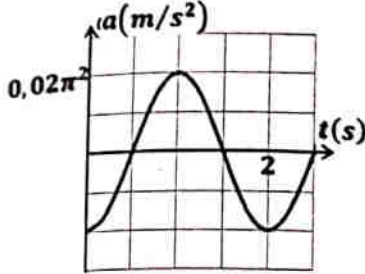
حساب قيمة m :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}} \Rightarrow T^2 = 4\pi^2 \frac{m}{K} \Rightarrow m = \frac{T^2 \cdot K}{4\pi^2} = 0,25 \text{ Kg}$$

ج/ المعادلة الزمنية للحركة:

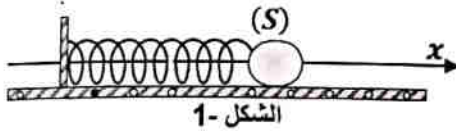
$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{2} = \pi \text{ Rad/s}$$

لما $t = 0$: $x = x_0 \Rightarrow \varphi = 0$
المعادلة الزمنية للحركة: $x = 0,02 \cos(\pi t)$
د/ التمثيل



التمرين 06:

نثبت جسم (S) كتلته (m) في نابض مرن ثابت مرونته (K) موضوع على مستوي أفقي أملس كما في الشكل (1) نسحب (S) مسافة صغيرة x_0 ثم نتركه بدون سرعة ابتدائية. قيس زمن 20 اهتزازة فوجد $4\pi S$.
(1) ا/ بين أن حركة (S) هي حركة اهتزازية مستقيمة بطريقتين مختلفتين.



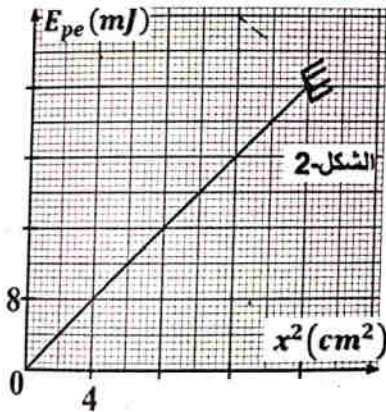
الشكل-1

ب/ احسب نبضها (ω_0).
(2) الشكل (2) يمثل تغيرات الطاقة الكامنة (E_{pe}) للجسم (S)

بدلالة مربع المطال (x^2) من البيان استنتج:
ا/ المطال الأعظمي للحركة (السعة x).
ب/ ثابت المرونة (K).

ج/ الكتلة (m) للجسم (S).
د/ الطاقة الحركية لهذا النواس المرن من أجل $x = 2 \text{ cm}$.

(3) اكتب المعادلة الزمنية للحركة معتبرا مبدأ الأزمنة لحظة مرور (S) بمطاله الأعظمي الموجب وموضع التوازن هو مبدأ الفواصل.



الشكل-2

تصحيح التمرين 06:

(1) ا/ نبين أن حركة (S) هي حركة اهتزازية مستقيمة:

الطريقة 01: قانون نيوتن الثاني:

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

$$-F = m \cdot a \Rightarrow -Kx = m \cdot \frac{d^2x}{dt^2}$$

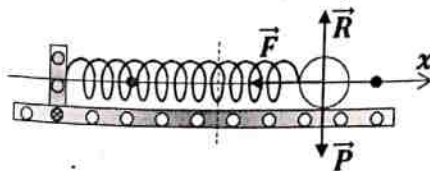
$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0$$

الجملة: (جسم (S) + نابض).

$$E_T = E_C + E_{pe}$$

$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}Kx^2 = cte$$

الطريقة 02: باستعمال نظرية الطاقة:



$$\frac{1}{2}m \times 2 \frac{dv}{dt} v + \frac{1}{2}k \times 2 \frac{dx}{dt} x = 0$$

بالاشتقاق:

$$m \cdot \frac{d^2x}{dt^2} v + Kvx = 0 \Rightarrow v \left(m \cdot \frac{d^2x}{dt^2} + kx \right) = 0 \quad v \neq 0$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0$$

$$x = x_0 \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi) \quad \text{حطها:}$$

ب/

$$20 \rightarrow 4\pi (s) \text{ اهتزازة}$$

$$1 \rightarrow T \Rightarrow T = \frac{\pi}{5} = 0,62 \text{ اهتزازة}$$

حساب ω_0 :

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{\left(\frac{\pi}{5}\right)} = 10 \text{ Rad/s}$$

حساب x_0 :

$$x_0^2 = 16 \text{ cm}^2 \Rightarrow x_0 = 4 \text{ cm}$$

$$E_{pe} = \frac{1}{2}kx^2 \quad \text{نظريا:}$$

$$E_{pe} = \alpha x^2 \quad \text{بيانيا: (2)}$$

$$\alpha = \frac{1}{2}k \quad \text{بالمطابقة:}$$

$$\alpha = \frac{32 \times 10^{-3} - 0}{16 \times 10^{-4} - 0} = 20 \Rightarrow k = 40 \text{ N/m}$$

ج/ الكتلة m :

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow m = \frac{k}{\omega_0^2} = \frac{40}{10^2} = 0,4 \text{ Kg}$$

$$E_{pe} = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}(40)(0,02) = 8 \times 10^{-3} \text{ J} \quad \text{د/ نعلم أن:}$$

$$E_C = E_T - E_{pe} = 32 \times 10^{-3} - 8 \times 10^{-3} = 24 \times 10^{-3} \text{ J}$$

$$\varphi = 0 \quad \leftarrow \quad x = x_0 ; \quad t = 0 \quad \text{(3) المعادلة الزمنية:}$$

$$x = 0,04 \cos(10t)$$

التمرين 07:

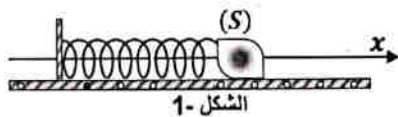
نثبت جسما (S) كتلته $m = 100g$ في نابض مرن ثابت مرونته k موضوع على مستوي أفقي كما في الشكل (1) نسحب الجسم (S) أفقيا مسافة (x_0) ثم نتركه بدون سرعة ابتدائية في اللحظة $t = 0$ يمثل المنحنى البياني المرفق تغيرات التسارع (a) بدلالة المطال (x).

(1) استنتج من المنحنى البياني طبيعة الحركة مع التعليل ثم العلاقة بين (a) و (x).

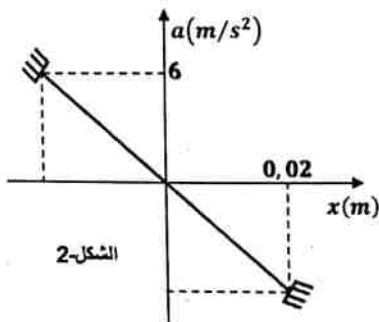
(2) أوجد ثابت مرونة النابض k .

$$\pi^2 = 10$$

$$g = 10 \text{ m.s}^{-2}$$



الشكل-1



الشكل-2

تصحيح التمرين 07:

(1) المنحنى عبارة عن خط مستقيم يمر من المبدأ معادلته من الشكل: $a = Ax$

$$A = \frac{0 - 6}{0 - (-0,02)} = -300$$

$$a = -300x$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 300x = 0 \dots (1)$$

معادلته تفاضلية من الرتبة 2 حلها $x = x_0 \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi)$ إذن الحركة اهتزازية مستقيمة.

(2) العلاقة بين (a) و (x) :

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن:

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

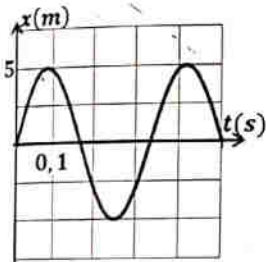
$$-F = m \cdot a \Rightarrow -kx = m \cdot a \Rightarrow a = -\frac{k}{m} x$$

$$\frac{k}{m} = 300 \quad \text{بالمطابقة مع (1):}$$

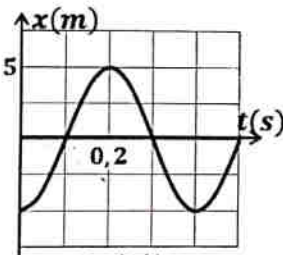
$$k = 300m = 300 \times 0,1 = 30 \text{ N/m}$$

التمرين 08:

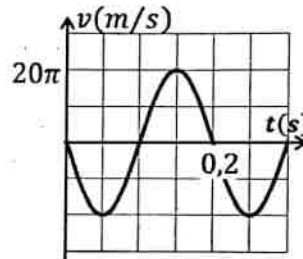
أوجد قيمة X_0 , ω_0 , T_0 , φ في كل شكل:



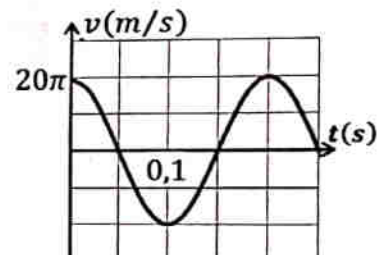
الشكل 1-



الشكل 2-



الشكل 3-



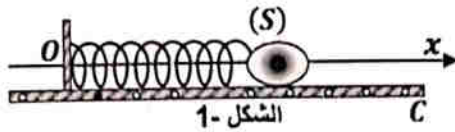
الشكل 4-

تصحيح التمرين 08:

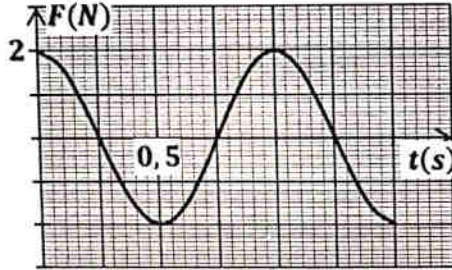
φ	X_0	ω_0	T_0	
$-\frac{\pi}{2}$	5	$\frac{2\pi}{0,4} = 5\pi$	0,4	الشكل 1
π	5	$\frac{2\pi}{0,4} = 5\pi$	0,4	الشكل 2
0	$x_{m1} = \frac{v_{max}}{\omega_0} = 2$	$\frac{2\pi}{0,2} = 10\pi$	0,2	الشكل 3
$-\frac{\pi}{2}$	2	$\frac{2\pi}{0,2} = 10\pi$	0,2	الشكل 4



التمرين 09:



- تتكون الجملة الموضحة في (الشكل - 1) من:
- نابض مرن مهمل الكتلة حلقاته غير متلاصقة.
 - جسم صلب (S) مثبت في نهاية النابض.
- يمكن للجسم (S) أن ينزلق دون احتكاك على المستوي الأفقي (OC)، نزيح الجسم (S) عن وضع توازنه وفق المحور (ox) مسافة (2cm) ثم نحرره دون سرعة ابتدائية.
- (1) باستخدام الدراسة الطاقوية اكتب المعادلة التفاضلية.
- (2) البيان المرفق يعطي تغيرات توتر النابض F بدلالة الزمن، استنتج:



- أ/ سعة الحركة.
- ب/ قيمة نبض الحركة (ω_0) .
- ج/ ثابت المرونة K.
- (3) اكتب المعادلة الزمنية للحركة.
- (4) احسب الطاقة الحركية عند اللحظة $t = 0,25 s$.
- (5) بين أن الطاقة الكلية (الميكانيكية) ثابتة، يعطى: $\pi^2 = 10$, $g = 10 m.s^{-2}$

تصحيح التمرين 09:

- (1) المعادلة التفاضلية:

الجملة: نابض + جسم (S).

$$E_T = E_{pe} + E_C$$

$$E_T = \frac{1}{2} Kx^2 + \frac{1}{2} mv^2 = cte$$

$$\frac{1}{2} \times 2K \frac{dx}{dt} x + \frac{1}{2} 2m \frac{dv}{dt} \cdot v \quad \text{بالاشتقاق:}$$

$$m \frac{d^2x}{dt^2} \cdot v + Kvx = 0 \Rightarrow v \left(m \frac{d^2x}{dt^2} + Kx \right) = 0$$

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + Kx = 0 \Rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{K}{m} x = 0$$

$$X_0 = 2 \times 10^{-2} m \quad \text{أ/ سعة الحركة:}$$

$$\omega_0 = \text{ب/ قيمة نبض الحركة}$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi \text{ Rad/T}$$

$$T_0 = 1s$$

$$\text{ج/ ثابت المرونة } k:$$

$$F_m = KX_0 \Rightarrow K = \frac{F_m}{X_0} = \frac{2}{0,02} = 100 \text{ N/m}$$

- (3) المعادلة الزمنية للحركة:

$$x(t) = 0,02 \cdot \cos(2\pi T)$$

$$\theta = 0, \quad x = X_0, \quad t = 0$$

$$F = Kx = 0N \quad \text{لما: } t = 0,25 s \quad \text{الطاقة الحركية عند } t = 0,25 s$$

$$E_T = E_{pe} + E_C$$

$$E_T = E_C = \frac{1}{2} Kx_0^2 = \frac{1}{2} \times 100 \times (0,02)^2 = 0,02 J$$

(5) نبين أن الطاقة الكلية ثابتة:

$$E_T = E_C + E_{pe} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$$

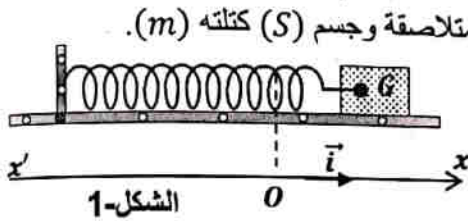
$$E_T = \frac{1}{2}m(-X_0 \cdot \omega_0 \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi))^2 + \frac{1}{2}k(X_0 \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi))^2$$

$$E_T = \frac{1}{2}mX_0^2 \cdot \omega_0^2 \cdot \sin^2(\omega_0 t + \varphi) + \frac{1}{2}kX_0^2 \cdot \cos^2(\omega_0 t + \varphi)$$

$$E_T = \frac{1}{2}kX_0^2 \cdot \cos^2(\omega_0 t + \varphi) + \frac{1}{2}kX_0^2 \cdot \sin^2(\omega_0 t + \varphi)$$

$$E_T = \frac{1}{2}kX_0^2(\cos^2(\omega_0 t + \varphi) + \sin^2(\omega_0 t + \varphi))$$

$$E_T = \frac{1}{2}kX_0^2 = cte$$

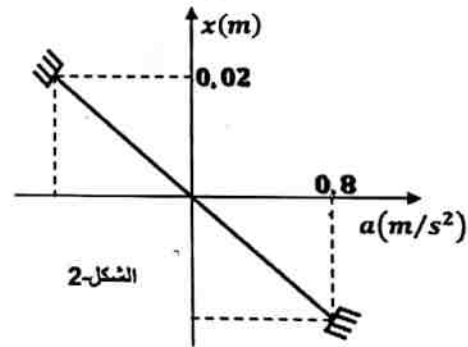
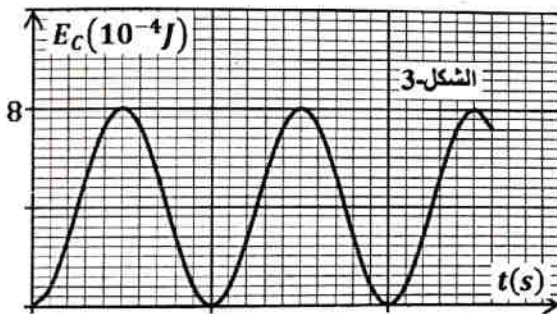
التمرين 10:

يتألف نواس مرّن أفقي من نابض مرّن مهمل الكتلة حلقته غير متلاصقة وجسم (S) كتلته (m).

يمثل الشكل-2 تغيرات فاصلة مركز عطالة الجسم (S)

أثناء حركته $x = f(a)$.يمثل الشكل-3 تغيرات الطاقة الحركية $E_C = f(t)$.

(1) بتطبيق قانون نيوتن الثاني أوجد المعادلة التفاضلية للحركة.

(2) اكتب المعادلة الزمنية للحركة باعتبار مبدأ الأزمنة ($t = 0$) يكون الجسم في الموضع $x = -X_0$.

(3) اكتب العبارة اللحظية للطاقة الحركية للجسم (S).

