إختبار الثلاثي الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول: (06 نقاط)

لتكن الدالة g معرفة على المجال $]-2;+\infty[$ كما يلي بـ : $g(x)=x-\ln(x+2)$.

(C) تمثيلها البياني و (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y=x$ في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس (الشكل في الورقة الملحقة).

1. بقراءة بيانية حدد : $g(-1)$, و اتجاه تغير الدالة g .

2. نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $\begin{cases} u_0=3 \\ u_{n+1}=g(u_n) \end{cases}$

أ- مثل الحدود u_0,u_1,u_2,u_3 مستعينا بالمنحنى (C) (التمثيل في الورقة الملحقة).

ب- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n \geq -1$

ج- بين أن المتتالية (u_n) متناقصة .

د- استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة , ثم أحسب نهايتها .

3. نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كمايلي :

$$\begin{cases} v_0=0 \\ v_n=\ln\big((u_0+2)(u_1+2)...(u_{n-1}+2)\big); n\geq 1 \end{cases}$$

أ- أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n=3-u_n$

ب- استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_0+2)(u_1+2)...(u_{n-1}+2)$

التمرين الثاني: (07 نقاط)

يوجد في إحدى الحدائق 3 أنواع من نبتات A,B,C بحيث كل سنة تختفي هذه النبتات و تعوض كل نبتة بنبتة جديدة حيث كل نبتة من نوع A تعوض بـ A أو B أو C بحيث إحتمال تعويضها بـ A هو 0,6 و بـ B هو 0,3 و كل نبتة من نوع B تعوض بـ A أو B أو C بحيث احتمال تعويضها بـ A هو 0,3 و بـ B هو 0,6 و كل نبتة من نوع C تعوض بـ C .

في بداية كل سنة نختار نبتة عشوائيا و نسجل نوعها .

و من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم . A_n هي الحادثة : النبتة المختارة في السنة n من نوع A

B_n هي الحادثة : النبتة المختارة في السنة n من نوع B

C_n هي الحادثة : النبتة المختارة في السنة n من نوع C

و نرمز لـ P_n , q_n , r_n لاحتمالات الحوادث A_n , B_n , C_n على الترتيب , حيث احتمال وجود A , B , C هو لـ $P_0=0,4$, $q_0=0,41$, $r_0=0,19$

1- شكل شجرة الإحتمالات لهذه التجربة العشوائية .

2- بين أن : $p_1 = 0,363$ **, ثم أحسب كل من** q_1 **و** r_1 **.**

3- بين أن من أجل كل عدد طبيعي n **غير معدوم :** $p_{n+1} = 0,3q_n + 0,6p_n$

و $q_{n+1} = 0,6q_n + 0,3p_n$

4- نضع : $D_n = P_n - q_n$ **و** $S_n = P_n + q_n$ **بين أن المتتالية** (S_n) **هندسية يطلب أساسها و أن** (D_n) **هندسية أساسها** $0,3$ **ثم أحسب** $\lim S_n$ **و** $\lim D_n$ **ثم استنتج** $\lim q_n$ **و** $\lim p_n$ **و** $\lim r_n$ **ماذا تستنتج ؟**

التمرين الثالث: (07 نقاط)

I. 1. حل في المجموعة $\mathbb{C}$ **المعادلة :** $z^2 - 2z + 2 = 0$ **حيث يرمز إلى حلي هذه المعادلة** z **و** z' **.**

2. أكتب z' **و** z **على الشكل الأسي , ثم تحقق أن :** $\left(\frac{z}{z'}\right)^{2019} = -i$ **.**

3. استنتج في $\mathbb{C}$ **حلول المعادلة ذات المجهول** z **:** $\left(-i\overline{z} + 3 + 3i\right)^2 - 2\left(-i\overline{z} + 3 + 3i\right) + 2 = 0$

II. نضع $z_0 = 1 - i$

1. أحسب الطويلة و العمدة للعدد المركب z_1 **حيث :** $z_0.z_1 = \sqrt{2}\left[\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)\right]$

2. اكتب العدد المركب z_1 **على الشكل الجبري , ثم استنتج القيمة المضبوطة لكل من :** $\sin\left(\frac{-\pi}{12}\right)$ **و** $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ **.**

3. حدد قيم العدد الطبيعي n **التي يكون من أجلها العدد المركب** $\left(z_0.z_1\right)^n$ **تخيليا صرفا .**

