الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية البيض
امتحان تجريبي بكالوريا التعليم الثانوي

ثانوية الدكتور بوعمران الشيخ بالبيض
دورة : ماي 2019

اختبار مادة: الرياضيات

المدة: ثلاث ساعات و 30 دقيقة .

على المترشح التطرق الى أحد الموضوعين على الخيار.

....

الموضوع الأول:

التمرين الأول: (4 نقط)

(u_n)متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $u_0=2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=5-\dfrac{4}{u_n}$.

1) أحسب الحدود u_1 ، u_2 وَ u_3.

2) برهن بالتراجع من أجل كل عدد طبيعي n أن : $2\le u_n\le 4$

3) بين أن المتتالية (u_n) متزايدة ثم استنتج أنها متقاربة نحو عدد حقيقي l يطلب تعيينه جبريا .

4) برهن من أجل كل عدد طبيعي n أن : $4-u_{n+1}\le \dfrac{4-u_n}{2}$.

5) استنتج أن : $0\le 4-u_n\le \left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}$ ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

التمرين الثاني: (4 نقط)

يحتوي كيس U على خمس كرات بيضاء و ثلاث كرا حمراء و كرتين خضراوين ، لا نفرق بينها باللمس .
نسحب عشوائيا من الكيس **ثلاث** كرات **في آن واحد** .

1) احسب احتمال كل من الحادثتين :
A : " الكرات المسحوبة من نفس اللون " ؛ C : " من بين الكرات الثلاث توجد كرة واحدة فقط خضراء " .

2) نعتبر X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب **عدد** الألوان المسحوبة الظاهرة "
أ) عين قيم المتغير العشوائي X ، ثم أكتب قانون احتماله.
ب) أحسب الأمل الرياضياتي $E(X)$ و التباين $V(X)$.

3) في تجربة عشوائية ثانية نعتبر الكيس U وكيس آخر V يحوي كرتين بيضاوين وكرتين حمراوين وكرة خضراء .
لإختيار كيس للسحب نرم حجر نرد غير مزيفة فإذا ظهر الرقم 5 نسحب كرة واحدة من الكيس U وفي الحالات الأخرى نسحب كرة واحدة من الكيس V .
أ) مثل هذه التجربة بشجرة الإمكانيات
ب) لتكن الحادثة B : "الحادثة سحب كرة بيضاء " . بين أن احتمال سحب كرة بيضاء هو: $P(B)=\dfrac{5}{12}$.
جـ) علما أن الكرة المسحوبة بيضاء ، فما هواحتمال أن تكون من الكيس V.

التمرين الثالث: (5 نقط)

I) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $\left(z+\sqrt{3}-3i\right)\left(z^2-6z+12\right)=0$.

II) في المستوي المركب المنسوب الى معلم متعامد متجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$ نعتبر النقط A ، B ، C التي لواحقها :

$z_A=3+i\sqrt{3}$ ، $z_B=3-i\sqrt{3}$ ، $z_C=-\sqrt{3}+3i$.

1) أ) أكتب z_A على الشكل الأسي ثم استنتج z_B على الشكل الأسي .

ب) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $L_n=\left(\dfrac{z_A}{2\sqrt{3}}\right)^n+\left(\dfrac{z_B}{2\sqrt{3}}\right)^n$.

أكتب L_n على الشكل الجبري ثم أحسب العدد $L_{2019}+L_{1440}$.

2) تحقق أن : $z_C=iz_A$ ثم استنتج طبيعة المثلث OAC.

3) لتكن النقطة E ذات اللاحقة $z_E=3-\sqrt{3}$ والتشابه S الذي مركزه E ويحول A الى C .

أ) عين نسبة وزاوية التشابه S.

ب) بين أن النقط : O، A ، E و C تنتمي الى نفس الدائرة يطلب تعيين عناصرها .

4) عين ثم أرسم (Γ) مجموعة النقط M من المستوي التي من أجلها يكون العدد : $\dfrac{z_C-z}{z_A-z}$ تخيليا بحتا .

التمرين الرابع :(7 نقط)

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=-x+1+e^{2x}-e^x$.

$\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ حيث $\left\|\vec{i}\right\|=2cm$.

1) أ) أحسب نهايتي الدالة f عند طرفي مجال تعريفها .

ب) برهن أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة : $y=-x+1$ مقارب للمنحني $\left(C_f\right)$ في جوار $-\infty$.

جـ) ادرس وضعية المنحني $\left(C_f\right)$ بالنسبة للمقارب (Δ) .

2) أ) أحسب $f'(x)$ ثم بين من أجل كل عدد حقيقي x أن : $f'(x)=\left(2e^x+1\right)\left(e^x-1\right)$.

ب) استنتج اتجاه تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

جـ) بين أن المنحني $\left(C_f\right)$ يقبل مماسا (T) موازيا للمستقيم (Δ) يطلب تعيين معادلته .

د) بين أن المنحني $\left(C_f\right)$ يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين احداثييها

هـ) أرسم في نفس المعلم كلا من : (Δ) ، (T) ، $\left(C_f\right)$.

3) أحسب بالسنتمتر المربع مساحة الحيز من المستوي المحدد بالمنحني $\left(C_f\right)$ والمستقيمات :

$x=0$ ، $x=-2$ ، $y=0$.

4) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m وجود وإشارة حلول المعادلة : $m=1+e^{2x}-e^x$.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني:

التمرين الأول: (4نقط)

نعتبرفي الفضاء المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ ، النقط :

$A(-1;-1;0)$ ، $B(6;-5;1)$ ، $C(1;2;-2)$ ، $S(13;37;57)$.

1) علم النقطتين : A وَ C .

2) أ) بين أن النقط A ، B ، C تعين مستويا .

ب) تحقق أن الشعاع $\vec{n}\begin{pmatrix}5\\16\\29\end{pmatrix}$ شعاع ناظمي للمستوي (ABC)، ثم أكتب معادلة ديكارتية له .

3) أ) عين طبيعة المثلث ABC ثم أحسب مساحته .

ب) بين أن النقطة S لا تنتمي الى المستوي (ABC)، ثم أحسب المسافة $d\left(S,(ABC)\right)$.

جـ) أحسب حجم رباعي الوجوه $SABC$.

4) أ) أكتب معادلة لسطح الكرة (Γ) التي قطرها $[BC]$.

ب) عين طبيعة وعناصر مجموعة النقط من الفضاء تقاطع سطح الكرة (Γ) والمستوي $p\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

التمرين الثاني: (4 نقط)

f الدالة المعرفة على المجال $\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$ بـ : $f(x)=\frac{x^2}{2x-1}$ ،

تمثيلها البياني في معلم متعامد كما هو موضح بالشكل .

I. نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بحدها الأول : $u_0=4$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=\frac{u_n^2}{2u_n-1}$.

1) باستخدام التمثيل البياني المرفق مثل الحدود : u_0 ، u_1 ، u_2 وَ u_3 مبينا خطوط الإنشاء .

2) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية(u_n) وتقاربها .

3) برهن بالتراجع من أجل عدد طبيعي n : $u_n\geq 1$.

II. (v_n)متتالية عددية معرفة من أجل عدد طبيعي n بـ : $v_n=\ln\left(1-\frac{1}{u_n}\right)$.

❶ بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول v_0

❷ أكتب v_nبدلالة n ثم استنتج أن : $u_n=\frac{1}{1-\left(\frac{3}{4}\right)^{2^n}}$.

❸ أحسب العددين: $S_n=v_0+v_1+\ldots+v_n$ ، $S_n'=\frac{(u_0-1)\times(u_1-1)\times\ldots\times(u_n-1)}{u_0\times u_1\times\ldots\times u_n}$.

التمرين الثالث: (5 نقط)

I) عين عددين مركبين α وَ β حيث : $\begin{cases}\alpha+\beta=8\\ i\alpha-i\beta=-2\end{cases}$.

II) نعتبر النقط A ، B ، C ، D حيث : $z_A=-i+4$ ، $z_B=4+i$ ، $z_C=1+2i$ ، $z_D=-i$.

1. أكتب العدد المركب $\dfrac{z_B-z_C}{z_D-z_C}$ على الشكل الجبري ثم استنتج طبيعة المثلث BCD .

2. أ) أكتب العبارة المركبة للتشابه S الذي مركزه النقطة A ويحول B الى D .

ب) أحسب z_E لاحقة النقطة E علما أن O هي صورة E بالتشابه S .

3. بين أن النقط A ، B ، C ، D تنتمي الى دائرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها .

4. (Γ) هي مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث : $|2iz+2-9i|=1$.

أ) تحقق أن النقطة B تنتمي الى (Γ)

ب) عين طبيعة المجموعة (Γ) وعناصرها المميزة .

5. عين وأرسم مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق : $\arg(z+i)=\arg(\bar{z}-i)+\dfrac{2\pi}{3}+2\pi k;k\in\mathbb{Z}$.

التمرين الرابع: (7 نقط)

I) نعتبر الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{1+\ln x}{x}$.

(C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\|=2cm$

1) أحسب النهايتين : $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ، $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}f(x)$ ثم فسر النتيجتين بيانيا .

2) أدرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3) أكتب معادلة المماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة التي ترتيبها 0 .

4) برهن أن المنحني (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب حساب احداثييها .

5) بين أن المعادلة $f(x)=\dfrac{1}{2}$ تقبل حلين α وَ β حيث : $0.4\le\alpha\le0.5$ وَ $5.3\le\beta\le5.4$ فسر الحلين بيانيا .

6) أرسم (T) و (C_f) .

7) أ) بين أن الدالة $H:x\to\dfrac{1}{2}(\ln x)^2$ دالة أصلية للدالة $h:x\to\dfrac{\ln x}{x}$ على المجال $]0;+\infty[$

ب) بملاحظة أن : $f(x)=\dfrac{1}{x}+\dfrac{\ln x}{x}$ ، استنتج دالة أصلية للدالة f على المجال $]0;+\infty[$.

جـ) أحسب مساحة الحيز من المستوي المحدد بـالمنحني (C_f) والمستقيمات : $y=0$ ، $x=1$ ، $x=3$.

II) لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي : $g(x)=\dfrac{1}{x}+\dfrac{\ln x^2}{2x}$.

أ) بين أن g دالة فردية وفسر النتيجة بيانيا .

ب) بين أن $g(x)=f(x)$ في مجال يطلب تعيينه ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة g دون دراسة دالتها المشتقة .

جـ) بين كيف يمكنك رسم (C_g) اعتمادا على المنحني (C_f).

انتهى الموضوع الثاني .