(4) أوجد قيمة كل من k و m .**تصحيح التمرين 10:**

(1) إيجاد المعادلة التفاضلية للحركة:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن:

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a}$$

$$\vec{P} + \vec{F} + \vec{R} = m \cdot \vec{a}$$

بالإسقاط على (xx') نجد:

$$-F = m \cdot a \quad \Rightarrow \quad -kx = m \frac{d^2x}{dt^2} \quad \Rightarrow \quad m \frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0 \quad \text{بالقسمة على:}$$

(2) كتابة المعادلة الزمنية للحركة:

$$\begin{aligned} x &= -X_0 & t &= 0 \text{ لما} \\ x(t) &= X_0 \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi) \\ -X_0 &= X_0 \cdot \cos(\varphi) \\ \cos(\varphi) &= -1 \Rightarrow \varphi = \pi \end{aligned}$$

إيجاد φ :
ونعلم أن:
ومنه:

$$X_0 = 0,02 \text{ m} \quad \text{بيانيا:}$$

إيجاد ω_0 :

$$a_{\max} = X_0 \cdot \omega_0^2 \Rightarrow \omega_0^2 = \frac{a_{\max}}{X_0} = \frac{0,8}{0,02} = 40 \text{ rad/s} \Rightarrow \omega_0 = 2\pi \text{ rad/s}$$

(3) كتابة العبارة اللحظية للطاقة الحركية للجسم (s):

$$E_c(t) = \frac{1}{2} m v^2 \quad \text{نعلم أن:}$$

$$E_c(t) = \frac{1}{2} m [-X_0 \cdot \omega_0 \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi)]^2$$

$$E_c(t) = \frac{1}{2} m X_0^2 \omega_0^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m} \quad \text{ونعلم أن:}$$

وعليه:

$$E_c(t) = \frac{1}{2} k \cdot X_0^2 \cdot \sin^2(\omega_0 t + \varphi)$$

$$E_c(t) = 8 \times 10^{-4} \sin^2(2\pi t + \pi)$$

(4) إيجاد قيمة كل من m و K :

إيجاد K :

$$\frac{1}{2} K \cdot X_0^2 = 8 \times 10^{-4} \Rightarrow K \cdot X_0^2 = 16 \times 10^{-4}$$

$$K = \frac{1,6 \times 10^{-4}}{X_0^2} = \frac{1,6 \times 10^{-4}}{(0,02)^2} = 4 \text{ N/m}$$

إيجاد m :

$$\omega_0^2 = \frac{K}{m} \Rightarrow m = \frac{K}{\omega_0^2} = \frac{4}{(2\pi)^2} = \frac{4}{4\pi^2} = 0,1 \text{ Kg} = 100 \text{ g}$$

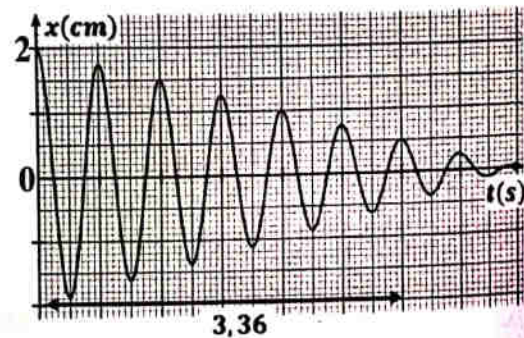
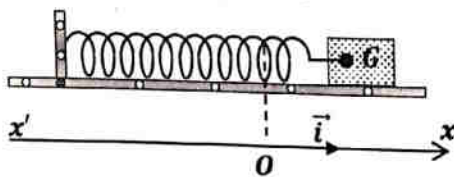
التمرين 11:

مهتز ميكانيكي عبارة عن جسم صلب (S) كتلته $m = 100 \text{ g}$ ، مركز عطالته G بإمكانه الحركة على ساق أفقية،

ونابض مرن حلقاته غير متلاصقة ثابت مرونته $K = 13 \text{ N/m}$ كتلته مهملة.

عند اللحظة $t = 0$ يكون G عند أقصى مطال

بواسطة تجهيز خاص يمكن متابعة تغيرات الفاصلة x بدلالة الزمن t نحصل على البيان الموالي:



I. الدراسة التجريبية:

- (1) ما هو نمط الاهتزازات؟
- (2) احسب قيمة شبه الدور T للاهتزازات؟
- (3) ما هي قيمة الفاصلة x عند اللحظات التالية: $t_0 = 0$, $t_1 = T$, $t_2 = 5T$.

II. الدراسة الطاقوية:

- (1) اكتب عبارة الطاقة الكلية للجملة (نابض + جسم S) بدلالة m , K , x و v .
- (2) احسب قيمة الطاقة الكلية للمهتز عند اللحظات السابقة.
- (3) قارن بين القيم المتحصل عليها، ما هو سبب التغير في الطاقة الكلية؟

III. الدراسة النظرية: (نهمل الاحتكاك)

- (1) مثل القوى المؤثرة على الجسم S في لحظة ما.
- (2) مرجع الدراسة أرضي غاليلي، بتطبيق قانون نيوتن الثاني على الجملة (جسم) بين أن المعادلة التفاضلية للحركة هي من الشكل التالي: $m \frac{d^2x}{dt^2} + Kx = 0$ وحلها هو: $x(t) = X_0 \cos(\omega_0 t + \varphi)$.
- (3) عبر عن ω_0 و T_0 بدلالة K, m .
- (4) احسب قيمة T_0 وقارن النتيجة مع قيمة T .

تصحيح التمرين 11:

I. الدراسة البيانية:

- (1) نمط الاهتزازات: اهتزازات حرة ميكانيكية متخادمة شبه دورية (سعة الاهتزازة تتناقص).
- (2) حساب قيمة شبه الدور T :

اللحظات	قيمة الفاصلة $x(cm)$
$t_0 = 0$	2
$t_1 = T$	1,7
$t_2 = 5T$	0,7

$$6 \text{ اهتزازات} \rightarrow 3,36 \text{ s}$$

$$1 \text{ اهتزازة} \rightarrow T$$

$$T = 0,56 \text{ s}$$

لدينا:

ومنه:

(3) الفاصلة x : انظر الجدول المقابل.

II. الدراسة الطاقوية:

(1) عبارة الطاقة الكلية:

$$E_T = E_C + E_{pe} \Rightarrow E_T = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}Kx^2$$

(2) حساب قيمة الطاقة الكلية للمهتز عند اللحظات السابقة (t_0, t_1, t_2) :

$t_2 = 5T$	$t_1 = T$	$t_0 = 0$	
0	0	0	E_C
$\frac{1}{2}Kx_2^2$	$\frac{1}{2}Kx_1^2$	$\frac{1}{2}Kx_0^2$	E_{pe}
$3,19 \times 10^{-4}$	$1,88 \times 10^{-3}$	$2,60 \times 10^{-3}$	$E_T(\text{Joule})$

(3) المقارنة بين القيم:

$$E_T(0) > E_T(T) > E_T(5T)$$

نلاحظ أن:

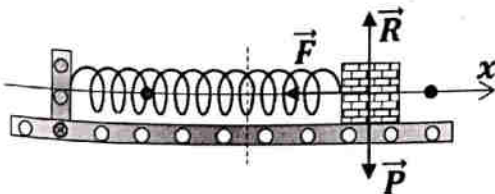
سبب التغير في الطاقة الكلية: وجود الاحتكاك.

III. الدراسة النظرية:

(1) تمثيل القوى المؤثرة على (S) :

(2) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن:

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{F} + \vec{R} = m \cdot \vec{a}$$



بالإسقاط على (xx') :

$$-F = m \cdot a \Rightarrow -kx = m \frac{d^2x}{dt^2} \Rightarrow m \frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0$$

$$x(t) = X_0 \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

نبين أن حلها هو:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + Kx = 0 \dots (1)$$

ولدينا:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d^2[X_0 \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi)]}{dt^2}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -X_0 \cdot \omega_0^2 \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -X_0 \cdot \frac{K}{m} \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{K}{m} x \Rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{K}{m} x = 0$$

حل المعادلة التفاضلية:

$$x(t) = X_0 \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi) \text{ ومنه:}$$

(3) عبارة ω_0 و T_0 بدلالة m و K :

$$\omega_0^2 = \frac{K}{m} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{K}{m}} \Rightarrow T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{K}{m}}} \Rightarrow T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}}$$

4- حساب قيمة T_0 ومقارنة النتيجة مع قيمة T :

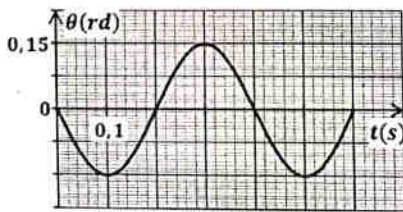
$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}} = 2\pi \sqrt{\frac{0,1}{13}} = 0,55s$$

$$T_0 \approx T$$

وعليه:

التمرين 12:

يتألف نواس بسيط من خيط مهمل الكتلة طوله (l) يحمل في طرفه الأسفل جسما نقطيا كتلته $m = 50g$ يمكن لهذا النواس أن يهتز في المستوي الشاقولي حول المحور الأفقي المار من نقطة تعليقه (O) . نزيح النواس عن وضع توازنه بزاوية صغيرة، ثم نحرره عند اللحظة $t = 0$ بدون سرعة ابتدائية.



(1) يسمح تسجيل مناسب بتسجيل ثم رسم البيان الذي يمثل تغيرات

المطال الزاوي (θ) بدلالة الزمن. انظر الشكل المقابل.

أ/ استنتج من البيان: قيمة الدور (T) والسعة الزاوية للحركة.

ب/ إذا علمت أن $g = 10 m \cdot s^{-2}$ احسب طول النواس (l) .

ج/ اكتب المعادلة الزمنية لحركة هذا النواس.

(2) احسب قيمة الطاقة الكامنة للنواس عند اللحظة $t = 0,3 s$.

(3) نزيح الآن النواس بزاوية كبيرة (θ_0) ثم نتركه بدون سرعة.

أ/ أوجد عبارة السرعة الخطية للجسم النقطي عند مروره بالشاقول بدلالة: θ_0 , l , g .

ب/ احسب قيمة السرعة من أجل $\theta_0 = 60^\circ$.

(4) أوجد توتر الخيط عندئذ.

تصحيح التمرين 12:

(1) أ/ استنتاج بيانيا:

قيمة الدور (T):

قيمة θ_0 :

ب/ حساب l:

نعلم أن:

$$T_0 = 0,4 \text{ s}$$

$$\theta_0 = 0,15 \text{ rad}$$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow T_0^2 = 4\pi^2 \frac{l}{g} \Rightarrow l = \frac{T_0^2 \cdot g}{4\pi^2}$$

$$l = \frac{(0,4)^2 \times 10}{4\pi^2} = \frac{0,4^2}{4} = 0,04 \text{ m}$$

ج/ كتابة المعادلة الزمنية للحركة:

$$\theta(t) = \theta_0 \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi) \quad \text{إيجاد } \omega_0$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{0,4} = 5\pi \text{ rad/s}$$

إيجاد φ : لما: $t = 0$ فإن: $\theta = 0$

$$0 = \theta_0 \cdot \cos(\omega_0 \cdot 0 + \varphi)$$

$$0 = \cos(\varphi) \Rightarrow \begin{cases} \varphi = \frac{\pi}{2} \\ \varphi = -\frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$\frac{d\theta}{dt} = -\theta_0 \cdot \omega_0 \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

حيث:

عند $t = 0$

$$\left(\frac{d\theta}{dt}\right)_{t=0} < 0$$

(الميل)
(سالِب)

من البيان لدينا:

$$\left(\frac{d\theta}{dt}\right)_{t=0} = -\theta_0 \cdot \omega_0 \Rightarrow \text{مقبول}$$

من أجل $\varphi = \frac{\pi}{2}$

$$\left(\frac{d\theta}{dt}\right)_{t=0} = \theta_0 \cdot \omega_0 \Rightarrow \text{مرفوض}$$

من أجل $\varphi = -\frac{\pi}{2}$

$$\theta(t) = 0,15 \cos\left(5\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$$

وعليه المعادلة الزمنية للحركة:

(2) حساب قيمة الطاقة الكامنة للنواس عند اللحظة $t = 0,3 \text{ s}$:

$$E_{pp} = mgh = mg(l - y) = mg(l - l \cdot \cos \theta)$$

$$E_{pp} = mgl(1 - \cos \theta)$$

$$\theta = 0,15 \text{ rad}$$

لما: $t = 0,3 \text{ s}$ من البيان:

$$E_{pp} = 50 \times 10^{-3} \times 10 \times 0,04(1 - \cos(0,15 \text{ rad}))$$

$$E_{pp} = 2,24 \times 10^{-4} \text{ Joule}$$

(3) الجملة: جسم + أرض

$$E(I) = E(II) \Rightarrow E_c(I) + E_{pp}(I) = E_c(II) + E_{pp}(II)$$

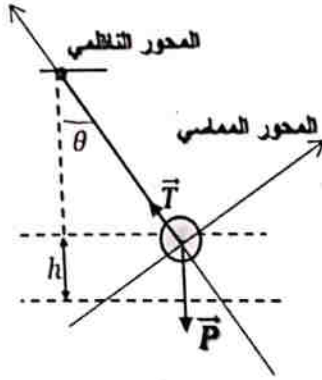
$$E_{pp}(I) = E_c(II)$$

$$mgl(1 - \cos \theta) = \frac{1}{2}mv^2$$

$$v = \sqrt{2gl(1 - \cos \theta)}$$

حساب قيمة السرعة من أجل $\theta_0 = 60^\circ$:

$$v = \sqrt{2 \times 10 \times 0,04(1 - \cos 60^\circ)} = 0,64 \text{ m/s}$$



(4) توتر الخيط: بتطبيق القانون الثاني لنيوتن:

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{T} = m \cdot \vec{a}$$

بالإسقاط على المحور الناظمي:

$$T - P = m \cdot a_n \Rightarrow T = m \cdot a_n + P$$

$$T = mg + m \frac{v^2}{l} = mg + m \frac{2gl(1 - \cos \theta)}{l}$$

$$T = mg[1 + 2(1 - \cos \theta)] = mg[3 - 2 \cos \theta]$$

$$T = 0,05 \times 10[3 - \cos(60^\circ)] = 1N$$

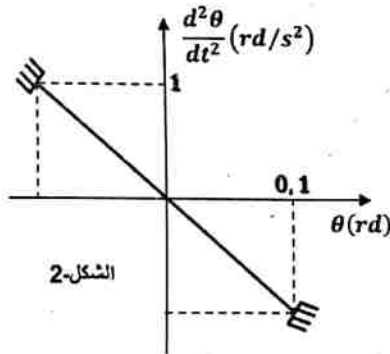
التمرين 13:

يتألف نواس من خيط خفيف طوله $l = 1m$ ، يحمل كروة كتلتها $m = 100g$ قطرهما مهمل أمام طول الخيط (يسمى هذا النواس: نواس بسيط). نحرف الخيط عن وضع توازنه بزاوية θ_0 ونتركه بدون سرعة ابتدائية عند اللحظة $t = 0$. نهمل تأثير الهواء.

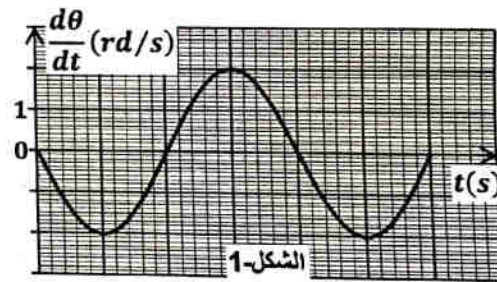
(1) بتطبيق مبدأ إنحفاظ الطاقة، بين أن المعادلة التفاضلية للمطال الزاوي تكتب بالشكل:

$$\frac{d^2 \theta}{dt^2} + \frac{g}{l} \sin \theta = 0$$

حيث: g التسارع الأرضي، كيف يصبح شكل هذه المعادلة في حالة الاهتزازات صغيرة السعة؟



الشكل-2



الشكل-1

(2) يعطى حل هذه المعادلة في حالة الاهتزازات صغيرة السعة بالشكل: $\theta = \theta_0 \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi)$

بين أن الدور الذاتي يعطى بالعلاقة: $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$

(3) مثلنا في الشكل-1 تغيرات السرعة الزاوية بدلالة الزمن $\frac{d\theta}{dt} = f(t)$ ، وفي الشكل-2 مثلنا تغيرات التسارع

$$\frac{d^2 \theta}{dt^2} = h(t)$$

الزاوي بدلالة المطال الزاوي $h(t)$ واستنتج الدور الذاتي للاهتزازات (T_0) وتواتر الاهتزاز (f) .

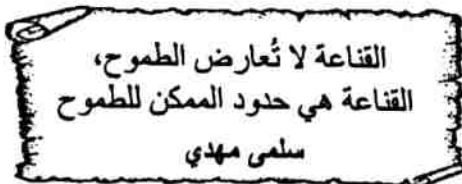
كم تكون قيمة الدور إذا كانت سعة الاهتزاز $\theta_0 = 20^\circ$ ؟

ب/ اكتب المعادلة الزمنية $\theta(t)$.