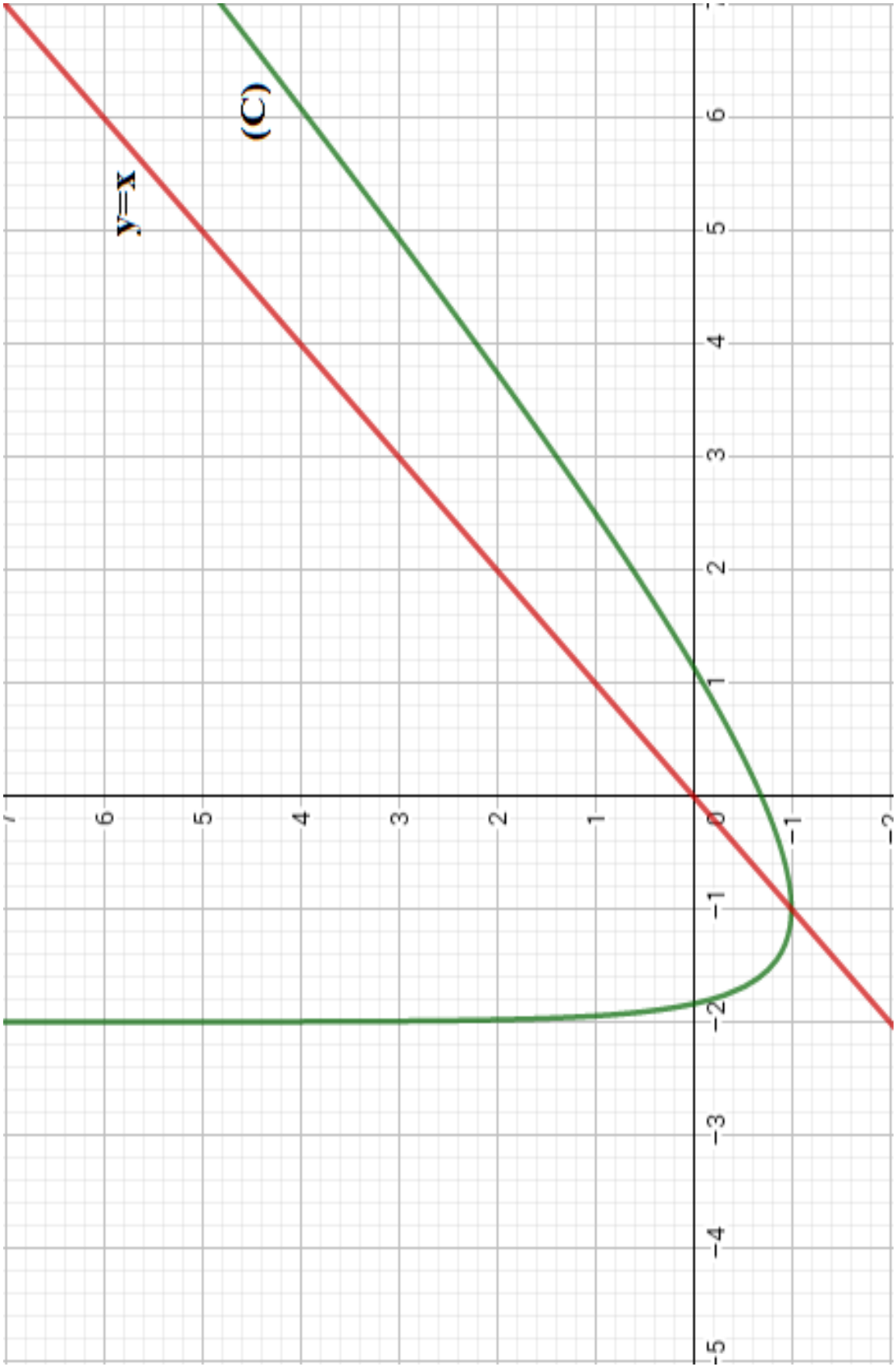
III. المستوي المركب منسوب غلى معلم متعامد و متجانس $\left(o;\vec{u};\vec{v}\right)$ **, نعتبر النقاط** D,C,B,A **لاحقتها على الترتيب** $z_A = 1 + i$ **و** $z_B = \overline{z_A}$ **و** $z_C = 3$ **و** $z_D = 2(1 - i)$

1. بين أن النقاط D,B,A **تنتمي إلى دائرة** (C) **مركزها** C **و نصف قطرها** $\sqrt{5}$ **.**

2. تحقق أن النقطة D **هي مرجح الجملة المثقلة** $\{(A;-3);(B;5);(C;2)\}$ **.**

3. أحسب طويلة و عمدة العدد المركب $\frac{z_A - z_C}{z_D - z_C}$ **ثم استنتج طبيعة المثلث** ADC **.**

4. حدد مجموعة النقط M **ذات اللاحقة** z **من المستوي التي تحقق :** $z = 3 + ke^{i\frac{\pi}{4}}$ **لما** $k > 0$ **.**



الإسم : **اللقب:**