الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية الأغواط	**السنة الدراسية : 2019–2020**
ثانوية غزاوي بلقاسم بآفلو	**المستوى : الثالثة علوم تجريبية**
إمتحان الثلاثي الأول	**التاريخ : 02 ديسمبر 2019**
إختبار في مادة الرياضيات	**المدة : 03 ساعات**

التمرين الأول : 04 نقاط

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بـ : $u_0 = 6$ و من أجل كل عدد طبيعي n ؛ $2u_{n+1} = u_n + 4$.

1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن : $u_n > 4$.

2) أثبت أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما على $\mathbb{N}$. إستنتج أنها تقاربها .

3) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n كما يلي : $v_n = ln(u_n - 4)$.

- بين أن (v_n) متتالية حسابية أساسها $r = -ln2$ يطلب حساب حدها الأول .
- أكتب عبارة v_n بدلالة n، ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n. أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

4) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $(u_n - 4)^2 = 4\left(\frac{1}{4}\right)^n$.

- إستنتج المجموع S_n حيث من أجل كل عدد طبيعي n ؛

$$S_n = (u_0 - 4)^2 + (u_1 - 4)^2 + (u_2 - 4)^2 + ... + (u_n - 4)^2 .$$

التمرين الثاني :05 نقاط

نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = (x+a)e^x + bx + c$

وليكن (C_g) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$.

1) عين قيم الأعداد الحقيقية a ، b و c. علما أن (C_g) يشمل النقطة $A(1;-1)$.ويقبل مماسا معامل توجيهه يساوي 1 عند النقطة $B(0;-3)$.

2) لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x) = 1 + xe^x$.

- أدرس إتجاه تغير الدالة h .ثم بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $h(x) > 0$.

3) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = x - 2 + (x-1)e^x$

- أدرس تغيرات الدالة f . ثم شكل جدول تغيراتها .

4) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$. إستنتج إشارة $f(x)$.

5) نعتبر من أجل كل عدد حقيقي $x > \alpha$ ؛ $Q(x) = ln[f(x)]$. شكل جدول تغيرات الدالة Q .

التمرين الثالث : 04 نقاط

لتكن (v_n) متتالية هندسية حدودها موجبة حيث : $\begin{cases} lnv_5 - lnv_3 = 6 \\ lnv_2 + lnv_4 = 14 \end{cases}$.

1) بين أن أساس المتتالية هو $q = e^3$. عين حدها الأول v_0 .

- أكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n .

2) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = ln\,v_n + ln\,v_{n+1}$.

- بين أن (u_n) متتالية حسابية أساسها $r = 6$.
- أكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n .

3) نعتبر من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n = ln\,v_0 + ln\,v_1 + ln\,v_2 + ... + ln\,v_n$.

- أحسب بدلالة n المجموع S_n .

التمرين الرابع : 07 نقاط

الجزء الأول : نعتبر الدالة g المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $g(x) = x^3 - x + 3 - 2\,ln\,x$

1) بين أنه من أجل كل $x > 0$: $g'(x) = \dfrac{h(x)}{x}$ حيث : $h(x) = (x-1)(3x^2 + 3x + 2)$.

2) إستنتج إتجاه تغير الدالة g .

3) أحسب $g(1)$ ثم إستنتج إشارة $g(x)$.

الجزء الثاني : نعتبر الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $f(x) = x - 1 + \dfrac{x - 1 + ln\,x}{x^2}$.

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$.

1) أحسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها .

2) بين أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = x - 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

- أدرس الوضعية النسبية بين المنحنى (C_f) و المستقيم (Δ).

3) أثبت أنه من اجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^3}$

أ) أدرس إتجاه تغير الدالة f , ثم شكل جدول تغيراتها .

ب) أكتب معادلة للمماس (T) عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = 1$.

4) أرسم المستقيمين (Δ), (T) و المنحنى (C_f) .

5) لتكن (Υ_m) عائلة المستقيمات المعرفة بالمعادلة : $y = mx - m$, حيث m وسيط حقيقي .

- بين أن جميع المستقيمات (Υ_m) تمر بالنقطة $A(1;0)$.
- عين قيم العدد الحقيقي m بحيث المعادلة : $f(x) = mx - m$ تقبل حلان متمايزان .