ج/ ضع سلم رسم في الشكل-1.

د/ احسب قيمة التسارع الأرضي g في مكان التجربة.

(4) احسب توتر الخيط عندما يمر النواس بوضع توازنه في حالة الاهتزازات صغيرة السعة.



تصحيح التمرين 13:

(1) الجملة : (جسم + أرض) معزولة طاقيًا لأن $W(\vec{T})$ معدوم في كل لحظة، لأنه عمودي على المسار في كل لحظة. إذن نكتب :

$$E_C + E_{pp} = cte$$

$$\frac{1}{2}mv^2 + mgh = cste$$

$$\begin{cases} v = \frac{d\theta}{dt} \times l \\ h = l - l \cdot \cos \theta \end{cases} \quad \text{لدينا :}$$

$$\frac{1}{2}ml^2 \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 + mgl - mgl \cos \theta + E_{pp0} = cste \quad \text{بالتالي :}$$

باشتقاق الطرفين بالنسبة للزمن:

$$ml^2 \frac{d^2\theta}{dt^2} + 0 + mgl \frac{d\theta}{dt} \sin \theta = 0 \Rightarrow \frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l} \sin \theta = 0$$

إذا كانت سعة الاهتزاز صغيرة يصبح $\sin \theta \simeq \theta$. ويكون بذلك: (1) $\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l} \theta = 0 \dots$

$$\theta = \theta_0 \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi) \quad \text{لدينا (2)}$$

$$\frac{d\theta}{dt} = -\theta_0 \cdot \omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\theta_0 \cdot \omega_0^2 \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi) = -\omega_0^2 \cdot \theta \Rightarrow \frac{d^2\theta}{dt^2} + \omega_0^2 \theta = 0 \dots (2)$$

بمطابقة (1) و (2) نجد: $\omega_0^2 = \frac{g}{l}$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad \text{لدينا :} \quad T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} \quad \text{إذن :}$$

(3) أ/ العبارة الممثلة في الشكل 2- هي: $\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\omega_0^2 \theta$ أي أن ميل البيان هو: $-\omega_0^2$

$$-\frac{1}{0,1} = -\omega_0^2 \Rightarrow \omega_0^2 = 10 \Rightarrow \omega_0 \simeq \pi \text{ rad/s}$$

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2s \Rightarrow f = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{2} = 0,5 \text{ Hz}$$

من أجل الساعات الكبيرة نسبيًا يكون: $T = T_0 \left(1 - \frac{\theta^2}{16} \right)$

$$20^\circ = 0,348 \text{ rad}$$

$$T = 2 \left(1 + \frac{0,121}{16} \right) = 2,015 \text{ s}$$

"... تسمى هذه العلاقة: قانون تصحيح الدور"

ب/ عند $t = 0$ كان $\theta = \theta_0$ وبالتالي: $\theta_0 = \theta_0 \cdot \cos \theta$ أي أن: $\theta = 0$

من الشكل 2-: $\theta_0 = 0,12 \text{ rad}$

والمعادلة الزمنية هي: $\theta = 0,1 \cos(\pi t)$

ج/ سلم رسم محور الزمن $0,5 \text{ s} \rightarrow 1 \text{ cm}$ لأن $T_0 = 2 \text{ s}$

سلم رسم محور السرعة الزاوية: لدينا: أكبر سرعة زاوية هي: $\frac{d\theta}{dt} = \pm \omega_0 \cdot \theta_0$

$$\left| \frac{d\theta}{dt} \right| = 0,1\pi = \frac{\pi}{10} \text{ rad/s} \Rightarrow 1 \text{ cm} \rightarrow \frac{\pi}{20} \text{ rad/s}$$

د/ من عبارة T_0 أو ω_0 :

$$g = l \cdot \omega_0^2 = 1 \times 10 = 10 \text{ m/s}^2$$

(4) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن في معلم سطحي أرضي نعتبره غاليليا:

$$\vec{P} + \vec{T} = m \cdot \vec{a}$$

$$T - P = m \cdot a_N \dots (1)$$

بالإسقاط على المحور الناطمي:

$$a_N = \frac{v^2}{l}$$

لدينا:

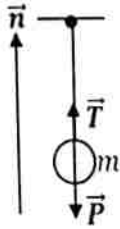
حيث: v هي سرعة الجسم في وضع التوازن.

$$v = \frac{d\theta}{dt} \cdot l \Rightarrow v = \omega_0 \cdot \theta_0 \cdot l$$

$$v^2 = \omega_0^2 \cdot \theta_0^2 \cdot l^2 = 10 \times 0,01 = 0,1$$

وبالتالي: $T = mg + m \cdot a_N$

$$T = 1 + 0,1 \times 0,1 = 1,01 \text{ N}$$



من أسوأ سمات القلق أنه
يدمر قدرتنا على التركيز
دليل كارنيجي

التمرين 14:

نابض مرن مهمل الكتلة، حلقاته غير متلاصقة، طوله $l_0 = 20 \text{ cm}$ ثابت مرونته k يثبت من إحدى نهايتيه في نقطة ثابتة A ويعلق في نهايته الحرة جسما صلبا (S) نعتبره نقطيا، كتلته $m = 100g$ (الشكل).

(1) أ/ مثل القوى المؤثرة على الجسم (S) في حالة التوازن.ب/ بين أن استطالة النابض x_0 في حالة التوازن تعطى بالعلاقة $x_0 = \frac{m \cdot g}{k}$.(2) انطلاقا من وضع التوازن الذي نعتبره مبدأ لقياس الفواصل، يسحب الجسم (S) شاقوليا نحو الأسفل بمسافة x_m في الاتجاه الموجب ويترك دون سرعة ابتدائية في اللحظة $t = 0$.أ/ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن أوجد المعادلة التفاضلية التي تحققها فاصلة المتحرك $x(t)$.ب/ تحقق أن $x(t) = x_m \cdot \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}} \cdot t + \varphi\right)$ حلا للمعادلة التفاضلية السابقة.(3) سمحت دراسة تغيرات الطاقة الحركية E_C للجسم بدلالة فاصلته $x(t)$ أثناء الاهتزاز بالحصول على البيان الموضح في الشكل.أ/ جد عبارة الطاقة الحركية العظمى E_{Cmax} بدلالة ω_0, x_m و m حيث: $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$

ب/ اعتمادا على البيان جد:

- السعة (الفاصلة الأعظمية) x_m .- الطاقة الحركية العظمى E_{Cmax} .- نبض الحركة ω_0 ودورها الذاتي T_0 .- ثابت المرونة k للنابض.(4) اكتب المعادلة الزمنية للحركة $x = f(t)$.

(5) أوجد زمن مرور الجسم بوضع التوازن لأول مرة

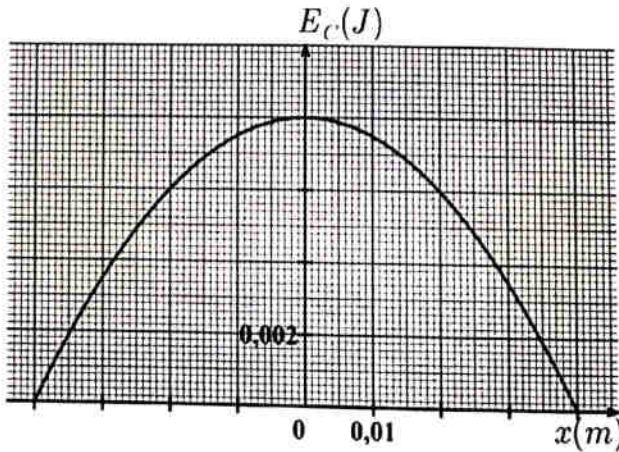
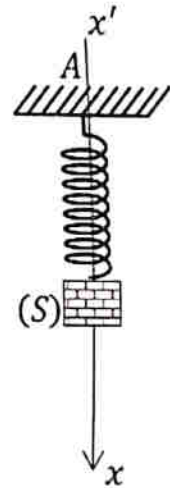
في الاتجاه الموجب. واحسب سرعته عندئذ.

(6) عندما يمر الجسم بوضع التوازن ينفصل عن

النابض ليسقط سقوطا حرا.

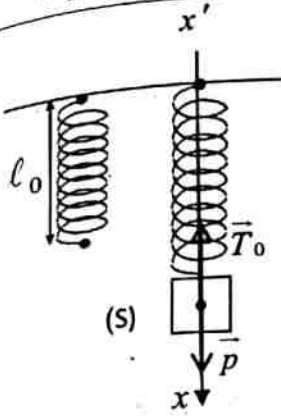
بتطبيق قانون نيوتن الثاني أوجد المعادلتين

الزمنيتين للسرعة وللحركة.

(7) أوجد ارتفاع النقطة A عن سطح الأرض إذاعلمت أن زمن السقوط 1 s .

تصحيح التمرين 14:

(1) أ/ تمثيل القوى:



ب- عبارة x_0 : الجملة المدروسة هي الجسم (S) والقوى المطبقة هي:
قوة ثقل الجسم P ، قوة توتر النابض P_0 .

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = 0 \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{T}_0 = \vec{0}$$

$$P - T_0 = 0 \rightarrow mg - kx_0 = 0 \rightarrow x_0 = \frac{m \cdot g}{k}$$

(2) أ/ المعادلة التفاضلية: بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة جسم (S) في المرجع السطحي الأرضي المعتبر غاليليا.

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{T} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow p - T = m \cdot a$$

$$mg - k(x + x_0) = m \cdot a \Rightarrow mg - x_0 - kx = m \cdot a$$

$$mg - x_0 = 0 \rightarrow -k \cdot x = m \cdot a \Rightarrow \frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{k}{m} x = 0$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{k}{m} x = 0 \quad \dots \dots (1)$$

ب/ إثبات أن العبارة $x(t) = x_m \cdot \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}} \cdot t + \varphi\right)$ هي حل للمعادلة التفاضلية:

$$a = \ddot{x} = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 x}{dt^2} = -x_m \cdot \left(\sqrt{\frac{k}{m}}\right)^2 \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}} t + \varphi\right) \quad \dots \dots (4)$$

وبالتعويض في عبارة المعادلة التفاضلية (1) نجد:

$$-x_m \cdot \left(\sqrt{\frac{k}{m}}\right)^2 \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}} \cdot t + \varphi\right) + \frac{k}{m} \cdot x_m \cdot \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}} \cdot t + \varphi\right) = 0$$

(3) أ/ برهنة عبارة الطاقة الحركية الأعظمية:

$$E_C = \frac{1}{2} m \cdot v^2, \quad v = -x_m \cdot \omega_0 \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + \varphi)$$

$$v_m = \pm x_m \cdot \omega_0 \Rightarrow (E_C)_{max} = \frac{1}{2} m \cdot \omega_0^2 \cdot x_m^2$$

ب/ تحديد قيم الثوابت: من البيان نجد:

$$x_m = 4 \text{ cm}$$

- المطال الأعظمي:

$$(E_C)_{max} = 0,008 \text{ J}$$

- الطاقة الحركية العظمى:

$$(E_C)_{max} = 0,008 \text{ J} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{2 \times (E_C)_{max}}{m \cdot x_m^2}} = \sqrt{\frac{8 \times 10^{-3} \times 2}{0,1 \times 16 \times 10^{-4}}} = 10 \text{ rd/s}$$

$$10 \text{ rd/s}$$

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{10} = 0,628 \text{ s}$$

- قيمة الدور الذاتي T_0 :

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \rightarrow k = m \cdot \omega_0^2 = 0,1 \times 100 = 10 \text{ N/m}$$

- قيمة ثابت المرونة k : من العبارة:

(4) المعادلة الزمنية للحركة:

$$x_m = 4 \text{ cm}$$

$$\omega_0 = 10 \text{ rd/s}$$

لدينا:

$$t = 0, \quad x = x_m \Rightarrow \cos \varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0$$

$$x(t) = 0,04 \times \cos(10t)$$

ومنه:

$$t = \frac{3}{4} T_0 = 0,6\pi = 1,88 \text{ s}$$

(5) زمن مرور الجسم بوضع التوازن لأول مرة.

$$v = x_m \cdot \omega_0 = 0,04 \times 10 = 0,4 \text{ m/s}$$

سرعته عندئذ: $v = 0,4 \text{ m/s}$

$$v = gt + v_0 = 10t + 0,4$$

$$x = \frac{1}{2}gt^2 + v_0t + x_0 = 5t^2 + 0,4t$$

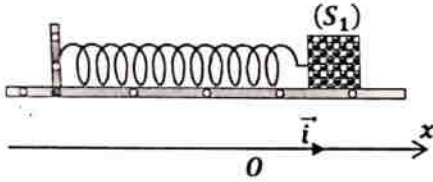
(7) ارتفاع النقطة A.

$$x_1 = 5 \times 1^2 + 0,4 \times 1 = 5,4 \text{ m}$$

$$h_A = x_1 + l_0 + \Delta l = x_1 + l_0 + \frac{mg}{k} = 5,4 + 0,2 + \frac{0,1 \times 10}{10} = 5,7 \text{ m}$$

التمرين 15:

نثبت جسم صلب (S_1) كتلته $m_1 = 0,2 \text{ Kg}$ بطرف نابض مهمل الكتلة، حلقاته غير متلاصقة، ثابت صلابته K ينزلق الجسم (S_1) بدون احتكاك فوق مستو أفقي ويتم دراسة حركته في المعلم ($O, \vec{i}$) حيث ينطبق مبداء مع مركز ثقل الجسم (S_1) عند توازنه.



نزيح الجسم (S_1) أفقيا عن وضع توازنه في الاتجاه الموجب

بالمسافة X_0 ونتركه بدون سرعة ابتدائية عند اللحظة $t = 0$.

(1) أثبت أن المعادلة التفاضلية التي يحققها المطال x لمركز ثقل الجسم تكتب على الشكل:

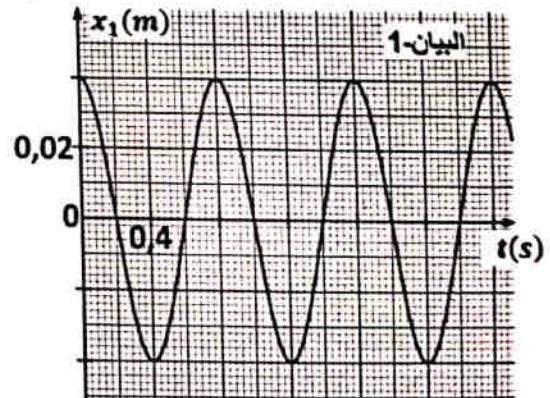
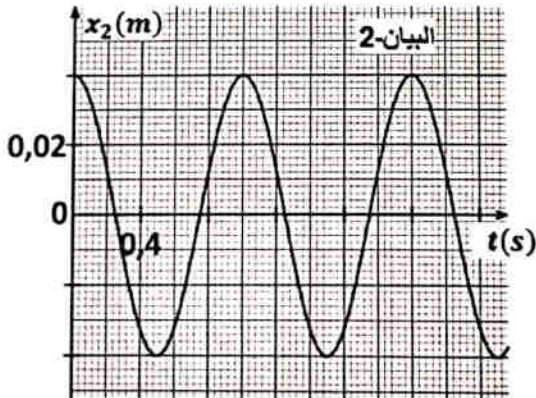
$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{K}{m_1}x = 0$$

(2) أوجد عبارة الدور للجملة المهتزة.

(3) نعوض الجسم (S_1) بجسم آخر (S_2) كتلته m_2 مجهولة حيث $m_2 > m_1$ ونعيد التجربة في نفس الظروف.

تجهيز مناسب سمح لنا بالحصول على المطال x_1 لمركز ثقل الجسم (S_1) بدلالة الزمن t ممثل في البيان (1).

والمطال x_2 لمركز ثقل الجسم (S_2) بدلالة الزمن t ممثل في البيان (2).



أ/ اعتمادا على البيانيين عيّن قيمة الدور T_{01} الموافق للكتلة m_1 والدور T_{02} الموافق للكتلة m_2 واستنتج تأثير قيمة الكتلة على الدور.

ب/ بين أن عبارة m_2 تكتب على الشكل: $m_2 = m_1 \left(\frac{T_{02}}{T_{01}} \right)^2$ أحسب قيمة m_2 .

ج/ تحقق أن قيمة ثابت صلابة النابض هي: $K = 12,5 \text{ N/m}$ (نأخذ $\pi^2 = 10$).

