اختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

المستوى: ثالثة علوم تجريبية المدة: 3 ساعات

التمرين الأول : (4 نقاط)

هذا التمرين هو إستبيان متعدد الإجابات , لكل سؤال اقتراح واحد صحيح , حدد الإجابة الصحيحة مع التبرير :

1. إذا كانت f حلا للمعادلة التفاضلية : $3y' - 2y + 6 = 0$ حيث $f(0) = 4$ فإن :

أ)- $f(x) = 3e^{\frac{2}{3}x} + 1$ ب)- $f(x) = e^{\frac{2}{3}x} + 3$ جـ)- $f(x) = 2e^{\frac{2}{3}x} + 2$

2. أحسن تقريب تآلفي للدالة f حيث : $f(x) = e^{1-x}$ بجوار 1 هو :

أ)- $1 - x$ ب)- $-x$ جـ)- $2 - x$

3. مشتقة الدالة f حيث : $f(x) = ln(x^2) + (lnx)^2$ هي :

أ)- $f'(x) = \dfrac{1+2lnx}{x^2}$ ب)- $f'(x) = \dfrac{2(1+lnx)}{x}$ جـ)- $f'(x) = \dfrac{2(x+lnx)}{x^2}$

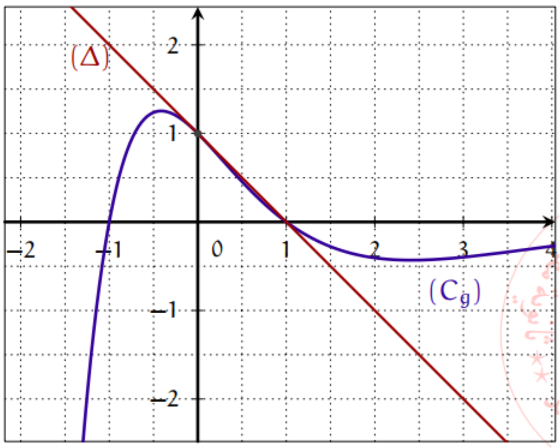
4. حلول المعادلة $2\left[ln(x)\right]^2 - 5ln(x) + 2 = 0$ هي :

أ)- $x = 2$ أو $x = 3$ ب)- $x = e^2$ أو $x = \sqrt{e}$ جـ)- $x = 3$ أو $x = e$

التمرين الثاني : (8 نقاط)

$I)$– g دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = (1 + ax^2)e^{bx}$ حيث a و b عددان حقيقيان .

(C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(o; \vec{i}, \vec{j}\right)$, (Δ) المماس لـ (C_g) في النقطة ذات الفاصلة 0 (أنظر الشكل المقابل)



1. بقراءة بيانية عين $g(-1)$, $g(0)$ و $g'(0)$
2. عين إشارة $g(x)$ حسب قيم x.
3. أ)- أكتب معادلة لـ (Δ)

ب)- بإستخدام المعطيات السابقة بين أنّ :

$$g(x) = (1 - x^2)e^{-x}$$

$II)$– نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = (1 + x)^2 e^{-x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(o; \vec{i}, \vec{j}\right)$

1. أحسب $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$, ثم بين أنّ : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$

2. أ)- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = g(x)$.

ب)- استنتج إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيّراتها .

3. أ)- عيّن دون حساب $\lim_{x\to 0} \frac{f(x)-1}{x}$, ثم فسّر النتيجة بيانيا .

ب)- أكتب معادلة (T) المماس لـ (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

4. أرسم (C_f) و (T) في نفس المعلم .

5. m وسيط حقيقي , ناقش بيانيا حسب قيم m حلول المعادلة : $f(x) = m^2 - 1$

6. h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x) = f(x^2) - 1$

– أحسب عبارة $h'(x)$ بدلالة $f'(x)$, ثم شكل جدول تغيرات الدالة h.

التمرين الثالث : (8 نقاط)

I)– نعتبر الدالة العددية g المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بِـ : $g(x) = 2x^3 - 1 + 2\ln x$.

1. أدرس اتجاه تغير الدالة g , ثم شكّل جدول تغيّراتها

2. بيّن أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0.75 < \alpha < 1$.

3. استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيّم x .

II)– نعتبر الدالة العددية f المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بِـ : $f(x) = 2x - 1 - \frac{\ln x}{x^2}$.
(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = 2cm$

1. أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة التعريف

2. أ)- تحقق أنه من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$

ب)- استنتج إتّجاه تغيّر الدالة f ثمّ شكّل جدول تغيّراتها

3. أ)- بين أن المستقيم (D) ذو المعادلة $y = 2x - 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f).

ب)- أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى المستقيم (D)

4. أ)- بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا للمستقيم (D) عند نقطة يطلب تعيين إحداثياها

ب)- أكتب معادلة للمماس (T).

5. أنشئ في المعلم السابق (T) , (D) و (C_f) (نأخذ بالتقريب $\alpha = 0.8$ و $f(\alpha) = 0.9$)

6. ناقش بيانيا حسب قيّم الوسيط الحقيقي m حلول المعادلة : $-\ln x = mx^2$