

## الإمتحان الثاني في مادة الرياضيات

### التمرين الأول: (4 نقاط)

يحتوي كيس على 12 كرة منها: ثلاث بيضاء مرقمة بـ 1, 1, 2 وأربعة حمراء مرقمة بـ 1, 1, 2, 2 وخمسة خضراء مرقمة بـ 1, 2, 2, 3, 2.

نسحب عشوائيا من الكيس كرتين في آن واحد \*\*الكريات لا يمكن التمييز بينها عند اللمس\*\*

1- نعتبر الحادثتان:  $A$  "سحب كرتين من نفس اللون" و  $B$  "سحب كرة خضراء على الأقل"

أ- أحسب احتمال كل حادثة من الحوادث:  $A$ ,  $B$  و  $A \cap B$

ب- هل الحادثتان  $A$  و  $B$  مستقلتان؟ مع التعليل

2- ليكن  $X$  المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة مجموع العددين المسجلين على الكرتين المسحوبتين.

أ- عين القيم الممكنة للمتغير العشوائي  $X$  عرف قانون احتماله.

ب- أحسب:  $E(X)$ ;  $V(X)$  و  $\delta(X)$ .

### التمرين الثاني: (4 نقاط)

نعتبر المعادلة  $(E)$  ذات المجهولين الصحيحين  $x$  و  $y$  حيث:  $63x + 5y = 159$

(1) تحقق ان العددين 5 و 63 أوليان فيما بينهما ثم بين ان المعادلة  $(E)$  تقبل حولا.

(2) برهن أنه إذا كانت الثنائية  $(x; y)$  حلا للمعادلة  $(E)$  فإن  $x \equiv 3 \pmod{5}$  ثم استنتج حلول المعادلة  $(E)$ .

(3)  $\lambda$  عدد طبيعي يكتب  $5\alpha 0\alpha$  في نظام التعداد ذي الأساس 7 و يكتب  $\beta 10\beta 0$  في نظام التعداد ذي الأساس 5.

جد العددين الطبيعيين  $\alpha$  و  $\beta$  ثم اكتب  $\lambda + 4$  في النظام العشري.

(4) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي  $n$ , باقي القسمة الاقليدية للعدد  $3^n$  على 5

ب- عين قيم العدد الطبيعي  $n$  حتى يقبل العدد  $3^{x-y} + 4n + 1441^{2019}$  القسمة على 5, حيث  $(x, y)$  حلول المعادلة  $(E)$

و  $x$  عدد طبيعي.

### التمرين الثالث: (5 نقاط)

الشكل المعطى هو التمثيل البياني  $(C)$  للدالة  $f$  المعرفة على المجال  $[0, +\infty[$  ب:  $f(x) = \frac{2x}{\sqrt{x^2+1}}$

المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y = x$  في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(أ) ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$  على المجال  $[0; +\infty[$

(ب) بين أنه إذا كان  $x \in [1; \sqrt{3}]$  فإن  $f(x) \in [1; \sqrt{3}]$

(2) نعرف المتتالية  $(u_n)$  كمايلي:  $u_0 = 1$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $u_{n+1} = f(u_n)$

أ- باستعمال التمثيل البياني  $(C)$  والمستقيم  $(\Delta)$  مثل الحدود  $u_0$ ;  $u_1$  و  $u_2$  على محور الفواصل -دون حسابها- مبرزا خطوط الانشعاب, ثم ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$  وتقاربها.

ب- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $1 \leq u_n \leq \sqrt{3}$

ج- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $u_{n+1} - u_n = \frac{u_n(2 - \sqrt{u_n^2 + 1})}{\sqrt{u_n^2 + 1}}$  , ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$ .

د- استنتج أن  $(u_n)$  متقاربة.

(3) نعتبر المتتالية  $(v_n)$  المعرفة من أجل كل عدد طبيعي  $n$  بـ:  $v_n = \frac{u_n^2}{3 - u_n^2}$

أ- برهن أن  $(v_n)$  متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب- أكتب عبارة  $v_n$  بدلالة  $n$  , ثم استنتج  $u_n$  بدلالة  $n$

ج - احسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(4) أحسب  $P_n$  بدلالة  $n$  حيث :  $P_n = \frac{(u_0 \times u_1 \times \dots \times u_n)^2}{(3 - u_0^2)(3 - u_1^2) \dots (3 - u_n^2)}$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

الجزء 01: نعتبر الدالة  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $g(x) = -4e^{2x} + 17e^x - 4$

1- بين أنه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$  :  $g(x) = -4(e^x - 4)\left(e^x - \frac{1}{4}\right)$  , ثم استنتج إشارة  $g(x)$  على  $\mathbb{R}$ .

الجزء 02: نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}^*$  كما يلي :  $f(x) = \frac{(4x+9)e^x - 4x}{9(1-e^x)}$

$(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم  $x$  :  $f(x) = -\frac{4}{9}x + \frac{e^x}{1-e^x}$

(2) عين العددين الحقيقيين  $a$  و  $b$  بحيث من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}^*$  :  $f(x) = ax + b + \frac{1}{1-e^x}$

(3) أحسب نهايات الدالة  $f$  عند أطراف مجموعة التعريف.