د/ أوجد عمل القوة المطبقة من طرف النابض على الجسم (S_1) بين اللحظتين $t_0 = 0$ و $t_1 = 1 \text{ s}$.

تصحيح التمرين 15:

(1) المعادلة التفاضلية للمطل:

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = m_1 \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = m_1 \cdot \vec{a}$$

بالإسقاط على المحور (ox):

$$-T = m_1 \cdot a \Rightarrow -Kx = m_1 \cdot a$$

$$m_1 \cdot a + Kx = 0 \Rightarrow m_1 \cdot \frac{d^2x}{dt^2} + Kx = 0$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{K}{m_1}x = 0$$

(2) عبارة الدور: معادلة تفاضلية من الدرجة الثانية حلها من الشكل:

$$X_1 = X_{01} \cdot \cos(\omega_{01} \cdot t + \varphi_1)$$

نشتق الحل مرتين فنجد:

$$\frac{d^2x_1}{dt^2} = -X_{01} \cdot \omega_{01}^2 \cdot \cos(\omega_{01} \cdot t + \varphi) = -\omega_{01}^2 \cdot x_1 \Rightarrow \frac{d^2x_1}{dt^2} + \omega_{01}^2 \cdot x_1 = 0$$

بالمطابقة مع المعادلة التفاضلية نجد:

$$\omega_{01}^2 = \frac{K}{m_1} \Rightarrow \frac{2\pi}{T_{01}} = \sqrt{\frac{K}{m_1}} \Rightarrow T_{01} = 2\pi \sqrt{\frac{m_1}{K}}$$

$$T_{01} = 2 \times 0,4 = 0,8s \quad \text{أ/ من البيان (1) نقرأ:}$$

$$T_{02} = 2,5 \times 0,4 = 1s \quad \text{من البيان (2) نقرأ:}$$

نستنتج أن التناسب طردي بين كتلة الجسم ودور الاهتزاز.

ب/ إثبات العبارة المعطاة وحساب قيمة m_2 :

$$\left. \begin{aligned} m_1 &= \frac{T_{01}^2 \times K}{4\pi^2} \\ m_2 &= \frac{T_{02}^2 \times K}{4\pi^2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \frac{T_{02}^2 \times K}{4\pi^2} \times \frac{4\pi^2}{T_{01}^2 \times K}$$

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{T_{02}^2}{T_{01}^2} \Rightarrow m_2 = m_1 \left(\frac{T_{02}}{T_{01}} \right)^2 = 0,2 \left(\frac{1}{0,8} \right)^2 = 0,3125 Kg = 312,5 g$$

ج/ التحقق من قيمة ثابت الصلابة:

$$T_{01}^2 = 4\pi^2 \times \frac{m_1}{K} \Rightarrow K = \frac{4\pi^2 \times m_1}{T_{01}^2} = \frac{4 \times 10 \times 0,2}{(0,8)^2} = 12,5 N/m$$

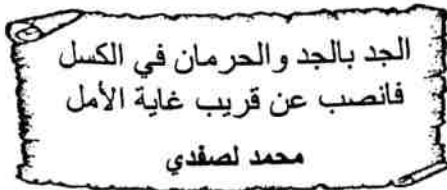
د/ حساب عمل قوة التوتر:

$$W(\vec{T}) = -\Delta E_{pe} = -(E_{pe}(t_1) - E_{pe}(t_0))$$

$$W(\vec{T}) = -\left(\frac{1}{2} K x^2(t_1) - \frac{1}{2} K x^2(0) \right)$$

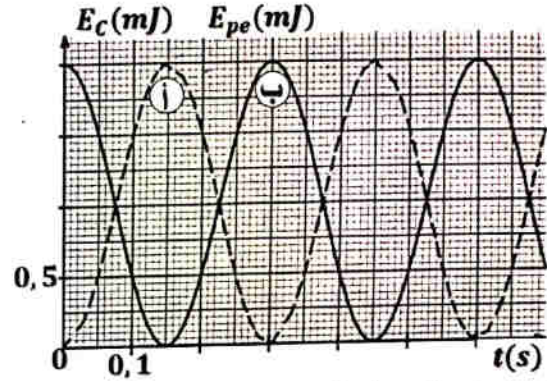
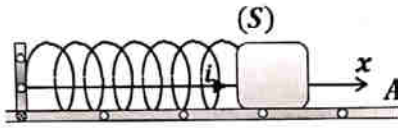
$$W(\vec{T}) = \frac{1}{2} K x^2(0) = \frac{1}{2} \times 10 \times (0,04)^2$$

$$W(\vec{T}) = 8 \times 10^{-3} J = 8 mJ$$



التمرين 16:

I. نعتبر هزاز ميكانيكي أفقي يتكون من جسم صلب (S) كتلته m مثبت بطرف نابض كتلته مهملة ، حلقاته غير متلاصقة وثابت صلابته $K = 10 \text{ N/m}$ والطرف الآخر للنابض مرتبط بحامل ثابت. تتم دراسة حركة الجسم في المعلم $(O, \vec{i})$ حيث ينطبق مبداء مع مركز عطالة الجسم عند توازنه. نزيح الجسم (S) أفقياً عن وضع توازنه في الاتجاه الموجب بالمسافة x_0 ونتركه بدون سرعة ابتدائية عند $t = 0$. باعتبار المستوي المار بمركز الثقل مرجعاً للطاقات الكامنة الثقالية ووضع الراحة للنابض مرجعاً للطاقات الكامنة المرونية وباستعمال برمجية ملائمة تحصلنا على المنحنيين الممثلين لتغيرات كل من الطاقة الحركية E_C والطاقة الكامنة المرونية E_{pe} للمجموعة المهتزة بدلالة الزمن.



- (1) اعتماداً على التسجيل السابق، هل الجسم خاضع لقوى احتكاك أم لا؟ علل.
- (2) عيّن من بين المنحنيين (أ) و (ب)، المنحنى الذي يمثل تغيرات الطاقة الحركية E_C . علل.
- (3) حدّد قيمة الطاقة الميكانيكية E_m للمجموعة المهتزة.
- (4) استنتج قيمة المسافة x_0 .
- (5) / باستعمال التحليل البعدي حدّد العبارة الصحيحة لدور الهزاز الميكانيكي.

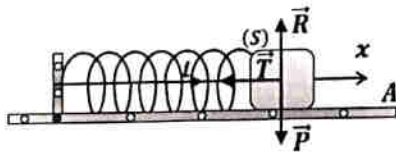
$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{K}{m}} \quad , \quad T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}}$$

ب/تحقق أن كتلة الجسم (S) هي $m = 90 \text{ g}$.

II. عند اللحظة $t = 5 \frac{T_0}{8}$ ينفصل الجسم (S) عن النابض ويواصل حركته على المستوي الأفقي إلى أن يغادره في الموضع A عند لحظة نعتبرها مبدأً للزمن.

- (1) حدّد السرعة التي يصل بها الجسم إلى الموضع A.
 - (2) أوجد معادلة مسار الجسم (S) بعد مغادرته المستوي الأفقي.
 - (3) أحسب الارتفاع الذي يسقط منه الجسم علماً أن مدة السقوط قدرت بـ $0,5 \text{ s}$.
- يعطى: $g = 10 \text{ m/s}^2$

تصحيح التمرين 16:



I. الجسم غير خاضع لقوى احتكاك لأن الاهتزازات (على الشكل) غير متخامدة أي لا يوجد ضياع في الطاقة.

(2) تحديد منحنى الطاقة الحركية: من معطيات التمرين عند $t = 0$

$$E_C(0) = \frac{1}{2} m \cdot v_0^2 = 0 \quad \text{و عليه:} \quad v_0 = 0$$

إذن البيان (أ) يمثل منحنى الطاقة الحركية.

(3) تحديد قيمة الطاقة الميكانيكية للجملة المهتزة:

من البيان: عند $t = 0$ تكون $E_C(0) = 0$ ومنه:

$$E_m = E_C + E_{pe}$$

$$E_m = E_{pe}(0) = 0,5 \times 4 = 2 \text{ mJ}$$

(4) استنتاج قيمة X_0 :

$$E_{pe}(0) = \frac{1}{2} K X_0^2 \Rightarrow X_0 = \sqrt{\frac{2 \cdot E_{pe}(0)}{K}} = \sqrt{\frac{2 \times 2 \times 10^{-3}}{10}} = 0,02 \text{ m}$$

(5) / استنتاج عبارة الدور:

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}} \Rightarrow [T_0] = \frac{[m]^{1/2}}{[K]^{1/2}} \quad \text{العبارة 1:}$$

$$[K] = \frac{[M] \frac{[L]}{[T]^2}}{[L]} = \frac{[M]}{[T]^2} \Rightarrow [K]^{1/2} = \frac{[M]^{1/2}}{[[T]^2]^{1/2}} = \frac{[M]^{1/2}}{[T]} \quad \text{وعليه: } K = \frac{F}{x} = \frac{ma}{x}$$

وهو متجانس مع الزمن

$$[T_0] = \frac{[M]^{1/2}}{[M]^{1/2} \cdot [T]^{-1}} = [T]$$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{K}{m}} \Rightarrow [T_0] = \frac{[K]^{1/2}}{[m]^{1/2}} = \frac{[M]^{1/2} \cdot [T]^{-1}}{[M]^{1/2}} = \frac{1}{[T]} = [T]^{-1} \quad \text{العبارة 2:}$$

وهو غير متجانس مع الزمن. ومنه: العبارة الصحيحة هي: $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}}$ ب/ حساب الكتلة m للجسم الصلب:

$$T_0^2 = 4\pi^2 \frac{m}{K} \Rightarrow m = \frac{T_0^2 \times K}{4\pi^2}$$

$$\frac{T_0}{4} = 0,15 \rightarrow T_0 = 4 \times 0,15 = 0,6 \text{ s} \Rightarrow m = \frac{(0,6)^2 \times 10}{40} = 0,09 \text{ Kg} = 90 \text{ g} \quad \text{من البيان:}$$

II

(1) عند انفصال الجسم وهو غير خاضع لقوى الاحتكاك يكون: $\Sigma \vec{F}_{ext} = \vec{0}$ وتكون السرعة ثابتة وهي نفسها السرعة التي كان عليها الجسم لحظة الانفصال.

$$t = \frac{5T}{8} = \frac{5 \times 0,6}{8} = 0,375 \text{ s} \Rightarrow E_C = 1 \text{ mJ} \quad \text{عندنا من البيان:}$$

$$E_C(A) = \frac{1}{2} m \cdot v_A^2 \Rightarrow v_A = \sqrt{\frac{2 \times E_C(A)}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 10^{-3}}{0,09}} = 0,15 \text{ m/s}$$

(2) معادلة مسار الجسم بعد مغادرته المستوي الأفقي:

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{P} = m \cdot \vec{a} \quad \text{بتطبيق القانون الثاني لنيوتن:}$$

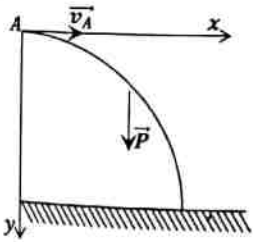
بالإسقاط على المحورين (Ax) و (Ay) نجد:

$$\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = g \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_x = v_A \\ v_y = g \cdot t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = v_A \cdot t & \dots (1) \\ y = \frac{1}{2} g \cdot t^2 & \dots (2) \end{cases}$$

- من المعادلة (1): $t = \frac{x}{v_A}$ نعوض في المعادلة (2):

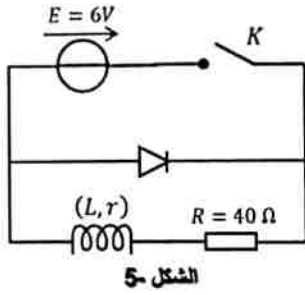
$$y = \frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_A} \right)^2 = \frac{g}{2v_A^2} x^2 = \frac{10}{2(0,15)^2} x^2 = 222,2 x^2$$

$$y = h = \frac{1}{2} \times 10 \times (0,5)^2 = 1,25 \text{ m} \quad \text{حساب الارتفاع الذي سقط منه الجسم:}$$



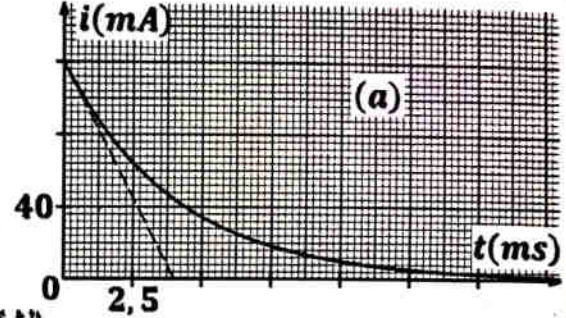
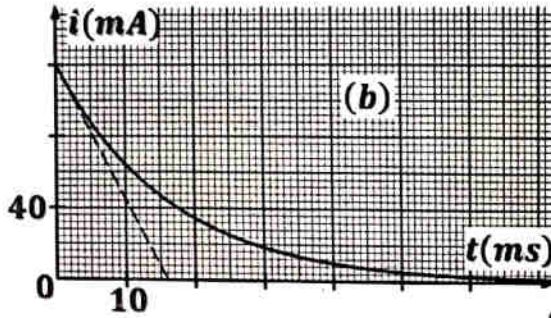
التمرين 17:

I. حقق فوج من التلاميذ الدارة الكهربائية المبينة في (الشكل-5).

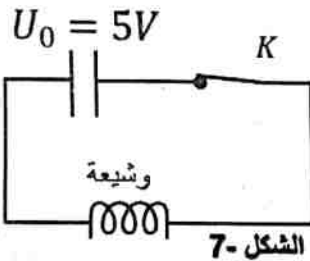


الشكل 5-

التجربة الأولى: (الوشية بداخلها نواة حديدية): بعد غلق القاطعة K لمدة طويلة، فتحت عند اللحظة $t = 0$ ، فتمكن التلاميذ من الحصول على البيان $i = f(t)$ الممثل لتغيرات شدة التيار بدلالة الزمن.
التجربة الثانية: (الوشية بدون النواة الحديدية): أعيدت نفس التجربة السابقة بعد سحب النواة الحديدية، فتمكن التلاميذ من الحصول على البيان $i = g(t)$ أنظر (الشكل-6).
(1) حدد المنحنى الموافق لكل حالة مع التعليل.



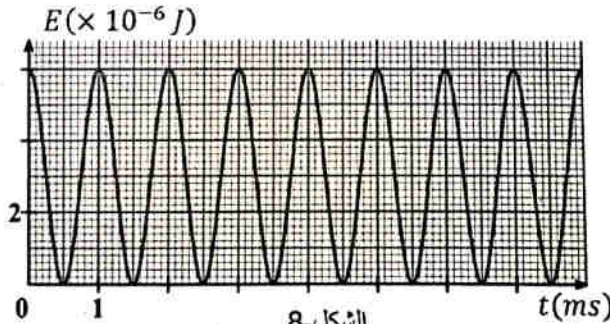
الشكل 6-



الشكل 7-

(2) / احسب قيمة مقاومة الوشية المستعملة.
ب/ استنتج قيمة ذاتية الوشية في كل من التجريبتين.
(3) احسب قيمة الطاقة الأعظمية المخزنة في الوشية في كل من التجريبتين.
برر الاختلاف بين القيمتين.

II. تم ربط وشية أخرى على التسلسل مع مكثفة تحمل شحنة قدرها $Q = 2,5 \mu C$ ، مع العلم أن هذه المكثفة شحنت كلياً تحت توتر كهربائي $U_0 = 5V$ في الدارة الموضحة في (الشكل-7).
يمثل البيان الموضح في (الشكل-8) تغيرات الطاقة المخزنة $E(t)$ داخل المكثفة بدلالة الزمن.



الشكل 8-

(1) احسب سعة المكثفة.
(2) / حدد نمط الاهتزازات الملاحظ، علل.
ب/ استنتج قيمة ذاتية الوشية المستعملة في الدارة.
ج/ هل هذه الوشية مماثلة لتلك المستعملة سابقاً؟
برر إجابتك.

