الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية .
وزارة التربية الوطنية .                ثانوية : عدادي الحاج ( عين بويحيى )
امتحان : الفصل الأول .                يوم : 2019/12/02 .
المستوى : 3 تقني رياضي .

---

اختبار في مادة : الرياضيات .                المدة : 04 ساعات .

---

## التمرين الأول : ( 01.5 نقطة )

$n$ عدد صحيح يختلف عن $-1$ و $A$ عدد حقيقي بحيث: $A = \dfrac{n+4}{n+1}$

- تحقّق أنّ $A = 1 + \dfrac{3}{n+1}$ ، ثم عيّن كل الأعداد الصحية $n$ بحيث يكون $A$ عددا صحيحا .

## التمرين الثاني : ( 07 نقاط )

لتكن $f$ الدالة المعرّفة على $IR$ بـ : $f(x) = \dfrac{x}{x + e^{-x}}$ وليكن $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

1) أ- بين أنه من أجل كل $x$ من $IR$ فإن : $f(x) = \dfrac{1}{1 + \dfrac{1}{xe^{x}}}$ ثم أحسب $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ .

ب- أحسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ .

2) بين أنه من أجل كل $x$ من $IR$ فإن : $f'(x) = \dfrac{(1+x)e^{-x}}{(x + e^{-x})^2}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة $f$ و شكّل جدول تغيراتها .

3) $h$ دالة عددية معرّفة على $IR$ بـ : $h(x) = e^{-x} + x - 1$ .
أدرس تغيرات الدالة $h$ على $IR$ ، ثم استنتج اشارة $h(x)$ من أجل كل عدد حقيقي $x$ .

4) أكتب معادلة المماس $(T)$ للمنحني $(C_f)$ عند النقطة ذات الفاصلة $0$ .

5) بيّن أنه من أجل كل $x$ من $IR$ فإنّ : $f(x) - x = \dfrac{-xh(x)}{h(x)+1}$ ثم استنتج الوضع النسبي للمنحني $(C_f)$ والمماس $(T)$ . فسّر النتيجة بيانيا .

6) أرسم المماس $(T)$ والمنحني $(C_f)$ .

7) أ) $m$ وسيط حقيقي ، بيّن أنّ جميع المستقيمات $(d_m)$ ذات المعادلة $y = mx$ تمر من نقطة ثابتة يطلب تعيينها .

ب) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ عدد وإشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي $x$ :
$x\left[(x + e^{-x})m - 1\right] = 0$ .

**<u>التمرين الثالث</u> : ( 04.5 نقاط )**

$f$ الدالة المعرّفة على المجال $]-\infty;5[$ بـ : $f(x)=\dfrac{3+x}{5-x}$ .

1) بيّن أنّ الدالة $f$ متزايدة تماما على المجال $]-\infty;5[$ .

2) $(U_n)$ المتتالية العددية المعرّفة بحدها الأول $U_0=2$ ومن أجل كل عدد طبيعي $n$ : $U_{n+1}=f(U_n)$ .

أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $1<U_n<3$ .

ب) أدرس اتجاه تغيّر المتتالية $(U_n)$ واستنتج أنها متقاربة .

3) نضع من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $V_n=\dfrac{U_n-1}{3-U_n}$ .

أ- بيّن أن المتتالية $(V_n)$ هندسية أساسها $\dfrac{1}{2}$ ، يطلب تعيين حدها الأول .

ب- بيّن أن $U_n=\dfrac{1+3V_n}{1+V_n}$ ، ثم عبّر بدلالة $n$ عن $V_n$ و $U_n$ ، وأحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}U_n$.

4) أحسب ، بدلالة $n$ ، المجموع $S_n$ حيث : $S_n=U_0(1+V_0)+U_1(1+V_1)+.....+U_n(1+V_n)$

**<u>التمرين الرابع</u> : ( 07 نقاط )**

$I$ ) لتكن $h$ الدالة العددية المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $h(x)=x^2-2\ln x$ .

1) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}h(x)$ و $\lim\limits_{x\overset{>}{\longrightarrow}0}h(x)$ .

2) شكّل جدول تغيّرات الدالة $h$ ، ثم استنتج إشارة $h(x)$ على المجال $]0;+\infty[$ .

$II$ ) نعتبر الدالة $f$ المعرّفة على المجال $]0,+\infty[$ بما يلي : $f(x)=1-x-\dfrac{2}{x}(1+\ln x)$

نسمي $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ .

1) أحسب : $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\overset{>}{\longrightarrow}0}f(x)$ .

2) أ- بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما $x$ فإنّ : $f'(x)=\dfrac{-h(x)}{x^2}$

ب- شكّل جدول تغيّرات الدالة $f$ .

3) أ- بيّن أن المستقيم $(D)$ ذي المعادلة $y=-x+1$ مقارب مائل للمنحني $(C_f)$ عند $+\infty$ .

ب- أدرس الوضع النسبي للمنحني $(C_f)$ بالنسبة إلى المستقيم $(D)$.

جـ بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث $0.41<\alpha<0.42$ .

4) بيّن أن المنحني $(C_f)$ يقبل مماسا $(T)$ يوازي المستقيم $(D)$ ، يطلب تعيين معادلة ديكارتية له .

5) أ- أرسم المستقيمين $(D)$ و $(T)$ والمنحنى $(C_f)$ .

ب- ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ عدد وإشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي $x$ التالية : $f(x)=m-x$ .