الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

المستوى والشعبة : 3 ع تج

السنة الدراسية : 2019 / 2020 الأستاذ : محمد حاقة

# امتحان الثلاثـــــي الأول

**المادة: رياضيات** **المدة: ساعتين**

## التمرين الأول (12 نقطة)

$I$) لتكن $g$ الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = e^x - x^2 + 3x - 1$

**1)** أ/ أحسب $g'(x)$ من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}$ ، ثم ادرس اتجاه تغير الدالة $g'$ ( حيث $g'$ هي مشتقة الدالة $g$ )

ب/ بين أنه من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}$، $g'(x) > 0$

ج/ أحسب نهايتي الدالة $g$ عند $-\infty$ و $+\infty$ ، ثم شكل جدول تغيراتها

**2)** احسب $g(0)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي $x$

$II$) لتكن $f$ الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = (x^2 - x)e^{-x} + x$

$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$

**1)** أ/ أحسب: $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \to -\infty} f(x)$

ب/ بين أنه من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}$، $f'(x) = e^{-x} g(x)$ ( حيث $f'$ هي مشتقة الدالة $f$ )

ج/ ادرس اتجاه تغير الدالة $f$ ، ثم شكل جدول تغيراتها

**2)** أ/ احسب $\lim_{x \to +\infty} \left[ f(x) - x \right]$ وفسر النتيجة بيانيا

ب/ ادرس الوضعية النسبية للمستقيم $(\Delta) : y = x$ بالنسبة للمنحنى $(C_f)$

**3)** أ/ تحقق أنه من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}$ : $f''(x) = (x^2 - 5x + 4)e^{-x}$

ب/ استنتج أن المنحنى $(C_f)$ يقبل نقطتي انعطاف يطلب تعيين فاصلتاهما

**4)** بين أنه يوجد مماسين للمنحنى $(C_f)$ يوازيان المستقيم $(\Delta)$، (لا يطلب تعيين معادلتيهما )

**5)** ارسم المستقيم $(\Delta)$ والمنحنى $(C_f)$

**6)** $h$ هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x) = f(x^2)$

باستعمال مشتقة دالة مركبة، عيّن اتجاه تغير الدالة $h$ ثم شكل جدول تغيراتها

**7)** لتكن المتتالية العددية $(u_n)$ المعرفة كما يلي: $u_0 = \frac{1}{2}$ و $u_{n+1} = f(u_n)$ من أجل كل $n$ من $\mathbb{N}$

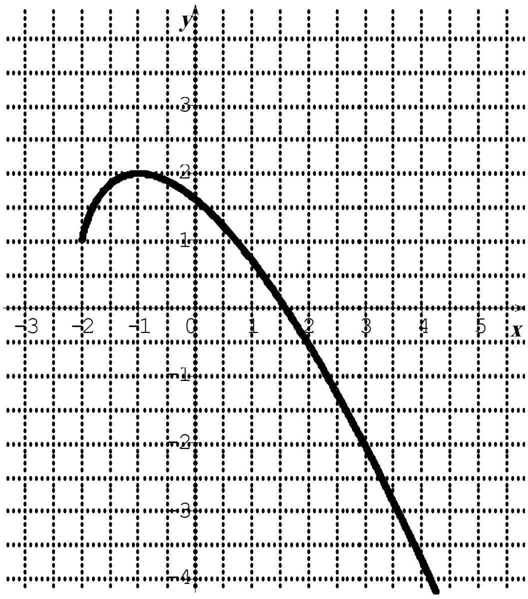
أ/ برهن بالتراجع أنه من أجل كل $n$ من $\mathbb{N}$ : $0 \le u_n \le 1$

ب/ بين أن المتتالية $(u_n)$ متناقصة

ج/ استنتج أن $(u_n)$ متقاربة وحدد نهايتها

**التمرين الثاني(08 نقاط)**

$I-$ $g$ الدالة المعرفة على $]-2;+\infty[$ بـ: $g(x) = x + 3 - (x+2)\ln(x+2)$




1) بقراءة بيانية ، شكل جدول تغيرات $g$

2) بين أن المعادلة: $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ بحيث: $1,5 < \alpha < 1,6$

3) استنتج حسب قيم $x$ إشارة $g(x)$

$II-$ $f$ الدالة المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$ بـ: $f(x) = \dfrac{\ln(x+2)}{x+3}$

$(C_f)$ منحناها البياني في معلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$

1) احسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} -2} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، وفسر النتيجتين بيانيا

2) بين أنه من أجل كل $x$ من $]-2;+\infty[$ : $f'(x) = \dfrac{g(x)}{(x+2)(x+3)^2}$

3) استنتج اتجاه تغير الدالة $f$ على المجال $]-2;+\infty[$ ، و شكل جدول تغيراتها

4) بين أن: $f(\alpha) = \dfrac{1}{(\alpha+2)}$ ، ثم عين حصرا للعدد $f(\alpha)$

5) أ/ عين نقاط تقاطع المنحنى $(C_f)$ مع محوري الإحداثيات

ب/ عين معادلة لـ $(T)$ مماس المنحنى $(C_f)$ عند النقطة ذات الفاصلة $0$

6) ارسم المنحنى $(C_f)$ و $(T)$

... موفقـــــــــــــون ...

لا تتوقف عن مطاردة أحلامك