يعطى: $\sqrt{10} = \pi$

تصحيح التمرين 17:

I. (1) تحديد المنحنى الموافق: المنحنى (a): $\tau_a = 4ms$ والمنحنى (b): $\tau_b = 16ms$. ونعلم أنه عند وجود النواة داخل الوشية يرفع قيمة ذاتيتها، مما يزيد في قيمة τ .
إذن: المنحنى (a) يوافق $i = g(t)$ والمنحنى (b) يوافق $i = f(t)$.
(2) / مقاومة الوشية:

$$R_T = R + r = \frac{E}{I_0} = \frac{6}{0,12} = 50 \Omega$$

$$r = 50 - 40 = 10 \Omega$$

وبالتالي:

ب/ ذاتيتها:

$$L = \tau_a \cdot (R + r) = 4 \times 10^{-3} \times 50 = 0,2 H$$

- بدون نواة:

$$L = \tau_b \cdot (R + r) = 16 \times 10^{-3} \times 50 = 0,8 H$$

- بوجود نواة:

كلما قرأت القرآن
شعرت أن روحي
تهتز داخل جسمي
غوته

$$E = \frac{1}{2} L I_0^2$$

(3) حساب مقدار الطاقة الأعظمية المخزنة في الوشيعية:

$$E = \frac{1}{2} \times 0,8 \times 0,12^2 = 5,76 \times 10^{-3} \text{ J} \quad \text{- وجود النواة:}$$

$$E = \frac{1}{2} \times 0,2 \times 0,12^2 = 1,44 \times 10^{-3} \text{ J} \quad \text{- عدم وجود النواة:}$$

التبرير: الاختلاف ناتج عن الاختلاف في الذاتية.

(1) حساب سعة المكثفة: II.

$$C = \frac{Q}{U_0} \Rightarrow C = \frac{2,5}{5} = 0,5 \mu F$$

(2) أ/ الاهتزازات حرة غير متخادمة ودورية لأن الجملة لم تتلق الطاقة من الوسط الخارجي والسعة ثابتة (عدم وجود مقاومة).

ب/ قيمة ذاتية الوشيعية المستعملة في الدارة المهتزة:

$$\frac{T_0}{2} = 1 \text{ ms} \Rightarrow T_0 = 2 \text{ ms} \quad \text{من منحني الطاقة } E(t) \text{ لدينا:}$$

$$L' = \frac{T_0^2}{4\pi^2 C} \quad \text{ومنه:} \quad T_0 = 2\pi\sqrt{L'C} \quad \text{وعلاقة دور الاهتزازات الحرة:}$$

$$L' = \frac{(2 \times 10^{-3})^2}{4\pi^2 \times 0,5 \times 10^{-6}} = 0,2 \text{ H}$$

ج/ الوشيعية الجديدة غير مماثلة للوشيعية السابقة.

التبرير: الوشيعية الجديدة: مقاومتها معدومة نظرا لوجود اهتزازات حرة غير متخادمة. رغم أن ذاتيتها تساوي 0,2 H

التمرين 18:

يتألف مهتز كهربائي مثالي من وشيعية ذاتيتها L مقاومتها الداخلية مهملة، مكثفة سعتها $C = 2,5 \mu F$ ، قاطعة، أسلاك توصيل و مقياس فولط متر لمتابعة التوتر بين طرفي المكثفة $u_C(t) = u_{AB}$ حيث: $i_{AB} > 0$.

(1) ارسم مخطط للدارة.

(2) عند اللحظة $t = 0$ نغلق القاطعة ونسجل تغيرات u_C في

عدة لحظات فنحصل على البيان الموالي:

أ/ اكتب العلاقة بين شدة التيار المار بالدارة و التوتر u_C .

ب/ ما هو نمط الاهتزازات الحاصلة؟ علل.

(3) أوجد قيمة الدور الذاتي للاهتزازات الحاصلة واستنتج قيمة ذاتية الوشيعية.

(4) أثبت أن الطاقة الكلية للدارة ثابتة في كل لحظة، ثم أوجد القيمة العددية لهذه الطاقة.

(5) نفتح القاطعة ونضيف للدارة مقاومة متغيرة R ثم نعيد غلق القاطعة من جديد. من أجل $R = 10 \Omega$ تكون

تغيرات u_C بدلالة الزمن كما في البيان التالي:

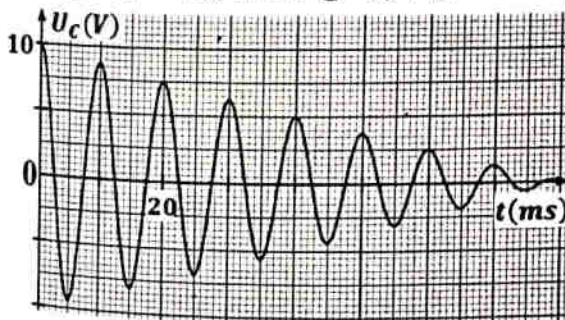
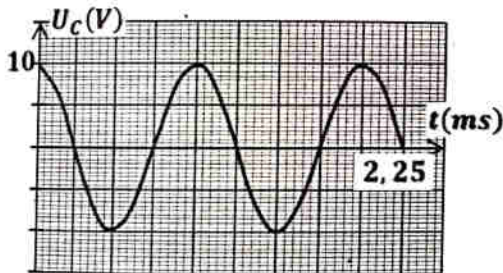
أ/ ما هو نمط الاهتزازات الحاصلة؟

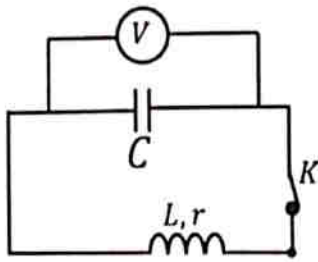
ب/ هل تؤثر قيمة المقاومة على شبه دور الاهتزازات؟

ج/ أوجد قيمة شبه الدور

د/ كيف تؤثر المقاومة على طبيعة الاهتزازات؟

هـ/ احسب قيمة شدة التيار المار بالدارة عندما $t = \frac{\tau}{4}$.



**تصحيح التمرين 18:**

- (1) رسم مخطط الدارة.
(2) / العلاقة بين $i(t)$ و u_C :

$$q = C \cdot u_C \Rightarrow \frac{dq}{dt} = C \cdot \frac{du_C}{dt} \Rightarrow i = C_0 \cdot \frac{du_C}{dt}$$

ب/ نمط الاهتزازات: اهتزازات كهربائية ثير متخامدة دورية.
التعليل: سعة الاهتزازات ثابتة.
(3) قيمة الدور الذاتي:

$$T_0 = 10 \text{ ms} \quad \text{بالتالي:}$$

$$2,25 \text{ اهتزازة} \rightarrow 22,5 \text{ ms}$$

$$1 \text{ اهتزازة} \rightarrow T_0$$

لدينا: استنتاج قيمة ذاتية الوشعية: لدينا:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$$

$$T_0^2 = 4\pi^2 \cdot LC$$

$$L = \frac{T_0^2}{4\pi^2 C} = \frac{(10 \times 10^{-3})^2}{4\pi^2 (2,5 \times 10^{-6})} = 1 \text{ H}$$

(4) اثبات أن الطاقة الكلية للدائرة ثابتة:

$$E_T = E_C + E_L$$

$$E_T = \frac{1}{2C} q^2 + \frac{1}{2} Li^2 = \frac{1}{2C} (q_0 \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi))^2 + \frac{1}{2} L (-q_0 \cdot \omega_0 \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi))^2$$

$$E_T = \frac{1}{2C} q_0^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi) + \frac{1}{2} L \cdot q_0^2 \cdot \omega_0^2 \cdot \sin^2(\omega_0 t + \varphi)$$

$$E_T = \frac{1}{2C} \cdot q_0^2 \cdot \cos^2(\omega_0 t + \varphi) + \frac{1}{2} L \cdot q_0^2 \cdot \frac{1}{LC} \cdot \sin^2(\omega_0 t + \varphi)$$

$$E_T = \frac{1}{2C} \cdot q_0^2 [\cos^2(\omega_0 t + \varphi) + \sin^2(\omega_0 t + \varphi)] \Rightarrow E_T = \frac{1}{2C} q_0^2$$

حساب قيمتها:

$$q_0 = C \cdot u_C = 2,5 \times 10^{-6} \times 10 = 2,5 \times 10^{-5} \text{ C}$$

$$E_T = \frac{1}{2 \times 2,5 \times 10^{-6}} (2,5 \times 10^{-5})^2$$

$$E_T = 1,25 \times 10^{-4} \text{ Joule}$$

(5) / نمط الاهتزازات:

اهتزازات كهربائية شبه دورية متخامدة.

ب/ لا، لا تؤثر قيمة المقاومة على شبه الدور.

$$2T = 20 \text{ ms}$$

$$T = 10 \text{ ms}$$

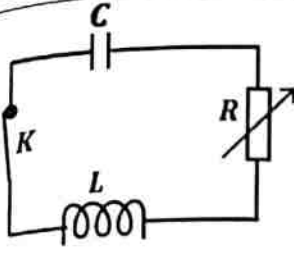
ج/ تؤثر المقاومة على سعة الاهتزازة بسبب ضياع الطاقة بفعل جول في المقاومات.

$$E_C(0) = E_L \left(\frac{T_0}{4} \right) \Rightarrow \frac{1}{2} C \cdot u_0^2 = \frac{1}{2} L \cdot I_0^2$$

$$I_0^2 = \frac{C}{L} u_0^2 \Rightarrow I_0 = \sqrt{\frac{C}{L}} u_0 \Rightarrow I_0 = \sqrt{\frac{2,5 \times 10^{-6}}{1}} \times 10 = 2,5 \times 10^{-5} \text{ A}$$

التمرين 19:

تضم دائرة كهربائية على التسلسل:

- مكثفة سعتها $C = 100\mu F$ مشحونة مسبقا تحت توتر $U = 16V$.- وشيعة ذاتيتها L ومقاومتها مهملة.

- معدلة يمكن تغيير مقاومتها.

- قاطعة.

I. نضبط المعدلة على قيمة $R < R'$ ، حيث R' هي المقاومة الحرجة للدائرة ثم نغلق القاطعة عند اللحظة $t = 0$.تحصلنا بواسطة تجهيز مناسب على البيان $u_C = f(t)$. (الشكل 1-).

(1) ما نوع هذه الاهتزازات الكهربائية؟ اشرح

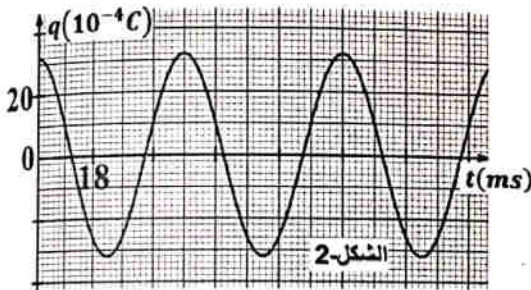
(2) أوجد قيمة شبه الدور.

(3) احسب الطاقة المخزنة في المكثفة عند اللحظة $t = 0$.

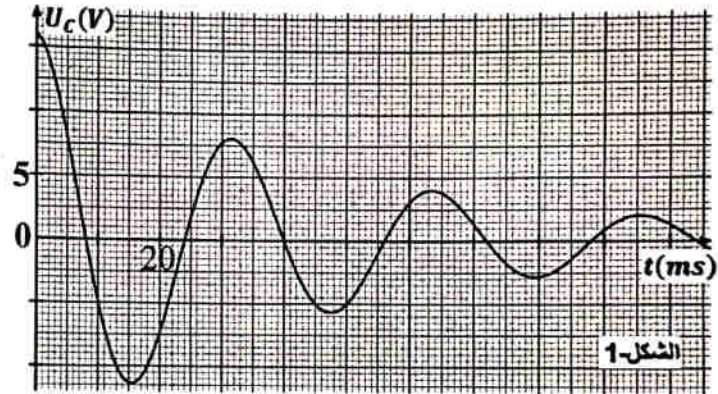
(4) احسب الطاقة الضائعة بفعل جول عند نهاية الاهتزازة الأولى.

(5) مثل بشكل تقريبي $u_C(t)$ في حالة قيمة المقاومة المعدلة $R > R_e$.

احكي لروحك نكتة
واضحك شويا



الشكل-2



الشكل-1

II. نضبط قيمة مقاومة المعدلة على القيمة $R = 0$ ونعيد نفس التجربة السابقة بمكثفة أخرى سعتها C' مشحونة تحتنفس التوتر السابق. مثلنا بياناً $q = g(t)$ في الشكل 2-.

(1) ما نوع هذه الاهتزازات؟

(2) بين أن المعادلة التفاضلية بدلالة شحنة المكثفة تكتب بالشكل: $\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC'}q = 0$ (3) يعطى حل هذه المعادلة التفاضلية بالشكل: $q = Q_0 \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi)$ بين أن النبض الذاتي يعطى بالعلاقة: $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC'}}$

(4) احسب قيمة ذاتية الوشيعة.

(5) احسب الشدة العظمى للتيار في الدارة.

(6) بين أن الطاقة في الدارة تبقى ثابتة مهما

كان الزمن.

بول ديراك



عالم بريطاني، استنبط قوانين الوصف
الرياضي الدقيق المتعلق بالجزيئات
الأولية، والتي جاءت منسجمة مع النظرية
النسبية، وميكانيكا الكم، وهو من أهم
مؤسسي الديناميكا الكهربائية الكمية الحديثة،
وهو من الحاصلين على جائزة نوبل

تصحيح التمرين 19:

I. اهتزازات حرة (غير مغداة) متخامدة. وجود الناقل الأومي يعمل على استهلاك الطاقة بفعل جول.

(2) شبه الدور: $T_0 = 32 \text{ ms}$

$$E_C = \frac{1}{2} C \cdot U^2 = \frac{1}{2} \times 10^{-4} \times (16)^2 \quad (3)$$

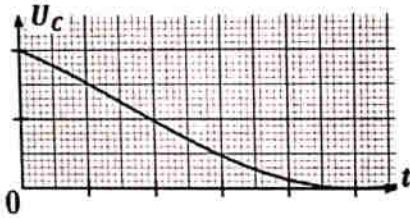
$$E_C = 1,28 \times 10^{-2} \text{ J}$$

(4) في نهاية الاهتزازة الأولى (بعد مدة $T_0 = 32 \text{ ms}$) يكون $U_C = 8 \text{ V}$

$$E'_C = \frac{1}{2} \times 10^{-4} \times 64 = 32 \times 10^{-4} \text{ J} \quad \text{وبالتالي:}$$

$$\Delta E_C = E_C - E'_C = 9,6 \times 10^{-3} \text{ J} \quad \text{الطاقة الضائعة:}$$

(5) من أجل مقاومة كبيرة في الدارة الكهربائية: لا توجد اهتزازات، والتخامد يكون حرجا.



II. اهتزازات حرة غير متخامدة لعدم وجود نواقل أومية.

$$U_C + U_b = 0 \Rightarrow \frac{q}{C'} + L \cdot \frac{di}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{q}{C'} + L \frac{d^2 q}{dt^2} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{1}{LC'} q = 0 \quad \text{المعادلة التفاضلية هي:}$$

$$\frac{dq}{dt} = -\omega_0 \cdot Q_0 \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi) \quad (3)$$

$$\frac{d^2 q}{dt^2} = -\omega_0^2 \cdot Q_0 \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi) = -\omega_0^2 \cdot q$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC'}} \dots (1) \quad \text{وبالتالي:} \quad \omega_0^2 = \frac{1}{LC'}$$

(4) من البيان في الشكل 2-: $T_0 = 45 \text{ ms}$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$$

$$C' = \frac{32 \times 10^{-4}}{16} = 2 \times 10^{-4} \text{ F} \quad \text{إذن:} \quad Q_0 = 32 \times 10^{-4} \text{ C} \quad \text{قيمة } C'$$

من العلاقة (1) نحسب L : $L = 0,256 \text{ H}$

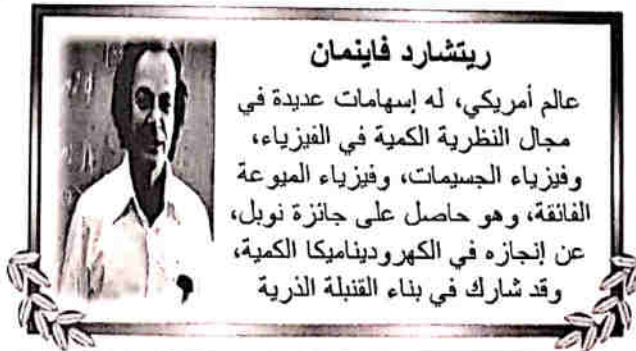
$$i = \frac{dq}{dt} = \omega_0 \cdot \varphi_0 \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi) \quad (5)$$

$$I_0 = \omega_0 \cdot \varphi_0 = 0,44 \text{ A}$$

$$E_t = \frac{1}{2} C \cdot U_C^2 + \frac{1}{2} L i^2 \quad (6)$$

$$E_t = \frac{1}{2} C \cdot \frac{Q_0^2}{C^2} \cdot \cos^2(\omega_0 t + \varphi) + \frac{1}{2} L \cdot Q_0^2 \cdot \omega_0^2 \cdot \sin^2(\omega_0 t + \varphi) \quad / \quad \omega_0^2 = \frac{1}{LC}$$

$$E_t = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C} (\cos^2(\omega_0 t + \varphi) + \sin^2(\omega_0 t + \varphi)) = \frac{1}{2} C \cdot U^2 = \text{cte}$$



ريتشارد فاينمان

عالم أمريكي، له إسهامات عديدة في مجال النظرية الكمومية في الفيزياء، وفيزياء الجسيمات، وفيزياء الميوعة الفائقة، وهو حاصل على جائزة نوبل، عن إنجازاته في الكهروديناميكا الكمومية، وقد شارك في بناء القنبلة الذرية

التمرين 20:

لتحديد ذاتية الوشيعية ومقاومتها r المستعملة في مكبر الصوت ننفذ تجربة على مرحلتين:

المرحلة 01:

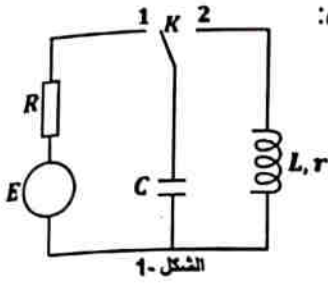
نحقق التركيب المبين بالشكل (1) بواسطة مولد قوته المحركة $E = 6V$ ناقل أومي مقاومته $R = 100 \Omega$.