(4) أ- بين أنه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}^*$  :  $f'(x) = \frac{g(x)}{9(1-e^x)^2}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.

(5) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم  $x$  :  $f(-x) + f(x) = -1$  , ماذا تستنتج؟

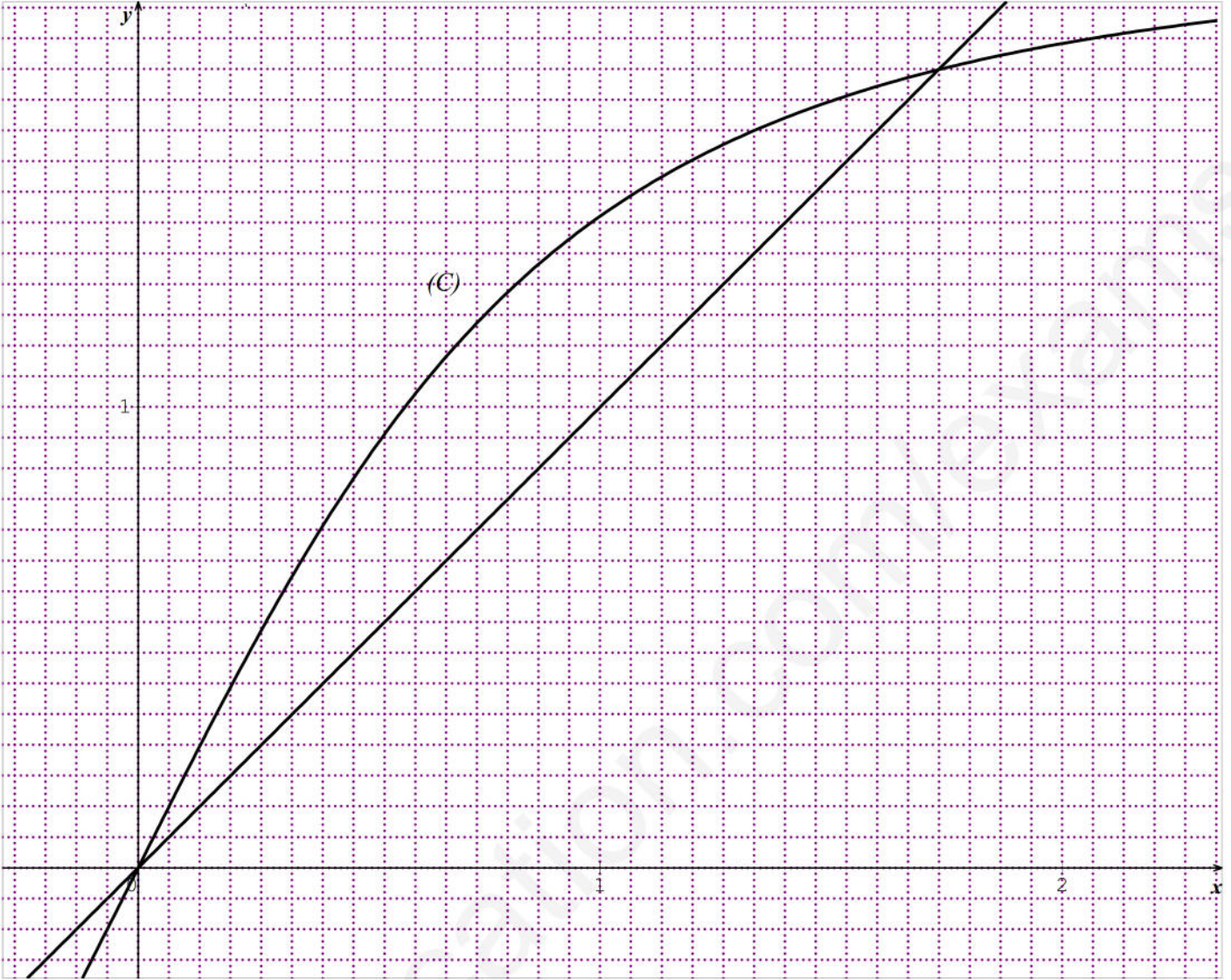
(6) أ- بين أن  $(\Delta_1)$  و  $(\Delta_2)$  مستقيمان مقاربان للمنحنى  $(C_f)$  معادلتهما على الترتيب :  $y = -\frac{4}{9}x - 1$  و  $y = -\frac{4}{9}x$

ب) أدرس وضعية المنحنى  $(C_f)$  بالنسبة لكل من المستقيمين  $(\Delta_1)$  و  $(\Delta_2)$ .

(7) انشئ  $(\Delta_1)$  ,  $(\Delta_2)$  و  $(C_f)$ .

(8) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد وإشارة حلول المعادلة  $\frac{e^x}{1-e^x} = m$





الاسم:

اللقب:

القسم:

ملاحظة: تعاد مع ورقة الاجابة

بالتوفيق والنجاح في بكالوريا