نضع القاطعة k في الوضع (1) عند اللحظة $t = 0$ ونعاين على شاشة راسم الاهتزاز التوتر U_C بين طرفي المكثفة فنحصل على الشكل (2).

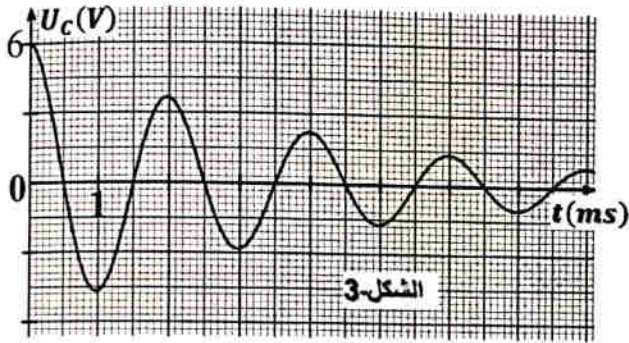
(1) اكتب المعادلة التفاضلية بدلالة U_C .

(2) تأكد أن $U_C = A(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ هو حل للمعادلة السابقة مع تعيين الثابت A و τ .

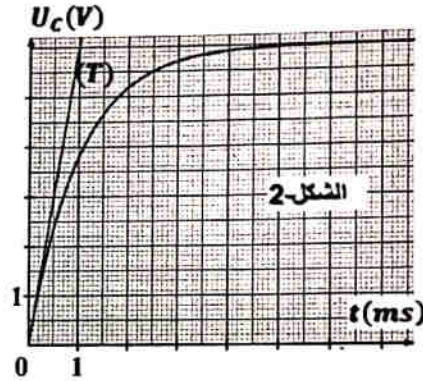
(3) استنتج من البيان سعة المكثفة C .



الشكل 1-



الشكل 3-



الشكل 2-

المرحلة 02:

نضع القاطعة في الوضع (2) عند اللحظة $t = 0$ ونعاين بنفس الطريقة تطور q بين طرفي المكثفة خلال الزمن، فنحصل على المنحنى المبين في الشكل (3).

(1) اكتب المعادلة التفاضلية التي تحققها الشحنة q بين طرفي المكثفة.

(2) عبر عن الطاقة الكلية E_T للدائرة بدلالة L ، C ، q و $\frac{dq}{dt}$.

(3) باستعمال المعادلة التفاضلية بين أن: $\frac{dE_T}{dt} = -r \cdot i^2$ نعتبر في هذه التجربة أن شبه الدور يساوي الدور الخاص للدائرة.

(4) احسب اعتمادا على منحنى الشكل (3) ذاتية الوشيعية.

التمرين 21:

تتكون دائرة كهربائية من مكثفة مشحونة سعتها $C = 1,0 \mu F$ ووشيعية ذاتيتها $L = 0,4 H$ ومقاومة مهملة وناقل أومي مقاومته R .

يمثل الشكل تطور الشحنة q التي يحملها أحد لبوسي المكثفة بدلالة الزمن.

(1) حدد بيانيا شبه الدور T للاهتزازات.

(2) أوجد المعادلة التفاضلية التي تحققها الشحنة

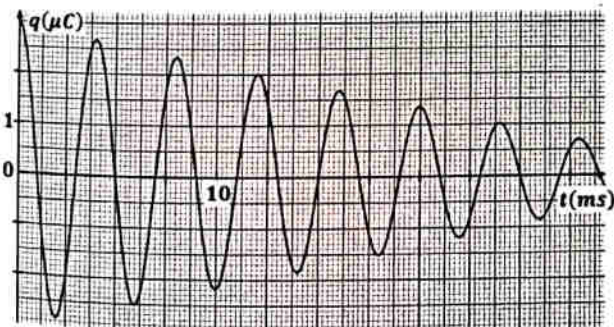
$q(t)$ في الحالة التي تكون فيها المقاومة R مهملة.

(3) تحقق من أن: $q(t) = Q_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} t + \theta\right)$

تشكل حلا للمعادلة التفاضلية علما أن: $T_0 = 2\pi\sqrt{L \cdot C}$

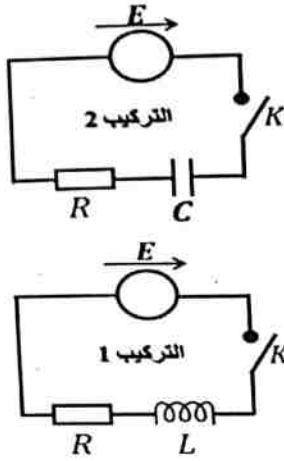
(4) احسب الدور الذاتي T_0 وقارنه مع شبه الدور T .

(5) احسب التغير في الطاقة الكلية في الدائرة السابقة RLC بين اللحظتين $t = 0$ و $t = 10ms$



التمرين 22:

ننجز التركيبين الكهربائيين (1) و (2) الممثلين في الشكل التالي:

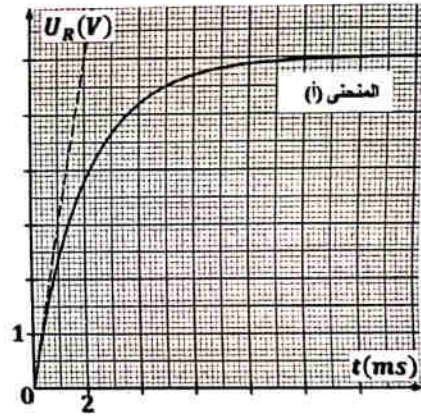
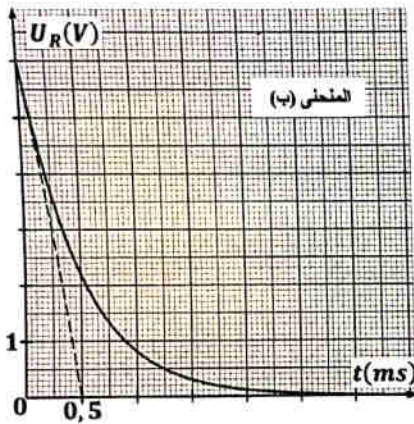


حيث التركيب (1) متألف من مولد قوته المحركة الكهربائية E ، وشيعة ذاتيتها L ومقاومتها الداخلية مهملة، ناقل أومي مقاومته $R = 10\Omega$ وقاطعة K . والتركيب (2) متألف من نفس العناصر الكهربائية الموجودة في التركيب (1) بتغيير الوشيعة بمكثفة سعتها C .

عند اللحظة $t = 0$ نغلق القاطعة K في كل تركيب ونتابع بواسطة جهاز مناسب تغيرات التوتر بين طرفي الناقل الأومي U_R بدلالة الزمن في كل تركيب فنحصل على البيانيين التاليين.

(1) بين أن المنحنى (أ) يوافق التركيب الكهربائي (1).
(2) أثبت أن المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر U_R بين طرفي الناقل الأومي في التركيب (1) تكتب على الشكل:

$$\frac{dU_R}{dt} + \frac{R}{L}U_R = \frac{RE}{L}$$



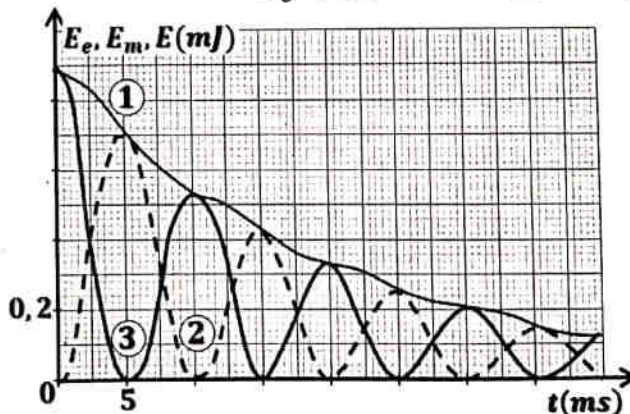
(3) حل المعادلة التفاضلية هو $U_R = A(1 - e^{-t/\tau})$ ، أوجد عبارة كل من الثابتين A و τ بدلالة مميزات الدارة.
(4) باستغلال المنحنى (أ):

أ/ عين قيمة كل من القوة المحركة الكهربائية للمولد E وثابت الزمن τ .
ب/ استنتج قيمة ذاتية الوشيعة L .

(5) باستغلال المنحنى (ب) الذي يوافق التركيب (2):
أ/ أوجد قيمة سعة المكثفة C .

ب/ عين اللحظة التي تشحن فيها المكثفة كلياً.

(6) نستبدل في التركيب (1) المولد بمكثفة مشحونة فكان شكل تغيرات الطاقة الكهربائية E_e



المخزنة في المكثفة وتغيرات الطاقة المغناطيسية E_m المخزنة في الوشيعة و تغيرات الطاقة الكلية E للدارة بدلالة الزمن ممثلة في الشكل التالي:

أ/ أنسب كل منحنى بالطاقة الموافقة له.
ب/ حدد بين اللحظتين $t_0 = 0$ و $t_1 = 30 \text{ ms}$ قيمة التغير في الطاقة الكلية ΔE للدارة.

تصحيح التمرين 22:

(1) في التركيب (1) عند غلق القاطعة ، تمناع الوشيعية لوقت قصير مرور التيار في الدارة وبالتالي يزداد i تدريجيا إلى أن يثبت عند قيمة ثابتة حدية I_0 إذن المنحنى (أ) يوافق التركيب (1) .

(2) المعادلة التفاضلية بدلالة U_R :

$$\frac{R}{L} U_R + \frac{dU_R}{dt} = \frac{RE}{L}$$

(3) نشق الحل: $\frac{dU_R}{dt} = \frac{A}{\tau} e^{-t/\tau}$

نعوضه في المعادلة التفاضلية نجد:

$$\frac{R}{L} A (1 - e^{-t/\tau}) + \frac{A}{\tau} e^{-t/\tau} = \frac{RE}{L}$$

$$\frac{R}{L} A - \frac{A}{\tau} e^{-t/\tau} = \frac{RE}{L} + \frac{R}{L} A e^{-t/\tau}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A = E \\ \frac{1}{\tau} = \frac{R}{L} \end{cases} \rightarrow \tau = \frac{L}{R}$$

$$U_R = E (1 - e^{-\frac{R}{L}t})$$

يصبح الحل كالآتي:

$$U_R(5\tau) = E = 6V$$

(4) أ/ قيمة القوة المحركة الكهربائية:

تحديد ثابت الزمن: $\tau = 2 \text{ ms}$

ب/ حساب ذاتية الوشيعية:

(5) أ/ حساب سعة المكثفة:

$$L = \tau \cdot R = 0,002 \times 10 = 0,02H$$

$$\tau = 0,5 \text{ ms} = RC \rightarrow C = \frac{\tau}{R} = \frac{0,5 \times 10^{-3}}{10} = 5 \times 10^{-5} F$$

ب/ اللحظة التي تشحن فيها المكثفة كلياً هي:

$$t = 5\tau = 5 \times 0,5 = 2,5 \text{ ms}$$

(6) أ/ عند اللحظة $t = 0$ يكون $U_C = U_0$ و $i = 0$ وبالتالي:

$$E_m = \frac{1}{2} L \cdot i^2 = 0 \quad \text{و} \quad E_e = \frac{1}{2} C \cdot U_0^2 \neq 0$$

إذن المنحنى (3) يمثل تغيرات الطاقة المخزنة في المكثفة بدلالة الزمن و المنحنى (2) يمثل تغيرات الطاقة المخزنة في الوشيعية و المنحنى (1) يمثل تغيرات الطاقة الكلية بدلالة الزمن .

ب/ عند اللحظة $t_0 = 0$ يكون $E_0 = 0,9 \text{ mJ}$ وعند اللحظة $t_1 = 30 \text{ ms}$ تكون $E_1 = 0,2 \text{ mJ}$

$$\Delta E = E_1 - E_0 = 0,2 - 0,9 = -0,7 \text{ mJ}$$

التمرين 23:

تتكون الدارة المبينة في الشكل التالي على التسلسل من وشيعية ذاتيتها $L = 0,1 H$ ومقاومتها الداخلية مهملة،

مكثفة سعتها $C = 22 \text{ mF}$ شحنت كلياً تحت توتر ثابت $(E = 3,0V)$ ،

نغلق القاطعة عند اللحظة $t = 0$ فتتفرغ المكثفة في الوشيعية بشكل دوري.

(1) ماهي الظاهرة التي تحدث في الدارة؟

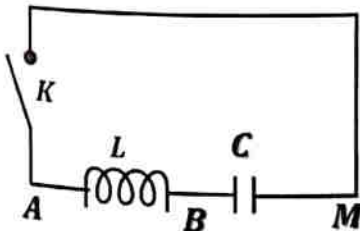
(2) اكتب المعادلة التفاضلية بدلالة شحنة المكثفة $q(t)$.

(3) حل هذه المعادلة التفاضلية هو من الشكل: $q = A \cdot \cos(Bt)$ ، حيث A, B يطلب التعبير عنهم.

(4) اكتب العبارة الحرفية للدور الذاتي T_0 بدلالة L, C ، ثم احسب قيمته.

(5) اكتب العبارة اللحظية لشدة التيار الكهربائي المار بالدارة.

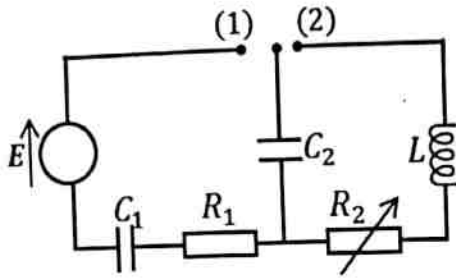
(6) احسب قيمة شدة التيار الكهربائي I_0 .



التمرين 24:

تتكون الدارة الكهربائية من:

- مولد قوته المحركة الكهربائية E .
- ناقلان أوميان مقاومتها $R_1 = 3K\Omega$ و R_2 .
- مكثفتان سعتهما C_1 و $C_2 = 2\mu F$.
- وشيعة ذاتيتها L ومقاومتها الداخلية مهملة.



I. نضع البادلة في الوضع (1) عند لحظة نعتبرها $t = 0$.

(1) بين أن عبارة سعة المكثفة المكافئة هي: $C_e = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$

(2) أثبت أن المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر U_{R_1} بين طرفي الناقل الأومي ذو المقاومة R_1 هي:

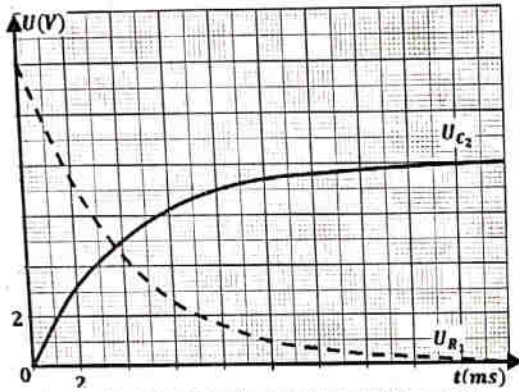
$$\frac{dU_{R_1}}{dt} + \frac{1}{R_1 C_e} U_{R_1} = 0$$

(3) يعطى حل المعادلة التفاضلية من الشكل:

$$U_{R_1} = A \cdot e^{-\alpha \cdot t}$$

أوجد عبارتي الثابتين A و α بدلالة مميزات الدارة.

(4) يمثل في الشكل التالي تطور التوترين U_{R_1} و U_{C_2} بدلالة الزمن:



أ/ بين كيف يتم ربط جهاز راسم الاهتزاز المبهطي لمشاهدة التوترين السابقين؟

ب/ حدد قيمة القوة المحركة الكهربائية E للمولد.

ج/ ما هي قيمة التوترات U_{C_1} و U_{C_2} و U_{R_1} في النظام الدائم؟

د/ بين أن سعة المكثفة $C_1 = 4\mu F$.

II- عندما يتحقق النظام الدائم، نضع البادلة في الوضع (2) عند لحظة نعتبرها مبدأً للزمن $t = 0$.

يمثل الشكل التالي تطور التوتر U_L بدلالة الزمن بين طرفي الوشيعة

(1) ما هو الشرط اللازم للحصول على المنحنى السابق؟

(2) بين أن المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر U_L تكتب على الشكل:

$$\frac{d^2 U_L}{dt^2} + \frac{1}{LC_2} U_L = 0$$

(3) أوجد عبارة الدور T_0 للاهتزازات ثم حدد قيمته.

(4) استنتج ذاتية الوشيعة L .

(5) أحسب الطاقة الأعظمية المخزنة في الوشيعة ثم أوجد

قيمة التيار الأعظمي I_0 .

(6) نقوم بوضع البادلة لمدة كافية في الوضع (1) ثم نغيرها

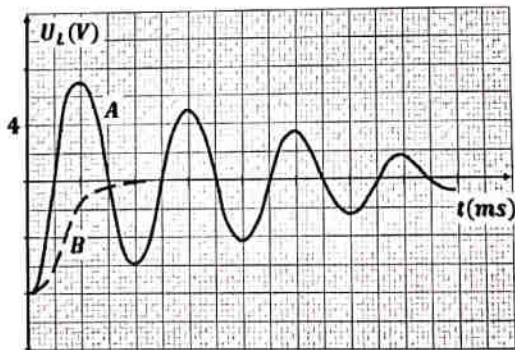
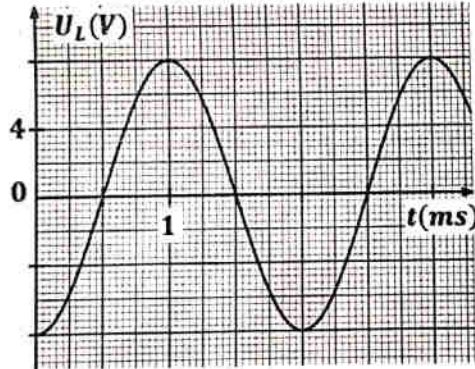
إلى الوضع (2) ونغير قيمة مقاومة الناقل الأومي R_2

فحصل على البيانيين A و B: أنسب كل بيان لقيمة

مقاومة الناقل الأومي R_2 المناسبة:

الحالة 1: $R_2 = 100\Omega$

الحالة 2: $R_2 = 1K\Omega$



تصحيح التمرين 24:

(1-I) عبارة سعة المكثفة المكافئة:

$$\frac{1}{C_e} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \Rightarrow C_e = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$$

$$\alpha = \frac{1}{R_1 C_e}, \quad A = E \quad (3)$$

$$E = 12V \quad \text{ب/}$$

$$U_{C_1} = 4V \quad U_{C_2} = 8V \quad U_{R_1} = 0 \quad \text{ج/}$$

$$\tau = 4ms \Rightarrow C_{eq} = 1,33 \mu F \Rightarrow C_1 = 4 \mu F \quad \text{د/}$$

(1-II) الشرط: $R_2 = 0$

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC_2} = \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 \Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{L \cdot C_2} \quad (3) \text{ عبارة الدور}$$

$$L = 0,05H \quad (4) \text{ ذاتية الوشعة}$$

$$E_0 = \frac{1}{2} C_2 U_{C_2} (max) = 6,4 \times 10^{-5} \quad (5) \text{ الطاقة الأعظمية}$$

$$I_0 = \sqrt{\frac{2E_0}{L}} = 0,051 A \quad \text{شدة التيار الأعظمي:}$$

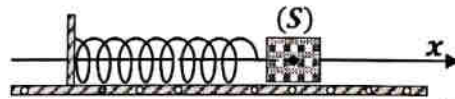
$$R_C = 2\sqrt{\frac{L}{C_2}} = 316,2 \Omega \quad (6) \text{ قيمة } R_C$$

$$R_2 < R_C \quad \text{توافق البيان A}$$

$$R_2 > R_C \quad \text{توافق البيان B}$$

التمرين 25:

لدينا نابض ثابت مرونته $k = 10 N/m$ ، يثبت أحد طرفيه إلى نقطة في جدار شاقولي، وبطرفه الآخر يثبت جسم صلب (S) كتلته $1 Kg$ يستطيع أن يتحرك دون احتكاك على مستوي أفقي مزود بمحور xx' مبداه (O) ينطبق على وضع توازن (S). نزيح الجسم (S) أفقياً بمقدار $2 cm$ ثم نتركه لحاله عند اللحظة $t = 0$ دون سرعة ابتدائية.

(1) مثل القوى المؤثرة على الجسم (S) عند اللحظة $t = 0$.(2) اكتب المعادلة التفاضلية للحركة بدلالة المطال $x(t)$ ، استنتج طبيعة حركة الجسم (S) مبينا عبارة دورها الذاتي T_0 .(3) بين أن قيمة الدور الذاتي للحركة الاهتزازية هي $T_0 = 2s$ ، ثم احسب قيمة النبض الذاتي ω_0 للحركة.(4) اكتب المعادلة الزمنية للحركة $x(t)$ ، وارسم بشكل كافي مخطط الحركة $x(t)$ الموافق.(5) احسب سرعة مرور مركز عطالة (S) بوضع التوازن.(6) احسب قيمة توتر النابض عند اللحظة $t = 0$.

(7) بين أن طاقة الجملة (جسم + نابض) محفوظة واحسب قيمتها.

(8) في الحقيقة الاحتكاكات غير مهمة، حيث الجسم (S) يخضع أثناء حركته لقوة احتكاك فتصبح المعادلة

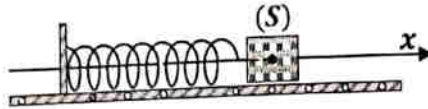
$$\frac{d^2x}{dt^2} + \alpha \frac{dx}{dt} + \lambda x = 0 \quad \text{التفاضلية للحركة من الشكل:}$$

ناقش حسب قيم الاحتكاك النظام الذي تكون عليه حركة (S)، ثم مثل عندئذ تغيرات المطال x بدلالة الزمن

$$\pi^2 = 10 \quad \text{نعتبر لكل حالة.}$$

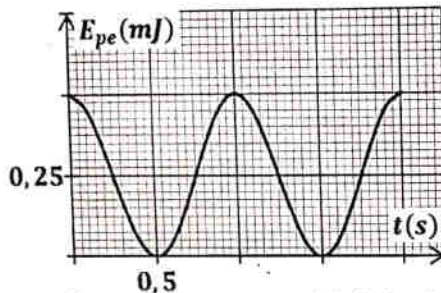
التمرين 26:

يتألف نواس مرن أفقي من نابض مرن مهمل الكتلة حلقاته غير متلاصقة وجسم صلب (S) كتلة $m = 1 \text{ Kg}$ ، نزح الجسم (S) عن وضع توازنه بزاوية بمقدار X_0 ، ثم نتركه عند اللحظة $t = 0$ حرا لحاله دون سرعة ابتدائية، فيتحرك دون احتكاك على مستوي أفقي مزود بمحور xx' مبداء (O) ينطبق على وضع توازن (S).



- (1) اكتب المعادلة التفاضلية لحركة الجسم بدلالة المطال $x(t)$.
- (2) بين أن حركة مركز عطالة (S) اهتزازية جيبية غير متخامدة، حدد عبارة نبضها الذاتي ω_0 بدلالة m, k .

(3) يمثل البيان التالي تغيرات الطاقة الكامنة المرونية للجملة (جسم S + نابض) بدلالة الزمن. / أ أثبت أن عبارة الطاقة الكامنة الثقالية بدلالة الزمن يعبر عنها



وكذا

الموافق للطاقة الحركية (S) $E_c(t)$ المنحنى

نعتبر : $\pi^2 = 10$

$$E_{pe} = A \cdot \cos^2(Bt + \varphi)$$

حيث A و B ثابتين يطلب كتابتهما.

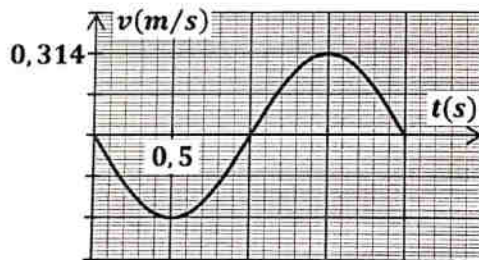
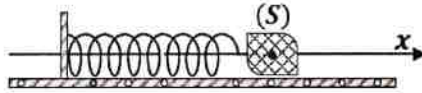
ب/ اعتمادا على هذا البيان احسب: الدور الذاتي للحركة T_0 النبض الذاتي للحركة ω_0 ، ثابت مرونة النابض K ، سعة الحركة X_0 .

ج/ اكتب المعادلة الزمنية $x(t)$ المميزة للحركة.

د/ مثل بشكل كافي على المخطط السابق المنحنى $E_c(t)$ الموافق للطاقة الحركية (S) المنحنى $E(t)$ الموافق لطاقة الجملة (جسم S + نابض).

التمرين 27:

يتألف نواس مرن أفقي من نابض ثابت مرونته k حلقاته غير متلاصقة مهمل الكتلة وجسم صلب (S) كتلته $m = 2 \text{ Kg}$.

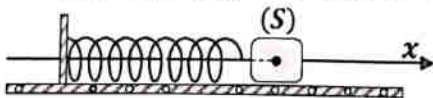


نزع الجسم (S) عن وضع توازنه بمقدار X_0 ، نلاحظ أن الجسم يأخذ حركة اهتزازية حول موضع توازنه دون تخامد. البيان التالي يمثل تغيرات سرعة مركز عطالة الجسم (S) بدلالة الزمن. اعتمادا على البيان حدد:

- (1) دور الحركة الذاتي T_0 ونبضها الذاتي ω_0 .
- (2) المطال الأعظمي X_0 للحركة الاهتزازية.
- (3) اكتب المعادلة الزمنية للحركة $x(t)$.
- (4) احسب الطاقة الحركية للجسم (S) عند وضع التوازن.
- (5) استنتج قيمة الطاقة الكامنة عند اللحظة $t = 0$.
- (6) أوجد بطريقتين مختلفتين ثابت مرونة النابض k .

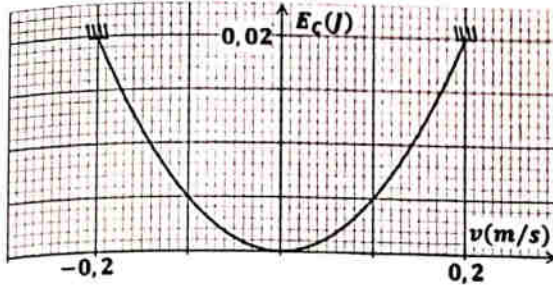
التمرين 28:

نابض مرن كتلته مهملة وحلقاته غير متلاصقة، ثابت مرونته k ، نثبت إحدى نهايتيه بنقطة (O)، ويثبت بنهايته الأخرى جسم صلب (S) كتلته m ، يمكنه الانزلاق أفقيا دون احتكاك (الشكل)، نعتبر مبدأ الفواصل عند وضع التوازن.



- (1) بتطبيق مبدأ إنحفاظ الطاقة على الجملة (جسم (S) + نابض)، اكتب المعادلة التفاضلية بدلالة $x(t)$ ثم استنتج طبيعة حركة الجسم (S).
- (2) عرف الدور الذاتي واكتب عبارته بدلالة m, K .
- (3) إذا علمت أن الجسم (S) ينجز أثناء حركته 15 اهتزازة خلال زمن قدره $\Delta t = 9,42 \text{ s}$ ، احسب قيمته دوره T_0 وكذا نبضه الذاتي ω_0 .

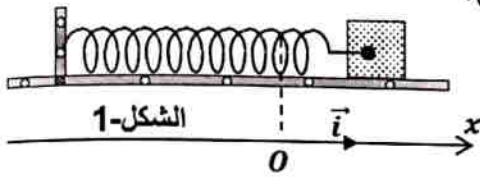
4) يمثل البيان التالي تغيرات الطاقة الحركية للجسم (S) بدلالة سرعة مركز عطالة الجسم (S). استنتج من البيان:



- سرعة مركز عطالة الجسم (S) عند المرور بوضع التوازن
- سعة الحركة X_0
- كتلة الجسم (S)
- ثابت مرونة النابض k

التمرين 29:

في الشكل التالي، لدينا نابض مرن كتلته مهملة وحلقاته غير متلاصقة، ثابت مرونته k ، يشد جسما صلبا (S) كتلته m بإمكانه الانزلاق دون احتكاك على مستو أفقي (انظر الشكل 1).



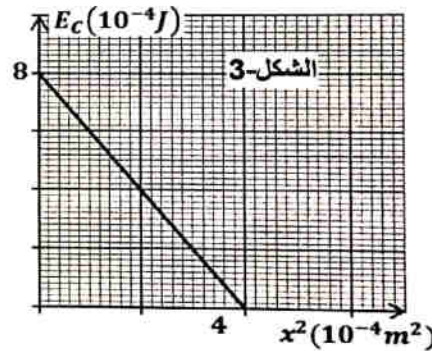
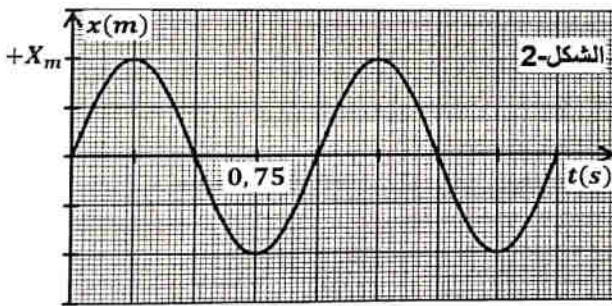
نريح الجسم عن وضع توازنه في الاتجاه الموجب للمحور $(x'x)$ بمقدار X_m ثم نترك دون سرعة ابتدائية.

- مثل القوى المطبقة على (S).
- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجسم (S)، جد المعادلة التفاضلية للحركة.

3) اكتب المعادلة الزمنية بدلالة X_m, ω_0, φ ثم بين أن عبارة الدور الذاتي

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}}$$

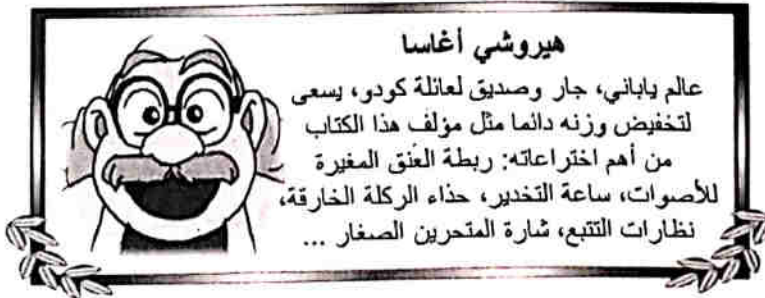
- الشكل (2) يمثل تغيرات الفاصلة x بدلالة الزمن. استنتج منه قيمة الدور الذاتي T_0 .
- الشكل (3) يمثل تغيرات الطاقة الحركية للجسم (S) بدلالة مربع فاصلة مركز عطالته.



أ/ بين أن الطاقة الحركية للجسم (S) تعطى بالعلاقة:

$$E_c = 0,5 m \cdot \omega_0^2 (X_m^2 - x^2)$$

ب/ اعتمادا على الشكل 3، حدد قيمة X_m, m, k, φ .

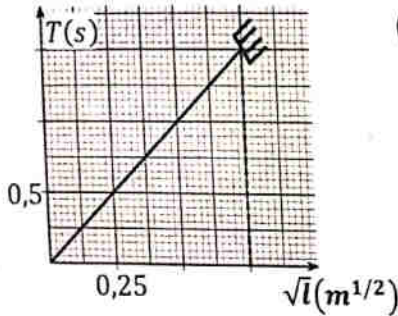


هيروشي أغاسا

عالم ياباني، جار وصديق لعائلة كودو، يسعى لتخفيض وزنه دائما مثل مؤلف هذا الكتاب من أهم اختراعاته: ربطة العنق المغيرة للأصوات، ساعة التخدير، حذاء الركلة الخارقة، نظارات التتبع، شارة المتحررين الصغار ...

التمرين 30:

يتألف نواس بسيط من خيط مهمل الكتلة طوله (l) يحمل في طرفه الأسفل جسما نقطيا كتلته $m = 50g$ ، يمكن لهذا النواس أن يهتز في المستوي الشاقولي حول المحور الأفقي المار من نقطة تعليقه (O) .
نزيج الجملة عن وضع التوازن بسعة زاوية صغيرة (θ_0) ونتركها لحالها دون سرعة ابتدائية ومن أجل عدة قيم لـ (l) نقيس دور الحركة الناتجة ثم نرسم البيان $T = f(\sqrt{l})$ فنحصل على البيان التالي كما في الشكل.



(1) اكتب العبارة البيانية (l) .

(2) من الدراسة الطاقوية أو المبدأ الأساسي لتحريك (القانون الثاني لنيوتن)

أوجد عبارة الدور (نهمل الاحتكاك).

(3) استنتج مما سبق قيمة الجاذبية g في مكان التجربة.

نستعمل هذا النواس بطول $(l = 1m)$ ونزيجها عن وضع التوازن

بزاوية $\alpha = 60^\circ$ ونتركها لحالها دون سرعة ابتدائية

(4) احسب التسارع الناظمي a_N ، التسارع المماسي a_T واستنتج قيمة

التسارع a . عندما يصنع الخيط مع الشاقول زاوية $\beta = 30^\circ$.

(5) احسب توتر الخيط عند المرور بوضع التوازن.

التمرين 31:

نعتبر نواسا مرنا أفقيا مكونا من جسم صلب (S) كتلته $m = 200g$ مثبت بطرف نابض لفاته غير متلاصقة وكتلته مهمله وثابت مرونته k .

نزيج الجسم عن وضع توازنه O بمسافة X_m ونحرره بدون سرعة ابتدائية نختار معلما Ox نعلم عليه موضع مركز عطالة الجسم G بالفاصلة $x = OG$. نعتبر جميع الاحتكاكات مهمله.

(1) تعطي الدراسة التجريبية منحنى مخطط الملاحظات $x = f(t)$:

أ/ من خلال المنحنى، ماهي طبيعة حركة الجسم (S) ؟

حدد قيمتي السعة X_m والدور الخاص T_0 ، استنتج المعادلة الزمنية لحركة الجسم.

ب/ بتطبيق قانون نيوتن الثاني، أوجد المعادلة التفاضلية لحركة الجسم. استنتج قيمة ثابت المرونة k .

(2) نعتبر الاحتكاكات بين الجسم والسطح الأفقي تكافئ:

$$\vec{f} = -\alpha \frac{dx}{dt} \vec{i}$$

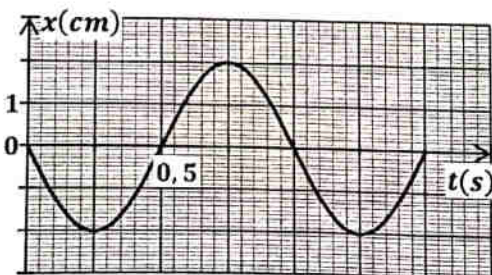
أ/ بين ان المعادلة التفاضلية في هذه الحالة تصبح على الشكل التالي:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{\alpha}{m} \frac{dx}{dt} + \frac{\omega_0^2}{m} x = 0$$

ب/ ما هو نوع الاحتكاكات الموجودة بين الجسم والسطح؟

أعط شكل المنحنى $x = f(t)$ في حالة الخمود الضعيف.

ج/ احسب قيمة شبه الدور للهاز الميكانيكي.



التمرين 32:

نواس مرن يخضع لتأثير اهتزازات دورية لقرص دور كما يوضحه الشكل:
نغير التردد N للقرص الدوار ونسجل سعة الاهتزازة X_0 للنواس المرن
ثم ندون النتائج في الجدول التالي:

$N(Hz)$	3,6	3,8	4,0	4,2	4,4	4,6	4,8	4,9
$X_0(cm)$	9,5	11,3	12,9	13,6	13,0	11,3	9,90	9,60

(1) مثل البيان $X_0 = f(N)$.

(2) سم الظاهرة المدروسة.

(3) ماذا نسمي كلا من النواس المرن والقرص الدوار.

(4) عين التردد المميز لهذه الظاهرة N_0 ، ثم استنتج الدور الذاتي T_0 لهذا النواس.

(5) احسب عرض الشريط النافذ.

(6) احسب معامل الجودة.

تصحيح التمرين 32:

(1) البيان $X_0 = f(N)$.

(2) اسم الظاهرة: ظاهرة الرنين.

(3) اسم النواس المرن: المتحرض.

اسم القرص الدوار: المحرض.

(4) التردد المميز للظاهرة $N_0 = 4,2 Hz$ هو التردد التي تكون فيه

الاستجابة أعظمية، أي سعة اهتزاز النواس المرن أعظمية.

- استنتاج T_0 :

$$T_0 = \frac{1}{N_0} = \frac{1}{4,2} = 0,24 s$$

(5) حساب عرض الشريط النافذ.

$$\Delta N = N_2 - N_1 = 4,9 - 3,6 = 1,3 Hz$$

(6) حساب معامل الجودة:

$$Q = \frac{N_0}{\Delta N} = \frac{4,2}{1,3} = 3,23$$

التمرين 33:

تضم دائرة كهربائية على التسلسل وشيعة ($L = 0,1 H$; $r = 20 \Omega$) ومكثفة سعتها $C = 2,5 \mu F$ ، تغذي
الدائرة بتوتر متناوب جيبي شدته المنتجة $U_{eff} = 40V$.

(3) احسب N_0 التواتر الذاتي للدائرة عند التجاوب.

(4) احسب الشدة المنتجة I_{eff} للتيار الكهربائي عندها.

(5) في الجدول التالي لدينا تغيرات شدة التيار الكهربائي المنتجة بدلالة التواتر N .

$N(Hz)$	240	260	280	310	330	340	360	380
$I_{eff}(A)$	0,34	0,47	1,28	1,76	1,62	1,21	0,75	0,54

أ/ ارسم البيان $I_{eff} = f(N)$.

ب/ أوجد بيانيا N_2 , N_1 , N_0 (حدي الشريط النافذ).

ج/ احسب معامل جودة الدائرة.

تصحيح التمرين 33:

(1) حساب N_0 :

$$\omega^2 = \sqrt{\frac{1}{LC}} = \sqrt{\frac{1}{0,1 \times 2,5 \times 10^{-6}}} = 2000 \text{ rad/s}$$

عند التجاوب لدينا:

$$N_0 = \frac{\omega}{2\pi} = 318 \text{ Hz}$$

$$I_{eff} = \frac{U_{eff}}{Z} = \frac{U_{eff}}{r} = \frac{40}{20} = 2 \text{ A}$$

(2) حساب I_{eff} :

(3) $I_{eff} = f(N)$ / رسم البيان

ب/ إيجاد (N_0, N_1, N_2)

$$N_0 \approx 310 \text{ Hz}$$

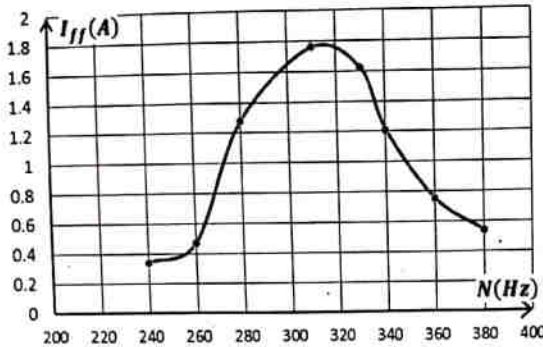
$$N_1 \approx 280 \text{ Hz}$$

$$N_2 \approx 340 \text{ Hz}$$

حيث: N_0 هي فاصلة القيمة $I_{eff}(max)$

$$\frac{I_{eff}(max)}{\sqrt{2}} \text{ فاصلة القيمة } N_2 \text{ و } N_1$$

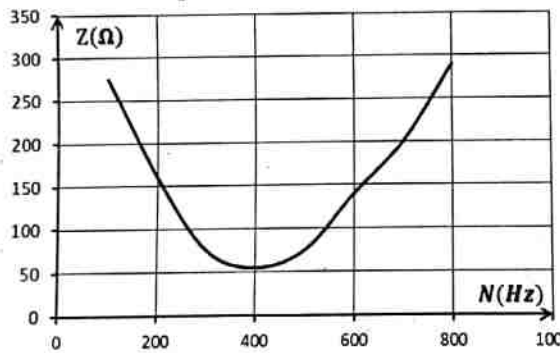
ج/ معامل الجودة



$$Q = \frac{N_0}{\Delta N} = \frac{N_0}{N_2 - N_1} = \frac{310}{340 - 280} = 5,16$$

التمرين 34:

يتكون جزء من دائرة كهربائية من ناقل أومي مقاومته $R = 50 \Omega$ ، وشيعة ذاتيتها $L = 0,1 \text{ H}$ ومقاومتها الداخلية r . مكثفة سعتها C ، كلها موصولة على التسلسل. تغذي هذا الجزء من الدارة بتوتر متناوب جيبي قيمته المنتجة



$$u_{eff} = 8,8 \text{ V}$$

ثبتة عمليا، وتواتره N متغير.

بعد قياس ممانعة الدارة من أجل عدة قيم لتواتر التيار

مثلنا تغيرات الممانعة بدلالة التواتر N فحصلنا على

البيان التالي:

(1) اكتب عبارة ممانعة الدارة بدلالة I_{eff} و u_{eff}

(2) كيف تكون ممانعة الدارة عند التجاوب؟

عين قيمتها.

(3) احسب شدة التيار الكهربائي عند التجاوب.

(4) احسب المقاومة الداخلية للشيعة.

(5) احسب سعة المكثفة.

$$Z = (R + r)\sqrt{2}$$

(6) أثبت أن ممانعة الدارة عند حدي الشريط النافذ للتوترات توافق:

(7) عين بيانيا حدي الشريط النافذ.

(8) احسب معامل جودة الدارة.

تصحيح التمرين 34:

$$Z = \frac{U_{eff}}{I_{eff}} \quad (1)$$

(2) عند التجاوب (الرنين) تمر أعظم شدة للتيار وبالتالي تأخذ الممانعة أقل قيمة، من البيان لدينا $Z \approx 55 \Omega$.

$$I_{eff} = \frac{U_{eff}}{Z} = \frac{8,8}{50} = 0,16 \text{ A} \quad (3)$$

$$Z = R + r \Rightarrow r = Z - R = 55 - 50 = 5 \Omega \quad (4)$$

$$L \cdot \omega = \frac{1}{C \cdot \omega_0} \Rightarrow C = \frac{1}{L \cdot \omega_0^2} = \frac{1}{L(2\pi N)^2} = \frac{1}{0,1(2\pi \times 400)^2} = 1,6 \times 10^{-6} F \quad (5)$$

$$I = \frac{I_{eff(max)}}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{U_{eff}}{Z} = \frac{U_{eff}}{Z_0 \cdot \sqrt{2}} \Rightarrow Z = Z_0 \cdot \sqrt{2} \Rightarrow Z = (R + r) \cdot \sqrt{2} \quad (6)$$

$$N_1 \approx 300 \text{ Hz} \quad \text{و} \quad N_2 \approx 500 \text{ Hz} \quad \text{نجد: } Z = 55 \times \sqrt{2} = 77,7 \Omega \quad (7)$$

$$Q = \frac{N_0}{N_2 - N_1} = \frac{400}{500 - 300} = 2 \quad (8)$$

التمرين 35:

يتكون جزء من دائرة كهربائية من ناقل أومي مقاومته $R = 15 \Omega$ ، وشيعة ذاتيتها L ومقاومتها الداخلية r ، ومكثفة سعتها C ، كلها موصولة على التسلسل، نغذي هذا الجزء من الدارة بتوتر متناوب جيبي عبارته اللحظية

$$u(t) = 10\sqrt{2} \cos(100\pi t) \dots (V) \quad \text{هي:}$$

$$I_{eff} = 0,2 \text{ A} \quad \text{فيجتاز الدارة تيار كهربائي شدته}$$

(1) ما هو نمط الاهتزازات في الدارة؟ علل.

(2) أوجد ممانعة الدارة.

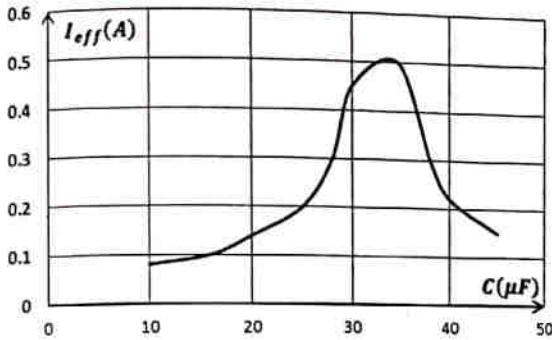
(3) نغير من سعة المكثفة ونسجل تغيرات الشدة المنتجة لتيار بواسطة القراءة على مقياس أمبير،

ثم نرسم تغيرات الشدة المنتجة للتيار الكهربائي بدلالة سعة المكثفة فنحصل على البيان التالي:

أ/ ما هي الظاهرة التي يبرزها البيان؟

ب/ أوجد ذاتية الوشيعة.

ج/ أوجد قيمة المقاومة الداخلية للوشيعة.



تصحيح التمرين 35:

(1) اهتزازات قصرية كهربائية، بسبب وجود مولد يفرض دور اهتزازاته على الدارة.

$$Z = \frac{U_{eff}}{I_{eff}} = \frac{10}{0,2} = 50 \quad (2)$$

(3) أ/ ظاهرة الرنين (التجاوب) الكهربائي.

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow L = \frac{1}{\omega_0^2 \cdot C} = \frac{1}{(100\pi)^2 \times 34 \times 10^{-6}} \approx 0,3 \text{ H} \quad \text{ب/}$$

$$Z_0 = \frac{U_{eff}}{I_{eff(max)}} = \frac{10}{0,5} \approx 20 \Omega \quad \text{ج/ عند التجاوب:}$$

$$Z_0 = R + r \Rightarrow r = 20 - 15 = 5 \Omega$$

التمرين 36:

يتكون جزء من دائرة كهربائية من ناقل أومي مقاومته $R = 50 \Omega$ ، موصولة على التسلسل مع وشيعة

($L = 0,1 \text{ H}$; r) ومكثفة سعتها C . نغذي الدارة بتوتر متناوب جيبي قيمته المنتجة ثابتة وتساوي

$u_{eff} = 5,4 \text{ V}$ تواتره متغير. نقيس بواسطة جهاز ميلي أمبير الشدة المنتجة للتيار I_{eff} من أجل عدة قيم للتواتر فنحصل على النتائج المدونة في الجدول التالي:

$N(\text{Hz})$	20	30	40	50	60	70	80	90	100	120	140	160
$I_{eff}(\text{mA})$	35,1	52,4	68,1	80,4	87,8	90,0	88,3	84,4	79,4	69,3	60,6	53,5
$Z(\Omega)$												

(1) أكمل الجدول.

$$1\text{ cm} \rightarrow 10\ \Omega$$
$$1\text{ cm} \rightarrow 10\ \Omega$$

ب/ ماهي الحالة الفيزيائية التي توجد عليها الدارة عندئذ؟ برر إجابتك.

ج/ احسب r, C .

(4) أ/ عرف الشريط النافذ للتوترات.

ب/ بين أن قيمة المانعة Z عند حدي شريط النافذ (N_2, N_1) توافق:

ج/ أوجد عرض الشريط النافذ بيانيا ومعامل الجودة.

بين تدين الشكل وتدين الموضوع

هو قسوة القلب أو رِقَّتَه

محمد الغزالي

شنايت

ملاحظات هامة

تأشيرة النجاح في العلوم الفيزيائية



ISBN : 978-9947-0-4980-8



حي علي عمران قطعة رقم 01 برج الكيفان
الهاتف : 0559 796 961 / 0554 780 511
الخطاب الإلكتروني : darelferdous@gmail.com

السعر : 1000 دج

إتصل لتطلب نسختك :

0550 68 69 07

chenaitaz@gmail.com